

LE CARRÉ PARTAGÉ SENSIBILISATION AU THÈME « RECHERCHE ET STRATÉGIES » DES NOU- VEAUX MOYENS D'ENSEIGNE- MENT DE 9ÈME HARMOS

Ruhal Floris¹, Pierre-Alain Cherix², Laura Weiss³

Avec la contribution de l'équipe Primas-Dimage, Genève⁴

INTRODUCTION

La mise en place en Suisse Romande du Plan d'Etudes Romand (PER)⁵ se fait simultanément⁶ avec la révision des moyens d'enseignement en mathématiques pour le secondaire I. Dans cette discipline, les contenus du PER se situent autant que possible dans la continuité des programmes cantonaux. De plus, et afin de tenir compte de certaines demandes des enseignants⁷, les ouvrages proposés aux élèves ont été réorganisés : livre et fichier annuels, nouvel aide mémoire. Le premier volume, destiné aux élèves de 9^{ème} HarmoS (élèves de 12-13 ans) est utilisé pour la première fois lors de l'année scolaire 2011-2012. Il contient un nouveau chapitre intitulé « Recherche et stratégies ». Ce nouveau chapitre est associé à des contenus d'enseignement décrits dans le livre aide-mémoire distribué aux élèves qui tient lieu de théorie, celle-ci demeurant absente du-livre et

1 IUFE, Unige.

2 Section de Mathématiques, Unige.

3 IUFE, Unige.

4 Les autres membres de cette équipe sont, pour les mathématiques, Pierre-François Burgermeister (IUFE, Unige), Michel Coray (IUFE, Unige), Sylvia Coutat (FAPSE, Unige), Jean-Pierre Guex (DIP, Genève), Jean-Luc Dorier (FAPSE, Unige), Philippe Dubath (DIP, Genève), Claude Lecoultré (DIP, Genève) et Laurence Merminod (DIP, Genève).

5 www.plandetudes.ch

6 Cette simultanéité n'étant pas à l'origine intentionnelle.

7 <http://publications.irdp.relation.ch/ftp/1277878291101001.pdf> (2010) consulté le janvier 2012.

du fichier d'activités. Cet article a pour but de présenter ce nouveau thème à travers l'analyse d'un problème selon nous représentatif. Nous souhaitons qu'il soit utile aux enseignants qui choisiraient de le proposer à leurs élèves.

Les éléments décrits dans l'aide-mémoire associés au thème « Recherche et Stratégies » sont les suivants :

Les règles du débat mathématiques

- **Problèmes** (Problèmes de recherche, Narration de recherche, Résolution, Stratégie, Procédure, Croquis, Conjecture, Contre-exemple, Contradiction, Si...Alors)
- **Résolution d'un problème** (Etapes de résolution d'un problème)
- **Stratégies de recherche** (Analogie, Tâtonnement, Chaînage avant, Chaînage arrière, Etude systématique de cas, Démarche scientifique, Modélisation)

LE PROJET DE FORMATION

A l'occasion de l'introduction des nouveaux moyens d'enseignement en 9^{ème} (HarmoS) à Genève, la direction du Cycle d'Orientation genevois a décidé d'organiser deux demi-journées de formation, obligatoires pour tous les enseignants de mathématiques concernés (par groupes de 20 pour un total d'environ 350 personnes). La conception et l'animation de cette formation a été confiée à l'équipe PRIMAS⁸, de l'Université de Genève (IUFE et FAPSE). Cette équipe travaille dans le cadre d'une recherche européenne dont l'objectif est la promotion de la démarche d'investigation dans l'enseignement des mathématiques et des sciences. Ce groupe a choisi de consacrer une demi-journée au thème « Recherche et Stratégies » et l'autre à la « Modélisation », thème fédérateur du Domaine Mathématiques et des Sciences de la Nature dans le PER. Cet article traite du premier thème.

Pour la plupart des professeurs de mathématiques dans les écoles secondaires de Genève, la résolution de problèmes n'est pas une nou-

8 Voir www.unige.ch/fapse/dimage/SiteFR/dr_projets.htm

veauté. Pourtant, ils hésitent à l'enseigner parce qu'ils la trouvent chronophage et que grande est la pression pour terminer le programme, en ce qui concerne les savoir-faire habituels : calcul dans Z et Q, calcul littéral, proportionnalité, grandeurs et mesures.

L'équipe pilotant le projet a décidé d'axer la formation sur le rôle de l'enseignant dans le pilotage d'une activité de recherche en classe. Le but était de donner quelques outils utiles permettant de choisir, lors du déroulement d'une activité, le moment où il est nécessaire d'aider les élèves à organiser leur questionnaire ou, au contraire, celui où il est essentiel de les laisser trouver leur propre cheminement, afin de maintenir le potentiel d'investigation de l'activité.

LE PROBLÈME CHOISI⁹

Après avoir tracé un carré de 6 cm de côté, Pierre demande à sa fille Nathalie de partager celui-ci en neuf morceaux carrés de côtés mesurés par un nombre entier de centimètres.

Nathalie trouve rapidement un partage et se demande s'il y en a d'autres.

Deux partages constitués des mêmes carrés mais placés différemment sont considérés comme identiques.

Combien y a-t-il de partages différents ?

Nous suggérons bien sûr au lecteur d'interrompre ici sa lecture et de résoudre lui-même le problème.

Nous présentons ci-dessous les analyses préalables effectuées par le groupe du pilotage de formation, analyses correspondant à celles que les enseignants ont proposées lors de la première demi-journée.

STRATÉGIES DE RÉOLUTION POSSIBLES

L'énoncé induit une méthode géométrique : « trace », « partager », « morceaux », « côtés », « mesurés », « centimètres », « placés ».

- Dessiner des carrés à l'intérieur du grand

⁹ Livre 9ème, chapitre « Recherche et Stratégies », problème RS1.

carré de 6 sur 6.

- Découper le carré de 6 sur 6 en 36 petits carrés et reconstituer des carrés (puzzle).
- Décomposer 36 en sommes de carrés et compter le nombre de carrés obtenus. A noter que cette méthode uniquement numérique donne une solution supplémentaire qui ne convient pas du point de vue géométrique. Voir la résolution détaillée sur le site de Math-école¹⁰.
- La stratégie plus efficace prend en compte les deux cadres géométrique et numérique pour ne pas « se perdre » dans les dessins et pour identifier la solution qui ne peut pas être dessinée.

OBJECTIFS

- Objectif général du domaine : mettre les élèves en situation de recherche.
- Concept de carré (2 significations) : cadre numérique et cadre géométrique et lien entre les deux cadres.
- Reconnaissance de solutions identiques qui ont un aspect différent : solutions obtenues par symétries ou rotations (avec différents axes de symétrie et différents centres de rotation).
- Mise en place d'une recherche systématique.
- Démonstration de l'exhaustivité des résultats.
- Si on modifie l'énoncé (en demandant de compter tous les partages possibles, sans considérer identiques des partages à une symétrie ou à une rotation près), on ajoute l'objectif de travailler le dénombrement et plus largement l'analyse combinatoire.

VARIANTES DE L'ÉNONCÉ (VARIABLES DIDACTIQUES)

- Ajouter une illustration
 - a) montrant le carré de 6 sur 6 prédécoupé en 36 carrés de 1 sur 1 ;
 - b) montrant un enfant en train de dessiner un carré (sans le prédécoupage).
- Changer la valeur du côté du carré.
- Changer le nombre de partages demandé.

¹⁰ www.math-ecole.ch

(NB : l'intérêt du carré 6 sur 6 à partager en 9 carrés plus petits réside aussi dans la solution numérique non acceptable du point de vue géométrique : 4 solutions numériques et 3 solutions géométriques).

- Supprimer la demande de ne considérer que des solutions différentes à des symétries ou des rotations près (ouverture sur les dénombrements).

DESCRIPTION D'UNE RÉALISATION EN CLASSE

L'objectif principal de la formation étant d'étudier la façon dont un enseignant pourrait gérer une telle activité, nous avons demandé à une enseignante d'une école de la région de Rennes en France de proposer le problème à ses élèves dans une classe de 5ème (correspondant au degré 9 Harmos). Le déroulement dans la classe de l'enseignante a été le suivant:

1. Introduction de l'activité et première lecture individuelle (env. 4 min.)

L'enseignante présente l'activité et distribue l'énoncé, les élèves doivent le lire individuellement avant de poser des questions. L'enseignante passe dans les rangs, regarde les copies mais ne dit rien.

2. Questions sur l'énoncé (env. 3 min.)

Une fois que les élèves ont tous lu la consigne, ils peuvent poser des questions. L'enseignante essaie de ne pas répondre elle-même aux questions et de les renvoyer à la classe.

3. Organisation de la phase de recherche (1min.30)

L'enseignante choisit de faire travailler les élèves en groupes de 3, les élèves doivent produire des dessins.

Enseignante : (...) et j'aimerais bien que vous cherchiez ça en groupe et que vous preniez les mêmes groupes que la dernière fois quand on a fait le problème des disques de métal. Avant de déménager, je voudrais vous dire que chaque groupe doit produire des dessins pour chaque solution et chaque dessin doit être dessiné par quelqu'un de différent dans le groupe. D'accord ?

Élève : Donc on peut en faire trois au maximum.

Enseignante : Evidemment, dans la mesure du possible ; d'accord ?

4. Recherche par groupe (25 min.)

Les élèves cherchent en groupe, l'enseignante renvoie systématiquement les questions d'un élève aux élèves de son groupe. Lorsque les élèves sont bloqués, elle leur propose de commencer leur découpage par un carré de côté 3x3 ou 4x4 (selon les solutions déjà trouvées).

Enseignante : (Aparté) Tu as deux solutions là, bravo ! (...) 5 6 7 8 9 ça c'est une solution oui faut 6 cm (...)

Enseignante : Des bandes. Est-ce que ça marche des bandes ? Est-ce que l'on veut partager en bandes ?

Élève : des carrés.

Enseignante : des carrés. Allez-y essayez peut-être avec un carré heu avec un grand carré comme ça (dessine sur la feuille).

5. Suite de la recherche par groupe et préparation de la mise en commun (8 min.)

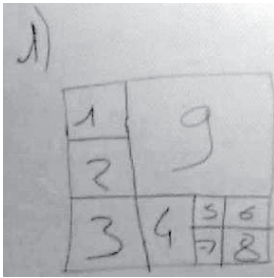
L'enseignante demande à deux élèves, qu'elle a repérés comme ayant trouvé toutes les solutions, de dessiner leurs solutions sur Geogebra¹¹ pendant que les autres élèves continuent de chercher. Geogebra ne fonctionnant pas, elle leur demande de dessiner leurs solutions au tableau, comme illustré à la page suivante. (les autres élèves continuent de chercher).

6. Mise en commun (env. 6 min.30)

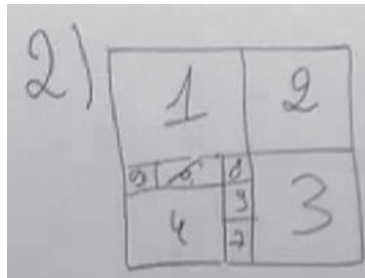
Au début de la mise en commun un élève s'exclame : « c'est pas des carrés ! »

Le traitement par l'enseignante de cette remarque oriente la suite de la mise en commun : elle demande d'indiquer les cotes sur les dessins proposés et de les décrire.

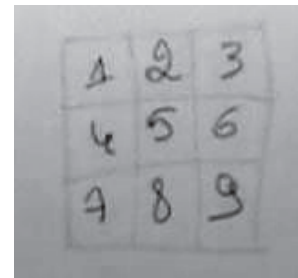
¹¹ Geogebra est un logiciel de géométrie dynamique (se référer à l'article de Coutat dans ce même numéro).



Solution au tableau 1



Solution au tableau 2



Solution au tableau 3

Enseignante : Alors Maël qu'est ce que tu veux dire ?

Maël : Ce n'est pas des carrés.

Élèves : Non, c'est pas des carrés, c'est des rectangles.

Enseignante : Alors tu parles de quelles solutions là, Maël ?

Maël : Des 3.

Enseignante : Des 3 ! Faut pas exagérer.

Enseignante : Si on commence par la troisième, est ce que quelqu'un - on va faire ça dans ce sens-là - est ce que quelqu'un n'est pas d'accord avec la troisième solution ? Alors en fait, quand c'est en vraie grandeur il s'agit de carrés qui ont quel nombre de centimètres comme côtés, il faut le préciser pour voir qu'ils sont bien entiers. Quentin ?

Quentin : 2 cm

Enseignante : 2 cm ? Tu vas l'écrire au tableau s'il te plaît !

La fin de la mise en commun se termine par les remarques suivantes :

Enseignante : Bon alors est ce que quelqu'un a un commentaire pour une de ces 3 solutions ?

Théry lève la main.

Enseignante : Bon, alors Théry puis Killian.
Sonnerie

Enseignante : Aie, j'espère qu'il n'y a pas d'autres solutions.

Théry : Si on additionne l'aire de tous les carrés ça fait 36.

Killian : C'est pas un carré là-bas, c'est un rectangle.

Océane : Mais non, mais c'est parce ce qu'il

n'y a pas de quadrillage.

Enseignante : C'est des schémas, c'est pas en vraies grandeurs. Vous pouvez ranger vos affaires.

COMMENTAIRES DE L'ENSEIGNANTE

Les commentaires de l'enseignante ci-dessous mettent en évidence un accent sur des objectifs transversaux : autonomie des élèves, communication, esprit critique et d'initiative.

« En général, je me bagarre toujours pour qu'ils réfléchissent, qu'ils soient actifs et engagés et non passifs, attendant toutes les réponses de moi sans effort, comme devant la télé ! J'essaie de faire en sorte qu'ils résolvent leurs questions et leurs problèmes au maximum tous seuls ou entre camarades pour développer leur autonomie, leur esprit d'initiative, leur esprit critique, leur capacité de réflexion et aussi pour me libérer et ainsi traiter les problèmes de compréhension plus aigus et mener le débat dans la classe. Donc je ne réponds pas à la plupart des questions.

Dans la phase individuelle, j'ai répondu à leurs sollicitations en leur demandant de relire plusieurs fois l'énoncé et de réfléchir précisément à ce qui leur pose problème afin qu'ils soient capables de poser des questions claires pendant la deuxième phase (quand on commente l'énoncé, entre l'individuel et le collectif).

Dans la phase en groupe, j'ai renvoyé systématiquement chaque question aux camarades du groupe. Je n'ai répondu qu'ensuite si cela ne suffisait pas.

Certains partages proposés comportaient des rectangles.

Quand ils avaient trouvé une solution, je m'assurais qu'elle était partagée par tout le groupe puis je leur demandais de m'expliquer.

Quand il était nécessaire d'aider un groupe, je leur donnais l'idée de chercher un partage avec un carré de 4 cm de côté ou 3 cm.

J'ai choisi de demander à Océane et Théry de noter leurs dessins au tableau avant de commencer la mise en commun car ils avaient trouvé, bien compris et dessiné les trois solutions avant les autres groupes. Je leur ai donc demandé de présenter leurs solutions sur Geogebra pour qu'ils utilisent le logiciel mais le réseau fonctionnait mal ce jour-là et je me suis rabattue sur le tableau. Ils ont pris l'initiative de faire des schémas à main levée.

J'essaye d'entraîner les élèves à communiquer de façon compréhensible leurs productions par différents moyens, et à discuter et commenter les solutions présentées par les autres.»

DISCUSSION DE LA RÉALISATION OBSERVÉE ET ALTERNATIVES POTENTIELLES

Lors des sessions de formation, si les enseignants présents ont repéré les objectifs transversaux, ils ont en général estimé que ceux-ci n'étaient pas suffisants et que le problème devait être mené à son terme du point de vue mathématique. En outre, ils ont été surpris que dans la leçon filmée, l'enseignante n'ait pas demandé aux élèves la manière dont ils ont obtenu les résultats. Imaginant des déroulements dans leurs classes, ils étaient d'avis que le temps de recherche individuel aurait pu être plus long. La discussion a également porté sur la possibilité de démontrer qu'il n'y a pas plus de 3 solutions. Pour ce faire, l'approche numérique semble à portée des élèves de niveau 3 du PER (le plus élevé), mais comme l'approche géométrique est suggérée par l'énoncé, l'intervention de l'enseignant paraît nécessaire pour guider les élèves vers le cadre numérique. Une relance possible pourrait être :

Camille a trouvé une solution avec deux carrés de côté 3, quatre carrés de côté 2 et trois carrés de côté 1 ; Jean-Luc a trouvé une solution avec un carré de côté 5, 1 carré de côté 4 et sept carrés de côté 1.

Une autre possibilité serait de demander aux élèves d'explicitier les démarches qui les ont conduits à trouver les solutions. On peut faire l'hypothèse que des formulations du type « un carré de 4x4, 4 carrés de 2x2 et 4 carrés de 1x1 », avec médiation de l'enseignant peuvent initier une réflexion d'ordre numérique. De l'avis général des enseignants de 9ème année, deux séances de 45 minutes sont nécessaires.

CONCLUSION

En conclusion, de l'avis des participants aux séances de formation, le problème RS1 peut être proposé, en une leçon de 45 minutes, à différents types d'élèves, en tout cas en ce qui concerne la recherche des trois solutions, avec une perspective d'initiation à la recherche. La preuve de l'exhaustivité semble pouvoir être travaillée avec des élèves avancés, si l'on accepte d'y consacrer deux heures.

Du point de vue de la formation continue des enseignants, l'étude du problème choisi et d'un choix de déroulement a fourni des éléments favorisant la discussion des objectifs spécifiques aux mathématiques du thème « Recherche et Stratégies » en lien avec les options prises par l'enseignant : durée de la recherche individuelle, types de relance, organisation de la mise en commun, types de formulation demandées, etc.

Lors des séances, il a aussi été mis en évidence que loin d'être circonscrits à un seul chapitre, les objectifs concernés se retrouvent aussi dans les problèmes d'autres chapitres du livre de 9ème année.

Cependant, même si le PER insiste sur ce type d'objectifs, la question du temps à prendre pour de telles activités et celle de leur évaluation reste encore très ouverte, ce qui constitue un obstacle important. Dès lors, on peut se demander comment ce nouveau thème « Recherche et Stratégies » sera réellement investi dans l'enseignement.

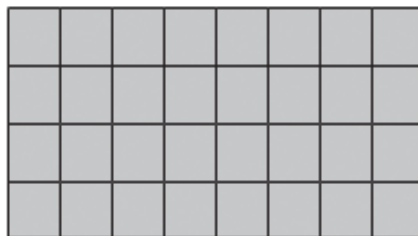
Quand au problème RS1, nous sommes vivement intéressés à prendre connaissance des observations et commentaires provenant des enseignants l'ayant proposé à leur élève. Ils peuvent nous les communiquer via la rédaction de Math-Ecole (mathecole@ssrdm.ch)

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

MOUSSE AU CHOCOLAT (CAT. 4, 5, 6)

Doris, Françoise et Ben ont besoin de 150 grammes de chocolat pour préparer chacun une mousse au chocolat.

Chacun prend une tablette de chocolat de 200 grammes comme celle-ci et décide de la couper en suivant ses lignes.



- Doris coupe sa tablette en trois parties dont l'une est un rectangle de 150 grammes.
- Françoise coupe sa tablette en deux parties seulement, dont l'une est aussi un rectangle de 150 grammes.
- Ben coupe aussi sa tablette en deux parties dont l'une est aussi un rectangle de 150 grammes, mais plus long que ceux de Doris et de Françoise.

Dessinez un rectangle comme celui de Doris, un rectangle comme celui de Françoise et un rectangle comme celui de Ben, en suivant les lignes de leur tablette
Faites trois dessins différents.

Expliquez pourquoi chacun de ces rectangles pèse 150 grammes.

©ARMT.2009