les nombres en couleurs

Mai 1963 **8**

Bulletin Cuisenaire

PARAIT 5 FOIS PAR AN · ABONNEMENT : F. 3.— · CHEQUES POSTAUX I 16 713, GENEVE

REDACTEUR: S. ROLLER, ECOLE DU MAIL, GENEVE, 5, RUE DU VILLAGE SUISSE. TEL. (022) 24 79 60

L'AVIS DU PROFESSEUR Z. P. DIENES

(Département de psychologie de l'université d'Adélaïde · Australie)

SUR LES MATERIELS STRUCTURES

Pour augmenter le nombre des personnes formées en mathématiques, il semble nécessaire que les enfants moyennement doués puissent, sous une forme ou une autre, participer personnellement et activement à des expériences réelles. La possibilité de telles expériences est fournie par les matériels structurés. *Or il est clair que dès que nous dépassons les simples concepts des nombres naturels et les quatre opérations de base limitées aux petits nombres, il n'existe plus d'expériences réelles qui correspondent aux structures précises que les enfants doivent apprendre. Ainsi les enfants qui auraient besoin de telles expériences pour pouvoir saisir des structures sous-jacentes ne les rencontrent généralement pas. Ce qui signifie qu'ils devront s'engager dans la voie de l'apprentissage des routines qui mène inévitablement à un point de saturation suivi d'un blocage dans l'apprentissage des mathématiques. Si nous voulons que ces enfant basent leur apprentissage sur de l'expérience directe, nous devons leur procurer de telles expériences d'une façon artificielle,*

A NOS LECTEURS

Le numéro 8 des « Nombres en Couleurs » vous parvient avec un mois d'avance pour des raisons qui dépendent de la rédaction de « L'Ecole Valaisanne » dont nous sommes les hôtes.

Nous saisissons cette occasion pour dire au rédacteur de cette revue, Monsieur Eugène Claret, notre reconnaissance pour la compétence et le dévouement qu'il met à assurer la publication de notre bulletin. Le numéro 9 paraîtra en septembre.

puisqu'elles n'existent pas « naturellement ». Nous possédons aujourd'hui des données concernant le résultat de telles expériences artificielles, et on peut dire que des matériels comme le M A B (construit par Dienes) et ceux de Cuisenaire, de Stern ou de Montessori accélèrent le processus de l'apprentissage. Grâce à eux un apprentissage précoce des structures mathématiques est rendu possible, alors que, jusqu'à maintenant, ce dernier n'était concevable que pendant les dernières années des études et pour les groupes d'intelligence supérieure. Les différents matériels disponibles ont des avantages et des désavantages variés, sur lesquels nous ne voulons pas insister ici, mais tous jouissent de l'avantage mentionné ci-dessus: à savoir qu'il rendent possible l'apprentissage de certains concepts à un plus grand nombre d'enfants.

TRAVAIL COLLECTIF OU TRAVAIL PAR GROUPES... ?

L'article de Madeleine Goutard « *Le problème des classes non homogènes* » nous incite à repenser le travail avec les NC. Faut-il travailler collectivement ou par groupes ? Existe-t-il d'autres modes de faire ?

Il n'est guère possible — et c'est heureux — de donner une réponse catégorique. Ici, comme dans la plupart des cas, le maître doit demeurer seul juge. Son tempérament, les conditions de travail (effectif, cadre, mobilier, installation) et l'esprit de l'école seront autant d'éléments intervenant dans le choix que le maître devra opérer.

Que le maître ne craigne pas d'expérimenter plusieurs méthodes de travail et qu'il ne cesse jamais d'adapter ces dernières aux besoins de ses élèves. Ce sont eux qui doivent déterminer les choix, toujours temporaires, variant avec les « volées ».

Voici différentes manières de travailler:

— 1. A) — Travail collectif non différencié, l'ensemble de la classe faisant la même chose.

— B) — Travail collectif différencié, avec travail approprié aux divers groupes.

— 2. A) — Travail par groupes non différenciés et constitués d'après le degré ou l'âge.

— B) — Travail par groupes différenciés constitués d'après les capacités de l'enfant.

— 3. — Travail par équipes, travail individualisé.

1. A) — TRAVAIL COLLECTIF NON DIFFERENCIE

Le travail qui consiste à faire faire à *tous* les enfants d'une classe le même ouvrage en même temps est fondamentalement faux. En effet, que les élèves soient tous des enfants Cuisenaire ou qu'ils ne le soient que partiellement, l'homogénéité de la classe ne sera qu'un artifice acheté au prix du ralentissement des meilleurs et de la non-compréhension des peu doués. On n'échappe donc pas au décalage de niveau, décalage qui peut même s'accentuer quand les enfants sont accoutumés à un travail très créateur.

B) — TRAVAIL COLLECTIF DIFFERENCIE

« ... faire travailler tout le monde ensemble à partir d'une même situation qui, par la suite, sera exploitée différemment selon le degré de capacité des élèves » nous propose Madeleine Goutard dans son récent article.

Cette situation réclame du maître une compréhension très grande à l'égard de chacun de ses élèves, offre les possibilités d'une vraie progression tout en permettant un gain de temps dans le travail (comparativement au travail par groupes).

2. — TRAVAIL PAR GROUPES NON DIFFERENCIES OU DIFFERENCIES

Travailler par groupes, c'est-à-dire avec un nombre plus restreint d'enfants, peut procurer un avantage psychologique et éducatif dans la mesure où le partage des enfants est fait avec bon sens. Les groupes, notamment, ne doivent pas être l'occasion de travailler collectivement sous l'apparence du travail individualisé. Dans une classe à plusieurs degrés, on n'hésitera pas à grouper des enfants de deux degrés différents, pour autant que leurs capacités soient semblables. Remarquons que ces groupes ne doivent pas être définitivement clos pour que subsiste une certaine émulation.

3. — TRAVAIL PAR EQUIPES OU TRAVAIL INDIVIDUEL

Ce travail n'aura qu'un caractère occasionnel. Les équipes seront constituées selon les besoins du moment. Elles permettront de développer le côté social des Nombres en Couleurs. En effet, on peut demander à un élève fort de faire travailler un camarade en difficulté. Certaines expériences ou recherches peuvent être conduites par petits groupes. Finalement, la maîtresse — ou un élève — peut travailler avec un enfant seul, pour combler certains retards dus, par exemple, à la maladie.

Dans un prochain article, je m'efforcerai de dire en quoi le travail par groupes différenciés m'a semblé, jusqu'à ce jour, extrêmement fructueux, tout en n'ignorant pas ses difficultés.

Je serai, d'autre part, très heureuse de connaître les expériences de nos lecteurs quant à l'organisation de leur travail; je recevrai leurs communications avec un réel plaisir.

Ev. Exc.

ALLIAGES

Les explications au sujet des alliages étant données, et l'élève sachant qu'un titre de 0,700 signifie que cet alliage contient 700 parties d'or pur et 300 parties de cuivre sur 1000 parties, on peut passer aux problèmes.

PROBLEME

Un bijoutier fond ensemble un lingot de 3 kg. au titre de 0,800 avec un autre lingot de 2 kg. à 0,300. Quel est le titre du nouveau lingot ainsi obtenu ?

On convient d'abord que la Ro représente 1 kg.

Posons devant nous le premier lingot: 3 Ro, et le deuxième lingot: 2 Ro.

Nous devons retrouver 5 Ro (5 kg.) à la fin des opérations.

Séparons maintenant l'or pur du cuivre dans chacun des lingots.

Dans le *premier*, chaque Ro sera remplacée par une Rm et une Rr (0,800 = 8 parties d'or pour 2 de cuivre). Il sera formé ainsi de 3 Rm (3 fois 800 g. d'or pur) et de 3 Rr (3 fois 200 g. de cuivre).

Dans le *deuxième*, chaque Ro sera remplacé par une Rv et une Rn (0,300 = 3 parties d'or pur pour 7 de cuivre).

Il sera ainsi formé de 2 Rv (2 fois 300 g. d'or pur) et de 2 Rn (2 fois 700 g. de cuivre).

Puisque les 2 lingots doivent être fondus ensemble, on doit arriver à une répartition égale (moyenne) de l'or qu'ils contiennent.

Additionnons les 3 Rm (or pur du premier lingot) et les 2 Rv (or pur du deuxième lingot) que nous poserons bout à bout et remplacerons ensuite par 5 R semblables f.

De même avec le cuivre 3 Rr (cuivre du premier lingot) et 2 Rn (cuivre du deuxième lingot) que nous poserons bout à bout et remplacerons par 5 Rc (moyenne du cuivre).

Reformons maintenant les 5 kg. du nouvel alliage avec une Rf et une Rc par kg. Nous avons donc un alliage de 0,600.

On peut aussi procéder d'une autre manière en mettant directement en relation l'or des cinq lingots (3 Rm + 2 Rv) avec le poids total de 5 kg. représenté par 5 Ro.

Sur ces 5 Ro placées côte à côte posons, côte à côte aussi, les 3 Rm. A leur extrémité apparaît un vide que combleront les 2 Rv.

On voit alors que l'or représente les 3 cinquièmes du tout, ou les 6 dixièmes, ou encore les 600 millièmes.

La démonstration ne « joue » pas avec n'importe quel mélange, mais réussit parfaitement avec:

3 kg. à 0,800 et 1 kg. de cuivre
3 kg. à 0,800 et 3 kg. de cuivre
3 kg. à 0,900 et 2 kg. à 0,400
4 kg. à 0,500 et 1 kg. de cuivre
4 kg. à 0,800 et 2 kg. à 0,200
4 kg. à 0,700 et 1 kg. à 0,200
etc.

Par analogie, on pourrait faire aussi d'autres mélanges.

Marcel JAQUET, *instituteur*
La Chaux-de-Fonds

MELANGES

Considérons des mélanges simples faits de deux parties: la partie noble (N) et la partie vile (V); ces deux parties, mêlées, constituant le mélange proprement dit (M).

Avec les réglettes, on pourra illustrer ainsi de tels résultats:

soit un mélange au taux 5/6

une Rf représentant le mélange M.

Au-dessus de cette R, alignée sur la gauche de la Rf, une Rj représentant la partie noble N.

Au-desssous de la Rf, alignée sur son extrémité droite, une Rb représentant la partie vile V.

REALISONS QUELQUES MELANGES

1. Les quantités M sont identiques; les rapports N/M varient: Etablir le nouveau taux.

M1, taux 3/4
M2, taux 5/8
M3, taux ?

Avec les R:

M1: Rv (N), Rc (M), Rb (V)
ou Rf (N), *Rm* (M), Rr (V)
M2: Rj (N), *Rm* (M), Rv (V)
M3: Rf + Rj (N), 2 Rm (M), Rb + Rv (V)

Rapport N/M: f+j / 2m = 11/16

2. Les quantités M varient; les rapports N/M sont identiques:

M1, taux 1/3, vaut 1
M2, taux 1/3, vaut 2
M3, taux ?, vaudra 3

Avec les R:

M1: b (N), v (M), r (V)
\+ M2: r (N), f (M), c (V)
M3: v (N), a (M), f (V)
Taux: N/M = v/a = *1/3*

En effet, mélangeant des quantités de même taux, on ne peut trouver que le même taux; la teneur en partie noble n'a pas changé.

3. Les quantités M varient; les rapports N/M varient aussi; quel est le nouveau taux ?

M1, taux 2/3, vaut 2
M2, taux 4/5, vaut 3
M3, taux ?, vaudra 5

Avec les R:

— 1 unité de M1:

$2/3 = r/v$, ou c/f, ou $m/o+r$, ou... $o/o+j = \mathit{10/15}$

2 unités de M1:

$o/o+j + o/o+j = 2o/2 \times (o+j) = \mathit{20/30}$

— 1 unité de M2:

$4/5 = c/j$, ou... $o+r/o+j = \mathit{12/15}$

3 unités de M2:

$3 \times (o+r) / 3 \times (o+j) = \mathit{36/45}$

M3

$2o/2 \times (o+j) + 3 \times (o+r) / 3 \times (o+j) =$

$5o+3r / 5o+5j = \mathit{56/75}$

AUTRES PROBLEMES

Comment, étant donné un certain mélange dont le taux est connu, composer un nouveau mélange dont le taux est donné lui aussi ?

A. Le taux du M2 (à composer) est *plus fort* que celui du mélange M1 (la partie N est, dans M2, plus importante que dans M1).

Comment, partir d'un mélange de taux 2/3, obtenir un nouveau mélange de taux 3/4 ?

Remarque: Une fois qu'on a constaté que le taux du nouveau mélange est *plus élevé* que celui du mélange de départ, il faut bien réaliser ce qui est pratiquement possible.

Eliminons d'abord un premier procédé qui, s'il est théoriquement réalisable, ne l'est pas pratiquement, à savoir qu'il ne saurait être question de diminuer la quantité de matière vile contenue dans le M1. La seule manière pratique de procéder consiste, la quantité initiale de matière vile demeurant constante, à *ajouter* au M1 une certaine quantité de matière *noble.*

Réalisons, avec les R, le M1:

N	r
M1	v
V	b

Réalisons maintenant le M2 à partir du V, inchangé, de M1 représenté par b: b représente le 1/4 du M2

M2 vaudra c

Dès lors N de M2 vaudra v.

Comparons N de M1 et de M2:

M1	r
M2	v
Différence	+ b

Cette augmentation, en matière noble, représente le 1/3 de M1.

Vérification:

	N	M	V	Taux
M1	r	v	b	2/3
+	b			
M2	v	c	b	3/4

CALCULS

1. La matière vile de M1 représentant la quart de M2, que vaut M2 par rapport à M1 ?

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{4}{3} \qquad \text{M2 vaut les } \frac{4}{3} \text{ de M1}$$

2. Que vaut, par rapport à M1, la partie noble de M2 ?

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

La partie noble de M2 est égale à M1.

3. De combien faut-il augmenter la partie noble de M1 pour obtenir la partie noble de M2 ?

	N de M2	1
—	N de M1	2/3
	Différence	1/3

Il faut donc ajouter à M1 un tiers de sa valeur en partie noble pour obtenir un M2 de taux 3/4.

B. Problème inverse du problème A. Le taux de M2 est *plus faible* que celui de M1.

Comment opérer sur M1 pour obtenir M2 ?
Comment, ainsi, à partir d'un M1 de taux 3/4, obtenir un mélange de taux 2/3 ?
Pratiquement une seule manière de procéder: ajouter à M1 une certaine quantité de matière vile; et cette quantité représentera quelle fraction de M1 ?

M1 réalisé avec les R:	N	v
	M1	c
	V	b

N demeure constant
v (qui représente ce N constant) sera les deux tiers de M2.

v ne pouvant être partagé en deux parts égales, transformons le dispositif en le doublant (sans modifier le rapport):

$$\begin{array}{llcl} N & v \times 2 & = & f \\ M1 & c \times 2 & = & m \\ V & b \times 2 & = & r \end{array}$$

N de M1 (représenté par f) étant les deux tiers de M2, M2 vaudra trois fois la moitié de f, soit a.
M2 se présente dès lors ainsi:

N	f
M2	a
V	v

V de M1 ayant été représenté par r, il faut donc lui ajouter b (qui représente le huitième de M1).

Vérification:

	N	M	V	Taux
M1	f	m	r	3/4
+			b	
M2	f	a	v	2/3

CALCULS

1. La matière noble de M1 (constante) représentant les deux tiers de M2, que vaut M2 par rapport à M1 ?

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{8}$$

2. La partie vile de M2 valant le tiers de M2 que vaut cette partie par rapport à M1 ?

$$\frac{9}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

1. De combien faut-il augmenter la partie vile de M1 pour obtenir la partie vile de M2 ?

	V de M2	3/8
—	V de M1	2/8
	Différence	1/8

Il faut donc ajouter à M1 le huitième de sa valeur en matière vile pour obtenir un M2 de taux 2/3.

S. R.