

160

# MATH E C O L E



Nombres  
croisés



Situations  
mathématiques



Mathématiques  
à l'Ecole Steiner



# Informations

## 46ème rencontre internationale de la C.I.E.A.E.M

Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques

La CIEAEM a le plaisir de vous annoncer qu'elle tiendra sa prochaine rencontre à Toulouse (France) du 10 au 16 juillet 1994.

### Organisation:

La 46ème rencontre aura lieu à l'Université Paul Sabatier de Toulouse.

Le coût global du séjour (inscription, logement, petit déjeuner, déjeuner, dîner, actes de la rencontre et excursion) est évalué à 2000 FF.

Les langues de travail seront le français et l'anglais.

### Thème de la rencontre: *Représentations graphique et symbolique de la maternelle à l'Université*

#### Sous-thèmes:

1. *Représentation graphique*
  - en géométrie
  - dans d'autres domaines (analyse, algèbre, statistique, ...)
  - dans les activités mathématiques (preuves, résolution de problèmes)
2. *Représentation graphique, symbolique et nouvelles technologies (calculatrices, ordinateur, ...)*
3. *Représentation graphique et symbolique dans les autres disciplines (technologie, physique, chimie, biologie, ...)*
4. *Représentation graphique, symbolique et représentations mentales*
5. *Représentation graphique et symbolique: aspect culturel et historique*
6. *Fonctionnement des représentations graphique et symbolique dans l'activité d'enseignement*

Si vous souhaitez recevoir la deuxième annonce de la rencontre de la CIEAEM 1994, veuillez compléter ce formulaire et l'envoyer le plus tôt possible à:

André ANTIBI (CIEAEM) - I.R.E.M - Université Paul Sabatier  
118, route de Narbonne - F. 31062 TOULOUSE (Cedex)  
Fax: 0033 61 55 82 68 Tél: 0033 61 55 68 83

Nom: \_\_\_\_\_ Prénom: \_\_\_\_\_

Adresse: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Je m'intéresse au sous-thème: \_\_\_\_\_

Je voudrais présenter une communication sur: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Dans le cadre de la FOIRE AUX IDÉES (dont le but est d'intensifier les échanges entre les participants) je voudrais présenter une activité didactique sur: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Signature: \_\_\_\_\_

## Adresse

Rédaction de "Math-Ecole"  
Case postale 54  
CH - 2007 Neuchâtel 7

## Administration

Institut romand de Recherches  
et de Documentation Pédagogiques  
Fbg de l'Hôpital 43  
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54  
Tél. (038) 24 41 91  
Fax (038) 25 99 47

## Fondateur

Samuel Roller

## Rédacteur responsable

François Jaquet

## Comité de rédaction

Michel Brêchet  
Irène Bartholdi  
Jacques-André Calame  
Michel Chastellain  
Roger Délez  
Nicole Gremaud  
Serge Lugon  
Yvan Michlig  
Frédéric Oberson  
Luc-Olivier Pochon  
Chantal Richter  
Richard Schubauer  
Janine Worpe

**Abonnement annuel** (5 numéros)  
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-  
CCP 12-4983-8

## Imprimerie

Florina, rue de la Lombardie 4  
CH - 1950 Sion  
Tél. (027) 22 14 60

## Couverture

E.I.P. œuvre d'Angel Duarte  
Acier inox, polyester, 1972-73  
Bourgeoisie de Sion,  
école de *La Blancherie*  
Graphisme: François Bernasconi

# Sommaire

## EDITORIAL:

### Perdre du temps pour en gagner

François Jaquet

2

### Nombres croisés: une mine d'or!

Jacques-André Calame

3

### Situations mathématiques exploitables dans nos classes

Michel Brêchet

8

### L'introduction de l'enseignement des mathématiques à l'École Steiner

Maurice Le Guerrannic

11

### Masterball

Patrick Romailier

20

### Billet d'humeur: Echecs et maths!

François Jaquet

23

### Réponses aux problèmes

27

### La revue des revues

31

# Editorial

---

## Perdre du temps pour en gagner

C'était le thème d'un des groupes de travail du récent colloque romand *Mathématiques 93*. Simple boutade ou expression d'un besoin essentiel pour notre enseignement des mathématiques? La question n'est pas innocente. Voyons plutôt:

Passer des heures à rechercher des régularités et des lois dans une table de multiplication prend évidemment plus de temps que d'apprendre les livrets par cœur.

Faire inventer à chacun son «truc» personnel pour additionner deux fractions entraîne de coûteux essais qu'on pourrait éviter en donnant directement la règle classique.

Laisser l'élève colorier le pavage qu'il vient de réaliser, l'ornementer, l'étendre à toute sa page ou encore y accorder une part de rêve peut paraître inutile dès que les translations, rotations et symétries qui le caractérisent ont été mises en évidence.

Il en va ainsi de nombreuses séquences d'enseignement: on les ampute de l'essentiel pour aller plus vite aux conclusions ou synthèses, on en dissimule les finalités derrière des objectifs dont le seul mérite est d'être immédiatement mesurables, on ne leur accorde pas les temps nécessaires de maturation. La tentation et l'illusion sont fortes, de «faire le programme» plutôt que de «faire des mathématiques».

Ces réflexions peuvent être étendues aux activités de l'enseignant, dans le domaine de sa formation individuelle ou collective:

Lire la solution d'un problème dans le livre du maître ou l'obtenir d'un collègue rassure et économise des recherches personnelles, parfois longues et coûteuses mais combien révélatrices des richesses qu'il contient.

Dans la pratique du problème ouvert, renoncer à vivre la phase de confrontation des résultats évite les conflits et les doutes en imposant directement, à moindres frais, la «bonne» solution. Mais on occulte ainsi la finalité de l'activité qui est de justifier ses résultats par une argumentation rigoureuse.

Evaluer par des tests de type «juste-faux» des techniques opératoires est la pratique la plus courante, voire unique, d'attribuer les notes de mathématiques. C'est bien sûr plus rapide et plus confortable qu'une évaluation formative menant à la différenciation nécessaire, même si l'élève n'y trouve pas son compte.

Et la réflexion peut se poursuivre plus haut encore dans la séquence qui remonte de la classe à la définition des objectifs fondamentaux. Dans la course effrénée qui caractérise notre fin de siècle, il faut savoir s'accorder des moments de respiration pour redéfinir le pourquoi et le comment de notre action. En ce sens, le colloque romand *Mathématiques 93*, dont nous reparlerons largement dans nos colonnes, nous a montré l'importance de moments privilégiés où l'on prend le temps de remonter à l'essentiel comme, par exemple, aux fondements du débat scientifique, l'une des clés pour l'enseignement des mathématiques de demain.

François Jaquet

## Nombres croisés: une mine d'or!

(ou comment découvrir d'où les élèves vous parlent en mathématiques)

par Jacques-André CALAME et la 2CS12,  
Ecole secondaire régionale de Neuchâtel, Centre La Côte

### En guise d'introduction

Il y a plusieurs façons de commencer une nouvelle année, avec de nouveaux élèves. On peut «aligner en rang» les élèves et tester leurs connaissances en en fixant soi-même le seuil minimal digne de son propre intérêt.

On peut aussi ouvrir une discussion libre sur un sujet donné et noter les interventions des élèves.

Le démarche que nous proposons ici est encore différente: nous avons décidé, après avoir rempli par groupes de deux une grille de nombres croisés, tirée de ceux de 7<sup>e</sup> année, section pré-gymnasiale NE, de nous mettre à la place des acteurs, du metteur en scène et finalement des auteurs de la pièce ...

### ... dans un triple but:

- Pour les élèves, avec l'intention de créer librement une mini-banque de données sous forme de nombres croisés pour la classe.
- Toujours pour les élèves, avec l'intention de comparer entre elles les grilles confectionnées, en les échangeant d'une personne à l'autre et en examinant la pertinence et la clarté des définitions proposées.
- Pour le maître, en cherchant à observer le déroulement et le degré d'autonomie

et de satisfaction des élèves, en découvrant aussi, peu à peu, le niveau de connaissances de la classe sur quelques notions- clefs des nombres naturels.

**Pratiquement:** le déroulement des opérations était le suivant:

- 1 heure pour l'activité «Nombres croisés» du cours officiel!
- 1 heure pour débattre de ce qu'on appellera «confection d'un nombre croisé» (définition fermée:  $5^3$ , définition ouverte: puissance de 2);
- 1 heure - 2 heures pour confectionner (individuellement ou à deux) une grille à faire multicopier pour toute la classe;
- 1 heure - 2 heures pour jouer, tenter de résoudre les énigmes des camarades et modifier, le cas échéant, les définitions imprécises, ambiguës, voire erronées.

A noter que l'ensemble s'est déroulé sur trois semaines, en alternance avec des après-midi consacrés à la création de PAVAGES, dans le but de laisser le temps aux élèves de réfléchir chez eux aux définitions des nombres croisés et pour avoir deux types d'activités très différentes au cours de la semaine.

### Analyse de quelques grilles «confection maison»

Nous partageons ici avec le lecteur une petite partie des observations faites sur la base d'un échantillon de production d'élèves. Nous l'invitons, au passage, à tenter de

résoudre le nombre croisé avant de poursuivre sa lecture de l'article.

La première grille (de Frédéric) est proposée comme concours individuel à l'ensemble de la classe. La voici:

Grille n°1 (Frédéric)

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
A					■	■				
B			■					■		
C		■								■
D				■			■			
E	■					■				

- A.** 19593 : 3.  
Carré de 64 moins  $5 \cdot 7$ .
- B.** Multiple de 11.  
Nombre formé de tous les chiffres pairs.  
Carré parfait.
- C.** Carré parfait.  
Décimale de  $47 : 7$ .
- D.** Suite logique décroissante.  
Ses diviseurs, inférieurs à lui-même, sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18.  
3 fois le même chiffre.
- E.** La somme de ses chiffres est 10.  
Puissance de 2.
- F.** Une symétrie centrale ne le modifie pas.
- G.** Carré parfait moins sa racine.  
ppmc (8;9).
- H.** Puissance de 3.  
La somme de ses chiffres est 15.
- I.** Carré parfait plus 100.  
Carré parfait.
- J.** Nombre formé des 4 premiers chiffres.
- K.** Son dernier chiffre est la somme de ses 2 autres.
- L.** La somme de ses chiffres est 18.  
Puissance de 2.
- M.** Rien!  
Multiple de 25.
- N.** De 4 à 8 dans le désordre!
- O.** Multiple de 11.  
Multiple de 24 plus 10.

Pendant que les élèves se livrent avec fébrilité à de petits défis personnels... j'examine les énoncés de la grille proposée par Frédéric. Après avoir vérifié que les définitions proposées sont correctes et qu'ensemble, elles mènent à une double solution, je m'interroge:

- est-ce que je peux percevoir quelque chose des connaissances de Frédéric en mathématiques à partir de sa grille? Dit autrement: sa grille est-elle reflet, miroir pour l'enseignant que je suis?

Je remarque entre autres que:

- plusieurs notions mathématiques semblent bien comprises: «multiple de ..», «carré parfait», «diviseur de», «puissance»;
- il y a aussi des définitions intéressantes comme: «ses diviseurs, inférieurs à lui-même, sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 (ce qui laisse supposer que l'élève sait que 36 est diviseur de 36!), ou «nombre formé des 4 premiers chiffres» (ce sera 2 4 3 1), en cohérence avec «nombre formé de tous les chiffres pairs» (ce sera 8 2 4 6), qui montrent que 0 est exclu de la liste des chiffres pairs... mais qu'il apparaît par ailleurs dans la définition «rien»!

On pourrait multiplier des observations de ce genre. Nous laissons au lecteur le plaisir de comparer cette grille avec d'autres, fort différentes, qui comportent quelques ambiguïtés, des erreurs, et qui ont permis des discussions tout à fait intéressantes entre les élèves; ainsi, dans la grille n° 2, de Marie et Delphine (voir page 6), nous trouvons:

*4ème diviseur de 12*  
est-ce 4 ou plutôt 6?  
(quel est le statut de 1?)

*premier chiffre premier*  
est-ce 1, 2 ou 3?  
y a-t-il une différence entre chiffre premier et nombre premier?

*diviseur commun de (6;9)*  
avec deux chiffres, c'est impossible.  
Donc, ça doit être un multiple!

*nombre compris entre 122 et 124*  
peut faire sourire (c'est 123) ou poser des problèmes de limites (122 et 124 sont-ils compris entre 122 et 124?).

Or, le mot «compris» revient encore à deux reprises, ce qui a pour conséquence de creuser l'écart entre ceux qui ne se posent pas le problème et ceux qui sont donc trois fois dans l'incertitude!

A noter que la grille de Marie et Delphine est plus facile que celle de Frédéric, car plusieurs définitions sont fermées: «carré de 15»,  $\text{ppmc}(12 ; 15)$ ,  $3^2$ ,  $21^2$ , racine carrée de 2025,  $11 \times 10 \times 2$ ,  $30^2 + 12$ , nul,  $7 \times 8$ ,  $5^3$ .

Alors que chez Frédéric, la complexité est plus nette... avec des définitions comme: «suite **logique** décroissante», plusieurs «carrés parfaits», plusieurs fois «multiple de...» ou «puissances de...» qui offrent généralement une vaste gamme de candidats!

La grille n° 3, de Caroline et Gaëlle (voir page 6), quoique plus simple, a posé des questions pertinentes comme:

«nombre premier entre 2000 et 3000 ...»: on trouve 2 5 7 9 par croisement avec les définitions horizontales. Oui, mais est-on sûr que 2579 est premier? Comment en être sûr une fois qu'on a vérifié qu'il n'est pas divisible par 2, 3, 5, 9 ?

C'est alors l'occasion de découvrir, ou de redécouvrir, pourquoi la recherche s'opérera, jusqu'à concurrence de  $\sqrt{2579}$ , par divisions de 2579 par la suite des nombres premiers (et pourquoi pas par tous les naturels).

**Grille n° 2 (Marie et Delphine)**

	1	2	3	4	5	6
A						
B						
C						
D						
E						
F						

**Horizontalement:**

- A. Suite de chiffres
- B. Carré de 15 / ppmc de (12;15)
- C. Multiple de 5 / rien du tout / 4ème diviseur de 12
- D.  $3^2$  / premier chiffre premier
- E.  $21^2$  / puissance de 5
- F. Mon premier chiffre est la somme des deux autres / diviseur commun de (6;9)

**Verticalement:**

- 1. Nombre compris entre 122 et 124 / Racine carrée de 2025
- 2.  $11 \times 10 \times 2$  / Nombre compris entre 41 et 45 qui est premier
- 3. Nombre impair compris entre 33 et 39, qui n'est pas premier /  $30^2 + 12$
- 4. Carré parfait / nul
- 5.  $7 \times 8$  /  $5^3$
- 6. En additionnant ses chiffres, on obtient douze / multiple de neuf.

**Grille n° 3 (Caroline et Gaëlle)**

	E	F	G	H
A				
B				
C				
D				

**A vous de trouver !**

- A. Ses diviseurs sont 1, 2, 4, 373, 746.
- B. Son total vaut 11.
- C. Deux nombres premiers entre 10 et 40.
- D. Deux de ses chiffres ne valent pas grand'chose, mais les deux autres sont des diviseurs de 54.
- E. Deux dix de suite, c'est génial!
- F.  $16^2$
- G. Suite logique.
- H. Nombre premier entre 2000 et 3000.

Le nombre croisé confectionné par Jean (grille n° 4) mérite aussi que l'on s'y arrête. Pour deux raisons au moins:

- D'abord, il n'est pas fabriqué à la main, mais à la calculatrice: ainsi, la définition «7.434993742 au cube» a posé problème à tous ceux qui possèdent une calculatrice dont l'affichage comporte moins de dix chiffres! Même remarque pour le carré de 9.539392014. Et, plus intéressant encore, le carré de 9.539392014 donne 91 sur la calculatrice alors que le cube de 7.434993742 est décimal à l'affichage de la calculatrice: 410,99999. S'agit-il de 410 ou 411 puisque j'ai trois cases à disposition dans ma grille?

### Grille n° 4 (Jean)

	E	F	G	H
A				
B				
C				
D				

#### Définitions:

- A. Quand on aura vingt ans en l'an ...
- B. Un, deux, ... Carré de trois.
- C. Un œuf neuf!
- D. 32e nombre premier.
- E.  $3 \times 8 - 1$  / N'est pas un nombre naturel.
- F. 0 puis 7.434993742 au cube.
- G. Un rien. / Carré de 9.539392014.
- H. Très actuel!

- Ensuite, ce nombre croisé joue sur les mots, il est typiquement littéraire :

«Quand on aura vingt ans en l'an ...»  
«un œuf neuf!»  
«un rien»  
«très actuel»

La vitesse de croisière des élèves sur le fleuve de telles définitions oscille entre celle de la péniche lourdement chargée et celle du hors-bord de compétition.

#### Conclusions

Nous croyons fermement à ce genre d'activités, particulièrement en début d'année, pour les raisons suivantes:

- 1) le rôle des élèves et celui du maître sont différents mais peuvent aussi s'inverser à l'occasion;
- 2) les élèves ont très rapidement maîtrisé la situation de départ pour l'exploiter souvent assez à fond;
- 3) les interactions nécessaires et souhaitables entre tous nous ont permis de nous détendre et de faire mieux connaissance;
- 4) les élèves ont constaté qu'ils sont capables de créer, d'inventer des problèmes sur la base de leurs connaissances non négligeables en mathématique;
- 5) j'ai pris plaisir à leur faire constater que, une fois passées ces deux semaines à une telle activité, l'entraînement essentiel avait déjà été fait sur les notions sous-jacentes au thème proposé;
- 6) la suite du thème «Nombres naturels», en leçons plus traditionnelles ... s'est déroulée sans obstacles puisque les élèves avaient souvent été menés plus loin que les savoir-faire minimaux proposés par le plan d'études.

**Proposition finale:** Vous avez envie de créer des nombres croisés avec nous? N'hésitez pas ... la banque de données de la 2CS12 s'élargit au fil des semaines. Pour tous renseignements, le

038 / 31 40 22, interne J.A. Calame,

vous fournira X grilles de ses élèves contre X grilles des vôtres.

## Situations mathématiques exploitables dans nos classes

par Michel Bréchet, Ecole secondaire de Delémont

Le congrès annuel de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (SBPMef), qui s'est tenu à Ferrières au mois d'août dernier, s'est articulé autour du thème «Situations mathématiques exploitables dans nos classes». Durant trois jours, une trentaine d'ateliers ou d'exposés ont été proposés aux membres de cette société qui réunit, fait remarquable, des enseignants de niveau primaire, secondaire et universitaire. Dans les lignes qui suivent, vous découvrirez un aperçu de la conférence plénière de Claude Villers intitulée «Réflexions et propos divers sur les situations».

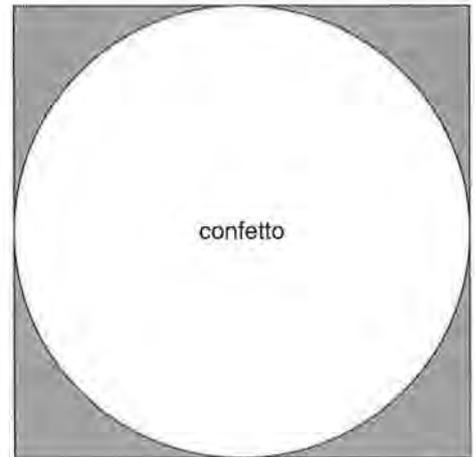
Le conférencier a passé en revue les différents aspects que peut revêtir une pédagogie qui privilégie les situations d'enseignement ouvertes par les remarques et les questions des élèves.

«La résolution de problèmes à été l'ossature de l'ensemble de la mathématique, depuis l'époque du papyrus Rhind. Selon moi, elle la constitue encore aujourd'hui». Cette réflexion de G. Polya touche le cœur même de la problématique. Du point de vue de l'apprentissage, un problème ouvert, c'est-à-dire un exercice qui exige un réel investissement de la part des élèves, est préférable à un exercice, qui est un problème qui sera résolu sans trop de difficultés. De plus, affirme l'orateur, si un problème ouvert peut naître à partir d'une situation vécue par la classe, il y a fort à parier que l'enthousiasme des élèves sera garanti.

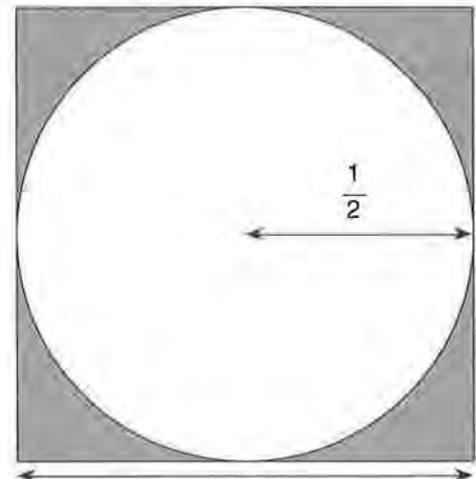
Ainsi cet exemple.

Carnaval se fête aussi bien en Belgique qu'en Suisse. Au lendemain des festivités, il n'est pas rare de voir quelques confettis joncher le sol de la salle de cours, pour le plus grand plaisir des élèves. Plutôt que de

tenir des propos désobligeants à l'encontre du personnel qui entretient l'école, M. Villers pose la question suivante aux élèves : «Jouer avec des confettis est très amusant, mais comment les fabriqueriez-vous?» Quelques minutes de recherches suffisent à un groupe d'élèves pour proposer de découper un confetto dans une feuille de papier carrée.



Immédiatement, la classe constate qu'il y a des pertes. Calculons ces pertes:

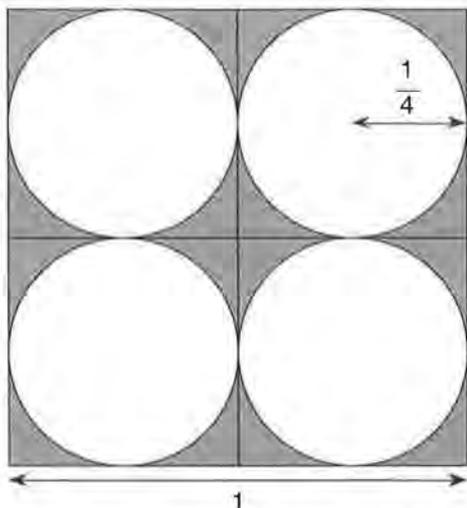


$$P_1 (\text{perte } 1) = 1 - \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4 - \pi}{4}$$

Un élève: «N'y aurait-il pas moyen de diminuer les pertes?»

Un autre élève: «En faisant des confettis plus petits.»

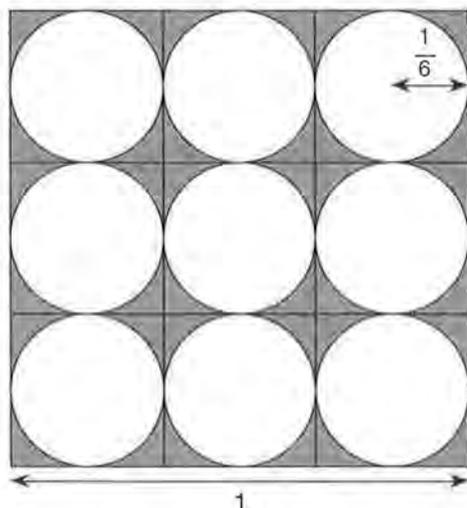
Par exemple:



$$P_2 = 1 - 4\pi\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{4\pi}{16} = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4 - \pi}{4}$$

Ah, bon! La perte est toujours la même.

«Et si les confettis étaient plus petits?»

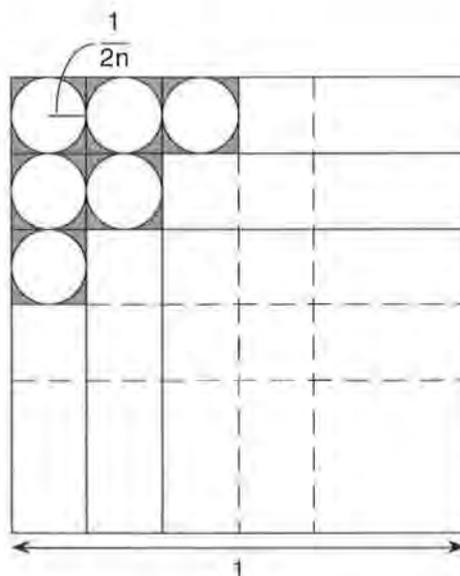


$$P_3 = 1 - 9\pi\left(\frac{1}{6}\right)^2 = 1 - \frac{9\pi}{36} = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4 - \pi}{4}$$

D'où la question d'un troisième élève : «La perte est-elle toujours la même ?»

On s'aperçoit ici de la démarche scientifique induite par ce problème ouvert. Des différents essais réalisés par les élèves est née une question à laquelle il convient maintenant de répondre. L'originalité et la force des mathématiques permettent bien sûr de montrer que la perte ne varie pas.

Apparaît alors le calcul littéral. En disposant  $n$  cercles sur un côté du carré, il y aura  $n^2$  cercles sur la feuille, et le rayon de chaque cercle sera égal à  $1/2n$ .



$$P_n = 1 - n^2\pi\left(\frac{1}{2n}\right)^2 = 1 - \frac{n^2\pi}{4n^2} = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4 - \pi}{4}$$

**Conclusion:** La perte est indépendante de la grandeur des confettis (à condition que la disposition de ceux-ci ne change pas).

Si le maître reste relativement discret lors des quelques premiers essais effectués par les élèves, son rôle est bien entendu plus important lors du traitement littéral du problème.

Cette activité a été réalisée avec des élèves de 14-15 ans. Elle est remarquable par le nombre de notions mathématiques qu'elle fait intervenir:

- mesure: aire du disque et du carré;
- géométrie: centre du cercle inscrit dans un carré, tangente;
- nombres: simplification de fractions, différence de fractions, carré d'une fraction;
- calcul littéral: fractions rationnelles;
- ... et la liste n'est pas exhaustive.

Comme ces notions figurent dans les plans d'études, cette activité peut parfaitement s'inscrire dans un cours de mathématiques. Au cours de cette conférence, d'autres situations ouvertes ont été commentées par M. Villers: il a notamment montré de quelles manières les remarques et questions des élèves peuvent faire avancer les recherches, même si parfois elle ne prennent pas la direction que le maître souhaiterait.

L'intérêt et l'enthousiasme que portent les élèves à cette pratique pédagogique incite le conférencier à poursuivre ses expériences afin de rendre les élèves «artisans de la construction de leurs savoirs».

### Patients échanges

Ce jeu se joue en solitaire, sur la «grille» de 17 cases que voici:

**Le but est d'échanger les positions des huit pions noirs contre celle des huit pions blancs.**

**Deux déplacements sont autorisés:**

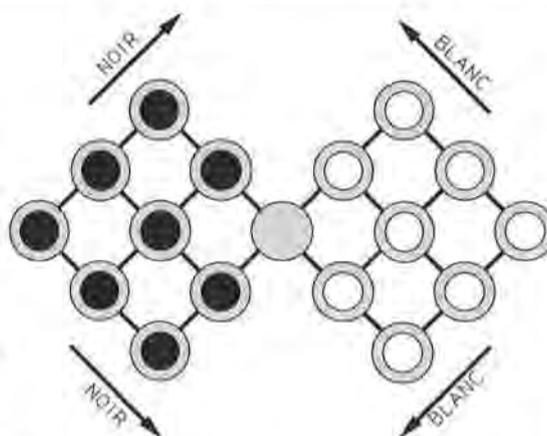
- a) glisser un pion voisin de la case libre sur celle-ci,
- b) faire sauter un pion sur la case libre par-dessus un de ses voisins.

**Les déplacements se font suivant les lignes et les directions permises: vers la gauche pour Blanc, vers la droite pour Noir.**

C'est élémentaire, mais il arrive qu'on reste bloqué! Par exemple, en choisissant au premier coup de faire sauter un pion par-dessus un autre, on provoque immédiatement un «bouchon».

**Il faut trouver une solution, en un minimum de coups, et être capable de la noter pour s'en souvenir et la transmettre.**

(La réalisation de ce jeu est simple. *Math-Ecole* en a trouvé une, du plus bel effet: un plateau de bois, de 8 x 13 cm, avec 17 trous dans lequel s'enfoncent des petites fiches noires et blanches. Bulletin de commande en page 3 de couverture.)



# L'introduction de l'enseignement des mathématiques

## à l'École Rudolf Steiner par Maurice Le Guerrannic

dernière contribution du groupe *Interdisciplinarité*, XIVe Forum suisse, Montreux 1993 (voir *Math-Ecole* n°156, 157 et 158)

Lors de la présentation au Forum de ce sujet, il s'est avéré nécessaire et souhaité de faire une introduction suffisamment complète de l'École Rudolf Steiner, de son origine et son mode de fonctionnement. De même, dans ce compte rendu nous donnons quelques éléments de base pour mieux cerner cette école et sa pédagogie.

La première école R. Steiner, die Freie Waldorf Schule, naît à Stuttgart en septembre 1919 sous la direction de Rudolf Steiner lui-même.

Elle est autorisée comme projet «Pilote» et est comprise comme expérimentale par les autorités publiques.

Très vite, elle a un succès retentissant puisque le nombre d'enfants et de professeurs est multiplié par quatre après cinq ans d'existence:

	Élèves	Enseignants	Classes
1919	191	12	8
1920	420	19	11
1921	540	30	15
1922	640	37	19
1923	687	39	21
1924	784	47	23

Malheureusement, les conditions économiques très difficiles de l'Allemagne des années vingt, puis le régime nazi (cette première école fut fermée par les nazis en 1938) empêchèrent l'essor du mouvement pédagogique et la création d'écoles en Allemagne. En Suisse, deux écoles s'ouvrent entre les deux guerres mondiales, à Bâle en 1926, et à Zurich en 1927.

C'est seulement après la deuxième Guerre Mondiale, mais sans la présence de Rudolf Steiner (1861-1925), que les écoles Waldorf ou R. Steiner, (les deux noms sont utilisés)

purent à nouveau s'ouvrir et se développer. Actuellement, le manque de ressources financières est le premier obstacle à leur développement, le deuxième obstacle est le manque de professeurs formés à cette pédagogie.

Pourtant, partout dans le monde, cette pédagogie répond à une demande très forte des parents.

On compte actuellement 550 écoles réparties dans le monde entier dont 37 en Suisse et plus de mille jardins d'enfants.

### Le cadre pédagogique

**1. Les jardins d'enfants** (de 4 à 6 ans) ne donnent aucun enseignement préscolaire, l'importance est donnée à la vie sociale du groupe. Les journées sont organisées dans un rythme régulier.

Une activité particulière donne la coloration de chaque jour. Ainsi, les jours de la semaine ont un contenu différent, soit:

- faire du pain ou des gâteaux,
- peindre,
- faire de l'eurythmie,
- modeler,
- filer de la laine ou bricoler.

Les activités qui reviennent chaque jour sont:

- des rondes en chantant (également en langue étrangère),
- le jeu libre,
- un conte raconté par la jardinière,
- des promenades.

### 2. De la 1ère à la 8e classe (de 6-7 à 14-15 ans)

Chaque classe a un professeur principal qui

reste le même autant que possible de la 1<sup>ère</sup> à la 8<sup>e</sup> classe. Il enseigne toutes les matières principales: mathématiques, français, histoire, géographie, les sciences. Il fait également de la musique avec la classe, de la peinture, du dessin et du modelage.

Des professeurs de branches le soutiennent et enseignent dès la 1<sup>ère</sup> classe:

- deux langues étrangères (L'anglais et l'allemand pour les francophones. D'autres langues ne sont pas exclues suivant les possibilités du corps enseignant.),
- les travaux manuels,
- la musique,
- l'eurythmie.

### 3. De la 9<sup>e</sup> à la 12<sup>e</sup> classe (de 15 à 18 ans)

Le professeur principal disparaît, toutes les matières sont maintenant enseignées par des professeurs spécialisés, un tuteur suit cependant la classe et est à l'écoute des problèmes de celle-ci. Il est là aussi pour organiser les sorties, les camps, les voyages et les stages professionnels.

### L'emploi du temps

Les matières comme le français, les mathématiques, l'histoire, l'anthropologie, les sciences naturelles, la physique, la chimie, l'astronomie et la géologie sont enseignées par périodes de quatre semaines, jour après jour dans le cours principal du matin qui dure en général 1 heure 45 minutes.

Trois périodes de mathématiques sont en général données dans l'année.

A partir de la 6<sup>e</sup> classe, il y a des cours de répétition chaque semaine en dehors des périodes, pour des matières comme le français et les mathématiques.

Les autres branches sont enseignées dans des cours de 45 minutes à 1 heure.

### Le plan scolaire

Il est conçu pour douze ans de scolarité. La fin de celle-ci ne donne pas lieu à un examen mais à un travail choisi par chaque étudiant intitulé «chef d'œuvre» et présenté à toute l'école.

Toute la scolarité se fait sans notes ni redoublement. Des contrôles d'acquisition sont cependant effectués et évalués régulièrement par les professeurs.

Les fêtes et les représentations artistiques ont une grande importance. Dès la 1<sup>e</sup> année, les enfants, par classe, se produisent sur scène chaque fin de trimestre devant les parents et amis de l'école. Ils chantent, récitent, jouent une saynète ou une pièce de théâtre, présentent des morceaux de musique ou des jeux aidant à l'acquisition des matières scolaires.

Le plan scolaire est utilisé par l'enseignant comme une référence qui l'oriente et le guide dans son travail. Mais chaque professeur est libre de développer sa façon d'enseigner, il conçoit lui-même ses cours et l'approche qui lui semble la meilleure pour le groupe d'enfants qui lui est confié. Il est particulièrement important pour les enfants d'avoir en face d'eux des enseignants libres, imaginatifs et créatifs. Il est entendu que cette liberté des enseignants doit être complétée d'autant par le sens de la responsabilité envers la tâche qui leur est confiée.

Une réunion hebdomadaire permet aux professeurs d'échanger et d'approfondir la pédagogie de ces écoles, ainsi que l'anthropologie qui donne une base anthropologique à celle-ci. Les enfants des différentes classes sont présentés à cette réunion ce qui permet de mieux les connaître. Les maîtres réunis en collège une fois par semaine dirigent l'école.

Cl.	Histoire Histoire	Sciences naturelles	Français	Mathématiques	Dessin de formes Géométrie	Langues étrangères	Peinture Dessin	Musique	Eurythmie	Trav. manuels Artisanat	Gymnastique	Jardinage Stages		
1.	Contes	Les hommes, les animaux et les plantes dans une ambiance de conte de fée	Introduction progressive des lettres à partir d'images	Compter et calculer avec des objets à l'aide de rythmes	Formes libres pour éduquer la perception des formes	Poésies, chants et jeux scéniques appris par l'imitation	Eveil à la couleur par des exercices de couleur	Chant et jeu de flûte (ou de lyre) pentatonique en groupe	Exercices pédagogiques Exercices de canne Sonorités Poésies La gamme majeure Petits morceaux Formes grammaticales Intervalles	Tricot, Couture, Crochet, Broderie appris à travers le rythme et la couleur Fabrication de poupées et d'animaux	Jeux en plein air	Travaux à la ferme		
2.	Fables Légendes		Ecriture de petits textes											
3.	Mythes des différents peuples et civilisations	Les travaux des hommes  Etude des animaux	Grammaire Syntaxe Ortho- graphe	Mesures et poids Unités de mesure	Entrelacs Formes géométriques à main levée	Exercices de prononciation	Dessin de formes	Introduction à d'autres instruments Expérience du majeur et du mineur Chants populaires	Petits morceaux Formes grammaticales Intervalles Ambiances: tristesse, joie, etc. Morceaux dramatiques Majeur / mineur La métrique	Rondes gymniques Jeux libres aux agrès Mobilité et vivacité	Construction			
4.			Correspondance commerciale Rédactions									Fractions ordinaires	Introduction à la grammaire Conversations simples	Peintures figuratives
5.	Tableaux des anciennes civilisations	Etude des plantes	Lectures d'œuvres littéraires	Fractions décimales										
6.	De l'An- tiquité aux grandes découvertes	Géologie et astronomie Géographie Physique et chimie	Représen- tation d'une œuvre théâtrale	Calculs des pourcentages et des intérêts Algèbre	Géométrie dans le cercle Planimétrie Stéréométrie Calculs de surfaces et de volumes	Lecture des premiers textes	Etude des couleurs Clair / obscur Perspec- tive	Orchestre de classe		Objets utilitaires simples taillés dans du bois Jouets en bois Objets articulés en bois Couture à la machine	Exercices aux agrès Maîtrise consciente du corps Athlétisme	Jardinage à la ferme, chez l'horticulteur et au jardin de l'école		
7.														
8.	Les temps modernes jusqu'à nos jours													
9.	Vue d'en- semble sur l'histoire de l'époque actuelle jusqu'aux anciennes civilisations	Approfondis- sment des études déjà abordées Cytologie Embryologie Minéralogie Technologie Informatique	Les grands thèmes de la littérature française	Equations du 2e degré Analyse combinatoire Logarithmes Analyse	Dessin technique Trigonométrie Géométrie projective et analytique	Exercice avancé de conversation et grammaire Lectures lyriques et dramatiques Littérature contemporaine	Etude de la composition Esquisses d'après nature en noir et blanc et en couleur	Oeuvres chorales Théorie musicale Chœur de l'école	Oeuvres musicales Lyrique Ballades	Modelage Sculpture sur pierre et sur bois Menuiserie Poterie Forge Tissage Reliure Fabrication de vêtements Cuisine	Le déroule- ment des exercices est étudié, exercé et exécuté consciemment  Divers jeux et sports	Stage forestier Stage d'arpentage Stage social Travail individuel de fin d'études (Chef- d'œuvre)		
10.														
11.			Histoire de la littérature française Littérature mondiale Représentations dramatiques										Techniques graphiques Créations artistiques libres	Orchestre de l'école
12.														

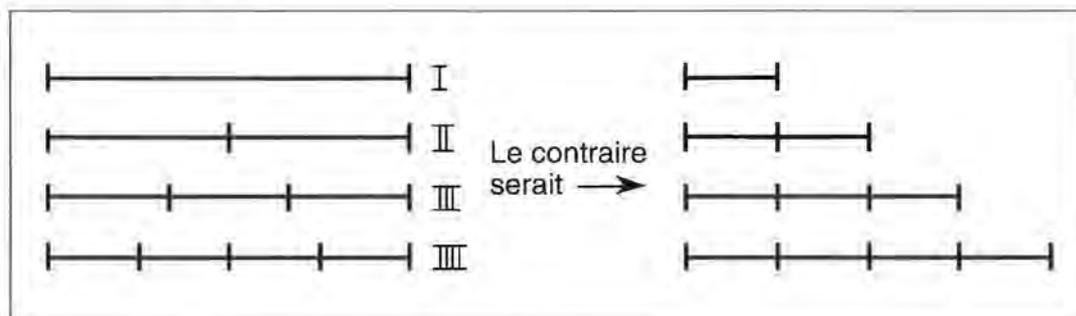
**En 1ère classe**

La toute première approche du calcul se fera à partir de cette constatation: chaque chose que nous percevons pour la première fois, nous apparaît dans son unité globale. En regardant une œuvre d'art pour la première fois, j'ai une impression générale indifférenciée. Cette première impression est ensuite suivie du désir d'observer plus précisément ses différentes parties pour m'en pénétrer et la comprendre davantage.

Nous partirons de l'unité par conséquent, pour voir ensuite comment cette unité peut se différencier. En faisant cela, nous pourrons dans le dialogue vivant avec les enfants, leur faire ressentir les qualités propres de l'unité devenant dualité, triade, etc.

Chaque nombre gardant son caractère d'unité complète, l'activité qui est demandée est par conséquent une activité analytique et non de synthèse. Cette approche sera respectée tout le long de la scolarité. L'activité de synthèse sera également pratiquée mais après l'introduction et une assimilation suffisante de la matière présentée.

Un schéma montrera facilement ce que nous voulons développer:



<sup>1</sup> Nous nous sommes limités dans cet article à l'arithmétique. L'approche de la géométrie aurait nécessité plusieurs pages supplémentaires, ce qui nous paraissait excessif.

1. On peut commencer en demandant à chaque enfant de se lever en disant «je suis une unité», et après une description du maître de ce qu'on peut comprendre comme unité (la classe est aussi une unité, un tout, l'école entière également, la famille, un pays et finalement le monde entier), les enfants pourront ensuite dessiner sur leur cahier:



**Le UN** romain est ainsi introduit.

Le cercle est aussi une parfaite unité.

2. **Le DEUX ou la dualité**, pourra être abordé en prenant le jour et la nuit. Le soleil et la lune compléteront cette dualité. Un dessin sur une même page les illustrera très bien. Le cours pourra continuer en faisant chercher toutes les dualités du monde:

- nous avons un regard, mais deux yeux (dans le sens que nous n'avons pas deux images l'une à côté de l'autre);
- nous entendons le monde avec nos deux oreilles;
- nous avons un nez mais deux narines;
- les êtres humains sont soit masculin, soit féminin;
- etc.

Nous pourrions aussi dessiner le signe du Tao:



3. **Le TROIS** peut être exprimé par la famille: le père, la mère et l'enfant ou la tête, le tronc et les membres de l'homme ou de la racine, les feuilles d'une plante, le triangle est aussi une parfaite image de trois.

4. **Le QUATRE.** Un très beau dessin des quatre saisons illustrera très bien l'unité de l'année en quatre parties.

Le travail continuera ainsi jusqu'à DIX.

Un poème<sup>1</sup>, récité et appris par toute la classe pourrait clore l'introduction des nombres:

Un est le monde entier  
 Un est toujours le premier  
 Un est le Tout entier  
 Que nous devons partager  
 Un est dans toutes les choses  
 Un est le bouquet de roses  
 Un est aussi l'être humain

Deux lumières ont été au ciel mises  
 L'une éclaire la journée, l'autre la nuit  
 Deux sont le ciel et la terre  
 L'obscurité et la lumière  
 Deux sont les mains,  
 Mes yeux et mes bras  
 Et mes pieds qui portent mes pas

Trois c'est la racine, la feuille et la fleur  
 Trois sont les mains, le coeur, la tête  
 Trois sont le père, la mère et l'enfant

Quatre saisons viennent vers moi  
 Faisant de l'année une joie:  
 Printemps, été, automne, hiver  
 Quatre coins à notre terre:  
 Nord, sud, est et ouest  
 Quatre est encore plus que cela  
 Gauche et droite, haut et bas

Cinq pointes à l'étoile qui brille au ciel  
 Une lumière éternelle  
 Cinq est aussi moi  
 Avec ma tête, mes jambes et mes bras

Six est la fleur de lis éclos  
 Qui du ciel tient qu'elle fleurisse

Sept et le temps devient rythme et ronde  
 Dans le chant de l'éternelle légende  
 Sept et me voici grand et changé  
 Pour de nouvelles tâches  
 Sept est le battement de la vie  
 A qui je dois d'être ce que je suis

Huit m'apporte la guérison tant désirée  
 Huit et je renais d'une vie renouvelée

Neuf et roulent les nombres  
 Dans l'harmonie des mondes

Dix et voici l'homme  
 Et ses deux mains pour travailler  
 Et ses dix doigts pour compter

Le professeur prendra son temps pour que les enfants puissent faire de beaux dessins sur leur cahier et que la discussion entre la classe et le (la) maître(sse) puisse se déve-

<sup>1</sup> Une partie du poème a été composée par Mario Carvalho, Genève.

lopper suffisamment à propos de chaque nombre. Il est clair que ce travail se fera chaque matin dans le cours principal et pendant une période de quatre semaines.

Arrivés au nombre 10, les enfants apprendront à compter en utilisant leur 10 doigts avec application et pourquoi pas leurs ... 10 orteils. Il est important de permettre à l'enfant d'utiliser son corps pour compter. Ainsi, toute la classe utilisera les doigts pour compter jusqu'à 100, le système décimal sera introduit.

Il sera bien d'utiliser un rythme pour compter, ce qui est beaucoup plus vivant, par exemple 1, 2, 3, 4, 5 6, 7, 8, 9, 10 11, 12, 13, 14, 15, etc.

Des marrons, des pois chiches ou des billes pourront être utilisés pour faire des petits sacs de 10 avec des toiles de différentes couleurs. Les enfants fermeront eux-mêmes ces sacs avec un bout de laine. Toute une activité s'installera dans la classe pour que chaque enfant fasse 10 petits sacs, puis le moment viendra où ils mettront tous leurs sacs dans un grand sacs contenant ainsi 100 marrons.

Le système décimal deviendra ainsi conscient.

On peut également faire marcher les enfants dans la cour de récréation en juxtaposant leurs pas et leur faire poser tous les dix pas un petit sac de marrons.

A l'enseignant(e) d'imaginer tout ce qu'il est possible de faire avec des enfants de 1e classe. Si l'on est à la fois concret et imaginaire, les enfants trouveront que compter devient un vrai jeu; peu à peu l'enthousiasme s'installe dans la classe et ils trouvent que le cours finit toujours trop vite ce qui est excellent pédagogiquement parlant.

Des dictées de nombres permettront aux enfants de lier ce travail avec l'écriture des nombres. Au début, on utilisera encore les marrons:

37 sera trois petits sacs de 10 et 7 marrons à poser sur la table par chaque enfant. Ensuite, des dictées de nombres seront écrites sur le cahier.

Il sera temps alors de passer aux quatre opérations de l'arithmétique.

## Les quatre opérations

R. Steiner conseille de rapidement les travailler presque simultanément pour que l'enfant ait un regard d'ensemble de ces quatre opérations.

Il est effectivement sain que l'enfant développe la faculté d'englober un ensemble, il en retiendra d'autant mieux les détails. Par contre, s'il n'atteint pas cette vision d'ensemble, il se perdra dans les aspects sans importance et ne pourra ressentir la confiance en soi si importante en mathématiques. Mozart, enfant, nous montre éloquemment cette faculté. Il était capable de transcrire de mémoire une longue œuvre musicale qu'il n'avait entendue qu'une seule fois. S'il en fut capable c'est qu'il pouvait embrasser l'ensemble de cette œuvre en esprit.

Mais cette approche de saisir le tout pour travailler ensuite les détails ne doit pas être abstraite. Là, pourrait commencer le procès des mathématiques modernes dans les classes primaires.

L'abstraction tue la joie d'apprendre du petit enfant.

La pensée logique et abstraite commence à apparaître vers l'âge de 12 ans pour atteindre sa pleine maturité vers 15 ans. En tant que pédagogues, nous devons en tenir compte dans notre façon d'enseigner.

Avant 12 ans, les travaux manuels ont une grande importance dans la formation de la pensée logique. L'habileté manuelle agit directement dans la formation du cerveau, de même les difficultés rencontrées lors d'un travail éveillent une pensée saine. On retrouve ici le fameux «bon sens» des hom-

mes de la terre qui se développe au contact du monde naturel.

D'autre part, l'enseignant(e) transmet inconsciemment aux enfants la pensée logique par ce qu'il fait, par son cours tout au long de l'année.

Nous décrirons ici dans quel esprit nous introduisons les opérations. Deux critères déterminent cette introduction:

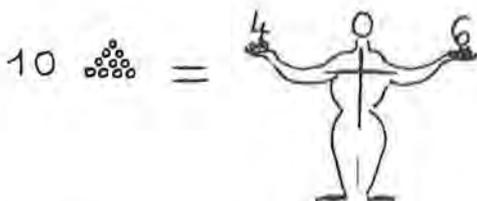
1. Permettre à l'enfant de garder en sa pensée l'idée du tout.
2. Décrire les opérations telles qu'elles sont dans la vie.

Nous le verrons, peut-être plus clairement avec la division; faire une division ce n'est pas chercher toujours la même chose.

### L'addition

Nous chercherons **la partie ou les parties à ajouter** pour que l'ensemble des parties fasse la somme que nous connaissons.

Nous partirons par exemple d'un petit tas de 10 marrons que nous prendrons dans nos deux mains, puis séparant les mains nous regarderons combien nous en avons dans chaque main:



Puis nous poserons ce genre d'opérations:

$$\begin{aligned} 10 &= 6 + \dots & 10 &= 2 + \dots \\ 10 &= \dots + \dots & 20 &= 7 + \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

La somme qui représente le tout est répartie ensuite en plusieurs parties. L'enfant garde ainsi en pensée l'idée du tout, de l'unité.

Nous continuerons le travail dans cet état d'esprit.

### La soustraction

Nous chercherons **la perte**.

A partir du reste, en notre possession, nous nous poserons la question combien avons-nous perdu?

Une maman écureuil ramène des noisettes à ses petits, mais arrivée à la maison et ouvrant son petit sac, elle s'exclame:

«Ah! malheur, il ne me reste plus que 7 noisettes. J'en avais pourtant ramassé 10. Mais combien en ai-je perdu sur le chemin de la maison?»

$$7 = 10 - \dots$$

On peut aussi l'écrire ainsi:  $10 - 7 = \dots$

Nous pouvons utiliser des situations imaginées mais qui doivent rester mathématiquement tout à fait plausibles et justes.

Le professeur doit chercher des histoires qui amusent les enfants et entraînent leur imagination, ainsi l'apprentissage du calcul se fait dans la joie.

C'est un principe important pour que les enfants puissent mémoriser. S'ils éprouvent du plaisir, de la joie ou de la tristesse, en bref s'ils ont des sentiments, des émotions liés à notre travail, ils retiendront d'autant mieux. Si par contre leur sensibilité émotionnelle n'est pas touchée, ils se rappelleront très difficilement.

### La multiplication

Nous chercherons **le nombre de fois**.

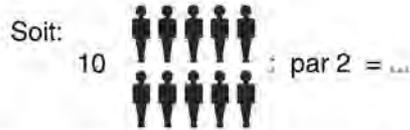
Un brave maçon veut déplacer 20 briques. Il peut en transporter à chaque fois 5. Combien de voyages devra-t-il faire?

Soit:

$$20 \begin{array}{c} \square \\ \square \square \\ \square \square \square \\ \square \square \square \square \end{array} = 5 \begin{array}{c} \square \square \end{array} \times \dots \text{voyages}$$

## La division

Nous chercherons le nombre que chaque part représente lors d'un partage:  
Un papa achète des petits soldats pour ses deux garçons. Quel sera le nombre de petits soldats que chacun recevra?



Très vite nous devons montrer à l'enfant qu'il y a une autre division qui ne partage pas mais qui compare entre eux les nombres:

J'ai 18 œufs que je veux mettre dans des boîtes de 6. Combien de boîtes pourrai-je remplir?

Soit: 18 œufs : 6 œufs = ... boîtes

Pour la première division, je partage le dividende en deux.

Le quotient représente un nombre de choses comparable à celles du dividende.  
Dans la deuxième, je cherche combien de fois 6 est compris dans le dividende.  
Là, c'est le diviseur qui représente un nombre de choses comparable au dividende, le quotient est alors un nombre de fois.

Très rapidement, on dessinera les quatre opérations sur une même page:

$12 = 9 + \dots$	$7 = 10 - \dots$
$15 = 5 \times \dots$	$18 : 3 = \dots$

Un même histoire pourrait dans son déroulement nécessiter de faire les quatre opérations par exemple.

Avec la pratique, on s'apercevra que cette façon de calculer demande à l'enfant de chercher **l'élément actif** dans chaque opération. Pour cela, l'enfant doit développer cette activité propre au calcul. Si ce travail n'est pas fait, on déplore chez beaucoup d'enfants, une passivité intérieure tout au long de leur scolarité.

Dès la deuxième année, on demandera aux enfants de répondre directement à de très simples problèmes d'opérations de tête. Le calcul mental doit avoir une place dans chaque cours. Mais jusqu'à 9 ans, on évitera de compter avec des chiffres abstraits. Chaque calcul correspondra à une situation bien concrète. La faculté de compter s'en trouvera d'autant plus sûre par la suite. Exception à cela, l'apprentissage des livrets qui s'apprendront essentiellement dans le rythme.

## En 2e classe

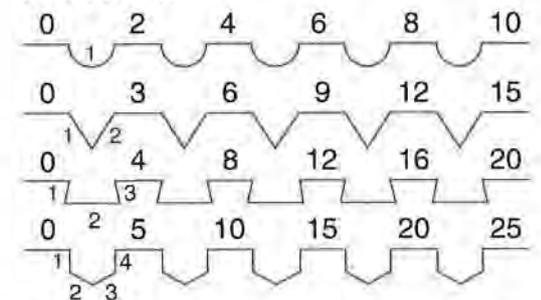
Les quatre opérations sont approfondies et diversifiées.

Les retenues sont introduites lorsque l'enseignant sent la classe prête. L'image des sacs de marrons conviendra très bien pour les introduire.

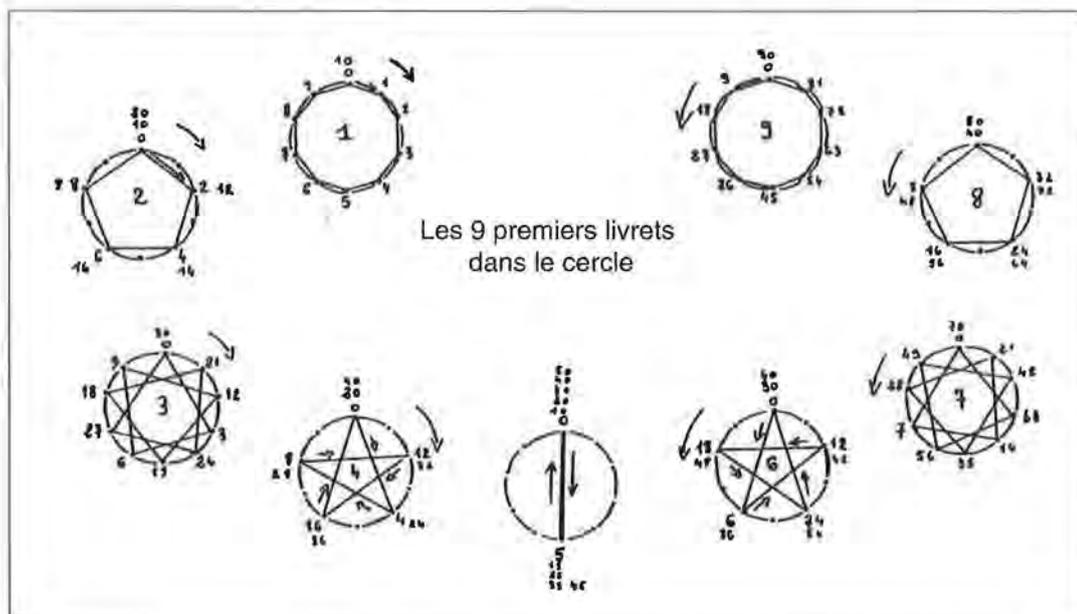
Le gros travail en 2e classe sera principalement sur les livrets.

Ils s'apprendront dans le rythme. Chaque livret devenant un rythme, soit marché, soit frappé des mains ou avec un instrument à percussion, soit en frappant différentes parties du corps (exemple: 1, 2 / 3, 4 / 5, 6, etc. 1, 2, 3 / 4, 5, 6, etc.).

Puis les dessins permettront de diversifier cette activité:



Si maintenant, nous prenons le cercle et le divisons en dix parties, nous pouvons faire apparaître de jolies figures géométriques que les enfants pourront dessiner en grand et en couleur sur une feuille à dessin:



Ces figures pourront également apparaître en prenant une planche en bois où nous planterons 10 clous formant un cercle, un fil en laine permettra aux enfants de faire à nouveau leurs livrets. Puis, nous placerons dix enfants en cercle, nous ferons passer une pelote de laine qui à nouveau révélera ces figures géométriques en très grand ce qui les amuse beaucoup.

Enfin, nous donnerons un ballon que les enfants se passeront en disant les livrets et l'envoyant à la bonne place.

Ces jeux permettront aux enfants d'éprouver beaucoup de plaisir tout en faisant du calcul.

Certains rythmes des livrets apparaîtront tout simplement en les écrivant de cette manière:

<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>
<b>12</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>28</b>	<b>32</b>	<b>36</b>	<b>40</b>
22	24	26	28	30	44	48	52	56	60
32	34	36	38	40	64	68	72	76	80
etc.					etc.				

Le but final sera que les enfants sachent en fin de 2e la séquence des dix premiers livrets en s'aidant de leurs doigts. Chaque doigt représentant alors le nombre de fois, il suf-

fira de demander aux enfants 5 fois 7 pour, qu'au cinquième doigt, ils répondent 35.

Le travail en 3e classe continuera avec les quatre opérations et les livrets. En gardant bien le contact avec les situations de la vie. Au marché, à la ferme ou en imaginant des histoires inspirées des contes et des légendes.

En 4e classe, nous demanderons aux enfants de ne plus utiliser leurs doigts (ce que certains auront déjà réussi peut-être au cours de la 3e classe) et de répondre directement au calcul demandé.

Si toutes les étapes ont été bien faites, les enfants maîtriseront parfaitement les livrets et les quatre opérations arithmétiques, il sera alors temps d'introduire les fractions, les nombres décimaux et les unités de poids et mesures.

D'autres aspects seraient intéressants à étudier et à approfondir comme relation entre les quatre tempéraments de base et les quatre opérations, mais cela nécessiterait d'aborder l'anthropologie telle qu'elle est enseignée dans «l'anthroposophie». Voulant éviter de ne trop charger et trop prolonger le texte, j'ai dû me donner certaines limites dans les développements ci-dessus.

## Masterball

par Patrick Romailier, enseignant: classe 9C de Payerne

**N.d.l.r.** La *Masterball* est l'équivalent du cube de Rubik, mais en forme de boule. Sa surface présente huit fuseaux de couleurs différentes, délimités par quatre grands cercles passant par les deux pôles de la sphère. Lorsqu'on l'examine de plus près, on constate que chacun des huit fuseaux est lui-même partagé en quatre quartiers par l'équateur et deux parallèles. Un ingénieux dispositif permet des «manipulations» de l'objet: des rotations de l'une ou l'autre de ses parties selon l'un des sept plans qui coupent la sphère. En quelques mouvements, les 32 quartiers sont dans le plus grand désordre. Le casse-tête consiste à reconstituer les huit fuseaux monocolores de départ.

A Payerne, les élèves de 9<sup>e</sup> année s'inscrivent à un camp de fin scolarité qui peut coûter relativement cher.

Pour diminuer le montant demandé aux parents, certains collèges organisent des ventes de pâtisseries et autres les jours de foire. J'ai donc proposé aux élèves de 9C de vendre des *Masterball*, à condition que nous délivrions aussi une solution qu'il nous fallait découvrir.

Lorsque j'ai proposé cette recherche à la classe, je ne connaissais pas de solution; après quelques heures de recherche j'ai trouvé deux manipulations différentes qui me permettaient de terminer la *Masterball* en un quart d'heure environ.

Les élèves ont commencé par «travailler» ou plutôt à s'amuser avec leur *Masterball* à domicile. Ensuite, nous avons échangé nos premières idées. Je leur ai conseillé d'essayer de réaliser déjà 4 quartiers.

Les élèves ont continué leurs recherches personnelles. Lors d'une deuxième séance d'échange de points de vue, presque tous les élèves (une quinzaine) parvenaient à mettre en place 4 quartiers au moins. Je leur ai alors proposé de chercher une suite de manipulations qui laissait invariante une partie de la *Masterball* en effectuant un premier mouvement, puis un deuxième et un troisième, ce dernier devant être l'inverse du premier.

Après quelques jours, un élève a découvert la manipulation donnée comme solution. Il l'a alors apprise aux autres élèves qui piétinaient un peu.

Cette manipulation est plus efficace que les miennes: elles s'effectuent en 9 mouvements alors que les deux que j'ai trouvées nécessitent 11 à 13 mouvements.

Pour une grande partie des élèves, la mission était terminée. Il n'étaient plus motivés pour mettre sur le papier cette solution. J'ai dû insister un peu et, en fin de compte, une moitié des élèves de la classe a participé à la rédaction. Les élèves ont effectué la saisie du texte et j'ai réalisé la mise en page et les dessins.

Nous avons travaillé en classe environ 5 périodes, la plus grande partie des manipulations se faisant à la maison.

## MASTER BALL

**INTRODUCTION:** La solution débutera lorsque vous aurez trouvé comment placer 4 quartiers côte à côte de mêmes couleurs.

**JUSTIFICATION:** Il faut absolument manipuler la boule et connaître son mécanisme. Celui qui n'arrive pas à ces 4 quartiers aura beaucoup de peine à comprendre la solution qui va être donnée.

Avant toute chose, il est nécessaire de donner quelques explications concernant le vocabulaire utilisé par la suite. Ainsi nous parlerons des divers éléments de la boule dans les termes suivants:

- **QUARTIER:** cf fig. 1
- **POLE NORD:** ( abrégé **P/N** ) cf fig. 2 en haut
- **POLE SUD:** ( abrégé **P/S** )
- **TROPIQUE NORD:** ( abrégé **T/N** )
- **TROPIQUE SUD:** ( abrégé **T/S** ) cf fig. 2 en bas
- **HEMISPHERE NORD:** ( abrégé **H/N** ) cf fig. 3
- **HEMISPHERE SUD:** ( abrégé **H/S** )

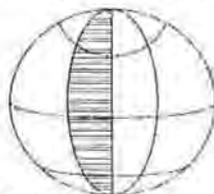


Fig. 1: Quartier

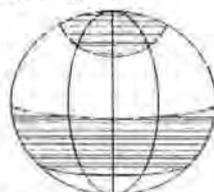


Fig. 2: Pôle et tropique

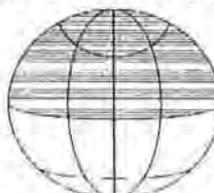


Fig. 3: Hémisphère

Il est encore nécessaire de décrire les deux seuls et uniques mouvements de base de la boule:

- **Demi-tour:** (abrégé **D/T**) lorsqu'on effectue une rotation verticale de la partie droite sans bouger la partie gauche.
- **Rotation:** (abrégé **ROT...+1**) mouvement de rotation horizontale, positif de gauche à droite ( $+ \rightarrow$  1 cran) et négatif de droite à gauche ( $- \leftarrow$  1 cran). La partie décrite (...) est la partie qui doit être manipulée alors que le reste de la boule est tenu immobile. Par exemple, **ROT PN +2** signifie qu'il faut effectuer une rotation de 2 crans du pôle nord de gauche à droite alors que tout le reste de la boule est immobile.
- **Axe de rotation:** (abrégé **New axe ...**) La dernière précision à donner est celle concernant l'axe de rotation vertical du demi-tour, dans ce cas, nous dirons **New axe** (de rotation) en donnant le nombre de quartiers et la direction; attention celui-ci peut varier lors de l'enchaînement des mouvements.

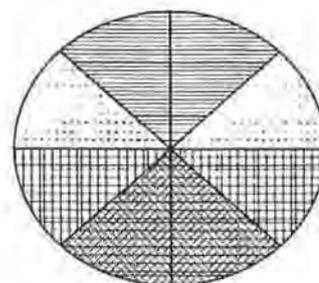
Par exemple: **New axe +1** correspond à tourner toute la boule de 1 quartier de la gauche vers la droite, le nouvel axe de rotation verticale des **D/T** se trouvait à gauche de l'ancien et se déplace de la gauche vers la droite avant de devenir le nouvel axe (de rotation verticale) des **D/T**.

### MISE EN POSITION DE LA BOULE:

Après avoir placés 4 quartiers terminés côte à côte, effectuer la série de mouvements suivants:

- **New axe:** une des deux frontières des 4 quartiers avec le reste (ce qui est à faire).
- **ROT H/N +4**
- **D/T**

La boule est maintenant prête pour la suite des manipulations: un des hémisphères est formé des couleurs des 4 quartiers terminés selon le modèle ci-contre. Cette figure s'appellera la **CONFIGURATION 1**.



Configuration 1

### DESCRIPTION MANIPULATION DE BASE.

Placer la **CONFIGURATION 1** à l'**H/S**. Le travail va consister à travailler sur l'**H/N** sans modifier l'**H/S**. Pour cela nous allons vous apprendre à déplacer 2 pièces côte à côte:

Par exemple pour 2 pièces au **P/N**.

Effectuer les mouvements suivants:

- |  |                       |
|--|-----------------------|
| 1- <b>Axe de rotation</b> entre les 2 pièces à permuter: |                       |
| 2- <b>D/T</b>  | 7- <b>D/T</b>         |
| 3- <b>ROT P/S +1</b>                                     | 8- <b>ROT P/N -1</b>  |
| 4- <b>D/T</b>  | 9- <b>D/T</b>         |
| 5- <b>ROT P/S -2</b>                                     | 10- <b>ROT P/N +1</b> |
| 6- <b>New axe +1</b>                                     | 11- <b>ROT P/S +1</b> |



Effet de la manipulation de base

**Remarque:** Cette manipulation de base bouge 2 triangles du P/N mais aussi du P/S. Pour éviter de défaire le P/S, il faut placer 2 triangles identiques de chaque côté de l'axe de rotation au P/S.

Apprenez à maîtriser cette manipulation de base par coeur !

Dans la manipulation de base, on peut remplacer **pôle** par **hémisphère** ou **tropique**.

Par permutation successive, vous arriverez ainsi à placer l' **H/N** en configuration 1.

Pour terminer la boule, refaire la manipulation décrite sous mise en position de la boule:

- **New axe:** entre deux quartiers de la même couleur.
- **D/T**
- **ROT H/N +4**

La boule devrait être terminée.

Ceci n'est pas la seule manière d'arriver à la solution !!!

**BON COURAGE ET BEAUCOUP DE PATIENCE !!!**

IDEE: faire un damier.

P.S.: En cas de trop gros problèmes, contactez un élève de la classe 9C de Payerne, volée 1992/93

Masterball

Page 2

# Billet d'humeur \_\_\_\_\_

## Echecs et maths!

par François Jaquet, collaborateur scientifique à l'IRDP, chargé du dossier *Mathématique*

Que feriez-vous si un test de mathématiques comme celui-ci vous tombait dans les mains? Pour le savoir, je vous propose d'en faire une première lecture.

<p><b>Exercice 1</b></p> <p>Compléter:</p> <p>1) <math>25 - \dots = -10</math> <input type="text"/></p> <p>2) <math>\dots \times -18 = 144</math> <input type="text"/></p> <p>3) <math>123,09 + 0,2456 + 18 = \dots</math> <input type="text"/></p> <p>4) <math>89,772 \times 1,98 = \dots</math> <input type="text"/></p> <p>5) <math>\dots : -30 = 2100</math> <input type="text"/></p>	<p><b>Exercice 2</b></p> <p>1) Un ouvrier reçoit Fr. 105.-- pour 15 jours de travail. Quel sera son salaire pour 12 journées?</p> <p>Réponse: ..... <input type="text"/></p> <p>2) Quel temps mettrait une motocyclette pour parcourir 18 600 mètres, si elle a mis 38 minutes et 30 secondes pour parcourir 42 kilomètres?</p> <p>Réponse: ..... <input type="text"/></p> <p>...</p>
<p><b>Exercice 3</b></p> <p>1) Choisir la figure correcte parmi les 6 proposées:</p> <div data-bbox="191 1276 510 1590"></div> <p>Propositions:</p> <div data-bbox="734 1232 1053 1478"></div> <p>Réponse: ..... <input type="text"/></p> <p>Pourquoi?</p> <p>...</p>	

3) Insérer le nombre manquant:

4	9	20
8	5	14
10	3	?

Réponse: .....

Pourquoi?

#### Exercice 4

Calculer les pourcentage suivants:

1) Le prix de vente d'un walkman est de Fr. 150.--. Le vendeur vous accorde un rabais de 8 %. Quel montant allez-vous payer?

Réponse: .....

...

#### Exercice 5

La longueur du trajet CFF Zurich-Lucerne via Olten est de 119 km, celle de Olten à Zurich via Lucerne de 114 km, les deux parties de trajet étant égales. La longueur du trajet Zurich-Bâle via Bötzingen est de 88 km, celle de Zurich à Bâle via Olten mesurant 13 km de plus. La longueur du trajet Bâle-Berne via Olten est de 106 km.

Quelle est la distance qui sépare Olten de Berne?

Réponse: .....

En lecture superficielle, vous aurez peut-être été frappés par l'indigence de l'épreuve, ses aspects anachroniques, les maladresses d'énoncés ou les notations fautives de ses exercices.

Mais avant d'aller plus loin, il faut que vous sachiez que cette épreuve est bien réelle. Les autres questions écartées, des exercices 2, 3 et 4, sont du même acabit. Il ne s'agit donc ni d'une erreur, ni d'un brouillon, ni d'un simple contrôle rédigé à la hâte, un soir de grande fatigue.

Pour être en mesure de répondre à la question d'introduction je vous propose une **deuxième lecture**, plus active, en essayant de faire les problèmes. Je vous accorde la calculatrice, pour vous permettre de gagner du temps.

...

Vous aurez sans doute, maintenant une autre opinion sur cette épreuve. Je vous livre quelques-unes, parmi beaucoup d'autres, de mes réflexions issues de ma deuxième lecture:

- 1.2 L'auteur a sans doute ajouté un signe devant 18, en oubliant les ( ), pour «faire plus difficile», ainsi, il ne saura pas si le candidat sait résoudre cette opération lacunaire. De toute façon, ça ne l'intéresse pas.
- 1.4 Il paraît que, prochainement, la calculatrice fera ce type d'opération rapidement et sûrement.
- 2.1 7 francs par jour, quel salaire de misère! Le chômage est préférable.
- 2.2 Bien sûr, on ne dit pas si la vitesse est constante, ni pourquoi l'une des distances est donnée au mètre près et

l'autre au kilomètre près. On aura ainsi de la peine à savoir si l'auteur attend une réponse avec la précision de la seconde.

- 3.1 C'est un test psychométrique, de conformité à une règle, assez «logique» au vu des choix proposés.
- 3.3 Je n'ai pas trouvé «le» nombre manquant, mais, en revanche j'en ai beaucoup d'autres, par exemple 6, pour former une suite régulière dans la diagonale du tableau! Je soupçonne les examinateurs de n'accepter que 11 (que j'ai trouvé, difficilement, comme combinaison linéaire des nombres des première colonnes).
- 5. A placer dans le *Guinness* des problèmes vicieux et impossible à résoudre en raison des lacunes de leur énoncé.

Mais, pour aller plus loin, il manque encore des informations:

Ce texte est la partie «mathématique» d'un test d'admission à l'entrée en apprentissage dans une «école de banque et de cadres» d'un grand établissement bancaire suisse, **il date de deux ans**. Les candidats qui s'y présentent ont de 15 à 16 ans. Ils sont en droit d'attendre qu'on évalue leurs connaissances scolaires sur la base des programmes qu'ils ont suivis et qu'on estime leurs capacités en fonction de celles qu'ils devront mettre en valeur dans leur profession future.

C'est maintenant qu'on peut entreprendre une **troisième lecture**, en pensant aux objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques, aux finalités des programmes scolaire, aux compétences dont un employé des années 2000 devra faire preuve, pour répondre finalement à la question qui introduit ce billet: que feriez-vous de cette épreuve?

Je n'ai trouvé, personnellement, au cours de cette dernière lecture, qu'un acharnement sur des aspects formels, une volonté de mettre les candidats en échec par des problèmes contestables et «vicieux», une absence de rigueur scientifique et une ignorance des programmes scolaires actuels. La situation est donc claire. D'un côté, il y a une école qui cherche à améliorer ses méthodes, à adapter ses contenus aux besoins de la société, à préparer ses élèves aux exigences d'une mobilité professionnelle essentielle pour leur avenir. De l'autre côté, il y a des entreprises, parmi les plus importantes du pays, qui sélectionnent leurs apprentis par des tests d'un autre temps, aux contenus affligeants, en opposition affirmée avec les réformes entreprise dans le système scolaire<sup>1</sup>.

On peut ignorer ces tests, par mépris. Mais nos élèves, eux, ne peuvent les mépriser, surtout ceux dont l'avenir professionnel en dépend, de façon souvent dramatique.

On peut se lamenter ou se moquer des inepties qu'ils contiennent. C'est souvent drôle, mais pas efficace.

On peut aussi modifier nos objectifs et faire de la réussite à ces tests la finalité de notre enseignement. Ce serait suicidaire, mais la tentation et les pressions sociales sont fortes, en effet, de céder aux illusions: celle de croire qu'on peut préparer nos élèves les

---

<sup>1</sup> Voici ce que dit des deux autres parties du test mon collègue J.-F. de Pietro, chargé des dossiers *Français* et *Allemand* de l'IRD: «Les épreuves de français et d'allemand me paraissent absolument scandaleuses et montrent que les réformes successives de l'enseignement ne sont en aucune façon prises en considération: une rénovation des mentalités s'avère vraiment nécessaire! On peut comprendre, à la rigueur, qu'une petite entreprise perpétue des procédures d'évaluation aussi périmées; mais cela nous paraît tout à fait inadmissible de la part d'un établissement bancaire qui se prétend moderne et ouvert sur le monde!»

plus lents à ce type d'épreuves créées précisément pour justifier leur élimination ou celle de penser que ces tests sont révélateurs de capacités nécessaires pour le développement de l'entreprise qui les propose. On peut encore chercher à dialoguer avec leurs auteurs. Cela s'est fait, et se fait encore, localement, mais on se rend compte de l'ampleur de la tâche! Dans les entreprises dynamiques, il y a longtemps que les responsables du personnel utilisent d'autres moyens pour détecter les qualités de leurs futurs apprentis.

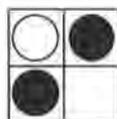
L'action la plus efficace, pour autant qu'on soit convaincu des effets nocifs de ces tests sur notre école, c'est de **s'y opposer fermement, de les dénoncer publiquement**, devant les autorités politiques, les parents, les cadres des entreprises qui les pratiquent. Car, ne l'oublions pas: ceux qui défendent

ces tests sont souvent ceux qui encombrant nos pouvoirs législatifs de leurs motions pour un retour au calcul et à l'orthographe de leurs ancêtres.

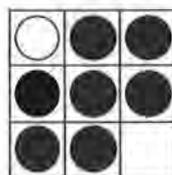
Pourquoi un candidat apprenti recalé par le test présenté ici ne déposerait-il pas une plainte contre l'entreprise qui le lui a fait subir, pour procédure contestable d'éviction? Pourquoi nos autorités politiques n'en feraient-elles pas de même pour contravention aux lois et programmes scolaires adoptés par nos cantons? Pourquoi les associations d'enseignants ne réagiraient-elles pas contre ce travail de sape de leur action?

Devant les coups bas répétés, il est légitime d'avoir un mouvement d'humeur, et même, de se fâcher!

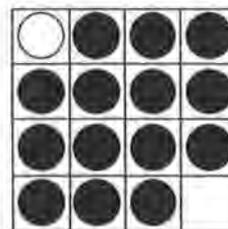
### Taquins de pions



A



B



C

Sur ces grilles, la règle de déplacement des pions est la même qu'au jeu du taquin: on glisse un pion à la fois, horizontalement ou verticalement, sur une case libre voisine.

Le but du jeu est d'amener le pion blanc, de la case supérieure gauche à la case inférieure droite, en un minimum de coups (déplacements de pions).

Pour la grille **A**, il suffit de 5 coups: 1. le pion noir du bas, vers la droite, 2. le pion blanc, vers le bas, 3. le pion noir du haut, vers la gauche, 4. le pion noir en bas à droite, vers le haut, 5. le pion blanc, vers la droite.

**En combien de coups, au minimum, amènera-t-on le pion blanc en bas à droite pour la grille B? pour la grille C? pour une grille de 1993 carrés de côté?**

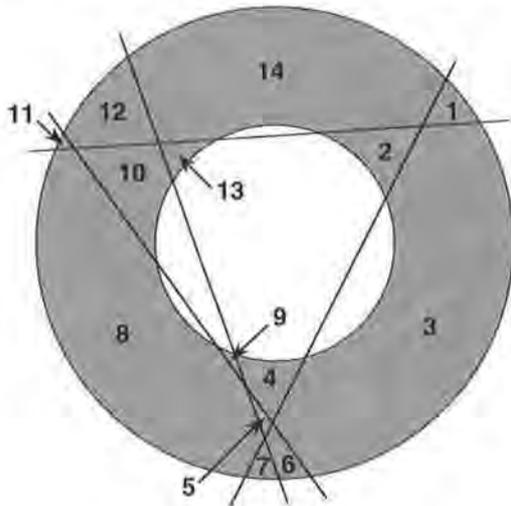
# Réponses aux problèmes

## Numéro 157: 7e Championnat de jeux mathématiques et logiques, demi-finale du 20 mars 1993 (pages 36 à 39)

(Les réponses des problèmes 1 à 5 ont été publiées dans le numéro 159.)

### 6. Tarte ou baba?

On peut décomposer le baba en 14 parts:



En comparant les lignes:

$$-19 = A + B + C \text{ et}$$

$$-17 = A + C,$$

on déduit que  $B = -2$ .

Puis, à partir de

$$-18 = A + B = A - 2,$$

on tire  $A = -16$ , etc.

Les six nombres de José sont, de A à F:

-16 -2 -1 2 6 et 11.

### 8. Galanterie suspecte

La situation est analogue à celle de la «course à vingt par pas de 1, 2 ou 3», où celui qui dépasse 20 perd la partie. Dans ce jeu, plus simple que celui du problème, une analyse «à rebours» permet de constater que 20, puis 16, puis 12 ... (les multiples de 4) sont des positions gagnantes. On passe de l'une à l'autre en ajoutant au nombre de l'adversaire le complément à 4:  $1 + 3$  ou  $2 + 2$  ou  $3 + 1$ .

Dans le problème qui nous intéresse ici, il faut essayer d'atteindre  $1992 = 2^3 \times 3 \times 83$  et il est nécessaire de connaître ses diviseurs compris entre 25 et 250 (condition imposée par l'énoncé): 83, 166 et 249.

Le nombre maximum de pièces à enlever est donc 82, 165 ou 248.

### 9. Le dernier carré

Une première méthode consiste à consulter une table de carrés et y repérer les couples dont la différence est 336. Avec un peu de

### 7. Les nombres de José

Il faut commencer par faire un peu d'ordre dans ces données en écrivant les nombres des cartes A, B, C... dans l'ordre, afin de pouvoir les comparer:

	A	B	C	D	E	F
-19	x	x	x			
-18	x	x				
-17	x		x			
-16	x	x		x		
-15	x		x	x		
-14	x			x		
-13	x	x	x		x	
etc.						

chance, on trouve ainsi, assez rapidement 400 et 64, 625 et 289, 961 et 625 et, par conséquent une première solution reposant sur 289, 625 et 961.

Mais cette façon de procéder ne nous dit pas s'il y a d'autres solutions.

Pour en être sûr, il faut passer par l'équation:

$$x^2 - y^2 = 336$$

et la factorisation de ses termes:

$$(x + y)(x - y) = 2^4 \times 3 \times 7$$

Il n'y a que 7 couples possibles pour les facteurs  $x+y$  et  $x-y$  qui conduisent à des valeurs entières (nombre de choux) pour  $x$  et  $y$ :

$x+y$	$x-y$	$x$	$y$	$x^2$	$y^2$
168	2	85	83	7225	6889
84	4	44	40	1936	1600
66	6	31	25	961	625
42	8	25	17	625	289
28	12	20	8	400	64
24	14	19	5	361	25

Il n'y a donc qu'une seule solution: les carrés contenaient successivement 961, puis 625 et enfin 289 choux.

**Ndlr.** Pour les trois derniers de ces problèmes, nous nous contentons de donner les solutions sans les explications, qui nécessitent de longs développements et des connaissances mathématiques plus poussées. Les lecteurs intéressés peuvent les obtenir auprès de la rédaction.

## 10. Somme = produit

En comptant les symétriques, à l'exception de (2;2), on arrive à 49 couples au total.

## 11. Le calage de roue

La roue a un rayon de 36 cm.

## 12. Le lac Sâtif

Les mesures des côtés du lac sont, 4 km, 5 km et 6 km.

**Remarques:** Cette recherche de solutions permet de constater la richesse d'exploitation de ces problèmes. Les premiers peuvent être traités au niveau primaire, les derniers demandent une mobilisation efficace de connaissances du secondaire inférieur.

## Numéro 157 (page 41)

### Problème tiré de

#### *Jouer Jeux mathématiques*

La clé de cet algorithme vient des trois boucles représentées, sur le 6, le 28 et le 496 qui sont les trois premiers nombres parfaits (égaux à la somme de leurs diviseurs propres, ou différents d'eux-mêmes).

On remarque aussi que tous les nombres premiers ont pour image le nombre 1.

La loi de passage: un nombre a pour image la somme de ses diviseurs propres.

On peut ainsi corriger la malencontreuse erreur du diagramme: 78 va sur 90 et non pas 99 car la somme des diviseurs propres de 78 est:  $1 + 2 + 3 + 6 + 13 + 26 + 39 = 90$ .

## Numéro 159

### Pions à déplacer (page 37)

La règle exige qu'on retire deux pions voisins, mais elle ne demande pas qu'on les dépose sur deux cases voisines!

Si l'on désigne un pion blanc par B, un noir par N et une case vide par v, les différentes dispositions des pions sur les huit cases se décrivent ainsi:

Au départ, la position est: BNBvBNv

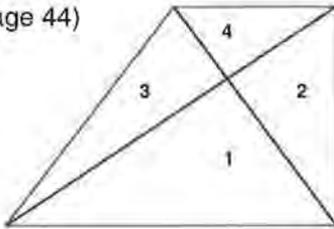


Au premier déplacement, on retire les 2e (N) et 3e (B) pions et on dépose N sur la case voisine qui vient d'être libérée, alors que B va sur la 7e case. On obtient alors: BvNNBNBv.

Après le deuxième déplacement des 5e (B) et 6e (N) pions, on arrive à: BBNNvBv.

Le troisième déplacement ramène les 1er (B) et 2e (B) pions sur les 6e et 8e cases: vvNNBBBB.

### Le trapèze (page 44)



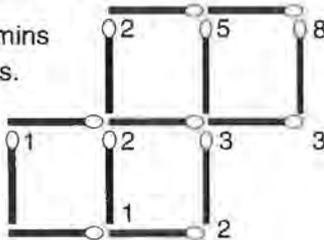
Le côté oblique mesure 5 cm, hypoténuse du triangle (3;4;5), la petite base 2, la hauteur 3 et la grande base 6. L'aire est donc de 12 cm<sup>2</sup>.

Les deux parties latérales (2) et (3) sont équivalentes, la partie (4) est une réduction de (1) par un facteur 1/3. Sa hauteur est le 1/4 de celle du trapèze.

Les quatre parties ont donc les aires suivantes, en cm<sup>2</sup>: 27/4, 9/4, 9/4 et 3/4.

### Chemins d'allumettes (page 47)

Il y a 8 chemins possibles.



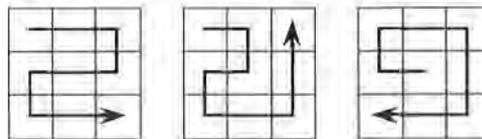
## Courrier des lecteurs

**Ndlr.** Nous remercions Monsieur Francis Perret, de Cortailod, professeur de mathématiques retraité et grand amateur de problèmes, pour ses remarques et ses suggestions de développement que nous publions avec plaisir en souhaitant que d'autres lecteurs se joignent à ces échanges et rendent ainsi plus vivantes nos chroniques de problèmes:

*J'ai parcouru avec intérêt Math-Ecole n° 157 qui vient de me parvenir et ce ne sont pas les commentaires qui me manquent.*

*Tout d'abord bravo à cette classe de 4P de Vernayaz pour sa recherche presque exhaustive des carrés de neuf chiffres en présentant un système additif par étage. J'avais moi-même publié ce problème en son temps dans le cadre plus général des grilles de 3x3. J'avais notamment indiqué que certaines de ces additions étaient du type  $x + 2x = 3x$ . Il y en a au moins quatre dans la page des élèves de Vernayaz:  $192 + 384 = 576$ ,  $219 + 438 = 657$ ,  $273 + 546 = 819$ ,  $327 + 654 = 981$ .*

*On peut s'intéresser aussi au «cheminement continu» ou «en serpent» pour remplir les neuf cases avec les nombres de 1 à 9. Il y a trois types de parcours possibles:*

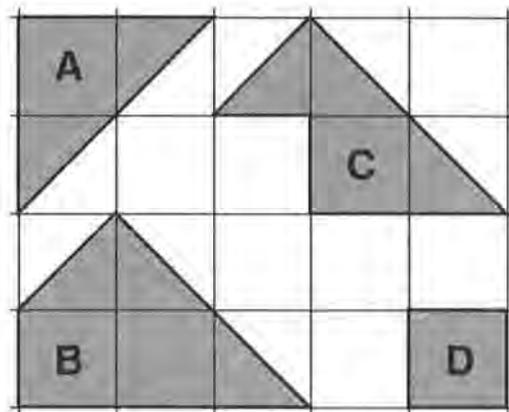


*multipliés chacun par 8 en raison des isométries. Une de ces dispositions figure dans la page 26:*

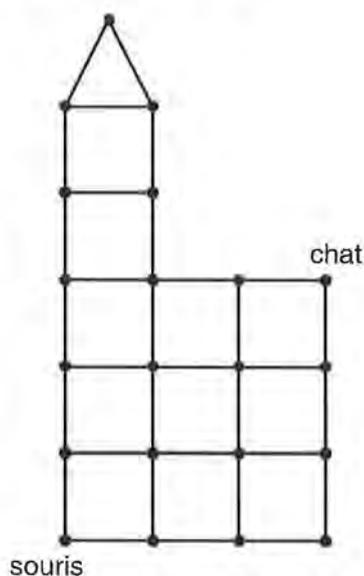
$$\begin{array}{r} 129 \\ + 438 \\ \hline 567 \end{array}$$

A propos du problème des 9 facteurs et des 7 nains (p. 37), je vous informe qu'on peut placer les nombres de 1 à 9 dans les neuf cases de manière que chaque « bande » de cinq triangles donne une même somme. Il y a de nombreuses solutions que j'ai toutes inventoriées, comme pour la grille triangulaire de 16 cases.

A propos du puzzle de Sam Loyd (p.30), voici un autre amusement du même genre: Avec les trois pièces A, B, C de ce puzzle, on peut former un carré. Si on ajoute la quatrième pièce carrée D, on peut constituer un autre carré.



### Le chat et la souris



Chacun des joueurs, à tour de rôle, se déplace vers un point voisin en suivant un segment de la grille. C'est le chat qui commence, il doit arriver sur le point où se trouve la souris pour pouvoir la manger.

Ce jeu, pourtant simple, résiste toujours! Dans le numéro 156, nous avons publié une réponse «perplexe» de trois élèves d'une école secondaire concluant qu'il faudrait que ce soit la souris qui com-

mence mais, qu'à ce moment, il «n'y aurait plus vraiment de jeu puisqu'elle n'aurait aucune chance de s'échapper».

Une nouvelle réponse, de la classe de 1P, collège du Tombay, Bussigny nous est parvenue avec ce petit mot de l'enseignante:

*Depuis quelques semaines, mes élèves essaient et découvrent des stratégies de jeu... Ils m'en font part et je les note dans un «cahier secret».*

*Je me permets de vous envoyer deux «solutions gagnantes» trouvées par Romina et Julien, élèves de 1 P:*

*«Il faut que la souris soit dans un coin et moi le chat placé en diagonale d'elle».*  
(Julien)

*«Il faut que la souris aille sur la pointe de l'église. Le chat avance et la mange».*  
(Romina)

Par conséquent, le concours reste ouvert jusqu'à ce qu'un élève nous décrive parfaitement la stratégie que doit adopter le chat pour manger la souris. On aimerait même connaître le nombre minimum de déplacements pour y arriver!

## MATHS & MALICES

**Directeur de la publication:** Hélène Deledicq

**Responsable de la rédaction:** André Deledicq

**Comité de direction:** Jean-Pierre Boudine, Francis Dupuis, Francis Casiro

**Adresse de la rédaction:** 50, rue des Ecoles F-75005 PARIS

**Destinataires:** élèves et maîtres des collèges et lycées français (secondaire inférieur et supérieur)

**Dimensions:** format A4 (21X28)

**Nombre de pages:** magazine 16 pages quadrichromie + suppléments de 16 pages en cahiers d'exercices

**Fréquence de parution:** 6 numéros par an

**Abonnements:** ACL Editions, 50, rue des Ecoles F-75005 PARIS. 158 FF (+ 30 FF de port pour l'étranger), réduction de 20 % à partir de 4 exemplaires. (paiement par chèque ou au CCP de la banque; BICS N° 3028418-Z-La Source)

Créé en septembre 1991 par une équipe de professeurs de mathématiques, *Maths & Malices* est un magazine destiné aux collégiens et lycéens.

Bimestrielle, cette revue a pour ambition de promouvoir une approche nouvelle des

maths, de faire aimer les maths à ceux qui les découvrent et de «débloquer» ceux qui les voient d'un œil méfiant!

Nous partageons l'avis de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP), en citant un extrait de son bulletin n° 390 de septembre 1993:

«...*Maths & Malices* est constamment un vrai chef-d'œuvre de vulgarisation mathématique au meilleur sens du terme. (...) Ces textes ne peuvent que donner ou remplacer le goût des élèves pour les maths tout en apportant des connaissances pertinentes (de contenus et de méthodes). »

Dans chaque magazine, on trouve des éléments d'histoire des mathématiques, le plus souvent sous forme de bandes dessinées, des rubriques «maths & monde», «maths & lettres», «maths & jeux», qui témoignent de l'ouverture de la revue et de son adaptation aux besoins et intérêts de son public: les collégiens, mais aussi les maîtres soucieux de proposer des activités motivantes.

Les cahiers complémentaires sont organisés par degrés scolaires et proposent des exercices, tests et jeux avec, dans la plupart des cas, un défi à la clé et les solutions pour l'autocorrection.

La revue fait aussi souvent appel à l'humour, comme le montre, en page suivante, l'exemple tiré du numéro 6 et que la quadrichromie rend encore mieux:



# Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: **Math-Ecole - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

---

Nom et prénom:  Mme  M. \_\_\_\_\_

Adresse (rue et numéro): \_\_\_\_\_

Localité (avec code postal): \_\_\_\_\_

Veillez me faire parvenir:

- ..... jeu(x) **Bilgul**, voir *Math-Ecole* n°153 (Fr.36,50 le jeu)
- ..... exemplaire(s) de « $\pi$ » (Fr. 42.- l'exemplaire)
- ..... jeu(x) **Quarto**, voir *Math-Ecole* n°154 (Fr.59.- le jeu)
- ..... jeu(x) **Patients échanges**, voir page 10 (Fr. 20.- le jeu)

## Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

- ..... n°10 **Le serpent numérique** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)
- ..... n°11 **Le pin's tourneur** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)
- ..... n°12 et 13 (7e Championnat) à paraître
- les anciens numéros suivants: .... n°4 ..... n°5 ..... n°6 ..... n°7 ..... n°8 ..... n°9  
(Fr. 13.- l'exemplaire + port)

## Colloque romand *Mathématiques 93*

- ..... exemplaire(s) du «document de base» (*Math-Ecole* n°158, Fr. 3.-)
- ..... exemplaire(s) du programme des activités parallèles (Fr. 3.-)
- ..... épinglette(s) (pin's) (Fr. 10.-, numéroté: Fr. 12.-)
- ..... exemplaire(s) de *L'homme et son nombre* (Fr. 25.-)  
(exposition de l'IREM de Besançon)
- ..... exemplaire(s) de *Comptons et racontons* (Fr. 10.-)  
(exposition du Collège de Morteau)
- ..... exemplaire(s) de *La crise de l'enseignement, un problème de qualité*,  
de Marc Legrand (Fr. 30.-)
- ..... exemplaire(s) de la bande dessinée *Les fractals* (Fr. 20.-)

Veuillez m'abonner à *Math-Ecole*. (tarifs en page 1)

Veuillez m'abonner à la revue *Le Jeune Archimède*.  
(Abonnement annuel: Fr. 25.- pour 6 numéros.)

JAB  
1950 Sion 1

envois non distribuables  
à retourner à  
Math-Ecole, CP 54  
2007 Neuchâtel 7

Un Classic pour TOUS ...  
mais en COULEUR !

Classic Couleur  
Mémoire vive de 4 Mo  
Disque dur de 80 Mo  
Clavier + souris



Sfr 1'490,--

SLASH

vous propose la Couleur  
au prix du  
Noir & Blanc.

SLASH S.A.  
Rue du Scoria 8a  
2003 Neuchâtel  
Tél. 038 / 25.99.05  
Fax. 038 / 21.65.72

SLASH S.A.  
21, avenue de Frénoy  
1207 Gexève  
Tél. 022 / 980.00.75  
Fax. 021 / 700.00.71

SLASH S.A.  
1, rue du Siméon  
1700 Fribourg  
Tél. 037 / 22.01.32  
Fax. 031 / 22.01.30

SLASH S.A.  
Passage du Coeur 3  
2300 La Chaux-de-Fonds  
Tél. 039 / 28.02.45/99  
Fax. 039 / 28.38.30

SLASH S.A.  
Rue de l'Équerre 12  
2502 Blonay  
Tél. 032 / 22.54.02/03  
Fax. 032 / 22.54.20