

VERS UNE ÉVOLUTION DE LA VISION EN GÉOMÉTRIE AU PRIMAIRE AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Sylvia Coutat¹

CONTEXTE

En géométrie, on peut percevoir les formes de différentes façons. Dans un premier temps, les élèves développent une vision globale des formes, appelée vision iconique (Duval, 2005). C'est-à-dire que la forme est identifiée à travers des critères de forme, taille, orientation (MSN 11 du PER). Progressivement l'élève doit pouvoir identifier dans une forme les sous-objets qui la composent afin que l'identification s'appuie sur les propriétés de la forme. Par exemple, un rectangle est composé de quatre côtés qui se coupent perpendiculairement. Cette évolution dans la perception des formes n'est pas évidente et doit être prise en charge dans l'enseignement au cycle 2 (MSN 21 du PER). Cet article présente une recherche qui a permis de travailler sur cette évolution dans une classe de 6P (Harmos) avec un logiciel de géométrie dynamique (LGD pour la suite). Le LGD que nous avons utilisé dans cette recherche est un cahier numérique dans lequel l'élève peut avancer à son rythme. Chaque page de travail se compose d'une zone de texte (la consigne), d'une zone de dessin et d'une zone composée d'un ensemble d'outils choisis par le concepteur du cahier. On retrouve les caractéristiques d'un LGD, à savoir le déplacement des objets suivant leurs caractéristiques de construction (objets libres, liés, etc ...). Les cahiers que nous présentons dans ce texte ont été créés spécifiquement pour la recherche que nous menons. Les activités que nous présentons ici sont tout à fait reproductibles avec

n'importe quel LGD (Cabri géomètre, Géogebra², ...).

PRÉSENTATION DES ACTIVITÉS

Le cahier que nous avons utilisé pour introduire le logiciel dans la classe (sur une période de 45 minutes) est le cahier « Les fourmis ». Une fourmi est présentée comme étant le point sur la page blanche. L'élève peut déplacer le point afin de retrouver sur quel chemin la fourmi se déplace. Il peut choisir de faire apparaître les pas que la fourmi laisse sur son chemin en cliquant sur l'icône sous la fourmi (Figure 1). Cela lui apporte une aide car il peut visualiser des fragments du chemin.



Figure 1

Les chemins que nous avons choisis sont des objets géométriques : la droite, le segment, le cercle (Figure 1), le triangle et le carré. L'ensemble des pas de la fourmi peuvent être associés à un ensemble de points. On peut identifier les objets géométriques comme des ensembles de points. Nous n'avons pas formalisé cette définition des objets mais les élèves ont pu y être sensibilisés.

Cette première présentation du logiciel est directement suivie par une activité de reconstruction. Les élèves doivent reconstruire la maison des fourmis à partir d'un modèle donné (Figure 2).

Sur la Figure 2, si l'analyse s'appuie sur les

1 sylvia.coutat@unige.ch

2 <http://www.geogebra.org/cms/>

formes, on voit un carré avec ses deux diagonales, un toit en forme de triangle et un rond centré sur le sommet du toit. Si on regarde les relations entre les objets qui constituent le dessin, on peut voir que le triangle est isocèle, sa base est un côté du carré. Le cercle a comme centre le sommet du triangle isocèle et passe par les deux autres sommets du triangle, communs avec le carré. Comme nous sommes dans un LGD, nous pouvons déplacer les objets, nous obtenons alors la configuration de la Figure 3. Dans cette nouvelle configuration de points, certaines relations identifiées précédemment ont changé. Le carré semble rester un carré avec un côté en commun avec le triangle. Les diagonales restent des diagonales. Le triangle n'est plus un triangle isocèle mais un triangle quelconque. Enfin, le cercle a bien comme centre un sommet du triangle mais il ne passe que par un sommet du triangle (commun avec un sommet du carré). En déplaçant les objets, les formes sont modifiées, ce qui peut bouleverser la perception que l'on en a. Dans un LGD ce qui est intéressant c'est que seules les relations utilisées dans la construction sont conservées.

Après un cahier sur l'alignement, et un cahier sur la reconnaissance de figures planes (que nous ne présentons pas ici), nous avons conçu un cahier sur le rectangle et le parallélogramme (Figure 4 et Figure 5). Pour terminer la construction du rectangle (respectivement parallélogramme) on doit construire le dernier côté pour obtenir le sommet manquant.

Pour terminer le rectangle, on peut utiliser l'outil parallèle (ou perpendiculaire) pour obtenir le dernier côté et le sommet manquant. La procédure est la suivante : cliquer sur l'outil parallèle (perpendiculaire), désigner un point par où passera la droite parallèle (perpendiculaire) puis désigner la droite qui sera parallèle (perpendiculaire) à la droite que l'on veut construire. La construction se conclut avec l'outil quadrilatère et le contour du rectangle en cliquant sur chaque sommet consécutif.

Pour terminer le parallélogramme, on peut

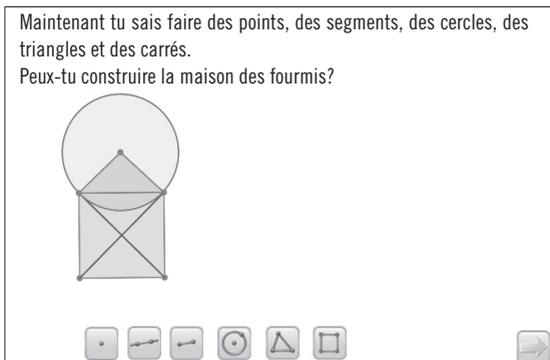


Figure 2

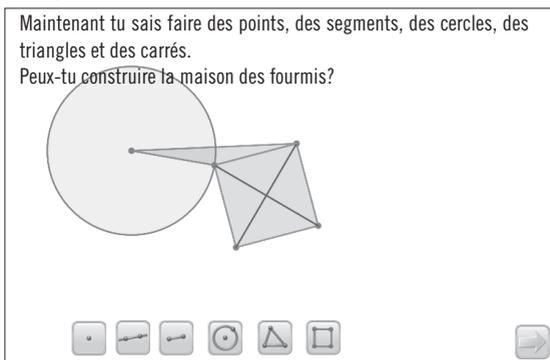


Figure 3

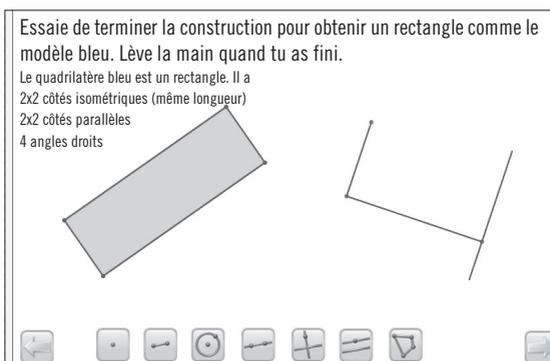


Figure 4

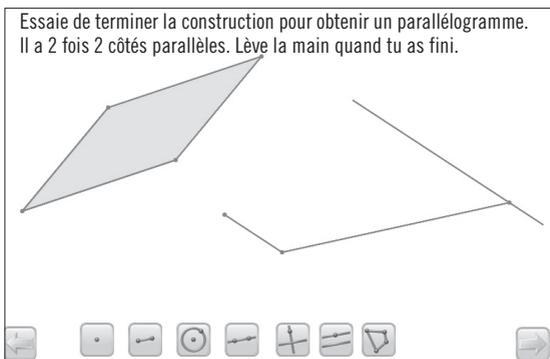


Figure 5

construire le dernier côté avec l'outil parallèle et obtenir le sommet manquant. On conclut avec l'outil quadrilatère. Dans les deux constructions, le sommet manquant n'apparaît pas automatiquement, il faut allonger, si besoin, les droites pour qu'elles se coupent, puis construire le sommet manquant avec l'outil point. Cette procédure de construction fait travailler sur les sous-objets de chaque quadrilatère : les côtés et les sommets. Une solution valide dans un LGD doit conserver ses caractéristiques lorsqu'on déplace les objets qui la constituent. Le rectangle (parallélogramme) doit rester rectangle (parallélogramme) lorsqu'on déplace les sommets. Une résolution qui ne s'appuie que sur la forme globale (vision iconique) et qui n'utilise pas les outils de construction du LGD ne permet pas d'obtenir une construction correcte dans le LGD.

QUE FONT LES ÉLÈVES ?

Dans la résolution des cahiers, les élèves travaillent par binôme, l'enseignant reste disponible pour répondre aux questions. Le scénario est sensiblement le même pour tous les cahiers, avec une introduction collective au cahier, des moments de travail en binôme séparés par des moments collectifs. Dans cette partie nous allons analyser un binôme plus finement que nous appellerons binôme A.

Dans le cahier « Les fourmis », avant la construction de la maison, une mise en commun a permis de revenir sur les éléments introduits (point, droite, segment, cercle, triangle, carré). Chaque élément géométrique est associé à un outil de construction du LGD. L'utilisation de chaque outil est discutée en classe. Après cette mise en commun les élèves reprennent leur activité sur la construction de la maison des fourmis. Une fois que les élèves ont tous essayé de la reconstruire, l'enseignant reconstruit la maison à l'aide des propositions des élèves au cours d'une mise en commun avec un vidéo projecteur. La validation finale de la construction s'appuie sur le déplacement du modèle et de la construction.

Dans ce premier cahier, les élèves se retrouvent dans une activité de reconstruction alors qu'ils découvrent le logiciel. Ils cherchent à reproduire la maison des fourmis à l'identique c'est-à-dire à reproduire une maison de la même forme, de la même taille, et alignée avec la maison modèle.

Pour sa première construction, le binôme A utilise la vision iconique et ne s'appuie que sur la perception de la forme du modèle pour faire sa reconstruction (Figure 6). Ainsi le triangle est dans la configuration d'un triangle isocèle et le cercle a pour centre un sommet du triangle et passe perceptivement par les deux autres sommets. Cette construction perceptive du cercle implique un nouveau point par lequel passe le cercle. Une des diagonales n'est pas accrochée au sommet. Cette construction de la diagonale est le résultat d'une difficulté dans l'utilisation de l'outil de construction segment et non dans la perception de la diagonale comme non « accrochée » au sommet du carré.

La validation de la construction avec l'enseignant s'appuie sur la perception mais en prenant en compte les différents points qui la composent. Ainsi, les élèves identifient immédiatement que leur construction possède deux points de plus que le modèle. Dans leur deuxième essai, les élèves du binôme A reprennent la construction du cercle en utilisant le sommet du triangle pour indiquer par où passe le cercle. Les diagonales sont construites comme « attachées » aux sommets du carré (Figure 7). La validation de leur construction passe cette fois-ci par le déplacement de leur construction afin d'identifier si leur construction bouge comme la solution proposée par l'enseignant dans la mise en commun.

Pour ce premier cahier, les élèves s'appuient principalement sur une vision iconique du modèle. Ils ne déplacent pas le modèle pour identifier les relations entre les sous-objets (sommets, côtés). L'utilisation de la perception permet tout de même des procédures intéressantes. Les élèves peuvent parfaitement repro-

duire la maison des fourmis en s'appuyant sur une analyse perceptive du modèle, mais cette analyse ne peut pas se limiter à la forme, les points qui composent le modèle sont aussi à prendre en compte.

Dans le cahier sur les rectangles et les parallélogrammes, les élèves travaillent en binôme les outils de construction parallèle et perpendiculaire. Ensuite, ces pages du cahier sont retravaillées en collectif avec l'enseignant. Une fois que la classe s'est familiarisée avec l'utilisation de ces outils de construction, les élèves doivent terminer en binôme un rectangle, puis un parallélogramme (Figure 4, Figure 5).

Le binôme A commence par utiliser les outils segment, puis droite pour construire le dernier côté. Cependant ils ne parviennent pas à une construction satisfaisante, semble-t-il, car ils recommencent à chaque fois leur construction. Finalement les élèves utilisent l'outil polygone pour construire le rectangle. Ils ne maîtrisent pas l'utilisation de l'outil polygone et ne désignent pas les sommets dans l'ordre. Finalement, ils utilisent l'outil polygone deux fois de suite pour obtenir une forme rectangle pleine (Figure 8). Le sommet manquant est construit comme un point sur la droite, et non comme un point d'intersection de deux droites particulières. La validation avec l'enseignant s'appuie sur le déplacement des sommets du rectangle avec comme consigne : la construction doit bouger comme le modèle.

Les élèves déplacent un sommet qui bouge en déformant le rectangle (Figure 9). L'enseignant revient alors sur l'utilisation de l'outil parallèle avec le binôme. Après avoir construit la parallèle, l'enseignant insiste sur la construction du sommet manquant comme un point d'intersection entre les deux droites, ce que les élèves avaient occulté pour se focaliser sur le « remplissage du rectangle ».

Dans la page suivante les élèves doivent terminer un parallélogramme. Le travail avec l'enseignant sur l'utilisation de l'outil parallèle semble

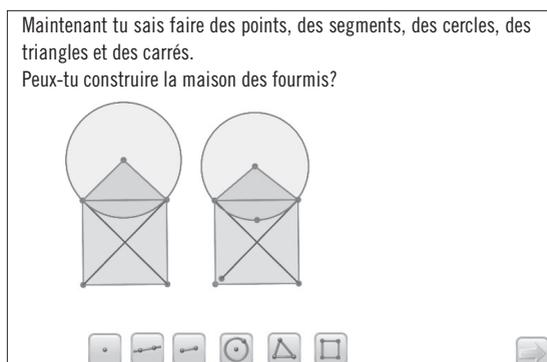


Figure 6

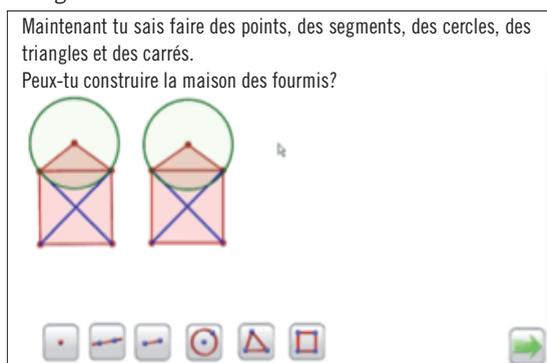


Figure 7

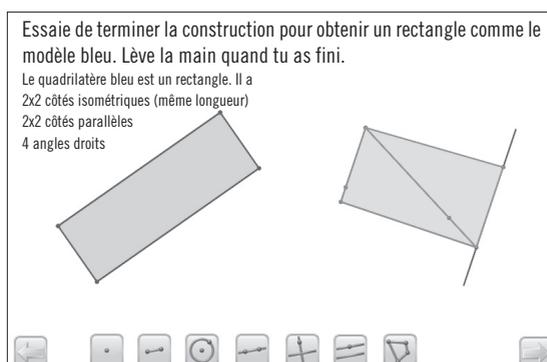


Figure 8

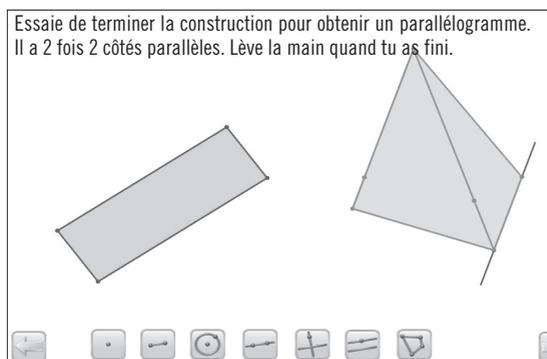


Figure 9

avoir été pertinent pour ce binôme car les élèves réinvestissent immédiatement cet outil. Une fois la parallèle construite et rallongée pour qu'elle s'ajuste à l'extrémité de la première droite donnée (Figure 10), les élèves déplacent les sommets pour valider leur construction. Comme le sommet manquant n'est pas construit, la disposition des extrémités des droites varie au cours du déplacement (Figure 11). Le déplacement n'invalide pas la construction car les droites restent parallèles, pourtant l'élève refuse cette solution et recommence sa construction.

Nous interprétons cette réaction des élèves en faisant une hypothèse sur leur perception du quadrilatère. Dans la page sur le rectangle, les élèves cherchent à obtenir une forme remplie, ce qui compte n'est pas trop, dans un premier temps, la propriété de parallélisme (ou perpendicularité) mais la forme rectangle à obtenir. Leur première solution leur semble correcte car ils arrivent à une forme remplie ressemblant à un rectangle. Dans la page du parallélogramme à terminer, ils réinvestissent l'utilisation de l'outil parallèle conformément à la demande de l'enseignant, mais ne parviennent pas à conclure. Dans la configuration de la Figure 11, les côtés ne sont pas tracés, ce sont les droites supportant des côtés du parallélogramme qui ont été construites. Le fait que les élèves n'acceptent pas cette solution nous montre qu'ils ne considèrent pas les droites comme des éléments constituant du parallélogramme. Leur contrôle dans la réalisation de leur construction reste sur une vision iconique basée sur le contour de la forme rectangle et non sur les éléments qui composent la forme. On peut cependant voir une évolution dans les procédures des élèves. Dans le cahier « Les fourmis » les élèves ne s'appuient que sur la forme, l'orientation, et l'alignement avec le modèle pour leur reconstruction, qui sont les acquis du cycle 1. Dans le cahier sur le rectangle et le parallélogramme, les élèves sont amenés à prendre en compte les sous-éléments, point et segment, dans l'utilisation de l'outils de construction parallèle.

CONCLUSION

Cette recherche nous montre que dans une activité de reconstruction, l'utilisation d'un LGD change l'activité de l'élève. Ce dernier ne peut plus s'appuyer sur une vision de la forme, vision iconique. Il doit prendre en compte les côtés et les sommets. On voit que cette prise en compte des sous-objets (côtés, sommets) de la forme est provoquée par l'utilisation des outils de construction. Ces éléments de base des quadrilatères sont à associés aux éléments de base de la géométrie : les droites et les points. On voit aussi que le rôle l'enseignant est central dans l'introduction et l'appropriation des outils de construction. C'est par l'interaction entre les élèves et l'enseignant que les élèves parviennent à s'approprier les procédures d'utilisation des outils du LGD. Enfin le déplacement permet de ne plus limiter la validation à la perception. Les élèves peuvent eux-mêmes valider leurs constructions en déplaçant les sommets afin de contrôler si les relations sont toujours présentes quelle que soit la configuration des sommets.

RÉFÉRENCES

Duval R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, 10, 5-53.

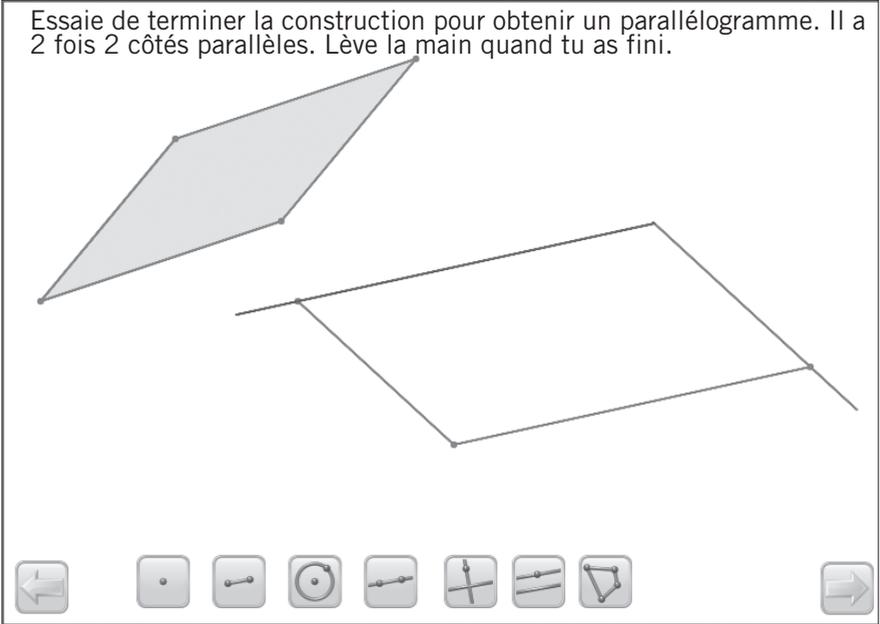


Figure 10

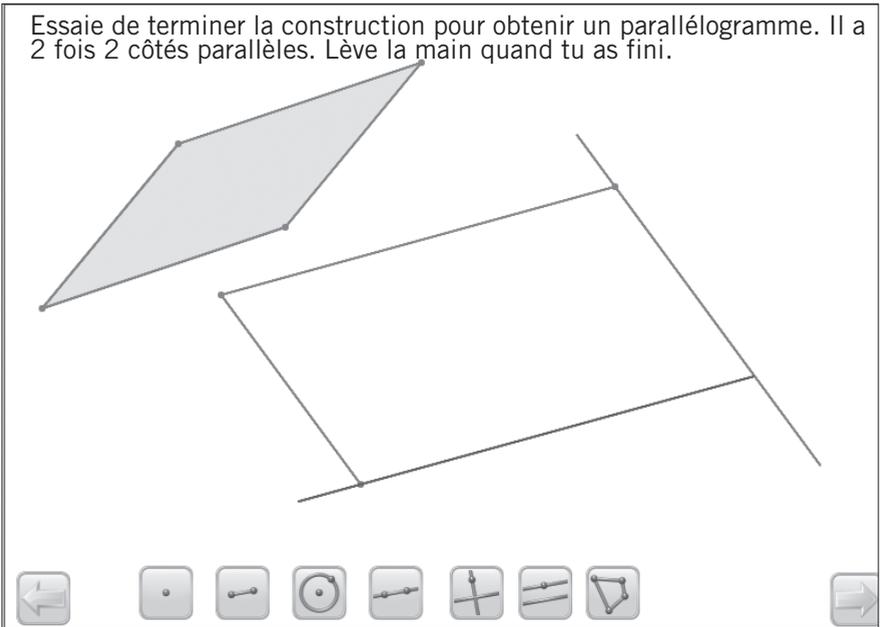


Figure 11