

DE LA STRATÉGIE À LA DÉ- MARCHE, DE LA RECHERCHE AU SAVOIR

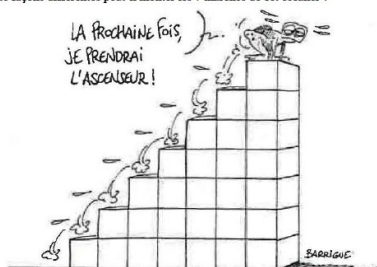
Julien Sourgens, Camille Batardon,
Catia Castronuovo

Etudiants à l'Université de Genève

Dans le cadre du séminaire de recherche en didactique des mathématiques, après avoir effectué une analyse a priori nous sommes allés observer l'activité « Le crapaud » (page 82 du livre élève), présentée ci-dessous, dans une classe de 8^{ème} Har-
moS (solution du livre de l'enseignant en annexe).

20. Le crapaud (L'E)

Ce crapaud ne parvient pas à sauter plus de deux marches à la fois.
De combien de façons différentes peut-il monter les 7 marches de cet escalier ?



A la suite de cette observation, nous avons décidé de nous intéresser à la façon avec laquelle un enseignant peut mener ses élèves de la stratégie à la démarche, de la recherche au savoir ; ceci constitue notre question de recherche. Cet article présente un bref résumé et l'analyse des deux leçons, la retranscription de deux discussions entre l'enseignant et ses élèves et la réponse à notre question de recherche.

RÉALISATION DE L'ACTIVITÉ

CONTEXTE

L'activité s'est passée dans une classe de 8PH de 19 élèves, d'une grande école de ville. Dans cette classe, le niveau des élèves est hétérogène. L'activité s'est déroulée en deux parties différentes, sur deux leçons de 50 minutes.

SYNTHÈSE DES ÉCHANGES AVEC L'ENSEIGNANT

Nous avons eu plusieurs discussions avec l'enseignant au sujet de notre leçon prévue. Au fil de la discussion, il nous a expliqué que, selon lui, notre leçon prévue n'allait aboutir à aucun savoir ; il n'y aurait que de la recherche. Autrement dit, notre analyse a priori lui semblait réductrice par rapport au potentiel de l'activité, et peu porteuse de sens pour les élèves. Donc, nous avons revu notre planification et préparé une seconde leçon dans une perspective nouvelle : première introduction de la suite de Fibonacci.

Nous définissons le terme recherche comme un processus de questionnement et d'expérimentation ayant comme point de départ l'exercice proposé. De plus, nous estimons que le terme stratégie se réfère aux différentes manières d'aborder le problème. Par les stratégies, les élèves peuvent prendre conscience des enjeux de l'activité et de la future démonstration. La perspective est d'aboutir à une démarche que l'on définit par un ensemble de solutions ; nous considérons que la démarche, contrairement aux stratégies qui sont propres à l'activité donnée, a un aspect reproductible puisqu'elle peut être réutilisée dans d'autres recherches. Le savoir qui découle de la démarche est l'aboutissement de la recherche.

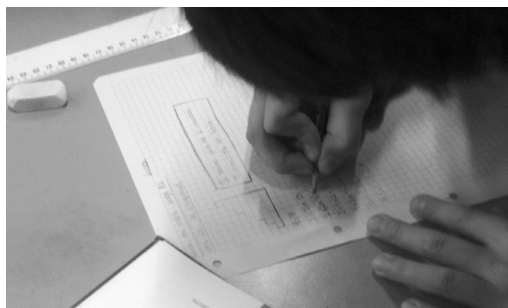
RÉCIT CHRONOLOGIQUE DE L'ACTIVITÉ

1ère leçon

L'enseignant a expliqué ce que les élèves allaient faire. Il leur a demandé de lire individuellement la consigne dans le livre de l'élève et a ensuite constitué des duos hétérogènes ; ce choix a été effectué selon son appréciation, de manière à ce que les élèves puissent s'apporter mutuellement leurs connaissances.

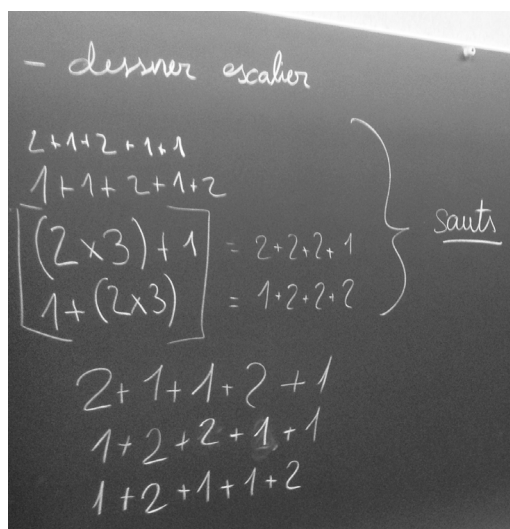
La consigne a été relue par l'enseignant et reformulée par un élève. Puis, il a posé différentes questions, comme par exemple « le crapaud peut-il sauter une marche ? Deux marches ? Trois marches ? » pour s'assurer de la compréhension des élèves. Par cette question, il s'assure du fait que les élèves ont bien compris que le crapaud peut monter l'escalier en combinant différents sauts, de

une ou deux marches. Les élèves se sont ensuite mis à la tâche.



Recherche de stratégies par un élève

Après 20 minutes de travail en duo, l'enseignant a procédé à une mise en commun ; il a posé la question « Avez-vous une stratégie, une façon de faire qui pourrait aider les autres à avancer dans leur recherche ? » et plusieurs duos ont proposé leur façon de faire ; par exemple, ils ont proposé de faire une liste ou d'autres de dessiner les escaliers. L'enseignant a alors demandé aux élèves comment il faudrait s'organiser ; quelques élèves ont répondu en donnant les stratégies les plus efficaces selon eux. Le terme de démarche a été émis par un élève.



Propositions de stratégies faites par les élèves

L'enseignant a ensuite discuté avec les élèves sur ce qu'était une démarche et sur les caractéristiques qu'elle avait. Il a demandé comment était celle-ci et les élèves ont expliqué que la démarche était

systématique. A la suite de cela, le titulaire de la classe a demandé aux élèves de se remettre au travail en listant les différentes possibilités tout en évoquant une construction par une stratégie systématique. L'enseignant a questionné ses élèves sur leur stratégie et les a comparées, en faisant émerger la solution du tableau ou de la liste. Il a commencé ensuite, à l'aide de ses élèves, à lister les possibilités en les écrivant au tableau.

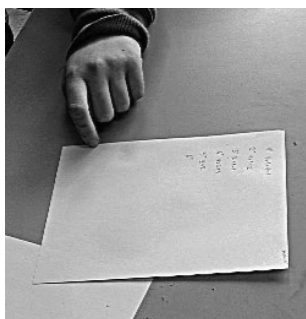
2ème leçon

Tout d'abord, l'enseignant a effectué un rappel de l'activité réalisée la semaine précédente ; il a demandé aux élèves ce dont ils se rappelaient et comment ils s'étaient organisés. Les élèves ont parlé du problème « d'escalier ». Ils ont rappelé l'activité et l'enseignant a donné la solution finale par oral pour sept marches.

Il a demandé ensuite quelle organisation de travail était la plus adéquate. Les élèves ont répondu que la liste était optimale car elle allait plus vite et permettait une meilleure organisation.

Après cela, l'enseignant a demandé comment il était possible de caractériser cette organisation et a amené les élèves à dire que celle-ci était systématique, qu'il y avait une logique (régularité), que l'on ne se perdait pas.

Ensuite, il a lancé les élèves sur une recherche du nombre de possibilités pour un escalier de 4 marches. Les élèves ont rapidement trouvé le bon nombre de possibilités. Il leur a demandé ensuite de rechercher pour 5 marches. L'enseignant a dessiné un tableau récapitulatif de deux lignes et a demandé aux élèves quelle était son utilité ; les élèves ont répondu que l'on pouvait comparer et savoir où l'on en était. Ils ont ensuite rempli ce tableau avec les éléments déjà connus. L'enseignant leur a ensuite demandé de rechercher le nombre de possibilités pour trois marches.



Elève en train d'élaborer une liste
de solutions pour 4 marches

A la suite de cela, il a demandé si c'était possible de trouver le nombre de possibilités pour 6 marches sans faire de liste ; il a rappelé que l'on peut comparer en s'aidant du tableau rempli. Un élève a proposé les écarts entre le nombre de possibilités et un second a proposé l'addition des deux possibilités précédentes. L'enseignant a validé cette réponse et les élèves ont montré et expliqué celle-ci. Il a demandé de combien était le nombre de marches travaillé la semaine dernière et un élève a répondu et prouvé le nombre de possibilités avec l'addition. Ils ont ensuite recherché pour 8, 9, 10, 20, 50 et 1'000 marches.

Enfin, l'enseignant a effectué une institutionnalisation en demandant aux élèves quelle était l'idée savante derrière ce problème de recherche. Un élève a répondu qu'il fallait « additionner le nombre des deux possibilités de marches précédentes pour trouver la suivante ». Cette règle a été écrite au tableau noir et copiée dans le cahier.

TRAITEMENT DE LA QUESTION DE RECHERCHE

En prenant l'activité-même, nous considérons que celle-ci ne permet pas aux élèves de trouver directement le savoir complexe de la suite de Fibonacci : tout terme de cette suite est la somme des deux termes qui le précèdent.

En effet, les élèves effectuent uniquement de la recherche et ne perçoivent que peu de sens dans l'activité. En d'autres termes, la première partie de notre activité – ici, la recherche de solutions – permet de construire une palette de stratégies. Néanmoins, nous estimons qu'aucun savoir ne

peut émerger avec la recherche d'un seul nombre de marches, en vertu de l'absence d'autres éléments comparables, puisque pour exister la suite de Fibonacci requiert la présence de différents termes¹ consécutifs. Nous considérons que des aménagements de la part de l'enseignant sont donc nécessaires pour donner du sens à l'activité aux élèves afin de les mener de la situation de recherche au savoir savant : la suite de Fibonacci. Ainsi nous avons décidé avec l'enseignant d'effectuer une troisième leçon concentrée sur l'acquisition du savoir. Cette seconde partie a donc permis aux élèves de passer de la stratégie à la démarche, grâce aux remarques, indications et questions de l'enseignant.

Il est vrai que l'organisation sociale de la seconde partie n'était pas identique à la première : les élèves se sont retrouvés face à l'enseignant et seuls dans leurs recherches.

Durant la première partie (deuxième leçons), les élèves étaient confrontés à eux-mêmes et à leurs camarades ; des incertitudes ont donc émergé et étaient dues au groupe et aux différentes discussions inter-élèves. Dans la seconde partie, les discussions ont été guidées par l'enseignant, qui savait exactement où il voulait mener ses élèves ; il y avait donc très peu d'incertitudes et s'il y en a eu, celles-ci ont été amenées par l'enseignant.

Constatons-le à présent avec une retranscription partielle d'extraits vidéo enregistrés lors de la seconde partie :

1er extrait :

ENS : « Notre recherche, elle est comment ? »

E1 : « Heu... organisée ? »

ENS : « Oui, mais... on a utilisé un terme plus précis, quand ça revient tout le temps ... »

E1 : « ben... régulier. Ah non, systématique »

ENS « Oui, voilà ! D'ailleurs, ce qui est intéressant quand on fait des recherches systématiques, c'est qu'on peut regrouper ces résultats, ça donne une récapitulation des résultats. Est-ce que ça peut être intéressant une récapitulation des résultats ? Pourquoi ? Pourquoi c'est intéressant si je fais

¹ Dans notre activité, il s'agit du nombre de marches.

sous forme de tableau ? »

E2 : « Ben... ben on peut comparer les différentes réponses »

ENS : « Oui, juste. Les autres, qu'en pensez-vous ? Que faudrait-il faire maintenant ? »

E3 : « Heu... il faudrait trouver certaines possibilités et après on pourrait comparer »

2ème extrait :

ENS : « Est-ce que l'on pourrait trouver pour 6 marches sans forcément faire de liste et de calculs ? »

(L'enseignant montre qu'il a fait un tableau récapitulatif et lit à nouveau la remarque du début « on peut comparer »). « Alors, quand on compare, on peut faire quoi aussi ? »

E1 : « ben on peut trouver les possibilités pour 6 marches sans faire la liste ! »

ENS : « Très bien. Mais que faut-il faire alors ? »

E2 : « ben il faut regarder le tableau et après réfléchir »

L'enseignant écrit au tableau : en observant et en réfléchissant, on peut peut-être trouver.

ENS : « et ça va nous permettre quelque chose ? »

E3 : « ben on pourra aller plus loin et plus vite »

Dans le premier extrait, lorsque l'enseignant dit aux élèves « [...] on a utilisé un terme plus précis, quand ça revient tout le temps [...] » , celui-ci induit aux élèves le terme « systématique » ; nous estimons qu'il leur permet de se rappeler de ce mot.

De plus, lorsque l'enseignant dit « D'ailleurs, ce qui est intéressant quand on fait des recherches systématiques, c'est qu'on peut regrouper ces résultats, ça donne une récapitulation des résultats. Est-ce que ça peut être intéressant une récapitulation des résultats ? Pourquoi ? Pourquoi c'est intéressant si je fais sous forme de tableau ? », nous considérons qu'il ne permet pas aux élèves de réfléchir quant à l'utilisation possible des recherches systématiques en une récapitulation des résultats ; le fait de construire un tableau récapitulatif est annoncé par l'enseignant. Ceci est une preuve selon nous que la spontanéité des élèves est altérée et qu'ils sont énormément guidés. De plus,

après avoir constitué le tableau, il demande ce qu'il faut faire avec et donc nous estimons que l'enseignant ne permet pas aux élèves de réaliser que quelque chose peut être fait avec ce tableau.

Par ailleurs, dans le deuxième extrait, lorsque l'enseignant donne la consigne, il rappelle tout de suite ce qui avait été remarqué par les élèves au début de la leçon (« Alors, quand on compare, on peut faire quoi aussi ? »). Les réponses des trois élèves de cet extrait constituent une suite logique qui montre qu'ils sont guidés par l'enseignant. En effet, L'élève 1 répond en reformulant la question « ben on peut trouver les possibilités pour 6 marches sans faire la liste ! » L'élève 2 propose une stratégie après que l'enseignant ait demandé « Mais que faut-il faire alors ? » ; nous estimons que cet élève avait compris qu'il y avait quelque chose à effectuer à travers la question de l'enseignant. Pour l'élève 3, nous considérons que la question de l'enseignant lui a permis de comprendre les avantages d'utiliser le tableau directement.

Nous estimons que ces deux extraits reflètent entièrement le niveau de guidage de l'enseignant vis-à-vis de ce qu'il attend, puisqu'il pose toujours des questions impliquant des réponses directes et brèves. Ces questions ne permettent pas aux élèves de donner des réponses longues. Il y a peu de spontanéité de la part des élèves.

On remarque dans ces deux extraits que la présence de l'enseignant n'est pas à négliger, elle est même le noyau de la construction du savoir. En effet, celui-ci attend des réponses très précises ; ses questions dirigent les réponses des élèves vers un mot, un terme ou une phrase.

De plus, nous estimons aussi que durant la deuxième partie, les élèves n'ont plus effectué d'expérimentation de stratégies, puisque celle de faire une liste avait été choisie et intégrée par tous en début de leçon.

En d'autres termes, la liste et le tableau ont été intégrés par toute la classe et les élèves ne sont plus revenus dessus ; le travail n'était plus une question de stratégie, mais une question de démarche, qui permet d'aboutir

tir au savoir savant, ici la suite de Fibonacci. Après l'analyse de ces deux parties, nous considérons qu'elles étaient très différentes. La première a permis aux élèves de fixer une stratégie en manipulant, en cherchant, en se confrontant à différentes idées et stratégies de leurs camarades. La seconde a utilisé la recherche effectuée et une discussion menée par l'enseignant, ce qui a abouti à un constat qui a permis aux élèves de définir une démarche. Nous estimons donc que les deux parties étaient complémentaires pour arriver au savoir. Ainsi la règle de la suite de Fibonacci a été le fruit de la recherche des élèves et de l'étayage de l'enseignant.

Si l'on se concentre sur l'objectif final de notre analyse a priori : *comment mener les élèves à la suite de Fibonacci ?*, notre analyse précise aussi qu'il est nécessaire pour tout enseignant de savoir à l'avance où il souhaite mener les élèves, afin de poser les bonnes questions et faire les relances.

Dans cette activité, nous considérons que le savoir savant, la suite de Fibonacci, ne pouvait pas être atteint avec les élèves sans les relances de l'enseignant. Les questions posées par l'enseignant guidaient les élèves ; ceux-ci ne pouvaient pas partir dans de mauvaises directions de réflexion et de recherche. Lorsqu'un élève était perdu ou répondait de façon erronée, l'enseignant demandait aux autres élèves d'expliquer et s'assurait que l'élève en question avait mieux compris et/ou réussi en lui demandant de reformuler. De plus, les élèves devaient produire des constats qui étaient notés au tableau noir.

Bien que ce soit les élèves qui aient énoncés les idées des constats, ils étaient écrits par l'enseignant. On peut voir ceci avec les remarques dans l'extrait n°2 présenté ci-dessus ; en effet, les élèves expriment les différents éléments du constat et l'enseignant l'écrit au tableau noir avec une phrase comprenant les éléments proposés par les élèves.

Par ailleurs, la question posée lors de la deuxième partie, constituant une modification de la consigne, « est-ce que l'on pourrait trouver pour 6 marches sans forcément faire de liste et de calculs » a permis aux

élèves de réaliser qu'il y avait une règle derrière les différentes propositions. Nous considérons que sans cette remarque, les élèves auraient continué à faire des expérimentations pour tous les autres nombres de marches et n'auraient pas atteint seuls la suite de Fibonacci.

En conclusion, nous estimons que l'objectif visé par cette activité a été atteint par l'enseignant. En effet, celui-ci a guidé les élèves de manière précise et ordonnée en sachant exactement où il voulait les mener.

Concernant notre question de recherche, nous pouvons dire que la construction du savoir chez les élèves s'est effectuée grâce à la planification précise de l'activité, qui était réfléchie à l'avance. Ceci lui a permis de poser les questions précises lors de la seconde leçon. Il est vrai que certains élèves ont eu des difficultés, mais avec les différentes répétitions verbales de l'enseignant et les différentes expérimentations d'autres données, ces élèves ont pu atteindre le savoir.

Référence :

Chastellain, M. (2002). *Mathématiques sixième année, Livre élève*. Neuchâtel : Corome.

Chastellain, M. (2002). *Mathématiques sixième année, Methodologie - Commentaires*. Neuchâtel : Corome.

ANNEXE

Dans un premier temps, les élèves procèdent par un dénombrement non structuré qui n'aboutit pas, vu les 21 possibilités relatives à l'escalier de 7 marches.

C'est alors que la nécessité d'organiser les résultats se fait sentir et que le recours à un tableau se révèle utile.

Lorsqu'un groupe est bloqué, le maître peut jouer sur la variable didactique «nombre de marches» et l'encourager à déterminer le nombre de possibilités relatif à d'autres escaliers de 2, 3, 4, ou 5 marches.

Les élèves seront alors conduits à élaborer un autre tableau :

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2	
1	1	1	1	2		1
1	1	1	2		1	1
1	1	2		1	1	1
1	2		1	1	1	1
2		1	1	1	1	1
1	1	1	2		2	
1	1	2		2		1
1	2		2		1	1
2		2		1	1	1
1	1	2		1	2	
1	2		1	1	2	
2		1	1	1	2	
1	2		1	2		1
2		1	1	2		1
2		1	2		1	1
1	2		2		2	
2		2		1	2	
2		1	2		2	
2		2		2		1

Nombre de marches d'escalier	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Nombre de façons de monter l'escalier	1	2	3	5	8	13	21	34	...

Les nombres obtenus constituent la suite de Fibonacci : à partir du troisième terme, chaque terme est la somme des deux qui le précèdent :

$$3 = 2 + 1$$

$$5 = 3 + 2$$

$$8 = 5 + 3$$