102

MATH ECOLE

MARS 1982
21e ANNÉE

MATH-ECOLE **102**

21e ANNÉE Paraît cinq fois par an MARS 1982

Editorial

Samuel Roller prend sa retraite...

Eh oui! Vous ne le saviez pas...! Bien qu'il ait quitté l'IRDP voici quelque cinq ans déjà, Samuel Roller, infatigable, continue à sillonner la Romandie pour apporter, chaque fois qu'on le lui demande, les fruits de son expérience et de sa réflexion aux enseignants et aux parents de notre pays. Pour qui connaît son engagement, sa vitalité, le mot «retraite» paraît, en pareil cas, absurde, choquant...

Et pourtant, il a estimé que le centième numéro de Math-Ecole constituait le jalon marquant la fin de sa collaboration à une revue qu'il a créée voici vingt ans, dont il a assumé pendant quinze ans la rédaction, et qu'il continuait à soutenir de ses conseils avisés.

Nous savons que la gratitude de nos fidèles lecteurs rejoint celle du comité de rédaction et que c'est en votre nom que nous lui disons: — heureuse et féconde retraite, cher Monsieur Roller!
Et c'est avec le plus grand plaisir que nous publions ici son dernier (est-ce vraiment le dernier?) «papier» pour Math-Ecole.

Raymond Hutin

Leçons

par Samuel Roller

«Math-Ecole» s'est appelé, au début, en 1962, «Les nombres en couleurs». A cause du matériel Cuisenaire, à cause de l'enthousiasme qu'il suscitait.* Cuisenaire était instituteur. Il appartenait à la race de ceux qui, à travers Decroly, en Belgique, ont vécu la première «Ecole active», celle qui, à Genève, était propulsée par Claparède, Ferrière, Bovet. Cette école active avait quelque chose d'empirique, de foisonnant; elle tenait du «tâtonnement» de Freinet. Une idée, cependant, la menait, souvent plus inconsciente que consciente: «L'enfant ne sait que ce qu'il a agi». Encore faut-il qu'agissant, il agisse bien c'est-à-dire qu'il le fasse d'une manière telle que son agir débouche sur un savoir-faire, sur un savoir. Le *matériel* a, ici, une importance considérable. Stimulus, il déclenche l'activité – ludique, le plus souvent – des enfants; il la dirige aussi dans le sens voulu par l'adulte-éducateur. Le matériel limite la spontanéité de l'enfant; se pourrait-il qu'il «conditionne» ce dernier...?

L'enseignement du calcul – arithmétique, hier; mathématique, aujourd'hui – offrait aux inventeurs une aire privilégiée. Trois noms, au moins: Audemars, Cuisenaire, Dienes.

Mina Audemars et sa collaboratrice Louise Lafendel ont, pour les bambins de la Maison des Petits (annexe «pratique» de l'Institut Jean-Jacques Rousseau de Claparède), inventé les «66 blocs». L'unité: un cube de bois blanc de 2,5 cm d'arête. Puis, progressant chaque fois d'une unité, des parallélipipèdes de base carrée et de hauteurs variables: 5 cm pour le «bloc 2»; 7,5 cm pour le «bloc 3», etc., jusqu'au «bloc 10». De fines rainures, à la scie, marquaient la présence, sur chaque bloc, des unités qu'il contenait. Un modèle réduit vit aussi naissance; l'unité: un cube de 1 cm d'arête. C'est avec ce matériel qu'Audemars, faisant jouer ses élèves, a pu s'émerveiller et parler de «l'enfant mathématicien». Laurent Pauli, directeur de l'Ecole normale cantonale de Neuchâtel, a fait sien ces «66 blocs». Ils ont marqué l'enseignement du calcul dans les écoles neuchâteloises.

Georges Cuisenaire, dans sa classe de Thuin, au bord de la Sambre, inventait quelque chose d'analogue, ses «réglettes». L'unité est un cube de bois blanc de 1 cm d'arête. Vient ensuite le «deux» qui est un parallélipipède, base 1 cm², hauteur 2 cm, mais coloré en rouge. Aucune trace, ici, de la présence des deux «unités». Cuisenaire, souvent interrogé sur la naissance

---

* Cet enthousiasme fut, en Valais, particulièrement vif. Les «réglettes», de la classe d'application de Léo Biollaz (Ecole normale des instituteurs, Sion) où elles avaient pris racine, lançaient des rejets vigoureux entre les vignes et jusque dans les alpages. Le conseiller d'Etat, chef du Département de l'Instruction publique d'alors, Monsieur Marcel Gross, avait donné son aval. On lui doit la *Note liminaire* du numéro un du bulletin «Les nombres en couleurs» (avril 1962).

de son matériel, a toujours affirmé qu'il n'avait eu aucune connaissance des blocs Audemars... Audemars, de son côté, et déjà fort âgée, apprenant l'apparition des «réglettes», les a saluées avec enthousiasme: «Ce sont mes blocs, avec de la couleur en plus; génial!»

C'était, en effet, une invention des plus heureuses. Certains y ont vu le «vice» du matériel belge: associer une couleur à un nombre (1, blanc; 2, rouge; 3, vert clair; 4, carmin; etc.), c'était faire, au «sensorialisme», une part abusivement belle: sensualisme de Condillac, voire «Gestaltisme». La réalité est autre: la couleur (et l'absence, du même coup, des rainures signalant les unités) a une double utilité. La première tient au vocabulaire: on parle de la réglette bleue, de la brune, de l'orangée... Sans devoir parler nombre: la «neuf», la «huit», la «dix». De ce fait, et c'est en quoi consiste la deuxième et capitale «utilité», toute réglette peut être le symbole (et le logicien Jean-Blaise Grize l'a confirmé) de *n'importe quel nombre*. Dès lors, rien n'empêche quiconque d'appeler la réglette carmin $(1 \times 1 \times 4)$ «trois» et de produire la réglette rouge $(1 \times 1 \times 2)$ qui est la moitié de cette réglette carmin et qui, alors, vaudra 1 et demi. Les réglettes constituent ainsi un matériel mobile, flexible, autorisant les constructions les plus diverses, les plus audacieuses; celle des logarithmes, p. ex.

Zoltan Dienes est d'une autre étoffe: mathématicien, psychologue. Il invente pourtant un matériel semblable aux deux premiers. Mais, songeant aux «bases», il l'enrichit: il y aura, par exemple, des «plaques» de 3×3 unités et des «cubes» de $3 \times 3 \times 3$. Le tout, sans couleur, avec comme chez Audemars, des rainures pour reconnaître les unités. Dienes ajoutera à cela ses «blocs logiques». Ces derniers (petite histoire) sont apparus, à Genève, en décembre 1963, à l'occasion d'un séjour de trois semaines que Dienes offrit aux Genevois. Un menuisier les exécuta en beau bois de hêtre en quelques heures. Le Service de la recherche pédagogique de la rue Sillem doit les avoir encore dans ses archives (ou dans son musée).

Avec ces trois «matériels» se confirmait la loi de la «polygenèse». Une idée, à un certain moment, est «dans l'air». Elle se concrétise en divers endroits, avec des variantes, mais cependant, un corps central.

Depuis lors d'autres matériels ont vu le jour, doublement multipliés par le génie créateur des pédagogues et par celui des marchands.

Panacée? On l'a pensé. Ridiculement. Parce que trop vite on a cru que «la pensée remontant de la main au cerveau», il suffisait de laisser les mains s'affairer: manuélisme. On a échoué. Et l'échec a été mis au compte du matériel lui-même.

La psychologie de Genève, celle de Piaget, certes, aurait pu mettre en garde des pédagogues mal avertis. Elle ne le fit guère. L'impulsion juste vint d'ailleurs, de Caleb Gattegno et, surtout, de Madeleine Goutard. C'est elle qui remit l'esprit à sa place. «L'enfant qui manipule les réglettes, disait-elle, ne doit le faire qu'en réfléchissant; plus même: toute manipulation ne doit intervenir qu'*après* une réflexion et ne servir qu'à confirmer la justesse de cette réflexion». Madeleine Goutard, à sa manière, disait alors ce qu'André Revuz, tout récemment, a ré-expliqué dans son ouvrage *«Est-il* *impossible d'enseigner les mathématiques?»*. L'esprit, par un mouvement dialectique, se déplace du concret à l'abstrait, de l'abstrait au concret. Face à une «situation» (le réel), il élabore un «modèle» explicatif (l'abstrait). Il rapproche l'un de l'autre, ajustant l'un à l'autre, remodelant, surtout, le modèle lui-même jusqu'à le faire coïncider avec le réel, tout en se donnant à lui-même, progressivement, une cohérence interne toujours mieux satisfaisante. Ainsi procède la science. Ainsi procède l'esprit humain. Ainsi procède l'enfant face à *son* réel; face aussi à ce réel, un peu artificiel, que lui proposent ses maîtres avec l'intention de l'instruire, de faire son éducation intellectuelle.

Et c'est bien ce que veut l'enseignement renouvelé de la mathématique: susciter cette activité mentale qui, en présence d'un réel obscur, qui fait problème, tente de faire la lumière, de trouver une solution. Cette activité, on l'a voulue, autant que faire se peut, libre, spontanée, originale. On a voulu qu'elle soit libératrice. Et, souvent, on a réussi. Dienes, à ce propos, avait le talent de faire réussir les enfants. On en fut les témoins émerveillés certain soir dans le sous-sol de l'Ecole du Mail (Genève), siège embryonnaire du Service de la recherche pédagogique. Quelques enfants des «classes gardiennes» jouaient à mettre des «blocs logiques» dans un diagramme de Venn tracé à la craie sur un tableau noir renversé sur une table. Prodigieux intérêt des enfants, passion même. Ils réfléchissaient, parlaient, se disputaient, argumentaient. Leur intelligence donnait l'impression de s'allumer, de flamber. Jamais on n'a si bien compris Alain: «Pour connaître vos élèves, instruisez-les». Et, par anticipation, on avait la confirmation, déjà, des thèses de Anne-Nelly Perret-Clermont: l'intelligence mûrit à la faveur des interactions sociales. Mais souvent aussi, on n'a pas réussi. Parce que la difficulté est grande. Cette difficulté extrême à laquelle s'affronte avec ténacité comme avec appréhension tout éducateur: comment susciter une activité libre, libératrice, donc originale et, en même temps, faire en sorte que cette originalité ne soit pas telle qu'elle ne puisse s'accorder aux manières de penser du plus grand nombre? Comment faire pour que les «modèles» imaginés par l'enfant – ces modèles qu'on désire lui voir inventer de toutes pièces comme son œuvre à lui – se trouvent, en fin de compte, correspondre aux modèles courants de la pensée mathématique rudimentaire?

Comment, à la fois, libérer et, nécessairement, contraindre? Telle est la gageure; celle du nouvel enseignement de la mathématique. Gageure à ce point exigeante qu'on n'a pas eu tort d'entreprendre, avec le plus grand soin, la formation des maîtres. Cette formation, pour plusieurs, a été, et est encore, synonyme de *conversion*. Libérer les forces créatrices et, en même temps, les canaliser. Cela demande science: de la mathématique, de la psychologie et même, comme le disait Nicole Picard, de la philosophie, celle de la mathématique. Cela demande aussi cœur. Car ces «modèles» que l'enfant constamment élabore pour s'expliquer son monde et qu'il est enjoint – aux leçons de math – de monter pour se tirer d'affaire en présence des «situations» que le maître lui propose, ces modèles, il les élabore avec

tout ce qui est en lui: avec des éléments rationnels (les premiers qui commencent à se former dans son esprit) comme, aussi, avec beaucoup d'affectivité. Il engage toute sa personnalité dans ses activités «mathématiques». Il ne peut faire autrement, étant encore incapable de raisonner pour raisonner. Toute activité «mathématisante» est, de ce fait, globale. C'est pourquoi elle est si difficile à susciter et à guider. Et c'est aussi pourquoi elle est à ce point formatrice: elle libère, mais aussi, elle forme. Mieux que cela, elle «in-forme» en ce sens que l'enfant qui, en homme (de science) déjà, construit des modèles, corrige ses modèles, ajuste ses modèles et même, coordonne ses modèles pour bâtir son propre édifice logico-mathématique, ne peut que se former, «du dedans» par une maturation qui est grandissement et renforcement de son être.
Tout cela est aujourd'hui tombé dans le domaine public. Il n'en était rien il y a vingt ans quand, du Valais (quelques pages extraites de «L'Ecole Valaisanne»), partait le premier numéro de «Math-Ecole». Mais en vingt ans des leçons nous ont été données. Par des maîtres: ceux évoqués dans ces lignes; et tous les autres qui, autour de nous, avec nous (dans «Math-Ecole» notamment) œuvraient, publiaient, expliquaient, convainquaient. Leçons qui nous ont transformés; leçons qui nous ont enseigné que c'est à coup de leçons reçues, acceptées, intériorisées, qu'on avance; leçons annonciatrices des leçons qui viennent; leçons qui aideront les maîtres – ceux d'aujourd'hui, ceux de demain – à toujours davantage, toujours mieux, pourvoir à la libération des enfants comme à leur enracinement dans leur lieu, dans leur communauté humaine.

π

Des exercices divers – cf. p. 20 (32) – permettent aux enfants de découvrir que le périmètre d'un cercle est environ trois fois plus long que son diamètre.

Un savant grec, nommé Archimède (environ 225 av. J.-C.) découvrit que ce nombre était compris entre $3\frac{10}{71}$ et $3\frac{1}{7}$ (c'est-à-dire entre 3,1408 et 3,1429).

Au cours des siècles qui suivirent, d'autres mathématiciens et savants donnèrent des valeurs telles $3\frac{1}{8}$, $\frac{22}{7}$, $\frac{3927}{1250}$, $\frac{864}{274}$, etc.

Après l'invention des nombres décimaux, on put exprimer ce nombre avec toujours plus de décimales. Vers 1850, on en connaissait 707 décimales.

En 1882, on démontra que, quel que soit le nombre de décimales, on ne pourrait jamais les écrire toutes. Le symbole π (pi) de ce nombre a été utilisé pour la première fois à la fin du XVII[e] siècle.

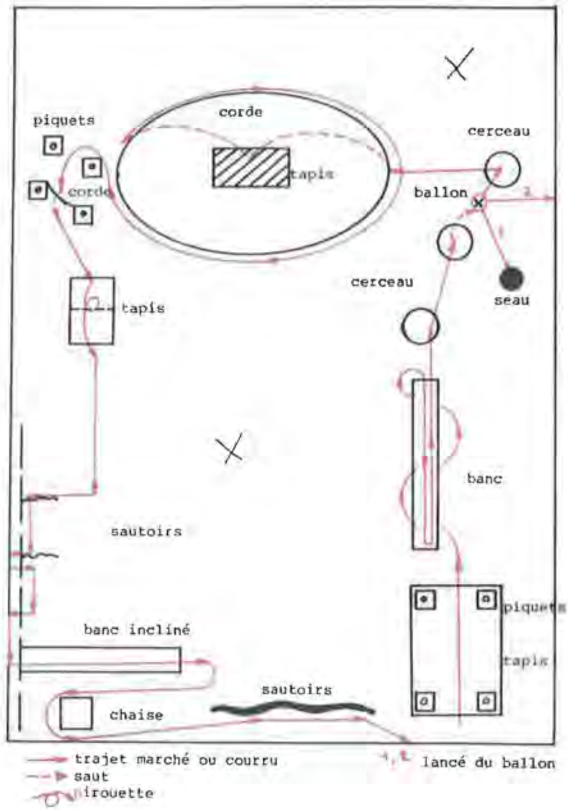
π = **3,141 592 653 589 793 238 46** (avec 20 décimales)

La représentation d'un trajet à l'école enfantine

par Francia Leutennegger

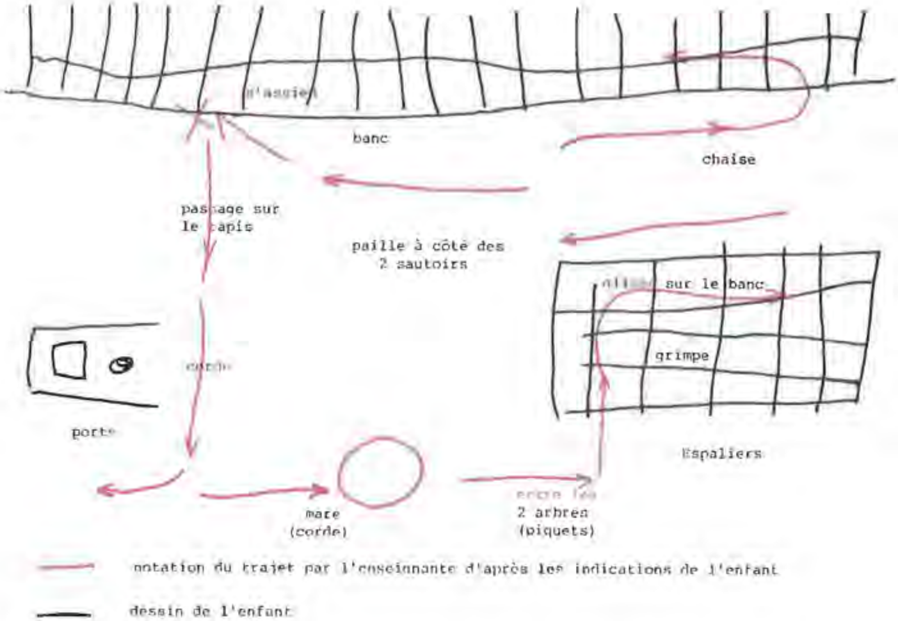
Dans le but de travailler les divers rapports topologiques tels que «sur», «sous», «entre», «autour», etc., une enseignante de 2e enfantine effectue des «parcours Vita» en salle de jeu avec ses élèves. Ceux-ci verbalisent leurs déplacements en fonction du matériel utilisé.

Trajet effectué



Un mois après cette course d'obstacles, nous leur proposons de représenter le parcours effectué par un dessin.
Les productions des enfants nous fournissent trois exemples.

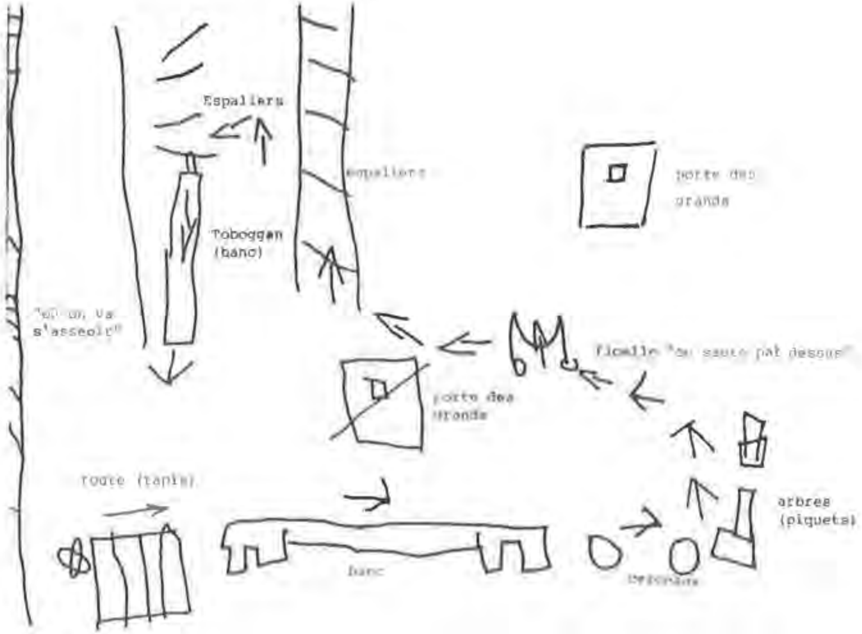
1. Nancy



L'enfant dessine uniquement les éléments fixes de la salle, à savoir la porte, les espaliers, les bancs.
Lorsqu'on lui demande de montrer le trajet effectué, Nancy est incapable de dessiner les éléments et le parcours, si bien que l'enseignante note elle-même les emplacements des objets selon les indications de l'enfant.
Celle-ci décrit le trajet avec son doigt. Toutefois la réussite n'est possible que parce que l'enseignante tourne la feuille devant l'enfant au fur et à mesure de la description.
Cela signifie que l'enfant ne parvient pas à coordonner les différents points de vue qu'elle avait de la salle lors du parcours réel : en effet, elle a bien des images du parcours puisqu'elle est capable de le décrire mais le fait de devoir tourner la feuille devant elle montre que ces images ne sont que successives et non pas élaborées en un système d'ensemble. De plus, elle est incapable de mettre en relation les éléments et le parcours. Elle ne peut donc pas dessiner la situation car cette tâche implique une organisation d'ensemble : l'enfant doit prévoir l'emplacement des éléments les uns par

rapport aux autres et les relier en fonction du trajet. Relevons un point intéressant : pour décrire le parcours, l'enfant déplace son doigt sur la feuille de papier, comme si ce geste jouait un rôle «d'intermédiaire» entre le déplacement réel et sa représentation.

2. Didier



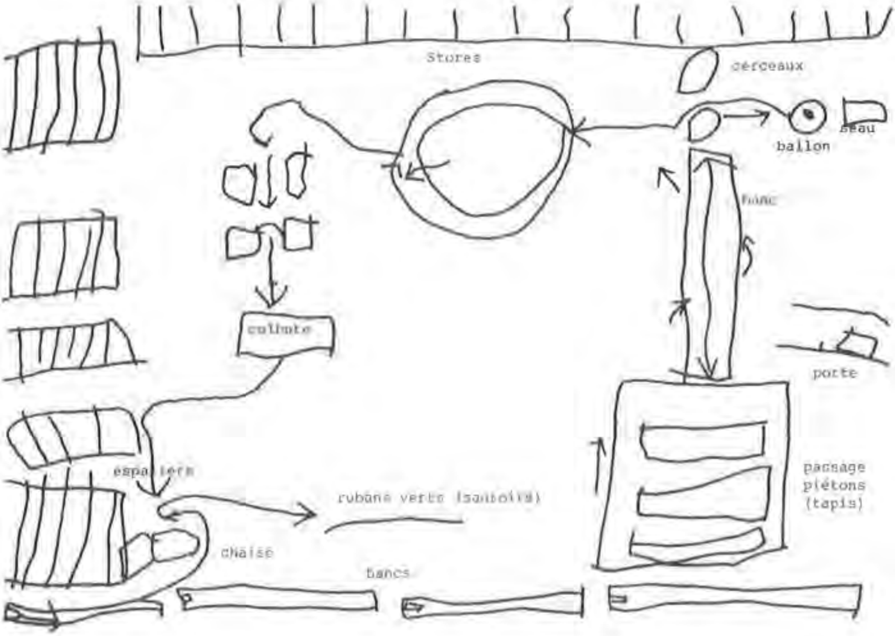
Les éléments fixes de la salle sont ici intégrés au dessin des autres objets (les espaliers, la porte, «où on va s'asseoir»). L'enfant dessine d'abord les éléments du parcours sans indiquer le trajet lui-même. On peut remarquer que les éléments sont tous dessinés à peu près tels qu'on les voit lorsqu'on est placé devant la porte d'entrée de la salle. Beaucoup d'éléments avec les déplacements qui s'y rapportent sont oubliés. Compte tenu de ces lacunes, certains éléments sont mal situés les uns par rapport aux autres et par rapport à la salle. En revanche l'ordre des éléments dans le parcours est correct.

Lorsqu'on lui demande d'indiquer le trajet parcouru, l'enfant place des flèches entre les éléments existants. Les déplacements sont liés ici aux objets qui les définissent.

Contrairement à Nancy, Didier montre déjà une organisation d'ensemble de sa représentation mais il subsiste encore des erreurs dans les rapports topologiques entre les éléments.

Signalons un fait intéressant: la porte «des grands» est placée au centre du dessin. Il s'agit d'une porte qui se trouve au fond de la salle et qui ouvre sur la zone réservée à l'école primaire d'où l'attrait probable qu'elle exerce sur l'enfant: elle est placée au milieu du dessin. Lorsqu'on demande à Didier s'il est passé à côté ou derrière cette porte, l'enfant résout le conflit en déplaçant la porte (à bon escient) à droite des espaliers.
La question posée à l'enfant provoque un conflit entre une représentation «fantasmatique» et une représentation liée aux déplacements effectifs. C'est ce conflit dépassé qui permet à l'enfant d'améliorer sa production en la rendant plus conforme à la réalité.

3. Gilbert



Dans un premier temps, l'enfant ne dessine que des éléments fixes de la salle (les stores, les espaliers, les bancs, la porte d'entrée).
Lorsqu'on lui demande de décrire son trajet, il reconnaît d'emblée n'avoir pas dessiné les accessoires qu'il ajoute aussitôt (le passage piétons, le banc, le cerceaux, le ballon, le seau).

Il décrit ainsi le début de son trajet:

«Je passe sur le passage piétons».
«Je passe sous le banc».
«Je passe sur le banc».

A chaque fois, l'enseignante place une flèche puis l'enfant continue seul: il complète son dessin non seulement avec d'autres flèches mais également avec tous les autres éléments de parcours placés correctement les uns par rapport aux autres. Le schéma du parcours est conforme à la réalité. On peut se demander ce qui se serait passé si au lieu d'imposer à l'enfant la notation des flèches, on l'avait laissé libre de dessiner le trajet à sa manière.
La salle est dessinée en plan: tous les éléments sont dessinés en plan sauf trois: la porte, les espaliers et les stores qui constituent les éléments «stables» et de plus liés, en ce qui concerne la représentation, à la limite extérieure du fond (limite de la salle). Ils sont ainsi bien distincts des autres éléments.
La représentation du trajet dépend ici de la capacité à reproduire sur un plan les éléments du parcours; il faut pour cela une organisation d'ensemble: déplacements et éléments sont liés car ce n'est que lorsque l'enfant se remémore son parcours qu'il ajoute la majorité des éléments. De plus on constate que les déplacements sont décrits en terme «d'actions».

A partir de ces exemples deux questions se posent auxquelles nous tenterons de répondre en quelques mots:

- Compte tenu de l'âge des enfants (5-6 ans) comment se fait-il que leurs productions soient si élaborées?
- On a pu constater que pour chacun des enfants le dessin est amélioré ou complété en cours de travail. Quel est le moteur de cette amélioration?

Avant d'apporter quelques éléments de réponse, précisons que le groupe d'enfants avec qui nous avons travaillé ne constitue pas un échantillon suffisant pour tirer des conclusions définitives. Il ne sera donc question ici que de tentatives d'explications à la lumière de la psychologie génétique.
Une analyse de la tâche proposée aux enfants est nécessaire pour répondre à la première question.
Pour dessiner le trajet en salle de jeu, il est nécessaire à la fois d'avoir une image mentale de la situation, et de coordonner les différents points de vue à partir desquels la salle est perçue lors du trajet.
En ce qui concerne l'image, on a affaire ici à une des formes les plus simples décrites par Piaget: une image de reproduction statique; c'est-à-dire que l'objet de l'image (ici la salle de Jeu) est connu du sujet, il n'est pas en mouvement et ne subit aucune transformation. Ajoutons toutefois que l'image est présente à l'esprit de l'enfant en dehors de la situation.

Au niveau préopératoire l'enfant pense soit en terme de configurations ou d'états, soit en terme d'actions et de déplacements. De plus l'enfant de 4-5 ans a déjà des intuitions topologiques: il tient compte des voisinages, des séparations, des enveloppements, de la fermeture, etc.
La tâche proposée ici ne demande aucune transformation sur les objets, l'enfant doit se remémorer une configuration d'ensemble et établir des liaisons topologiques entre les éléments. Il peut établir ces liaisons grâce à leur assimilation à ses propres actions, à ses déplacements dans la salle.
Pour reconstituer le trajet par un dessin, l'enfant doit reconstruire sur le plan de la représentation ce qu'il a vécu «en action» dans la salle de jeu. Or Piaget montre que la représentation correspond toujours au niveau de développement du sujet: *il ne reproduit pas simplement ce qu'il a perçu mais restructure le réel en fonction de son niveau de conceptualisation* *.
Chacun des exemples cités montre un niveau de représentation, donc de conceptualisation, assez différent. En effet l'un des enfants, Nancy, ne parvient à dessiner aucun accessoire ou élément du trajet et pourtant elle est capable de décrire verbalement le trajet (en montrant les emplacements avec son doigt sur la feuille de papier) de façon adéquate. Cela montre qu'elle a une image du trajet effectué mais qu'elle n'a pas les schèmes nécessaires à la coordination des points de vue différents.
Didier et Gilbert se situent génétiquement à des niveaux supérieurs. Didier en effet dessine approximativement le trajet et Gilbert le représente correctement.
Mais aucun des trois enfants n'effectue la tâche en une seule fois: à chaque relance, ils modifient leurs productions. Cette juxtaposition de représentations partielles nous amène à la seconde question: quel est le moteur de cette amélioration?
Pour ces trois exemples, la relance consiste à demander aux enfants d'expliquer leur dessin en se référant au trajet réel: «Montre-moi ton trajet», «d'où es-tu parti?», «par où es-tu passé ensuite?», etc. L'enfant se reporte ainsi à ses déplacements en salle de jeu. On observe alors que chaque enfant améliore ou complète sa production: lorsqu'on demande à Gilbert de représenter son trajet, il n'ajoute pas seulement des flèches aux éléments déjà représentés, mais dessine également tous les éléments manquants. Didier déplace la «porte des grands» à bon escient seulement lorsqu'il se trouve face à la question: «Es-tu passé à côté ou derrière cette porte?» Nancy qui par ailleurs est incapable de dessiner un quelconque élément du trajet parvient à le décrire en déplaçant son doigt sur la feuille de papier.
Répétons avec Piaget que l'image mentale n'est jamais le prolongement direct de la perception mais elle est «imitation intérieure active». Il n'est donc pas étonnant que les enfants cités se réfèrent à leurs déplacements et non seulement à une configuration perçue pour réussir la tâche. Ils imitent

* Cf. «La psychologie de l'enfant», p. 65 et suivantes sur la mémoire et les souvenirs-images (J. Piaget et B. Inhelder).

en quelque sorte sur la feuille de papier leurs propres actions. Nancy est même obligée de tourner la feuille devant elle au fur et à mesure du trajet par référence aux différentes orientations qu'elle avait elle-même dans la salle de jeu.
On peut tirer de ces quelques faits un certain nombre de conclusions concernant la pédagogie:
Compte tenu du lien qui existe entre l'image et l'action, il serait nécessaire que l'élève puisse se référer à son action propre lorsqu'on lui demande une représentation. Et cela même si l'objet à représenter ne subit aucune transformation ou n'est pas en mouvement.
Dans les degrés enfantins, cela est d'autant plus nécessaire que l'enfant est dans une période de transition: il est en train de reconstruire sur le plan de la représentation ce qu'il est déjà capable de faire «en action»; il faut donc qu'un lien puisse s'établir entre action et représentation. C'est au niveau de ce lien que se situe le rôle de l'enseignant: certaines situations proposées sont en effet plus adéquates que d'autres pour faire réfléchir l'enfant sur ses propres actions et ainsi provoquer une prise de conscience qui lui permette de progresser. De plus l'enseignant devrait intervenir lui-même dans la situation en plaçant l'enfant devant un conflit à résoudre chaque fois que l'occasion s'en présente. Par exemple on a souvent tendance à poser une question en référence directe avec «l'objet» de la faute au lieu de provoquer un conflit par rapport à l'activité de l'enfant. Ainsi au lieu de demander à l'enfant qui a mal placé la porte: «Est-ce qu'elle était vraiment là?» ou «Es-tu sûr que la porte est au milieu de la salle?», la question porte sur le déplacement de l'enfant, sur son «action» par rapport à l'objet.
Le dépassement de ce conflit permet l'apprentissage et l'amélioration des capacités de représentation de l'enfant.

Face à la remise en question de la Math moderne, ne pas tout lâcher, mais, au contraire, aller plus outre ou, peut-être, plus profond. Se convaincre, chaque jour davantage, que cette math n'est pas une matière à enseigner mais qu'elle est un esprit à communiquer; que cet esprit est une intelligence – logique, raisonnement hypothético-déductif –, et qu'il est aussi ouverture au monde, volonté courageuse de l'affronter pour le mettre en ordre et le maîtriser, qu'il est enfin création et liberté.
Face aux pédagogues pessimistes, se reboussoler et redécouvrir qu'aujourd'hui, plus qu'hier, il faut, non point faire acquérir des comportements qui ne seraient que des habitudes sourdes et aveugles, mais susciter des attitudes de lucidité, de courage, de ténacité.
Face aux difficultés pécuniaires, savoir que notre richesse est celle de l'imagination et que rien ne pourra nous empêcher de faire fonctionner, dans l'allégresse, les pouvoirs intellectuels de nos élèves. De peu nous tirerons beaucoup.
Face à la lassitude, savoir se reposer et apprendre à réorganiser notre travail. Calmer l'agitation et se receuillir pour aller au fond des choses et œuvrer au niveau de l'essentiel.
Des vents contraires souffleraient-ils? Qu'importe. Le navigateur tire des bordées et atteint le port.

Samuel Roller, Math-Ecole Nº 66, p. 1

Un manuel traduit de l'anglais en usage dans le canton de Vaud

par Th. Bernet

Dans les classes primaires à option vaudoise (7e à 9e année scolaire) a été introduite depuis 1979 une série de livres dûe à une équipe de pédagogues d'Exeter (grande-Bretagne): **MM. D. Paling, C.S. Banwell et K.D. Saunders.**

La traduction et l'adaptation en ont été assurées en partie par quelques maîtres de la zone pilote de Vevey: Mmes et MM. Christian Antille, Paul Bigler, Simone Cavin, Dorothy Rickebusch, Christoph Soland et Martine Wagner, en partie par M. Maurice Besençon, inspecteur scolaire. L'adaptation des fragments plus directement liés à l'économie a été confiée à «Jeunesse et Economie».

Elle a été produite à la demande du Département de l'instruction publique par l'Agence Internationale de l'Edition (Jean-F. Gonthier, Pully).

Cette série se compose d'abord de deux manuels intitulés **«Activités mathématiques 7»** et **«Activités mathématiques 8-9»**, destinés aux années indiquées dans leur titre [1]. Chacun est complété par un carnet de fiches fournissant les supports graphiques pour la résolution de certains exercices. De plus elle comprend 12 brochures dont 11 ont été traduites sous le titre **«Situations mathématiques»** [2]. Ce sont:

- No 1. Echantillonnage et probabilités;
- No 2. Mouvements et modèles;
- No 3. Construction de modèles;
- No 4. Géométrie dans la vie pratique;
- No 5. Vivre sur une sphère;
- No 6. Géométrie: dessin et créativité;
- No 7. Programmes pour ordinateurs;
- No 8. Jeux mathématiques;
- No 9. Que peut-on gagner?
- No 10. Que peut-on dépenser?
- No 11. Acheter mieux.

Le programme attribue chacune des brochures à une année bien déterminée; certaines sont utilisées par tous les élèves, d'autres sont réservées à ceux qui suivent l'«option mathématique».

---

[1] Les manuels anglais portent le titre «Making mathematics» (Oxford University Press). Ils sont numérotés de 1 à 4. Seuls les numéros 3 et 4 ont été traduits.

[2] Les brochures s'appellent «Topic Books», numérotées de 1 à 12. L'édition française a repris la même numérotation. Le numéro 12, non encore traduit, est «Using Tables».

Pour certains sujets techniques (entraînement au calcul, surtout) la commission vaudoise de mathématique a estimé que cet ouvrage n'offrait pas assez d'exercices, c'est pourquoi les élèves de 7ᵉ à 9ᵉ des classes à option utilisent aussi différentes parties de la série de livres rédigés pour les classes analogues des cantons du Jura et de Berne par MM. Schori, Beucler, Farine et Tschanz.

N.B. – Dans les pages qui suivent, les chiffres entre parenthèses indiquent la pagination originale.

Voici quelques extraits de l'ouvrage:

Extrait A. Dans les manuels, les chapitres se suivent de manière à faire varier les sujets. Par exemple, dans le livre de 7ᵉ, on rencontre, plusieurs fois répétée, la succession: thème géographique, thème numérique, thème d'une autre sorte (par exemple combinatoire, statistique, ...), recherche, révisions.
Les «recherches» constituent une partie précieuse de l'enseignement mathématique.
L'extrait A est l'une des recherches du manuel de 7ᵉ.

Extrait B. Les pages 35 à 39 de «Activités mathématiques 7» sont assez caractéristiques de la façon dont les auteurs introduisent un sujet nouveau en tirant parti de manipulations, en faisant référence au concret et même, parfois, en donnant des renseignements historiques.
F 8, F 9 et F 10 désignent des fiches à tirer du carnet de fiches. F 8 et F 9 portent simplement chacune quatre cercles de 5 cm de diamètre. Sur F 10 sont imprimés les axes de coordonnée du graphique de la page 37.

Extrait C. Il faut que les élèves apprennent à lire des graduations. L'étude de quelques nomogrammes permet de s'y exercer tout en calculant et en se livrant à d'autres réflexions. Les nomogrammes, utilisés surtout dans la technique, sont assez peu connus dans l'enseignement. Les pages 32 et 34 de «Activités mathématiques 8-9» introduisent le sujet qui s'étend sur une dizaine de pages.

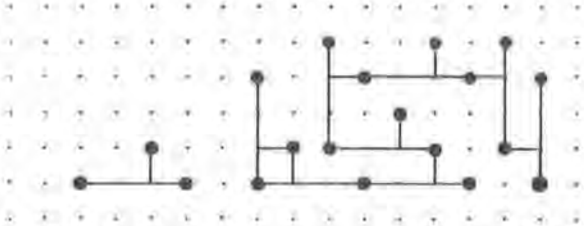
Extrait D. La brochure «Géométrie dans la vie pratique» (Nº 4) contient les thèmes suivants: modèles de bicyclettes, emballages, aménagement d'une cuisine, aménagement d'une place de stationnement, conception d'articulations (dont voici deux pages), Patchwork.

Ces quelques extraits ne peuvent, bien sûr, pas donner une idée complète d'un ouvrage extrêmement varié qui compte environ 500 pages. J'espère néanmoins que vous prendrez plaisir à cette lecture et peut-être même que vous y trouverez quelque idée utilisable.

Extrait A

RECHERCHE

Des rameaux



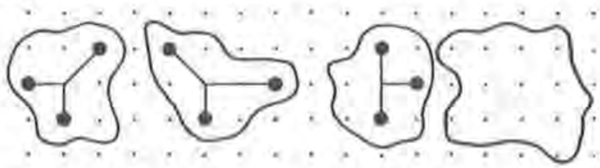
premier rameau — dessin de rameaux

Combien de fois retrouves-tu le premier rameau dans le dessin ?

> Utilise le premier rameau pour faire ton propre dessin en respectant ces règles :
> — des rameaux se rencontrent seulement à leurs extrémités (le premier rameau a 3 extrémités signalées clairement par des « pois ») ;
> — deux rameaux seulement peuvent partager un « pois ».

Du papier pointillé (motif N° 1 ou 2) est utile pour la fabrication de dessins à rameaux, mais fais attention d'indiquer clairement les extrémités pour respecter les règles.

Voici d'autres rameaux à 3 extrémités. Utilise chacun pour faire un dessin.



Regarde le dessin en haut de la page. Il contient 8 rameaux et il y a 8 extrémités « libres ».

Compte le nombre de rameaux et d'extrémités « libres » dans chacun de tes dessins. Peux-tu voir comment réduire le nombre d'extrémités « libres » ?

Dessins fermés : Il est possible de faire des dessins à rameaux sans extrémités « libres » (cela veut dire que chaque « pois » appartient à deux rameaux). Essaie ceci avec le premier rameau, puis avec les autres.

Sur F 7 se trouve le début d'un dessin fermé. Le dessin fini est carré et composé de 24 rameaux. Peux-tu le compléter ?

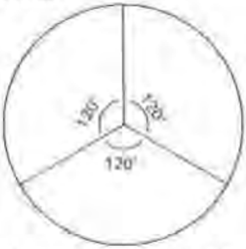
Extrait B

POLYGONES ET CERCLE

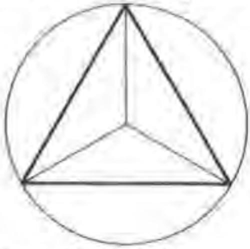
A discuter

Voilà un moyen de dessiner un triangle équilatéral en utilisant un des cercles de F 8.

(a) Dessine trois rayons formant trois angles de 120° comme sur le dessin.



(b) Relie les extrémités des rayons comme sur le dessin pour obtenir un triangle équilatéral.



Pourquoi avons-nous pris des angles de 120° au centre du cercle ?

Quelle serait la valeur des angles au centre si nous voulions représenter :

(i) un carré ?
(ii) un pentagone régulier ?
(iii) un hexagone régulier ?
(iv) un octogone régulier ?
(v) un décagone régulier ?

Utilise F 8 et 9 pour dessiner chacun de ces polygones.

Utilise les cercles qui restent pour dessiner deux polygones réguliers de plus :

(vi) un polygone à 12 côtés.
(vii) un polygone à 15 côtés.

Que peux-tu dire du périmètre du polygone et du périmètre du cercle quand le nombre de côtés augmente ?

Est-il possible de dessiner un polygone régulier à :

(a) 30 côtés (b) 60 côtés (c) 120 côtés

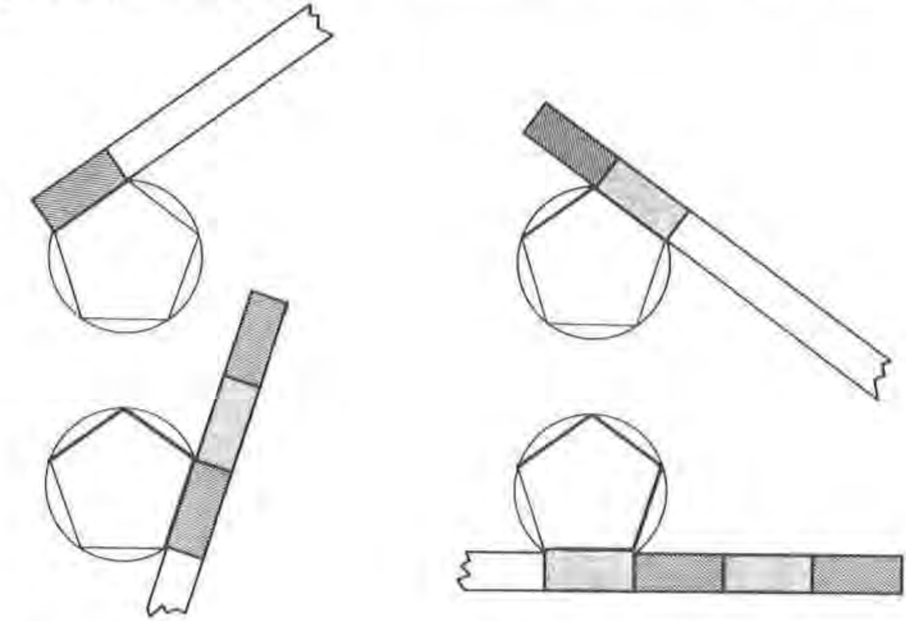
Quels seraient les angles au centre pour chacun ?

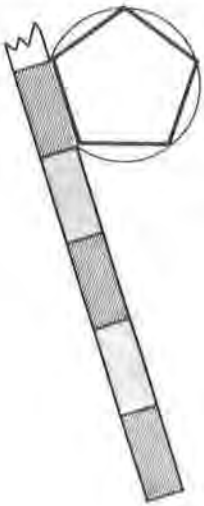
Est-il possible d'avoir encore plus de côtés ? Donne quelques exemples et dis chaque fois quels seraient les angles au centre.

Que peux-tu dire du périmètre d'un polygone dont le nombre de côtés augmente ?

A discuter

Tu as besoin de quelques bandes de papier larges de 1 cm.
Utilise la méthode ci-dessous pour trouver le périmètre du pentagone régulier que tu as dessiné sur F 8.





Coupe la partie non ombrée de ta bande.

Utilise cette méthode pour trouver le périmètre de chacun des polygones représentés sur F 8 et 9.

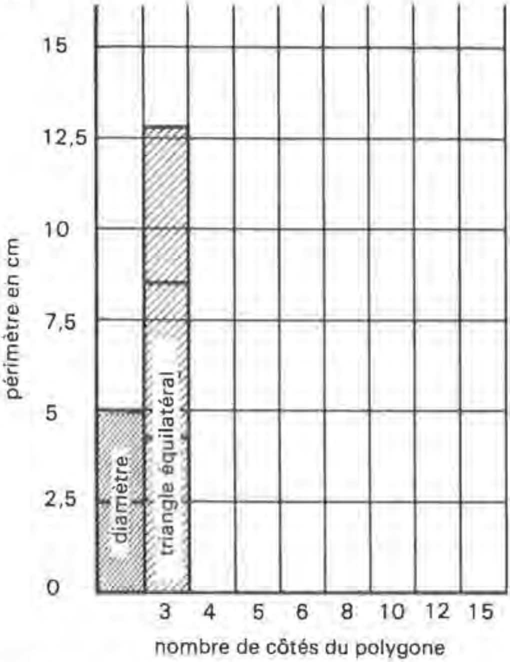
Conserve toutes les bandes de papier.

A discuter

Il te faut les bandes que tu as faites pour trouver les périmètres des polygones dessinés sur F 8 et 9.

Coupe une autre bande de longueur égale au diamètre des cercles de F 8 et 9.

Colle les bandes, dans l'ordre, sur F 10 de manière à former un graphique comme ci-dessous.



Quelle est la bande la plus longue ?
Penses-tu qu'un polygone à 20 côtés donnerait une bande plus longue ?
Que peux-tu dire des périmètres des polygones réguliers ?

(a) à 60 côtés ? (b) à 120 côtés ? (c) à 360 côtés ?

Peux-tu dire, d'après ton graphique, quelle longueur de bande il te faudrait pour faire le tour d'un cercle de 5 cm de diamètre ?

Regarde la bande du diamètre.
Combien en faudrait-il à ton avis pour faire le tour d'un des cercles de F 8 ?

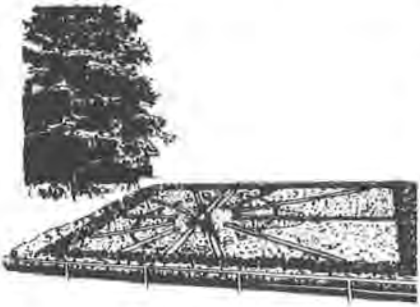
Exercices

1.

Une roue a un diamètre de 70 cm. Quelle est environ la longueur du périmètre de cette roue ?

Combien de tours environ la roue va-t-elle faire si elle roule sur une distance de 21 m ?

2.

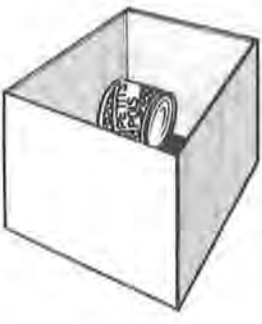


Une horloge florale est aménagée sur les quais d'Ouchy. Elle est dans un rectangle de 8 m sur 10 m environ. L'aiguille des heures mesure 1,9 m, celle des minutes 3,1 m et la trotteuse 3,3 m.
Quelle est la distance parcourue par l'extrémité de la trotteuse en un tour complet ?
Quelle fraction du tour complet l'aiguille des minutes parcourt-elle en 60 secondes ?

3.

Un gâteau d'anniversaire a été cuit dans un moule de 30 cm de diamètre.
Pour le décorer, on veut placer un feston tout autour. Quelle longueur de feston faut-il acheter ?

4.



Certaines boîtes de petits pois ont 12 cm de haut et 8 cm de diamètre.
Quelles dimensions donnerais-tu à un carton devant contenir 12 de ces boîtes ?

Une étiquette couvre toute la surface latérale d'une boîte.
Quelle forme a-t-elle avant d'être collée sur la boîte ?
Quelles sont ses dimensions ?

A discuter

Extrait C

Beaucoup parmi nous aimeraient connaître des trucs pour calculer rapidement et avec le minimum d'efforts. L'un d'eux — utilisé par les ingénieurs et les hommes de sciences — est décrit dans les pages suivantes.

Observe la page 33. Regarde les trois droites graduées **A**, **B** et **C**.
(*Note:* On appelle souvent « échelles» des droites graduées comme celles-ci.)

Que remarques-tu à propos des nombres de **A**, **B** et **C**?

Regarde la ligne rouge?
Elle représente le bord d'une règle qu'on a fait passer par le point 8 de l'échelle **A** et le point 14 de l'échelle **B**.

Quel est le nombre correspondant sur l'échelle **C**?

Choisis d'autres paires de points, un sur l'échelle **A**, l'autre sur l'échelle **B**.
Sers-toi de ta règle pour trouver le nombre de l'échelle **C** correspondant à chaque paire. Note tes résultats dans un tableau comme celui-ci.

A	B	C
8	14	22
7	18	

Vois-tu à quoi ces échelles peuvent servir?

Vois-tu comment utiliser ces échelles pour des soustractions?

Exercices

1. Sers-toi des échelles pour calculer:
   a) $23+8$ b) $17+19$ c) $33-17$ d) $27-9$
   e) $15+19$ f) $21-6$ g) $19+19$ h) $36-18$

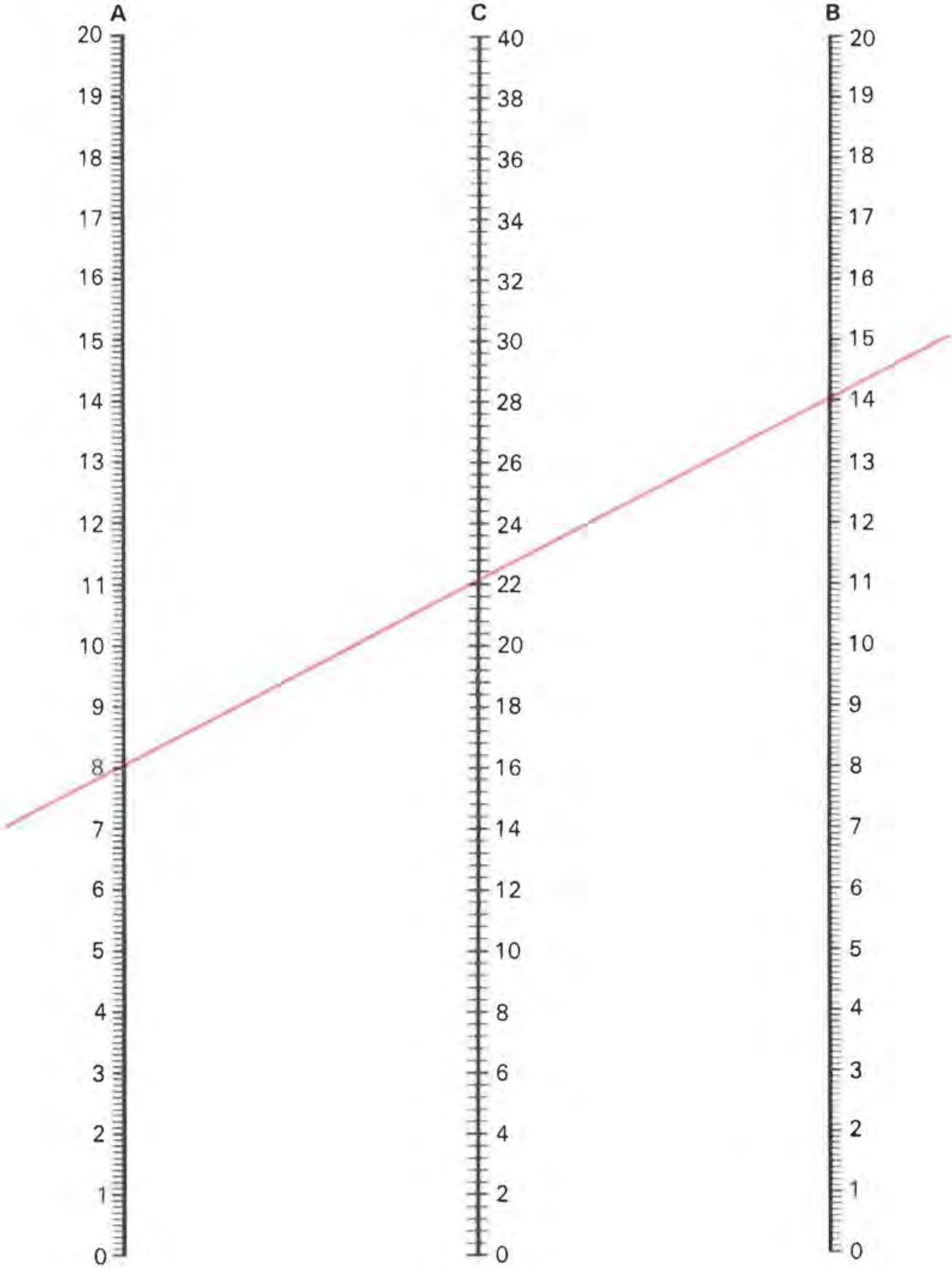
A discuter

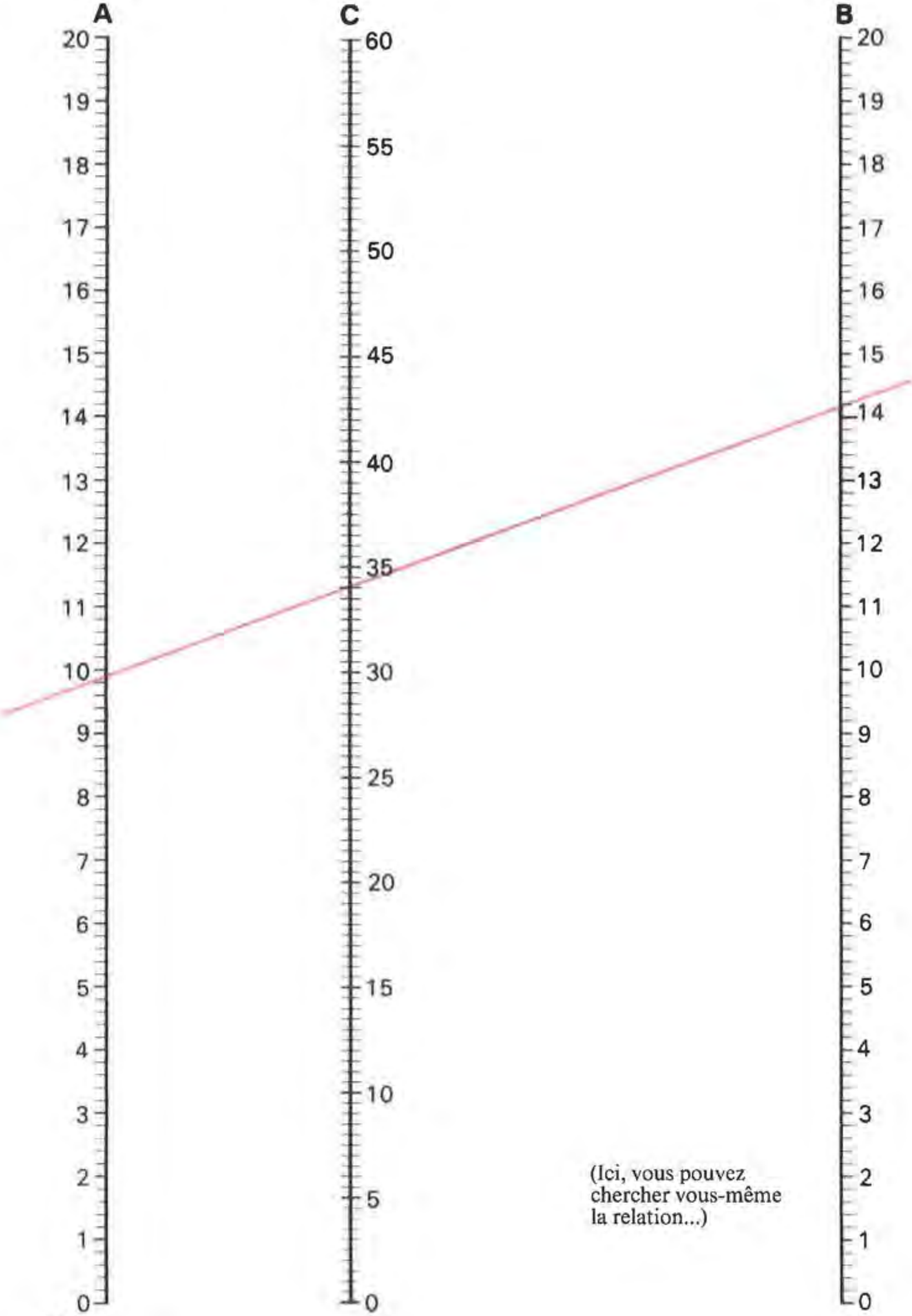
Vois-tu comment calculer: $12{,}4 + 6{,}8$ avec les échelles?
Vois-tu comment calculer: $26{,}2-7{,}4$ avec les échelles?

Exercices

2. Sers-toi des échelles pour trouver la valeur de:
   a) $14{,}6+17{,}4$ b) $8{,}9+7{,}5$ c) $17{,}5-9{,}7$ d) $15-8{,}8$
   e) $21{,}5-9{,}7$ f) $19{,}8+9{,}8$ g) $20-15{,}5$ h) $17+9{,}7$

Un ensemble d'échelles comme celles-ci est appelé nomogramme.


A
C
B
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20



(Ici, vous pouvez chercher vous-même la relation...)

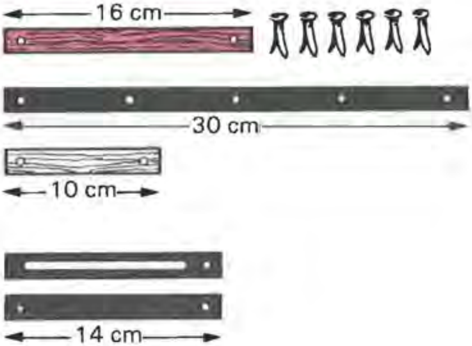
Extrait D

La photo montre un excavateur.
Nous allons nous intéresser au mécanisme qui permet les mouvements du bras principal et à celui qui permet les mouvements de la levée.
Le mécanisme est actionné à l'aide d'un piston hydraulique. Trouve ce piston sur la photo.
Que se passe-t-il lorsque le dispositif hydraulique s'allonge? Se raccourcit?

Pour faire le modèle de cet assemblage, tu as besoin:

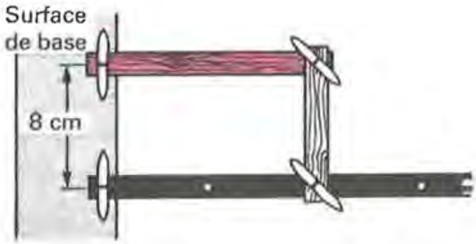
- *d'une bande rouge:* de 16 cm de longueur avec des trous percés à 1 cm de chacune des extrémités;
- *d'une bande noire:* de 30 cm de long avec un trou percé à 1 cm de chacune des extrémités, puis des trous placés à 7 cm les uns des autres;
- *d'une bande blanche:* de 10 cm de long avec un trou percé à 1 cm de chacune des extrémités;
- *de deux bandes grises:* longues chacune de 14 cm. L'une d'elles a un trou percé à 1 cm de l'une des extrémités et une fente comme indiqué sur le dessin. L'autre a un trou percé à 1 cm de chacune de ses extrémités.

Une surface de base.



Les bandes grises sont utilisées pour constituer le levier de longueur variable correspondant au piston hydraulique.

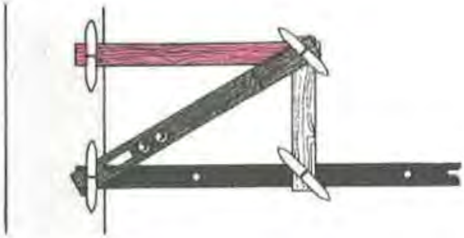
Assemble le bras rouge, le noir et le blanc comme cela est indiqué sur le dessin. Assemble les extrémités des bras rouges et noirs sur la surface de base en maintenant une distance de 8 cm entre les attaches parisiennes.



Les bras gris sont assemblés comme indiqué sur la figure, tu dois défaire l'assemblage, placer le bras qui est assemblé de nouveau avec les attaches.

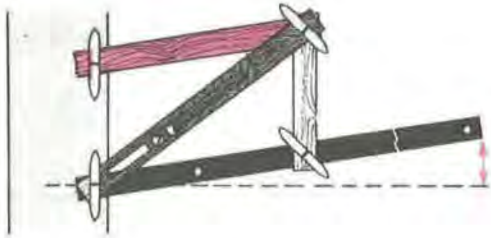
Deux attaches parisiennes retiennent les bras gris de façon que ces bras puissent facilement s'allonger et se raccourcir, il faut que les attaches glissent facilement dans la rainure.

Actionne l'assemblage en allongeant et raccourcissant le bras gris. Que se passe-t-il?



Assemble le bras blanc en utilisant un autre trou du bras noir.
Quelle différence cela provoque-t-il?

Reconstitue le premier assemblage.
Place la construction de façon que la surface de base soit en position verticale et que le bras noir soit en position horizontale.
Allonge les bras gris de 1 cm. Mesure la distance parcourue par l'extrémité du bras gris. Note le résultat.



Ramène l'assemblage dans sa position initiale.
Maintenant allonge les bras gris de 2 cm.
Mesure le déplacement vertical qui se produit à l'extrémité du bras noir.
Note le résultat.
Continue de cette façon jusqu'à ce que tu aies allongé le bras gris le plus possible.
Fais un graphique pour montrer les résultats.
Commente les résultats.

Répète ces expériences en assemblant le bras blanc à un autre endroit du bras noir.
Quel est selon toi, l'assemblage le plus favorable?

Recherche et examine d'autres exemples d'articulations. Les photographies te montrent quelques possibilités.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:
Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Dénervaud, R. Delez, Ch. Félix, M. Ferrario, F. Jacquet, F. Oberson.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 14.—, Etranger F 16.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Florina & Burgener, 1950 Sion