décembre 1992

31e année

155

MATH ECOLE

Carrés primo-magiques

Rallye mathématique romand ?

Mathématiques en conte de fées

Informations

Réimpression de l'ouvrage *«Le nombre π»*

Il y a longtemps que le numéro spécial «π» du *Petit Archimède*, (actuellement *Le Jeune Archimède*) est épuisé. Bonne nouvelle, cet ouvrage de référence sur le «nombre d'Archimède», est disponible à nouveau, en tirage limité. Sa présentation est comparable à celle de la première édition, les auteurs se sont contentés d'ajouter quelques pages, pour arriver à ... 314!

Quelques extraits de la table des matières: «à propos du papyrus Rhind», «Archimède», «Viète», «Descartes», «formules: Wallis, Stirling», «les séries de Fourier», «travaux d'Hermite et Lindemann», «π dans nos classes», «l'aiguille de Buffon», «les décimales de π et la statistique», et une foule de trésors rangés dans «le grenier», avec un bandeau des 50 premières décimales de π pour décorer votre bureau ou votre salle de classe.

Math-Ecole en a réservé 200 exemplaires à l'intention de ses lecteurs et de tous ceux qui, en Suisse romande, s'intéressent au *«Nombre π»*, au prix de 42 FS. Bulletin de commande en fin de numéro.

Bourse aux anciens numéros

Dans les numéros précédents, la rédaction annonçait l'ouverture d'une bourse aux anciens numéros. C'est parti! Au vu des stocks actuels, les numéros 100 à 150 s'échangent à 1 Fr. pièce, à quelques exceptions près, en voie d'épuisement, comme le 136 (achat 4 Fr., vente 5 Fr.). Pour les numéros antérieurs à 100, qui se font rares, les cours sont donnés «sur demande». Un index des anciens numéros est en préparation. Bulletin de commande en fin de numéro.

Campagne d'abonnements

Elle s'est ouverte dès la parution du numéro 153, jusqu'au 31 décembre 1992. Les personnes qui recruteront le plus grand nombre de nouveaux abonnés, y compris eux-mêmes, recevront des prix: jeux, calculatrices, livres, ...

Le prix de l'abonnement figure en page 1*.

Des groupes d'enseignant(e)s d'un même collège ou d'une même région peuvent bénéficier des tarifs avantageux* d'**abonnements collectifs** (livraison à une même adresse):

de 5 à 9: Fr. 15.- par abonnement,	de 50 à 99: Fr. 13.- par abonnement,
de 10 à 49: Fr. 14.- par abonnement,	dès 100: Fr. 12.- par abonnement.

*(Une augmentation de ces prix est à prévoir, dès 1993.)

Bulletin de commande en fin de numéro.

Jeux au banc d'essai

Math-Ecole présente régulièrement des jeux, expérimentés en classe. Les lecteurs qui le souhaitent peuvent participer, avec leurs élèves, aux essais et validations de ces nouveaux jeux, qu'ils pourront conserver ensuite. Prière de s'adresser à la rédaction.

MATH-ECOLE

31e année 5 numéros par an

155

décembre 1992

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 17.- Etranger: Fr. 19.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
«Ouverture au monde»
œuvre d'Angel Duarte
(Nouvelle jetée d'Ouchy, Lausanne)
Photographie: Oswald Ruppen, Sion.
Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

Rien ne va plus... faites vos vœux!

Le numéro hors série de septembre de «*Science et Vie*»[1] a pour thème: «*Sciences à l'école: les raisons du malaise*». Attendrions-nous autre chose de cette période où nous nous découvrons des crises tous les jours?
Mathématique, biologie, physique et chimie ... rien ne va plus, des salles de classes aux amphis! La biologie enfle à s'en faire éclater les neurones; la chimie se dessèche; il manque de profs de math et de physique ... là, la crise ne date pas d'aujourd'hui.

La mathématique enseignée serait atteinte de maux divers ...
Questionnons ses proches:

Qui êtes-vous à vous pencher sur son état de santé?

Mathématiciens! Tiens donc, vous préoccuperiez-vous de transposition didactique?
Enseignants! Ne serait-ce pas qu'une question de savoir-faire?
Formateurs! C'est à coup sûr un problème de «(dé)monstration»!
Magistrats! Préservons l'essentiel ... (des voix en vue des élections?)
Elèves! Ouais alors ... l'prof l'est plutôt craignos!
Didacticiens! Quel que soit l'état de santé de la mathématique enseignée, nous pourrions toujours y découvrir des «effets Jourdain»[2].

A quels signes reconnaît-on un malaise en mathématique?

Au décalage entre recherche savante et culture? Nous l'avions déjà entendu, il y a une vingtaine d'années, n'est-ce pas?
Aux manuels qui ne correspondent ni aux attentes des enseignants (de toute façon!), ni aux élèves (dites ... comment apprennent-ils, au fait?), ni aux didacticiens (comment! ... encore un ouvrage qui ne tient pas compte des recherches dans le domaine?), ni aux auteurs (les cibles désignées, à tort ou à raison!)?
A la fréquentation des instituts de mathématique? On frise le collapsus!
Au rôle social qu'occupe la mathématique dans la sélection? Ca ne leur colle pas à la peau depuis la nuit des temps, et, actuellement, n'y aurait-il pas concurrence avec la biologie?
Aux dires de M. Toulemonde qui tire encore fierté de son incurie mathématique?
Aux doléances des enseignants?

Franchement, ne serait-ce pas surtout la crise des autres? Ces élèves qui persistent à faire des «fôtes», ces formateurs et ces auteurs «qui ne savent plus ce que c'est que la réalité de la classe», ces programmes jamais adaptés (à qui? à quoi?)?

---

[1] *Science et Vie*, hors série, n° 180, septembre 1992.

[2] M. Jourdain faisait de la prose sans le ... «Savoir»!

Sur quoi porte le malaise?

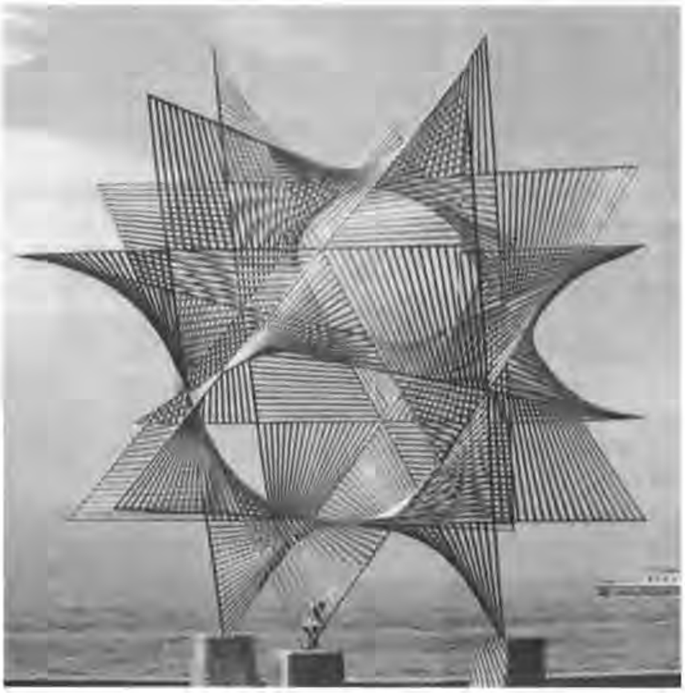
Les contenus, les méthodes, les agents du système didactique, les contenus et les méthodes, les contenus et les agents et les méthodes et ... (ah non! ce n'est pas le moment de faire des maths!)?

Ne serait-il pas judicieux de profiter de cette situation pour repenser sérieusement l'enseignement de la mathématique? En réunissant mathématiciens, didacticiens, formateurs et enseignants autour de contenus de savoirs, clairement identifiés (au hasard: la logique symbolique!); en communiquant les résultats de la recherche en didactique des mathématiques aux formateurs et enseignants; en ayant le souci d'éviter toute interprétation abusive (à propos de l'activité de l'élève ... toujours au hasard!)?

Et puisqu'il est question de mettre sur pied de nouvelles commissions qui travailleraient à repenser les notions à enseigner dans les plans d'études (le précédent arrive à la trentaine!), le moment ne serait donc pas si mal choisi.

Qui relèvera le défi?

Richard Schubauer, collaborateur au S.R.P., Genève



«Ouverture au monde», œuvre d'Angel Duarte.
(Nouvelle jetée d'Ouchy, Lausanne)

Où est le problème?

Usage de la calculatrice de poche dans l'enseignement spécialisé

par Véronique Guggisberg, psychologue, La Castalie, Monthey

Dans le numéro 151 de *Math-Ecole*, j'ai eu l'occasion de montrer, avec Augusta Balmelli, l'intérêt d'aménager dans l'enseignement spécialisé un espace pour la calculatrice de poche, un lieu pour y accueillir nombres, chiffres, mesures et commentaires, que les élèves aiment communiquer ou échanger.

Nous cherchions à connaître leurs nombres, et ils nous ont raconté des problèmes et proposé des calculs aussi.

Ainsi, les élèves répondent à une attente formulée dès l'introduction de l'enseignement spécialisé:

"Soulignons encore l'absolue nécessité de ne pas se contenter de donner des opérations et des problèmes tout préparés aux élèves, mais dans chaque cas", propose Alice Descœudres (1916), et dès qu'ils le peuvent, de leur en faire trouver par eux-mêmes. D'autres collègues feront comme moi l'expérience que les enfants qui paraissent les plus incapables de faire les problèmes que le maître leur prépare, sont les plus désireux d'en inventer eux-mêmes ..."

D'autre part, comprendre leurs nombres, associés aux calculs et aux problèmes, se fera dans l'optique de G. Vergnaud, déclarant, dans la préface de *"L'enfant et le nombre"*, de Michel Fayol (1990), *"qu'on ne peut pas comprendre les premiers développements du concept du nombre sans faire référence à la résolution de problèmes d'addition et de soustraction, et de comparaison"*.

L'expérience menée dans treize classes tessinoises, qui s'ajoute à celle conduite depuis plusieurs années à la Castalie, en Valais, confirme qu'il est possible de créer, calculatrice en main, une ambiance propice à "l'invention du problème", avec des élèves dont les capacités mathématiques vont du comptage à la réalisation d'opérations simples.

"Dis-moi un nombre", leur demandons-nous. Proposé plus ou moins précisément dans un contexte (mesure, situations sociales, etc.), un nombre recueilli, tantôt fonctionne comme "outil mathématique", utilisé pour comparer, quantifier ou transformer, tantôt se trouve impliqué dans le processus de la formation de compétences ou de connaissances numériques: compter, énumérer, ou copier.

"J'ai une idée ..."; "je pense à ...", répondra l'élève, et Ali rapporte: "Un marchand de vélos a 200 bicyclettes. Il en vend 100". (La classe déclare que ce n'est pas un problème, puisqu'Ali ne pose pas la question! Ali ne s'en défend pas.)

Ali a calqué son exemple sur un problème scolaire dont le but est de présenter, dans un contexte familier, une opération arithmétique à répéter. Cela n'est pas vraiment un problème, mais un exercice. Manuel en a tiré sa leçon: après avoir fait deux fois une addition, il "estime" que le troisième item devrait "donc" contenir une soustraction (et il a des chances de tomber juste ...).

"Suggestibles" et dépendants, les élèves de classes spéciales peuvent développer des stratégies dont les deux visées seront d'éviter le problème, et de contenter l'enseignant.

Le problème-exercice "réinventé" par les élèves devient cependant "vivant", dans la mesure où ceux-ci auront pris l'habitude d'échanger une problématique. Ainsi, à la

Castalie, Michel se fait aussitôt marchand de vélos, téléphone pour renouveler le stock, alors que son camarade prévoit l'acheminement par train, vu l'ampleur du convoi (voir *Math-Ecole*, n°151).

Claire Meljac (1991) souligne que *"d'avoir résolu un problème, satisfait l'enfant et constitue des sources de gratifications nombreuses et variées (...), et soumet ce que l'enfant* ***pense*** *du nombre à une réorganisation incessante, s'inscrivant dans un processus d'enrichissement permanent".*

L'absence d'un cadre ainsi constitué est, selon C. Meljac, la cause des difficultés ou de l'impossibilité de construire le nombre.

Le problème de Jean-Claude est complexe. Dans trois mois, son enseignante sera maman. "Compte à rebours", dit Marie. A ce propos, je leur raconte que notre fille aussi attend un bébé et que je vais donc devenir grand-mère. Jean réfléchit et dit: "Mais alors ... de ta grand-mère à toi, qu'est-ce que tu en fais?"

Avec ses camarades, nous reprenons son problème. L'opérateur constant dont est munie notre machine (Galaxy 10) permet de situer chacun à son âge respectif (16, 12, 19, et 17 ans), puis d'évoluer ensemble, toujours d'une année (cinq fois, donc pendant cinq ans). Ainsi, Philippe peut "lire" sur le cadran que 5 ans plus tard, il aura 21 ans, alors que Catharina (12 ans) en aura 17 (le même âge que Jean, actuellement).

Je leur dis à nouveau que je serai bientôt grand-mère et que nous allions avancer en âge, l'enfant, ma fille et moi, ainsi que ma mère (devenue alors arrière-grand-mère). Un des jeunes conclut: "L'arrière-grand-mère sera très vieille alors!"

Nous sommes d'accord. "Elle va mourir", dit Catharina (inévitablement, quelques années plus tard!). "Mais aussi ... si elle n'était pas arrière-grand-mère ...", ajoute Jean. "Triste, pour le tout petit (!!) bébé ...", conclut Sandrine.

"Moi et les autres!" Walter l'a compris, quand Nicole a proposé "mon bus" ... pas si laconique que cela, lorsqu'on fait monter des voyageurs. Plusieurs personnes ont pris place: les parents de Nicole, des camarades de la Castalie. C'est au tour de Walter d'en rajouter (IMC, sans langage). Il propose d'un geste "nous tous" les quatre camarades de classe + lui ... et il ouvre sa main: 5! Compté? ou calculé?

"Les premiers problèmes qui aient un sens pour le jeune enfant et à partir desquels il peut attribuer une valeur fonctionnelle au concept de nombre, sont des problèmes de comparaison, de combinaison, et de transformation de collections discrètes. Qui en a le plus? Combien à chacun? ..."
(G. Vergnaud, in: *"Les chemins du nombre"*, 1991)

Une des questions est de savoir où débute pour l'élève le problème que nous inscrivons souvent dans une perspective qui est la nôtre.

Jean-Claude (on choisit le prénom d'un participant) reçoit 2 francs, puis encore 2 francs. Combien d'argent a-t-il? Sous la table, Jean-Claude garde serrée dans sa main sa pièce de 50 centimes. "Pas d'argent du tout", n'est ici pas le meilleur départ pour un compte dans lequel l'élève s'impliquera. Et, 50 centimes de plus ou de moins ... "laisse la calculatrice bien indifférente", qui, au surplus, fixe les "2 places utiles", "sait faire ... des francs avec des centimes".

Un enseignant de Sion nous a fait remarquer que les premiers échanges monétaires ne reflétaient pas la réalité: "j'achète ... combien ça coûte"?, mais plutôt la situation: "tiens ma pièce ... qu'est-ce que je reçois contre?". Situation-problème à proposer!

Le jeune enfant "préopératoire", manipulant l'argent, a fait l'objet d'un travail intéressant, qui montre que l'échange monétaire peut être réalisé à ce niveau déjà (au Mexique, avec deux monnaies parallèles).

"Il serait intéressant", dit Philippe Veyrat (1987), *"à ce niveau, de parler du problème de la construction ou de la préformation des notions en cause ..."*

Et il conclut que *"chaque stade de ce développement permet un certain développement, ouvre certaines possibilités, qui sont actualisées en fonction de l'activité du sujet"*.

Michel a appris à l'école, à l'aide de sa calculatrice, à "calculer" les pourtours. Acquis qu'il devrait pouvoir mettre en pratique, à l'atelier de bois, à la Castalie, où, justement, son maître prépare les lattes destinées à la fabrication de caissettes. Longueur: 30 cm; largeur: 20 cm. Il nous faut ... exactement 1 mètre de lattes ...!

"Non, justement pas, étant donné", fait remarquer le maître d'atelier, "que la sciure ne tombe pas du ciel ..." Il convient donc de prévoir quelques millimètres de plus.

C'est maintenant que les élèves peuvent faire le problème!

S'il est vrai que le problème du problème est souvent ailleurs ... que dans nos exemples, il est vrai aussi qu'on peut le rencontrer, peut-être ...

L'avez-vous fait? Racontez!

(à suivre ...)[1]

[1] **N.D.L.R.:** Selon la suggestion de l'auteure, si vous l'avez rencontré ou fait, alors racontez-le. Quelques mots suffisent, une réaction, un "script", un téléphone même. La rédaction ou l'auteure peuvent s'occuper de la mise en forme.

C'est par les contributions des lecteurs-praticiens que la rubrique de la calculatrice de poche dans l'enseignement spécialisé est "à suivre".

PROBLEMES

Lunettes

Julie raconte à son frère, Jules:

La «dame des yeux» est venue dans notre classe ce matin. Elle m'a dit que j'ai une bonne vue et que je n'ai pas besoin de lunettes.

Mais, dans notre classe, il y a 9 enfants qui portent des lunettes.
Il y a 13 filles dans la classe.
2 filles, seulement, portent des lunettes: Anne et Cindy.
Il n'y a que 3 garçons qui ne portent pas de lunettes: Marc, Ian et Louis.

Alors, dit Jules, j'ai deviné que vous êtes 27 élèves dans votre classe, parce que 13 + 9 + 2 + 3 = 27

Jules a-t-il deviné juste?
Qu'en penses-tu ?

Cours privé

Parmi les élèves d'une classe:

9 font de la gymnastique
7 de la musique
10 de la natation
4 de la gym. et de la natation
3 de la gym. et de la musique
1 de la natation et de la musique
1 de la gymnastique, natation et musique
7 ne font aucune de ces trois activités.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe?

N.D.L.R.: Les réponses à ces problèmes, en rapport avec l'article sur la logique de notre n°154, sont certes intéressantes, mais les méthodes permettant de les trouver le sont davantage. Comment les élèves s'y prennent-ils, sans l'aide du maître ? Utilisent-ils spontanément des diagrammes ?
Si vous proposez ces problèmes à vos élèves, envoyez-nous les traces écrites de leurs résolutions, pour publication. Il n'est pas nécessaire de les accompagner de longs commentaires.

Carrés primo-magiques

par André Calame, Neuchâtel

Présentation du problème

Dans un récent numéro, la revue *Tangente* [1] propose le problème suivant: «*Construisez un carré magique de 3 x 3 cases, utilisant uniquement des nombres premiers différents.*» Quelques pages plus loin, on lit la «solution» suivante:

31	13	67
73	37	1
7	61	43

C'est bien un carré magique puisque la somme des termes, s = 111, est la même dans chaque ligne, dans chaque colonne et dans les deux diagonales. Malheureusement, cette solution n'est pas correcte, car - comme chacun sait - le nombre 1 n'est pas premier! D'où l'idée de chercher des carrés primo-magiques qui répondent exactement aux conditions posées. Mais, avant tout, il convient d'introduire quelques notations et d'établir des propriétés générales pour les carrés magiques d'ordre 3.

Propriétés générales

Nous enviageons un carré magique quelconque d'ordre 3:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

et nous désignons par s la somme dans chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale. Les conditions posées conduisent aux huit relations suivantes:

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & a+b+c=s\\ (2) & d+e+f=s\\ (3) & g+h+i=s\end{array}\right|\text{ sommes des lignes}$$

$$\left.\begin{array}{ll}(4) & a+d+g=s\\ (5) & b+e+h=s\\ (6) & c+f+i=s\end{array}\right|\text{ sommes des colonnes}$$

$$\left.\begin{array}{ll}(7) & a+e+i=s\\ (8) & c+e+g=s\end{array}\right|\text{ sommes des diagonales}$$

1. Considérons les quatre sommes qui comprennent le terme central e:

$$\begin{array}{ll}(2) & d+e+f=s\\ (5) & b+e+h=s\\ (7) & a+e+i=s\\ (8) & c+e+g=s\end{array}$$

Par addition, nous obtenons:

$$\underbrace{a+b+c}_{s}+\underbrace{d+e+f}_{s}+\underbrace{g+h+i}_{s}+3e=4s$$

$$3s+3e=4s$$

$$e=\frac{s}{3}$$

Dans tout carré magique d'odre 3, le terme central est égal au tiers de la somme.

2. Les relations (1) à (8) ne sont pas indépendantes. Chacune des six premières peut être considérée comme conséquence des cinq autres. Montrons, par exemple, que la relation (6) découle des précédentes, en écrivant la somme des neuf termes du carré:

$$\underbrace{(a + b + c)}_{s} + \underbrace{(d + e + f)}_{s} + \underbrace{(g + h + i)}_{s} =$$

$$\underbrace{(a + d + g)}_{s} + \underbrace{(b + e + h)}_{s} + (c + f + i)$$

$$3s = 2s + (c + f + i)$$
$$c + f + i = s$$

3. Il y a ainsi sept relations indépendantes pour dix variables a, b, c, ... , i et s. On peut donc choisir arbitrairement la valeur attribuée à trois des lettres, puis en déduire la valeur des autres variables.

Construction d'un carré magique

Nous décidons de partir du terme central et nous posons:

$$e = p$$

(Le choix de la lettre p prépare la suite où p représentera un nombre premier.) Nous choisissons ensuite a en le supposant inférieur à p et nous posons:

$$a = p - r$$

Alors, la relation (7) donne:

$$(p - r) + p + i = 3p$$
$$i = p + r$$

De même, choisissons g inférieur à e = p et posons:

$$g = p - q$$

La relation (8) fournit:

$$c + p + (p - q) = 3p$$
$$c = p + q$$

Sans nuire à la généralité, on admettra que q > r, ce qui revient à dire que, dans la première colonne du carré magique, le terme situé dans l'angle inférieur est plus petit que le terme situé dans l'angle supérieur.

Il nous reste à déterminer b, d, f et h en utilisant les relations (1), (4), (6) et (3):

(1) $(p - r) + b + (p + q) = 3p$
$b = p - q + r$

(4) $(p - r) + d + (p - q) = 3p$
$d = p + q + r$

(6) $(p + q) + f + (p + r) = 3p$
$f = p - q - r$

(3) $(p - q) + h + (p + r) = 3p$
$h = p + q - r$

Le carré magique se présente comme suit:

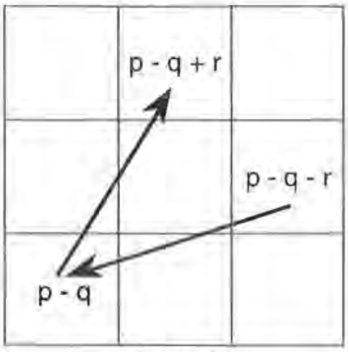
p - r	p - q + r	p + q
p + q + r	p	p - q - r
p - q	p + q - r	p + r

et il dépend des trois paramètres p, q, r. On retrouve le fait que les carrés magiques d'ordre 3 forment un espace vectoriel de dimension 3 [2]. En fait, ce carré magique est construit au moyen de trois triplets que nous donnons dans l'ordre croissant:

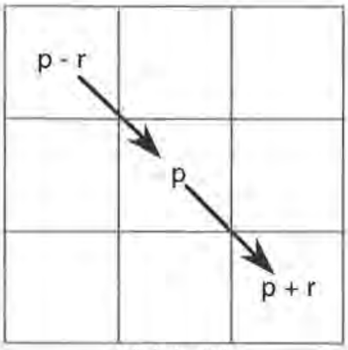
triplet n°1	p - q - r	p - q	p - q + r
triplet n°2	p - r	p	p + r
triplet n°3	p + q - r	p + q	p + q + r

Chaque triplet est une progression arithmétique de **raison** r et nous pouvons définir l'**écart** entre deux triplets au moyen du nombre q: on passe du premier au deuxième triplet en ajoutant q à chaque terme; de même pour le passage du deuxième au troisième triplet.

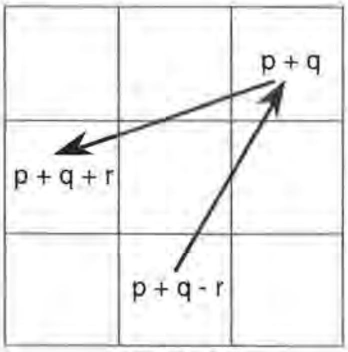
A partir de ces trois triplets, on reconstitue le carré magique selon les schémas ci-dessous:



triplet n°1



triplet n° 2



triplet n° 3

Exemple:

Pour p = 5 r = 1 et q = 3, on a les triplets

1 2 3
4 5 6
7 8 9

qui donnent le carré magique classique:

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Carrés primo-magiques

Dès maintenant, nous cherchons à construire des carrés magiques à termes tous premiers. Ici aussi, quelques remarques préalables s'imposent.

1° **Le nombre premier 2 ne peut figurer dans aucun carré primo-magique.** En effet, les sommes où figure 2 (avec deux nombres premiers impairs) seraient paires, tandis que les sommes où ne figure pas 2 seraient impaires.

2° **Le nombre 3 ne figure dans aucun carré primo-magique.** En effet, supposons le triplet n°1

$$3 \qquad 3 + r \qquad 3 + 2r$$

r ne saurait être un multiple de 3 puisque 3 + r serait lui-même un multiple de 3 et donc non premier. Ainsi, r est soit de la forme 3m + 1, soit de la forme 3m - 1.

Dans le premier cas, on a le triplet

$$3$$
$$3 + (3m + 1) = 3(m + 1) + 1$$
$$3 + (6m + 2) = 3(2m + 2) - 1$$

En termes de congruences:

$$3 \equiv 0 \pmod 3$$
$$3 + r \equiv 1 \pmod 3$$
$$3 + 2r \equiv -1 \pmod 3$$

Dans le deuxième cas, on a par analogie

$$3 \equiv 0 \pmod 3$$
$$3 + r \equiv -1 \pmod 3$$
$$3 + 2r \equiv 1 \pmod 3$$

Les trois restes possibles mod 3 sont présents dans le triplet. Il en résulte que, pour tout choix de q, le triplet n°2 comprendra nécessairement un multiple de 3 et ne sera pas premier.

3° D'après **1**°, les nombres premiers à utiliser sont tous impairs. Or, les nombres impairs sont de la forme

$6k - 3 \quad 6k - 1 \quad 6k + 1 \quad 6k + 3$

Parmi ceux-ci, 6-3 et 6k+3 sont multiples de 3. Par conséquent, les nombres premiers d'un carré primo-magique sont tous de la forme 6k-1 ou 6k+1. Nous verrons plus loin que dans un même carré tous les termes sont de la même forme: soit 6k-1, soit 6k+1.

4° **La raison r et l'écart q doivent être des multiples de 6.**

Notons d'abord que r et q doivent être pairs. Ensuite, nous distinguons deux cas suivant que $p \equiv 1 \pmod 3$ ou $p \equiv -1 \pmod 3$.

Dans le premier cas:

si $r \equiv 1 \pmod 3$ alors $p - r \equiv 0 \pmod 3$ et ne convient pas,

si $r \equiv -1 \pmod 3$ alors $p + r \equiv 0 \pmod 3$ et ne convient pas.

Symétriquement, dans le second cas:

si $r \equiv 1 \pmod 3$ alors $p + r \equiv 0 \pmod 3$,

si $r \equiv -1 \pmod 3$ alors $p - r \equiv 0 \pmod 3$.

La seule possibilité est donc que r (qui est pair) soit multiple de 3; d'où:

r = multiple de 6

On ferait les mêmes constatations pour q en étudiant les trois nombres

$p \quad p - q \quad \text{et} \quad p + q$

Conclusion: Dans un carré primo-magique, tous les nombres sont soit de la forme 6k-1 si p est de cette forme; soit de la forme 6k+1 si p est de cette forme.

Construction de carrés primo-magiques

Premier exemple

Partons du triplet n°1

29 41 53 avec la raison r = 12

A l'aide d'une table de nombres premiers [3], nous cherchons un autre triplet avec la raison 12. Le premier qui se présente est

47 59 71 avec un écart q = 18

mais le triplet n°3 serait

65 77 89

où 65 et 77 ne sont pas premiers.

Avec le triplet suivant, nous aurons plus de succès:

triplet n°2 59 71 83 écart q = 30

triplet n°3 89 101 113

ce qui conduit à un carré primo-magique de somme s = 213

59	53	101
113	71	29
41	89	83

Deuxième exemple

Tout ne se passe pas toujours aussi facilement que dans l'exemple précédent. Prenons le triplet n°1

5 11 17 raison r = 6

qui est le plus simple possible. Le triplet suivant qui se présente dans la table est

7 13 19 mais l'écart q = 2 n'est pas multiple de 6.

Ensuite, avec

31 37 43 l'écart q = 26 n'est pas non plus multiple de 6.

Le triplet suivant est

41 47 53 q = 36 convient;

mais le troisième triplet

77 83 89 comprend 77, non premier.

En continuant ainsi dans la lecture de la table, on a tantôt des écarts non multiples de 6, tantôt des écarts convenables mais qui conduisent à un troisième triplet dont les termes ne sont pas tous premiers.

La patience sera récompensée avec le

triplet n°2 1481 1487 1493 q = 1476

triplet n°3 2957 2963 2969

Carré primo-magique:

1481	17	2963
2969	1487	5
11	2957	1493

s = 4461

Les exemples suivants ont tous été construits de manière analogue. On pourra vérifier que chaque nombre premier inférieur à 100 figure dans au moins un de ces carrés.

p = 373 r = 6 q = 360 s = 1119

367	19	733
739	373	7
13	727	379

p = 257 r = 24 q = 210 s = 771

233	71	467
491	257	23
47	443	281

p = 71 r = 12 q = 30 s = 213

59	53	101
113	71	29
41	89	83

p = 157 r = 6 q = 120 s = 471

151	43	277
283	157	31
37	271	163

p = 1549   r = 18   q = 1470   s = 4647

1531	97	3019
3037	1549	61
79	3001	1567

p = 337   r = 30   q = 240   s = 1011

307	127	577
607	337	67
97	547	367

p = 937   r = 54   q = 810   s = 2811

883	181	1747
1801	937	73
127	1693	991

p = 109   r = 30   q = 72   s = 327

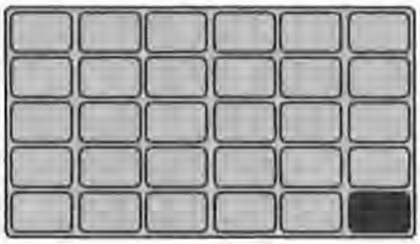
79	67	181
211	109	7
37	151	139

[1] *Tangente* n°8 - 1992 - (p.20 et 50)
[2] A. Calame - *Tois approches des carrés magiques - Math-Ecole* n°104, septembre 1982
[3] CRM - *Formulaires et tables* - Tricorne

Trois petits jeux, sans prétentions?

Tirés de l'article *Stratégies gagnantes*, de Ian Stewart dans *La mathématique des jeux*, (voir notre chronique *Notes de lecture*, p.35), voici trois jeux à deux joueurs, aux règles et énoncés simples mais dont les stratégies gagnantes ne sont pourtant pas banales:

Chocolat !



Prenez une plaque de chocolat et peignez-en un des quatre carrés d'angles, en vert, pour lui donner un goût et un aspect repoussant.

1. Les joueurs prennent la plaque à tour de rôle et en détachent une partie en la coupant suivant une seule ligne du quadrillage. Ils mangent le morceau qu'ils ont détaché.

2. Celui qui mange le carré vert a perdu!

Comment allez-vous jouer pour ne pas devoir manger le carré vert?

(suite en page 26)

Rallye mathématique romand?

Un concours mathématique, par classes, pour les degrés de l'école primaire, en Suisse romande?

Pourquoi pas?

Certes, il y a déjà *Mathématiques sans frontières*, le *Championnat international de jeux mathématiques et logiques*, des *Olympiades mathématiques*, et de nombreux autres concours. Mais les uns sont régionaux ou ne concernent que les pays qui nous entourent, les autres sont individuels ou réservés aux élèves du secondaire, certains donnent trop d'importance aux classements ou à la compétition, d'autres encore ne prennent en compte que les réponses justes sans se soucier de tout le travail d'élaboration qui les a précédées.

N'est-il pas possible d'éviter certains excès dans la recherche de la performance individuelle, dans l'élitisme, dans la course aux prix et dans les aspects publicitaires de ces compétitions? Car, malgré tout, la demande est forte, les classes et les élèves s'inscrivent, au point de déborder les organisateurs, lorsqu'on leur propose de résoudre des problèmes sous une forme moins rébarbative que dans la plupart des situations scolaires traditionnelles!

Depuis quelques années, une équipe d'enseignants de Maine-et-Loire, avec le soutien de ses autorités scolaires, organise un «rallye» pour les classes primaires du département, en s'appuyant sur les trois idées directrices que nous citons ici:

1. **Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes.**

   Les mathématiques ne se limitent pas à la maîtrise de techniques de calcul ou à la mémorisation de connaissances. C'est la résolution de problèmes qui constitue le fondement et le but des apprentissages. S'il est relativement aisé de faire acquérir aux enfants des techniques, il est moins simple de les aider à donner du sens aux situations à mathématiser.

2. **Le débat scientifique est un élément essentiel de validation d'un travail mathématique.**

   Trop souvent, la validation s'effectue dans un rapport d'autorité: le maître qui sait informe l'élève de la pertinence de son travail et la résolution de problèmes se restreint vite à un objectif d'évaluation.

   Il s'agit donc d'apprendre aux enfants à argumenter, à discuter des preuves, à s'engager sur la vérité des affirmations qu'ils avancent, à les vérifier. Il s'agit de faire en sorte qu'ils parlent des problèmes plutôt que ce soient les problèmes qui parlent d'eux au travers des verdicts du maître.

3. **La capacité à travailler en équipe est aujourd'hui essentielle.**

   Pouvoir s'organiser à plusieurs, se répartir le travail, gérer du temps, apporter sa contribution personnelle, accepter celle des autres et pouvoir entrer dans leurs points de vue ... sont des capacités difficiles à acquérir mais de plus en plus nécessaires pour s'adapter à la société actuelle.

LE PRINCIPE DU RALLYE: une compétition par classes

Pour les classes participant au rallye de Maine-et-Loire, l'organisation est la suivante:

- la classe reçoit une série d'une dizaine de problèmes à résoudre;
- ces problèmes sont choisis, en nombre et en difficulté, de telle façon que chaque enfant de la classe, même parmi les plus faibles, puisse y trouver son compte et que l'ensemble de la tâche soit

globalement trop lourd pour un seul individu, fût-il un bon élève;

- la classe dispose d'un temps limité (une heure), pour s'organiser, rechercher les solutions et en débattre;

- pendant toute cette période, l'enseignant est absent, sinon physiquement, du moins en tant que maître, s'abstenant de toute intervention, de quelque nature que ce soit;

- les enfants doivent produire une solution unique pour chacun des problèmes. C'est la classe entière qui est responsable des réponses apportées.

Modalités pratiques

En 1991, le rallye de Maine-et-Loire s'est déroulé en **trois étapes**: deux épreuves en janvier et mars, et une finale, à Angers, regroupant les classes ayant obtenu les meilleurs scores dans les deux épreuves.

Les classes étaient réparties en catégories: CE2 (3e), CM1 (4e), CM2 (5e), etc.

L'équipe responsable s'est chargée d'élaborer les problèmes, de prendre les inscriptions, d'envoyer les épreuves, de corriger les solutions proposées par les classes, d'organiser les finales.

Les apports du rallye

Les premières expériences de nos collègues ont mis en évidence de nombreux aspects positifs de leur compétition, pour les élèves et les maîtres:

- le travail collectif impose à la classe la nécessité de s'organiser, de débattre des modes de fonctionnement, d'échanger des opinions et de les défendre lors du choix des solutions à envoyer;

- le rallye est une source d'observation pour l'enseignant, sur l'organisation de sa classe, les interactions entre ses élèves et les procédures de résolution mises en œuvre;

- les problèmes proposés offrent des développements et des pistes d'exploitation pour le travail en classe et une source de renseignements sur les difficultés rencontrées par les élèves.

Propositions pour un rallye en Suisse romande, appel aux maîtres intéressés

La rédaction de *Math-Ecole* envisage de lancer un *Rallye romand* qui pourrait être organisé conjointement avec d'autres régions francophones, en 3e, 4e ou 5e primaire.

Il suffit qu'une vingtaine de maîtres s'y intéressent pour qu'une première expérience soit tentée, selon les propositions suivantes:

1. Ceux qui le désirent font passer, dans leur classe, une des deux épreuves proposées dans les pages suivantes, à titre d'essai, dans l'esprit décrit par les paragraphes précédents.

2. Si la classe a participé avec plaisir et a trouvé les solutions d'une partie des problèmes ou si le maître est convaincu de l'intérêt de cette activité, une demande d'inscription peut être envoyée à *Math-Ecole*. (Un petit billet suffit, mentionnant le nombre d'élèves, le degré, les coordonnées du maître - adresse et téléphone). **Date limite pour les demandes d'inscription: 31 janvier 1993.**

3. Au cas où plusieurs classes (dès 6 à 8) d'un même degré sont inscrites, le concours peut s'organiser pour cette catégorie, vraisemblablement en mars et mai, avec une éventuelle finale en juin.

Ce n'est pas bien difficile! A l'échelle de cette première tentative, la part d'organisation de chaque maître intéressé ne sera pas bien lourde en regard de l'intérêt pédagogique de l'opération.

La balle est dans le camp des enseignants-lecteurs de *Math-Ecole*.

La rédaction

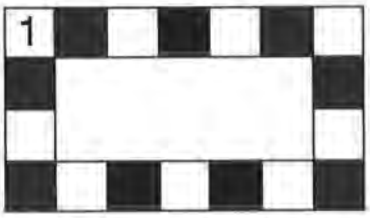
Epreuve d'essai pour les 3e et 4e années

(tirée du Rallye de Maine-et-Loire 1991 - Finale - CE2)

Problème 1 (5 points)

Anne a plùs d'argent que Roland et que Corinne; elle en a autant que François, mais elle en a moins que Barnabé.
Qui est le plus riche?

Problème 2 (6 points)



Sur cette piste, on compte de 1 en 1, toujours dans le même sens, à partir de la case marquée **1**: 1, 2, 3, 4, etc.

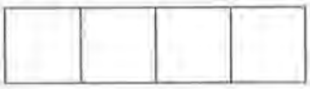
Il y a des cases blanches et des cases noires. Si on compte jusqu'à 742, quelle sera la couleur de la case d'arrivée?

Problème 3 (7 points)

Un des 3 nombres ci-dessous A, B ou C est égal à 873 503 x 917. Lequel?

A = 1 023 422 251
B = 801 002 251
C = 912 014 348

Problème 4 (8 points)



Placez les lettres A, B, C et D dans les cases en respectant les conditions suivantes:

- A doit être entre B et C,
- D doit être entre A et C,
- B ne doit pas être sur la case la plus à gauche.

Problème 5 (9 points)

Pour couper cette tarte carrée, on a donné un premier coup de couteau à partir du centre, comme sur le dessin.

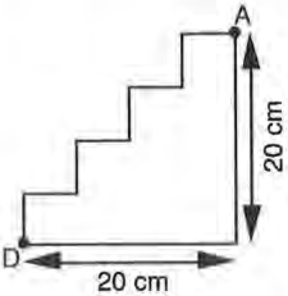
Marquez les autres coups de couteau à donner pour obtenir 4 parts égales.

Problème 6 (11 points)

Un numéro de téléphone est composé de 8 chiffres qu'on lit le plus souvent par tranches de 2.

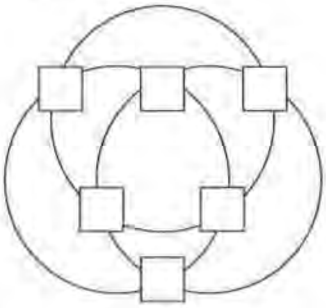
Quels sont les numéros de téléphone qui peuvent se lire: *«quarante-et-un-soixante-seize-quatre-vingt(s)-treize»*?

Problème 7 (12 points)



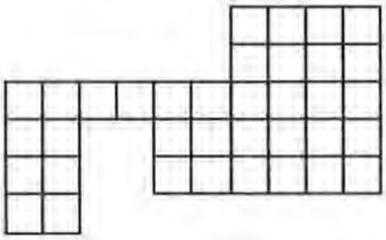
Une fourmi monte le petit escalier. Elle part de D et arrive en A. Quelle distance a-t-elle parcourue?

Problème 8 (13 points)



Placez les nombres de 1 à 6 dans les cases de façon que sur chaque cercle la somme des nombres des 4 cases soit la même.

Problème 9 (14 points)



Comment découper cette figure en 2 morceaux de telle façon qu'avec ces 2 morceaux replacés différemment on puisse obtenir un carré.
Indiquez le trait de découpe sur le dessin.

Problème 10 (15 points)

Dans l'addition ci-contre, chaque lettre représente toujours le même chiffre et des lettres différentes correspondent toujours à des chiffres différents. Aucune lettre ne correspond au chiffre 2. Aucun nombre ne commence par 0.

Réécrivez cette addition avec seulement des chiffres.

$$\begin{array}{r} CE2 \\ +\ CE2 \\ +\ CE2 \\ \hline MATH \end{array}$$

Epreuve d'essai pour les 4e et 5e années

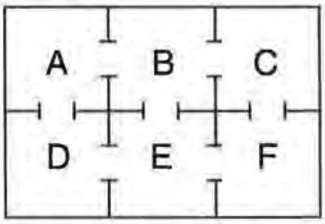
(tirée du Rallye de Maine-et-Loire 1991 - Finale - CM2)

Problème 1 (5 points)

Martin est plus petit que Nathalie et Odile. Martin, Nathalie, Odile et Quentin sont tous les quatre plus grands que Philippe. Nathalie est plus grande qu'Odile et Quentin est plus petit que Martin.

Rangez les 5 enfants du plus petit au plus grand.

Problème 2 (6 points)



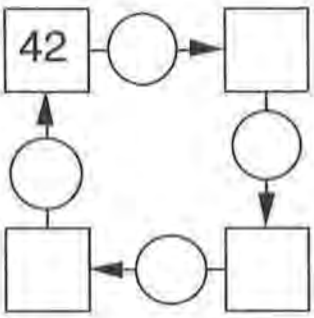
Je suis parti de la salle A et je suis passé dans chacune des autres salles une fois et une seule. Je suis maintenant dans la dernière salle.

Quelles sont toutes les salles où je peux être maintenant?

Problème 3 (7 points)

Placez les 5 lettres A, B, C, D et E dans les cases en respectant les conditions suivantes: E est avant D; on passe de A à B en avançant de gauche à droite de 2 cases et de B à C en reculant de 3 cases; D n'est pas à une extrémité.

Problème 4 (8 points)



Placez des nombres dans les cases vides. L'une des flèches doit correspondre à *«ajouter 3»*, une autre à *«diviser par 6»*, une autre à *«soustraire 8»* et une autre à *«multiplier par 5»*.

Problème 5 (9 points)

Dans un entrepôt sont stockées des feuilles ayant chacune 0,25 mm d'épaisseur. Il y a un million de feuilles. Si on les empilait toutes, quelle serait, en mètres, la hauteur du tas?

Problème 6 (11 points)

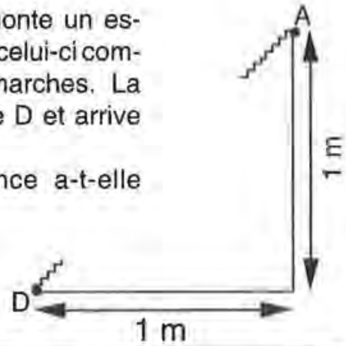
$$34\,938 \times 57 = 1\,991\,466$$
$$9\,052 \times 22 = 199\,144$$

Les nombres obtenus en calculant ces produits commencent par 1991.

Trouvez un nombre plus petit que 100 000 tel qu'en le multipliant par 13 on obtienne un nombre dont l'écriture commence par 1991.

Problème 7 (12 points)

Une fourmi monte un escalier comme celui-ci comprenant 47 marches. La fourmi part de D et arrive en A.
Quelle distance a-t-elle parcourue?



Problème 8 (13 points)

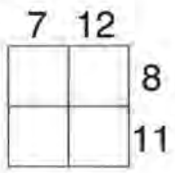
Un nombre palindrome est un nombre qu'on peut lire de gauche à droite ou de droite à gauche de la même façon. Par exemple 202, 1991, 7, 11, ... sont des nombres palindromes. Par contre 687 (qui donne 786 à l'envers) ou 1209 (qui donne 9021), ... ne sont pas des nombres palindromes.

Combien y-a-t-il de nombres palindromes entre 1 et 1991 (1 et 1991 compris)?

Problème 9 (14 points)

Combien de fois par jour les 2 aiguilles d'une montre forment-elles un angle droit?

Problème 10 (15 points)



Placez un nombre dans chaque case pour que la somme des nombres dans chaque ligne et chaque colonne soit celle indiquée. Les 4 nombres à placer doivent être différents.

Trouvez au moins une réponse et cherchez le plus de solutions possible (le nombre de solutions trouvées départagera les éventuels ex-æquo).

Des mathématiques en conte de fées ou des contes de fées en mathématiques?

par Chantal Richter, maîtresse enfantine, collège de Chailly

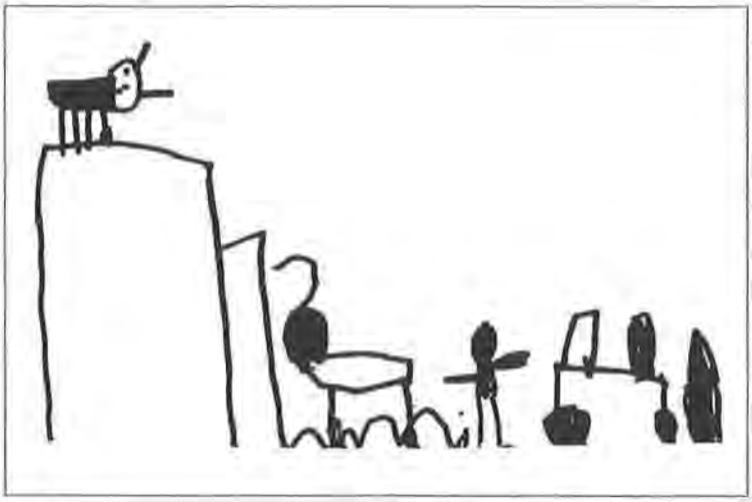
«Les mathématiques ... les quantificateurs en classe enfantine ... mais vous voulez rire, Chère Madame! Il faudrait un esprit plus cartésien, plus rigide, plus logique peut être pour faire mûrir certaines notions précises dans ce domaine!» ...

Et pourtant, ... notions précises oui, mais combien précieuses. On ne saurait assez souligner l'importance de ces bases de vocabulaire pour pouvoir ensuite élaborer des raisonnements plus structurés. La chance d'une maîtresse d'école enfantine est sans doute de pouvoir utiliser n'importe quel matériel, selon son imagination ou celle des enfants, et surtout à n'importe quel moment puisque nous n'avons pas d'horaire régulier avec répartition de leçons hebdomadaires.

J'en ai fait encore une fois l'expérience en début d'année scolaire: alors que je m'apprêtais à aborder et vérifier l'acquisition de certains termes, je me suis surprise à trouver l'idée fort rébarbative... J'eus soudain l'impression que ce vocabulaire abstrait devait être bien ennuyeux aux oreilles d'un enfant né en pleine période télévision, vidéo, computer. Et tout à coup ... baguette magique ... poudre de perlimpimpin, abracadabra voilà que les mathématiques prirent le chemin de l'imaginaire. Peut-être est-ce encore une des seules voies qu'il vous reste en tant qu'enseignant pour entrer dans le monde des enfants sans utiliser un écran! On alla donc chercher la ferme en bois et tous les animaux, le fermier et son tracteur et nous voilà partis dans une longue histoire improvisée: «BEAUCOUP» de vaches enfermées dans un champ avec «TOUTES» les barrières ... imaginez leur tristesse! Mais voilà «UN» paysan arrive avec un drôle de tracteur, ouvre «QUELQUES» barrières et fait entrer «DEUX» éléphants bleus.

Eléphants magiques, il va de soi, qui, d'un coup de trompe, envoient une vache sur le toit de la ferme. Le paysan revient ne s'apercoit de rien; attention ... il faut faire vite «QUELQUES» vaches sur le toit ... hop!

Elles s'envolent «DAVANTAGE» ... «TOUTES» ... il n'en reste «AUCUNE» dans le champ. Le paysan revient, ne comprend plus rien, va racheter «AUTANT» de vaches que d'éléphants bleus et elles disparaissent à leur tour ... etc. Les enfants sont restés concentrés ainsi pendant une vingtaine de minutes, mimant chaque scène, plaçant correctement les animaux, les barrières, vivant l'histoire d'un bout à l'autre.

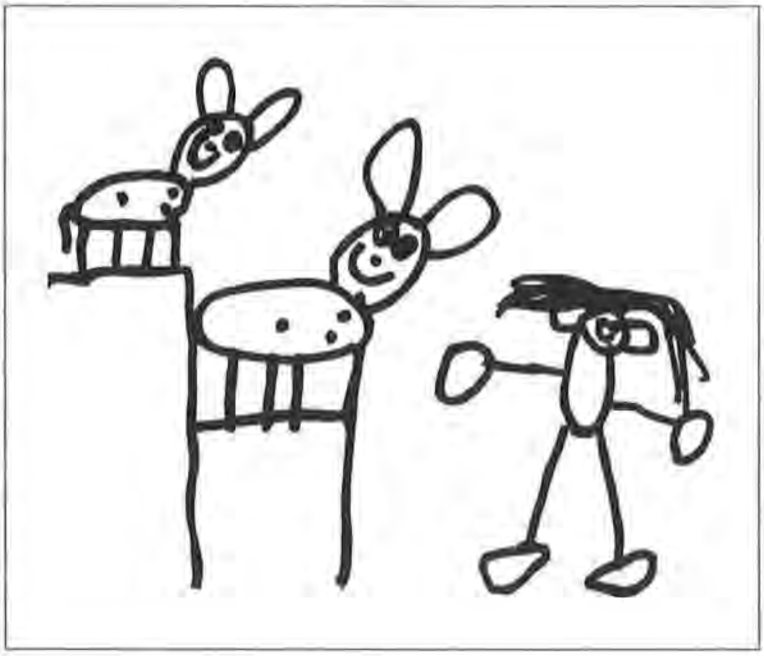


ques à l'enfant en utilisant ses domaines de prédilection, afin de sauter avec plus d'aisance parmi les chiffres.

Mais le plus important à mes yeux est d'arriver à le faire sans qu'il s'en rende compte, chose encore tout à fait possible dans le cadre d'une classe enfantine puisque leur imagination est débordante. L'utiliser à des fins mathématiques est alors plausible même si au premier abord ces deux domaines paraissent opposés!

Qui sait? Peut-être que «Les 101 Dalmatiens» ou «Blanche Neige et les 7 nains» ont été écrits pour être utilisés dans une leçon de calculs ... la psychanalyse des contes de fées n'en parle pas encore ... !

Ce n'était qu'une simple histoire pour vérifier des quantificateurs mais ... nous nous sommes tous pris au jeu! Il ressort d'une telle expérience que les mathématiques peuvent aussi faire partie de ce monde-là. Lorsqu'elles sont pratiquées sous forme de jeu imaginaire et mimé, elles ont une notion essentielle pour cet âge: le fait d'être familières. Plus tard, si l'enfant a pu correctement vivre et intégrer dans son monde des mots comme «davantage», «autant», ..., il pourra passer à l'abstraction et résoudre des problèmes mathématiques sans les mimer.



Dans les classes enfantines, il faut aussi tenir compte de tous les enfants de langue maternelle non-francophone, qui n'entendent pas forcément leurs parents dire «je vais acheter davantage de carottes cette semaine!». Il faut également mettre en place ces éléments essentiels pour pouvoir aborder le monde des chiffres, donner des points de repère prati-

A l'époque des hommes des cavernes

par Michel Chastellain,
Séminaire Pédagogique de l'Enseignement Secondaire vaudois

« ...*Et soyez sans cesse* ***à l'écoute*** *des élèves : les conceptions émergent à tous les moments d'une démarche de recherche, et ce sont celles qui apparaissent «dans la foulée» qui sont souvent les plus riches.*»[1]

Il m'arrive cycliquement de plonger le nez dans la pile monstrueuse des innombrables productions d'élèves, précieusement conservées depuis moult années, qui surplombe de manière instable la bien maigre surface que je considère comme mon bureau. Et c'est là que, tout récemment, j'ai redécouvert quelques savoureux textes produits par une classe de cinquième année, alors que nous étudiions le chapitre intitulé: «MESURE DE LONGUEURS».

L'activité avait été entamée par la consigne suivante: «Racontez-moi tout ce que vous savez à propos de la mesure de longueurs».

La mesure est une invention très importante, elle ~~se~~ s'utilise dans beaucoup de traveaux comme dans: la cuisine, pour la grandeure d'une maison, la longueure d'un objet, la longeure de l'autoroute ou d'une route enfin brefe tous ce qu'on doit mesure ont fait appelle à la mesure

Pour faire une mesure, on peux prendre une règle pour que ça soit bien droit.

Exemple: un carré, il faut que c'est quatre ligne sont de la même mesure donc ont prend une règle pour que ça soit bien droit.

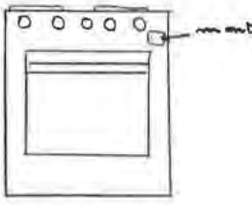
[1] G. De Vecchi et A. Giordan, *L'enseignement scientifique : comment faire pour que «ça marche»?*, Nice, Z'éditions, p. 65.

La mesure est tous ce qu'on peu mesurer.
On peu mesurer la fièvre,
on peu mesurer l'eau
on peu mesurer la talle, la chaise ecst
La mesure est très utile dans la vie.
Si on pouvait pas mesurer les habitsne serions
pas de notre taille,
On purrait devenir gravement
malades.
Les bébés pourrait s'envrumer
et on ne purrait pas traivaller convenalle
ment.

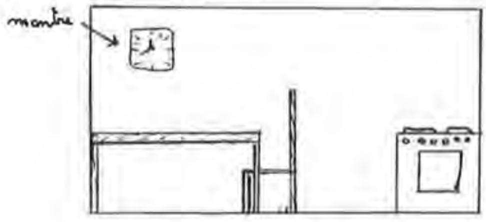
La mesure est importante dans la vie, elle est importante
Pace-que dans un matht de foot si la point de penalty
est à 15 mètres est et l'autre à 8 mètres se n'est pas
juste pa pour l' autre équipe n'est pour sa que
la mesure est importante dans la vie.

Dans la cuisine si on veut faire de la puré au
pomme de terre il faut s'avoir combien on mais du
lait.

On trouve pour cuisiner, on peut prendre une montre qui est, par examp
sur un four ou dans la cuisine.



four à montre



cuisine à montre

A propos de la mesure

La mesure est utile pour beaucoup de choses par exemple quand on veut acheter un appartement on mesure au mètre carré pour cela ci la pièce est carrée au rectangle cela arrange pour calculer car on mesure deux parties du bord

LA PIÈCE CONTIENT 9 MÈTRES CARRÉ

dis on que ces quotés mesurent 3 mètres alors nous faisons 3 · 3 mètres = 9 mètres carrés.

La mesure est utile aussi pour la couture

pour la couture l'on mesure avec un

ci on ne veut pas avoir un pule come ça

oui la chose que je vous ai dessinée est un pule sans prise de mesure car il faut prendre les mesure des manches pour qu'elles soient égales

ensuite l'on regarde les côtes ce qui est en traitillé car il faut assi que les côtes soient égales au faite la chose verte sert voir la mesure du monsieur qui veut l'acheter son tour de poitrine est... et l'on le représent les mesure celon ce que j'ai montré

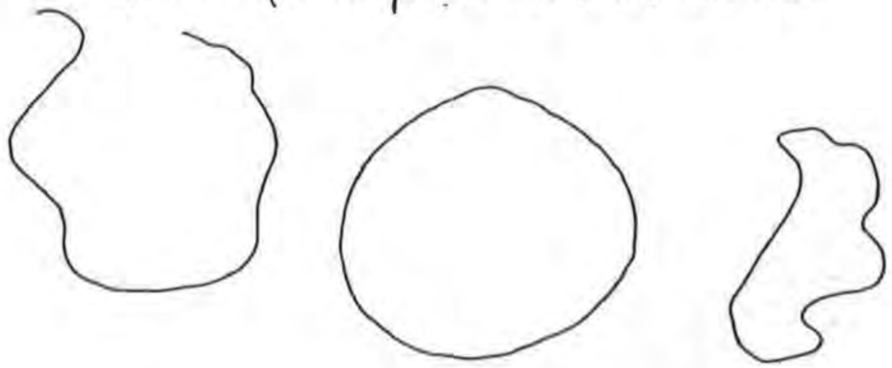
la mesure est aussi utile pour les voitures oui car pour controler combien de Km on a fait ou pour controler la vitesse

0900 KM

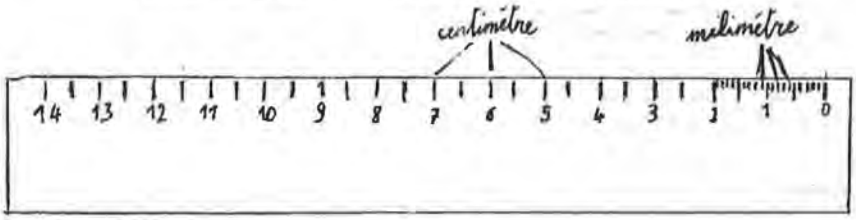
Reparlons de la mesure des formes:

Ici une rectangle

ici de formes qu'on ne peux mesuré

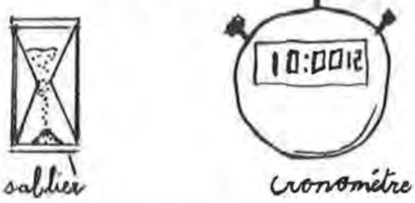


Sur les règle par exeamplé ont trouve que deux sorte de mesure : les centimètre et les milimètre



On peut aussi mesurer le temps avec : un sablier, une montre, un cronomètre, ect...

Ces quelques instrument servent a mesurer le temps



Dans une deuxième étape, j'avais proposé la relance suivante: «Imaginez que vous vivez à l'époque des hommes des cavernes, c'est-à-dire que vous ne disposez pas d'un double-mètre, d'une règle ou de tout autre objet gradué. Dans ces conditions, quelles sont les dimensions de la classe?»

Je suis un homme des caverne et j'essaie de mesurer
la classe. Ont peut mesurer avec ~~o~~ la ~~la~~rgeur ~~du~~ de mon
pied.

largeur de la classe: 20 pied 1/2
longeur de la classe: 42 pied 1/2

on peut aussi prendre un boutde bois et en
prendre un autre de la même grandeur ~~ect~~ ~~i~~ desuite
pour qui en aie autant que chaque tribûs et en
distribuer un a chaque tribus.

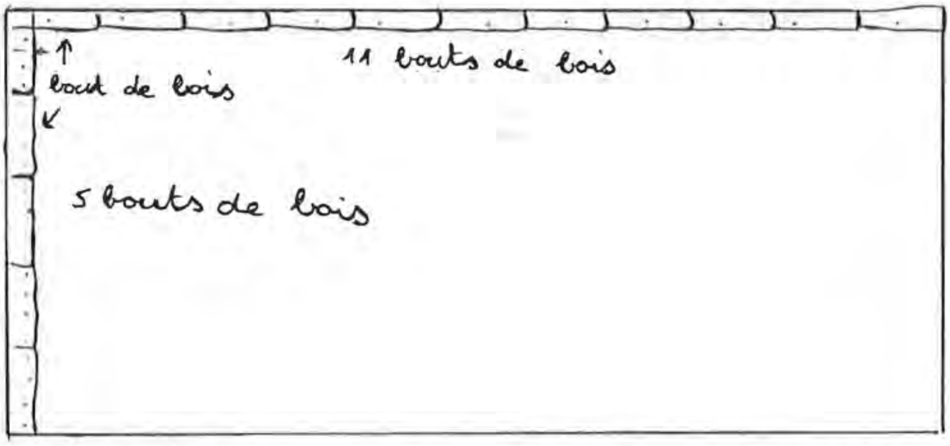
un bout de bois première mesure des cave
11 bout de bois 5 ~ bouts de bois
pour trouver se resultat nous avons longer
la caverne avec un bout de bois et
nous avons compté combien il y en
avait sans prendre les meubles et les
trous pour la lumière maintenant nous
avons la première mesure prehistorique
maintenant les mesures sont mètres kilomètre
centimètre diziaime et le chiffre de mesure
est disc et au faite on peut reproduire
plusieurs bouts de bois come cela tous le
monde aura les mêmes mesure comme
maintenant. en 1986. (~~on pourrai aussi~~)

(En fête se n'ai pas vraiment précis parce que si on prend une une(s) camarade n'as pas la même mesure)
Il faudrai prendre un bout de liane de la même grandeur et mesurer la classe

Les hommes des cavernes pourrait prendre un bout de bois et le gradués. ⊥⊥⊥⊥⊥⊥⊥

sur un bout de bois d'un mètre ont trouve
11 bouts de bois sur la largeure
5 bouts de bois sur la longueur
se qui fait l'aire 5 x 11 = 55 (voir dessin)

la classe



ont peut assi par escample mesurer par pieds ou par main mais attention par escample si moi je mesure avec mes pieds ou mains je n'aurai pas la même longeur qu'un autre camarade
donc le moijen le plus simple c'est d'utilisé un objet de la nature, bois, os d'animals eact.

2 4½ : 2 bras = 49
150 pieds = 15 pieds de taille d'un batonnet.
~~On~~ Il faudrait trouver un moyen de naturelle de mesure ex. avec des os de la même taille, des défance de mamouthe, des brin d'herbe, de la peau coupée en lamelle égale,

Le problème c'est que si on mescure avec des pats tout le monde n'a pas la même grandeur
on pourrait prendre deux bâtons de la même taille et chaquan mesure combien de bâton il y a dans la longueur et la largueur de la classe.
on pourrait tailler deux pierre de la même taille et voir combien de fois il y a dans la classe.

Etant convaincu qu'un savoir se construit à partir des conceptions de chacun, il m'arrive fréquemment, lors de l'introduction d'une nouvelle notion, de demander aux élèves de décrire ce qu'ils connaissent du sujet en question, afin de mieux cerner leur niveau de représentation. Les textes qui précèdent reflètent cette démarche.

Cependant leur présentation ici ne vise pas l'étude des idées que les élèves de onze ans entretiennent à propos des «mesures de longueurs». Il s'agit plutôt de sensibiliser le lecteur à cette conception fondamentale et surtout de lui offrir la possibilité de partager la fraîcheur, la richesse et la spontanéité de ces productions enfantines.

Trois petits jeux, sans prétention? (suite de la page 12)

Diviser pour régner

Deux boîtes contiennent chacune un nombre non nul de jetons.

Les joueurs, tout à tour, vident l'une des deux boîtes et répartissent le contenu de l'autre entre les deux boîtes, chacune recevant au moins un jeton.

Le joueur qui ne peut plus respecter ces règles, lorsque c'est sont tour, a perdu.

Vous héritez de la situation : «7 jetons dans une boîte et 10 dans l'autre». Quelle boîte allez-vous vider et comment répartirez-vous les jetons de l'autre pour être sûr de gagner?

(suite en page 34)

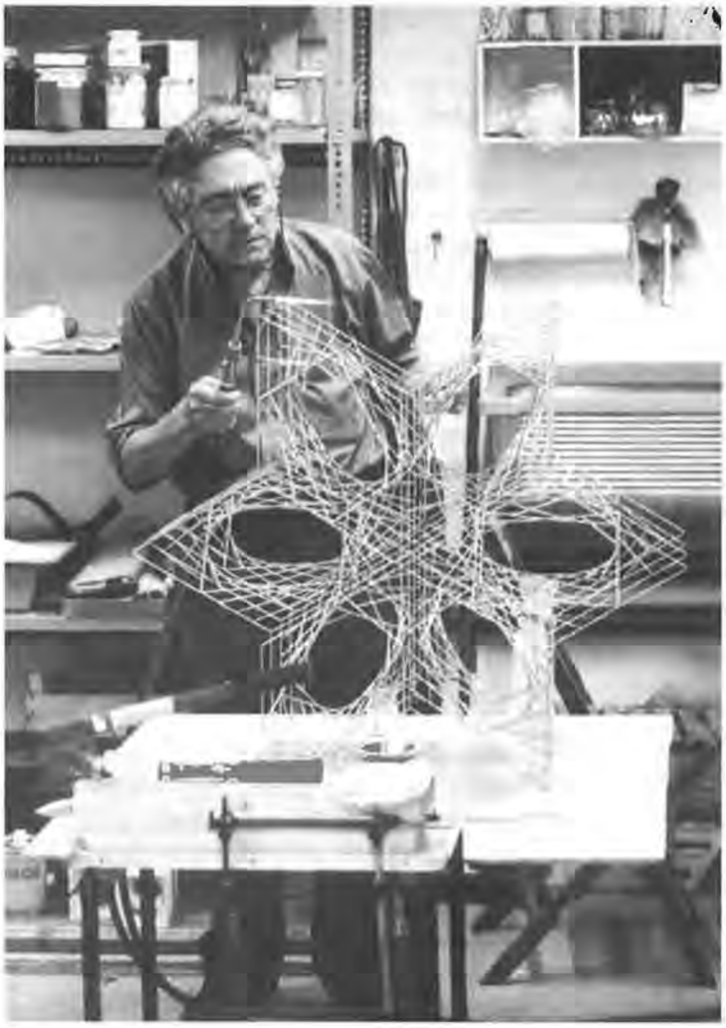
Une vie pour l'art

Un Sédunois à Séville

par Jean-Pierre Giuliani, architecte à Martigny

Depuis le n°153, la couverture de *Math-Ecole* présente des œuvres de l'artiste sédunois Angel Duarte. La rédaction a pensé qu'il plairait au lecteur de découvrir l'homme dont l'œuvre est un lieu de convergence de la science et de l'art. Ainsi, nous publions dans nos colonnes un article paru dans la revue *Treize Etoiles,* en juillet 1992, sous la plume de Jean-Pierre Giuliani. Nos remerciements vont à l'auteur et à la rédaction pour l'autorisation de reprise aimablement accordée. Les photographies qui illustrent l'article, ainsi que celle de couverture, sont dues au talent d'Oswald Ruppen, photographe à Sion.

Dans l'enceinte de l'Exposition universelle 1992, à Séville, un espace est consacré à l'Europe des douze. On y expose des sculptures pour représenter chacun des pays.



Mais, ô stupeur! Les douze sont treize. Allusion à *Treize Etoiles* ou anticipation?

Nenni. A la suite d'une confusion, la sculpture d'Angel Duarte n'a pu être située à l'emplacement préalablement choisi. Elle figure ainsi en bonne place.

La présence du sculpteur Angel Duarte à Séville n'est pas accidentelle. Enfant de cette Espagne partagée, ulcérée et mortifiée, il a six ans lorsqu'éclate autour de lui la violence de la guerre civile. Sa mère et sa soeur meurent à ses côtés dans un bombardement (1939). Dès l'âge de quinze ans, il fréquente l'Ecole des arts et métiers à Madrid. Une idée le tenaille: fuir ce régime réducteur, contraignant et privatif de liberté, moteur de la créativité; le franquisme garrotte toute volition susceptible d'incarner une tentative de rébellion. Une première escapade échoue dramatiquement. Enfin, les Pyrénées sont franchies; Angel Duarte se retrouve à Paris dès 1954. Il peint, et vit tant bien que mal avec des amis de fuite.

En 1957, A. Duarte, J. Duarte, A. Ibarrola et J. Serrano fondent *Equipo 57*. Caractéristique de ce groupe, tous les travaux sont réalisés collectivement et signés *Equipo 57*.

De Madrid à Sion

Une rencontre va modifier sa trajectoire: Anne-Marie Ebener, artiste-peintre valaisanne et créatrice de vitraux, deviendra son épouse en 1960. Le couple s'installera à Sion dès cette année. Anne-Marie Ebener décédera en 1973.

Angel est père de quatre enfants: deux filles sont politologues, la troisième poursuit des études à l'Ecole des beaux-arts de Toulouse, tandis que le benjamin est encore adolescent.

Valentina Anker, dans le catalogue illustrant la remarquable exposition consacrée à Duarte au Musée des beaux-arts de Sion, constate que *"Duarte, artiste venu du chaud, devient homme des cimes neigeuses"*. Elle demande: *"Est-ce par hasard qu'il a choisi le Valais, canton des grands cols, où se rejoignent le Nord et le Sud?"*

Ce paradoxe illustre bien la démarche de l'artiste:

"La courbe de l'hyperbole devient droite; la surface faite de tiges de métal est à la fois vide et pleine; un côté de la sculpture devient graduellement et harmonieusement l'autre côté."

Le paraboloïde hyperbolique, en mettant l'accent sur la ligne concrétisée par des barrettes droites soudées, fait apparaître des ... courbes.

Rien que l'art cinétique

Influencé d'abord par Tapiès, Angel Duarte est fasciné par l'art cinétique de Vasarely. Il abandonne la peinture. C'est la sculpture qui l'attire. Gabo, Malevitch, Moholy-Nagy, Peusner, Vantongerloo et le Suisse Max Bill, sont ses maîtres à penser.

Naum Gabo, d'origine russe, d'abord initié au cubisme (Picasso), puis à l'orphisme (Delaunay), a publié *Le Manifeste réaliste* d'où est issu un programme constructiviste (frères Peusner), influencé par les mouvements du Bauhaus et De Stijl. Fixé dès l'après-guerre aux USA, il deviendra l'un des initiateurs de l'art cinétique, cet art qui est à l'unisson avec la civilisation technologique moderne et qui traduit si bien la quête de l'espace, du mouvement, chers à l'homme de notre temps.

Dès 1920, *Le Manifeste réaliste* réhabilite la ligne en tant qu'élément essentiel pour créer la profondeur dans l'espace. Duarte adoptera, comme moyen d'expression, les barres métalliques soudées, agencées mathématiquement.

Puisant dans les écrits de Max Bill, suivant l'exemple de Vantonlergoo, artiste qui revendique aussi l'art mathématicien, Duarte est fasciné par la topologie, pour enfin trouver sa manière: l'espace défini par un paraboloïde hyperbolique.

L'espace ignore le vide

Mais il ne faut pas confondre contiguïté et continuité: la première est juxtaposition, comme les cases d'un échiquier; la seconde est sans rupture, comme le ruban de Mœbius.

Qui donc mieux qu'Albert Einstein, dans son approche de l'espace, pouvait conquérir Angel Duarte? L'artiste élabore des surfaces ininterrompues, se développant dans les trois dimensions. Ces constructions se réalisent en polystyrène, avec surfaçage lisse, ou avec des barrettes d'acier soudées qui confèrent à la sculpture, par le biais des vides et des pleins, par interférence de la lumière, des effets optiques qui deviennent une sensation physique aiguë.

Imaginer des structures

A partir de fonctions de base simples et par multiplications modulaires, organiquement assemblées, ces figures élémentaires engendrent des parallélépipèdes d'où surgissent étoiles, croix, polyèdres. Le vocabulaire plastique est codifié pour mieux s'identifier à la standardisation industrielle, apanage du vingtième siècle. L'aboutissement de ces figures, c'est un continuum spatial, espace continu, espace sans fin. Les paraboloïdes hyperboliques sont comme des vases communiquant d'un espace vers un autre. La courbe hyperbolique tend vers la droite sans jamais y parvenir; sa démarche formelle est alors basée sur la symétrie.

Cette recherche rejoint les investigations contemporaines en physique quantique, notamment, qui permettent de croire, comme au Moyen Age, que notre univers est symétrique. Mais il s'agit d'une symétrie qui engendre, selon l'angle de vue du spectateur, des dissymétries. A travers cette symétrie, c'est un lieu de convergence de la science et de l'art que nous percevons. Rencontre de la nature et de la création humaine. De telles œuvres cristallisent la sensibilité de notre époque.

Outre cette démarche structurelle et ses recherches cinétiques, intégré au groupe *Y* dès 1967, Duarte a prolongé son activité artistique en sous-tendant ses créations, en s'appuyant sur une théorie générale de l'interactivité de l'espace, générée en Espagne.

Renaissance en deux dimensions

La peinture actuelle d'Angel Duarte s'inscrit dans ce courant d'abstraction post-picturale qui a émergé dès les années 70.

Ici, la couleur est un puissant moyen d'expression. La couleur atteint l'autonomie. La confrontation d'œuvres aux formes géométriques analogues, mais à la monochromie différente, est une expérience esthétique et psychique qui montre l'interaction de couleurs juxtaposées. L'essentiel des œuvres récentes montre la maîtrise picturale de la couleur, de la couleur solide, sans gradation. Ces séries ou groupes sont en rapports étroits.

Cette peinture n'a pas de réverbération, ni physique, ni émotionnelle. Elle existe. Comme une information visuelle. Chaque pièce n'a pas d'aspect principal, mais une série d'aspects avec une vision changeante.

Tout l'œuvre d'Angel Duarte est basé sur la recherche et l'expérimentation. Il a opté pour la création plastique, en empruntant à la science et à la technique tous ces arguments technologiques et ces conséquences, bouleversant les modes de production et de communication. C'est l'esthétique du vingtième siècle.

Questions à Angel Duarte

Pourquoi exposez-vous à Séville? Qui vous a invité?

L'Estrémadure, pays dont je suis originaire, est une des régions autonomes d'Espagne. Elle a construit un pavillon à l'Expo 92 à Séville, pour montrer sa culture. Je fais partie d'un groupe de quatre artistes contemporains invités à présenter une œuvre. Ma sculpture (haute de près de quatre mètres) est exposée avec celle des douze pays de la Communauté européenne.

Quelles sont vos sources d'inspiration pour créer vos sculptures? Vos maîtres à penser ... vos influences?

A part l'apprentissage de la sculpture à l'Ecole des arts et métiers de Madrid, je n'avais pas d'intérêt particulier pour la sculpture. Depuis 1958, je me suis réellement intéressé à l'espace. J'ai été réceptif à tous les grands maîtres de l'art abstrait. Mais il s'agissait de trouver, dans les trois dimensions, une réponse à la théorie de l'"interactivité de l'espace plastique", que l'*Equipo 57* avait élaborée.

Les sciences exactes ont profondément marqué votre démarche artistique: pourquoi ce choix?

Dans notre recherche, aucun membre du groupe *Equipo 57* n'avait une formation en mathématiques: nous avons eu une approche empirique et pratiqué la topologie et les géométries non euclidiennes.

Comment situez-vous votre art dans le contexte des divers mouvements de l'art en général?

Après 1962, mon travail dans les trois dimensions, mes structures, à proprement parler, ont acquis, surtout dans l'espace public, une esthétique remarquée. A propos de structure, j'attire l'attention sur la beauté des structures naturelles: cristaux, graminées, etc.; mon travail a été classé, faute d'une meilleure définition, dans la mouvance de l'art cinétique et constructiviste.

Que répondez-vous aux critiques qui estiment que votre art n'a pas évolué et qu'il est dépassé?

Rien.

Quels sont les artistes visuels (peintres, sculpteurs, architectes) pour lesquels vous avez le plus d'admiration?

Picasso, Juan Gris, Klee, Wölfli, Mondrian, Braque, Matisse et encore Vasarely. Voilà pour les peintres. Les sculpteurs Peusner, Gabo, Max Bill et les architectes F. Candelas, Kenzo Tange, Le Corbusier, S. Calatrava, ...

Quel rôle joue la couleur dans votre œuvre peint?

Essentiel.

Quel est le message que vous voulez faire passer à travers votre art?

Aucun. Je me méfie des messages et des messagers. Voyez les religions, les philosophies, les idéologies, les politiques: prétextes pour s'assurer un pouvoir. Je crois que l'art est un moyen pour accéder à la connaissance, ou encore un essai, une approche de la nature, de notre environnement.

Etes-vous d'accord avec cette affirmation: il n'y a pas d'art sans science?

Naturellement. Ni science sans art.

Vous avez émigré d'Espagne en Valais. Cette terre d'accueil est-elle propice à la création? Y a-t-il un avenir pour les jeunes artistes en Valais?

J'habitais Paris depuis 1954. En 1959, j'ai rencontré à Madrid Anne-Marie Ebener, artiste-peintre sédunoise. J'ai fait un choix. En 1960, nous nous sommes mariés à Sion. Depuis, je vis ici. Depuis 1960, j'assiste avec satisfaction à l'évolution positive de l'art en Valais, provoquée par l'arrivée de nombreux jeunes artistes de qualité. Ceci me conforte dans l'idée que le Valais n'est pas seulement une terre d'accueil, mais aussi une terre de créateurs.

L'avenir des jeunes créateurs, peintres, sculpteurs, musiciens, écrivains, architectes, est lié au devenir du Valais tout entier. Le défi de l'Europe concerne aussi les artistes.

N.D.L.R.: Le 15 octobre 1992, le Conseil municipal sédunois désignait le peintre et sculpteur Angel Duarte comme lauréat du *Prix de la ville de Sion.* Cette récompense venait honorer l'artiste pour «sa carrière artistique internationale et sa présence rayonnante dans le milieu des arts.» La rédaction de *Math-Ecole* lui adresse ses plus vives félicitations.

A propos de *QUARTO*

N.D.L.R.: *QUARTO,* le jeu présenté dans *Math-Ecole* n° 154 (pp.27-29) passionne déjà de nombreux lecteurs et leurs élèves. Seules réserves: la qualité esthétique du plateau et le prix du jeu!

Effectivement - notre description contenait une erreur - seules les pièces sont en charme massif, le plateau est d'un bois moins noble, assemblé et collé.

Le prix, lui, peut paraître élevé, comme celui de tous les jeux du commerce. L'article suggérait, dans son dernier paragraphe, de reconstituer un jeu de *QUARTO* avec des «blocs logiques» ressortis des armoires. Un collègue, que nous remercions, propose une autre solution dans une petite note à l'intention de nos lecteurs :

C'est une belle chose que de nous présenter dans votre n° 154, un jeu (QUARTO) qui coûte 60 Fr.! Les temps sont durs et un carton quadrillé puis plastifié fera très bien l'affaire.

Pour les pièces, j'utilise celles du jeu «Ascobloc ASCO» reçu au début de ma carrière. La boîte de 48 blocs me permet de faire 3 jeux. (Ascobloc Idéal. Réf 317.99, Création ASCO, F-78820 JUZIERS).

J'ai fabriqué le premier jeu, mes élèves ont fait les suivants. Ils le trouvent passionnant et y jouent souvent! Amitiés

A. Marquet, Ecole des Roches, Genève.

La revue des revues

N.D.L.R.: *Math-Ecole* a pris contact avec d'autres revues francophones, afin de les faire connaître à ses lecteurs et de favoriser les échanges sur l'enseignement des mathématiques. Nous ouvrons ainsi, à partir de ce numéro, une nouvelle rubrique, *La revue des revues*, en donnant la parole à nos amis belges, éditeurs de *Mathématiques et Pédagogie* et de *Math-Jeunes*. Ceux-ci ont eu la bonne idée de présenter leurs publications dans le contexte plus général des activités et des objectifs de leur association de professeurs. Pour les maîtres de mathématiques romands, ce sera l'occasion de constater qu'il existe une autre sorte d'»histoires belges», dont on pourrait tirer de la graine !

SBPMef... Vous connaissez ?

par Georges Delande, membre du comité de la SBPMef

Il s'agit de la «Société belge des Professeurs de Mathématique d'expression française». Elle est née en 1973 à la suite d'une restructuration de la «Société belge des Professeurs de Mathématique» créée elle-même en 1954. Son but principal est de contribuer à la promotion et à l'amélioration de l'enseignement de la mathématique.

Nous savons que la mathématique est un des facteurs de l'essor économique, technique et culturel des sociétés. Son implication croissante dans le développement de toutes les activités humaines, la place qu'elle prend par le truchement de l'informatique, en font un outil indispensable à la compréhension du monde.

La mathématique n'est pas seulement un outil au service des autres disciplines. Elle est aussi un art qui a sa vie propre et son histoire, avec les problèmes épistémologiques qu'elle suscite.

Par là, elle a une valeur culturelle incontestable. D'où l'importance de l'objectif que s'est fixé la SBPMef.

Cette société tend à représenter l'ensemble des professeurs de mathématiques de la partie francophone du pays. Elle rassemble en effet des enseignants de tous les réseaux (officiel, libre, communal et provincial) et de tous les niveaux d'enseignement (régents, licenciés, instituteurs, professeurs d'écoles supérieures). Elle se présente comme un interlocuteur privilégié des professeurs de mathématique auprès du Ministère de la Communauté française et de divers organismes susceptibles d'aider les mathématiciens. Elle peut ainsi défendre valablement les intérêts de ceux-ci et de leurs élèves.

La SBPMef tient sa place au niveau de la communauté mathématique internationale; de nombreux contacts la lient à diverses sociétés étrangères, avec qui elle échange des informations et publications.

Elle compte plus de 1000 membres, soit plus de la moitié des professeurs de mathématique de la Communauté française de Belgique.

Publications

Mathématique et Pédagogie

La SBPMef publie, cinq fois par année, un périodique intitulé *Mathématique et Pédagogie,* dans lequel on peut trouver des articles traitant des aspects scientifiques ou méthodologiques de matières enseignées dans les différents cycles de l'enseignement secondaire.

Les sujets sont nombreux et variés: expériences réalisées en classe, réaction des élèves, erreurs commises, démarches qui facilitent le «passage» de la matière, ...

En vue d'une publication, les professeurs sont invités à présenter des articles, si courts soient-ils. Ils peuvent aussi nous exposer leurs difficultés, soumettre des problèmes, etc. Un «coin du lecteur» leur est réservé à cet effet. Parmi les diverses rubriques contenues dans *Mathématique et Pédagogie*, citons encore des pages consacrées aux questions et résultats des Olympiades mathématiques belges et internationales, ainsi que la «Revue des Revues». Cette dernière présente une brève analyse des publications étrangères traitant de l'enseignement des mathématiques.

Directeur de la rédaction: Jacques BAIR,
Bd du Rectorat (Bât. B31) B-4000 Liège
Destinataires: enseignants du secondaire
Dimensions: 21 x 14,7 cm (A5)
Nombre de pages: de 90 à 100 par numéro
Conditions d'abonnement (pour la Suisse):
FB 720 par an
Versement de CCP à CCP
sur n°000-0728014-29, SBPM,
à B-6230 Pont-à-Celles
(ou par mandat international)

Sommaire du dernier numéro:
- *Des ponts, des portes, ... des graphe,* A. Parent
- *Jeux d'ombre à la lumière de Dürer,* Groupe GEM
- *L'enseignement des mathématiques, un défi à relever,* N. Rouche
- *Plaidoyer en faveur de la méthode des deux lieux,* Groupe COJEREM
- *Où se trouve la bosse des maths?,* E. Godaux

Rubriques:

- *Humour - Dans nos classes - Revue des revues*
- *Des problèmes et des jeux - Olympiades.*

Math-Jeunes

Cette publication trimestrielle s'adresse aux élèves de l'enseignement secondaire. Dans un style attrayant non dépourvu d'humour, elle présente des articles qui sont de leur niveau et qui peuvent les intéresser. On y trouve un «coin des problèmes» qui propose des applications mathématiques exigeant peu de connaissances scientifiques, mais plutôt un esprit créatif et de l'imagination.

Directeur de la rédaction: Michel BALLIEU
rue A. Moitroux 22, B - 7100 La Louvière
Destinataires: élèves du secondaire (13-18 ans) et leurs professeurs
Dimensions: 29,4 x 21 cm (A4)
Nombre de pages: 24 par numéro
Fréquence de parution: 5 fois par an
Conditions d'abonnement (pour la Suisse):
280 FB par an (1000 FB par 5 abonnements)
Versement de CCP à CCP
sur n°000-0728014-29, SBPM,
à B-6230 Pont-à-Celles
(ou par mandat international)

Sommaire du dernier numéro:
- *Jeux et Passe-temps,* C. Villers
- *Devine le nombre que j'ai choisi,* M. Ballieu
- *Le placement sur un court de tennis et la notion de bissectrice,* J. Bair
- *De curieux polygones,* G. Noël
- *7e Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques*
- *Rallye Problèmes*
- *Jeux*

SBMP-Infor

Ce feuillet d'information tient les membres de la SBPMef au courant des activités de la société, ainsi que de la plupart des «rendez-vous» mathématiques organisés en Belgique.

Olympiades mathématiques

En 1976, la SBPM a créé une épreuve annuelle : l'*Olympiade mathématique belge.* Elle est ouverte à tous les élèves de l'enseignement secondaire (tous réseaux et tous niveaux) et se subdivise en deux catégories «MINI» et «MAXI» respectivement réservées aux élèves des trois classes inférieures (13 - 15 ans) et des trois classes supérieures (16-18 ans). Y participent également, le Grand-Duché de Luxembourg depuis 1977, la British School et l'Ecole européenne.

Le but poursuivi par la SBPMef en organisant cette olympiade est triple: fournir aux professeurs un choix d'exercices non triviaux, d'un type différent de ceux figurant dans la plupart des manuels; mettre l'accent sur l'importance des problèmes dans la formation mathématique des élèves (problèmes qui font appel à la créativité, à l'imagination, aux capacités réelles de raisonnement); enfin, intéresser les élèves à l'activité mathématique par le biais d'une compétition, grand jeu qui les passionne.

Son succès va croissant: 22 000 élèves inscrits en 1990.

Depuis 1979, à l'initiative de la SBPM, la Belgique et le Grand-Duché de Luxembourg participent aux Olympiades mathématiques internationales. Il s'agit là d'une épreuve de très haut niveau réservée aux jeunes de moins de 20 ans, élèves de l'enseignement secondaire. La SBPM se charge de préparer chaque année la composante francophone de l'équipe belge.

Congrès

Chaque année, la Société belge des Professeurs de Mathématique d'expression française organise un congrès à la fin des vacances d'été. Les sujets abordés lors des conférences et des ateliers sont choisis pour répondre aux desiderata d'un maximum de personnes. Il arrive que certains exposés soient présentés par des professeurs de pays étrangers, spécialistes en pédagogie. Le congrès dure trois jours, et il est itinérant par année.

Plus de 200 participants y assistent, parmi lesquels on peut recenser, à côté des enseignants des divers réseaux et niveaux d'enseignement, les principaux représentants de l'enseignement de la pédagogie des mathématiques en Belgique. Outre le contenu des exposés, qui peut présenter telle matière sous un jour nouveau, et ainsi enrichir les connaissances des participants, les contacts entre les enseignants qui assistent à ce congrès sont primordiaux. Ceux-ci ont ainsi l'occasion d'effectuer des échanges à propos de leurs expériences professionnelles.

Trois petits jeux, sans prétention? (suite de la page 26)

Le dé tournant

Un dé ordinaire est placé sur une table. Le score initial est donné par la face supérieure.

A tour de rôle, les deux joueurs font pivoter le dé d'un quart de tour pour amener l'une des quatre faces verticales sur le dessus. On ajoute alors sa valeur au score initial.

Le premier joueur qui arrive à un total supérieur à 31 (ou tout autre nombre convenu d'avance) perd la partie.

C'est à vous de jouer, votre adversaire vient d'atteindre le score de 21 en montrant le 6. Quelle face allez-vous faire apparaître pour être sûr de gagner?

(Réponses dans le prochain numéro et dans *La mathématique des jeux.*)

F.J.

Notes de lecture

LA MATHEMATIQUE DES JEUX
BIBLIOTHEQUE POUR LA SCIENCE, Diffusion Belin, Paris, 1991.

Hex, Jeu d'Eleusis, Bridge, Tennis, Dames, Poker, Echecs, Backgammon, Solitaire, Morpion, Jeu de la vie, Roulette, Loto et probabilités, autant de jeux, autant d'occasions de mathématiser des situations ludiques qui passionnent des millions d'amateurs, en ruinent beaucoup mais permettent à certains de tirer leur épingle du jeu! Depuis Pascal, le joueur habile utilise les mathématiques pour élaborer ses stratégies, à partir des lois du hasard. Mais si la maîtrise de la théorie des jeux et du calcul des probabilités ne vous permettra pas de gagner à coup sûr, elle vous expliquera au moins pourquoi vous perdez la plupart du temps.

Les 18 articles qui constituent cet ouvrage sont tirés de la revue *POUR LA SCIENCE (édition française du Scientific American)* de ces dernières années. Leurs auteurs, Martin Gardner, Ian Stewart, Pierre Tougne et les autres, sont les meilleurs connaisseurs actuels du sujet, capables d'exposer leurs analyses de façon à ne pas rebuter le lecteur mais, au contraire, à lui donner envie d'essayer.

On aprend ainsi, dans la *Mathématique des jeux*, que l'ordinateur est champion du monde de backgammon depuis 1979, que les dames sont un jeu bien plus intéressant qu'on ne le croît, que la probabilité d'avoir un grave accident de voiture est 2000 fois plus forte que celle de gagner au Loto, qu'on peut être chanceux à la roulette, mais jamais longtemps.

On y découvre également quelques idées de jeux ou variantes facilement adaptables pour la classe, comme certaines figures du Solitaire. On y retrouve encore de nombreux jeux qui apparaissent de plus en plus souvent dans les moyens d'enseignement: à deux participants, ne faisant pas intervenir le hasard, aux règles simples et pour lesquels on sait qu'il existe une stratégie gagnante: les jeux de l'Etoile, des Méandres, de l'Evite, du Hex, du Rex, et d'autres, avec des jetons, des dés ou des coquillages. (Voir notre article *Troix petits jeux, sans prétentions?* en pages 12, 26 et 34.)

Comme tous ceux de la collection, l'ouvrage est bien présenté. Il a sa place dans la bibliothèque de chaque joueur qui a envie d'entretenir sa passion ou de la faire partager à d'autres.

Destinataires: maîtres de mathématiques et joueurs.

Mots-clés: jeu, stratégie, hasard, enseignement des mathématiques.

COMPETENCES METHODOLOGIQUES EN SCIENCES EXPERIMENTALES
Jean-Pierre ASTOLFI, Brigitte PETERFALVI, Anne VERIN
Coll. Didactiques des disciplines
Institut National de Recherche Pédagogique
(29, rue d'Ulm, 75230 Paris)

Produire des textes et des schémas, noter des observations, relever des données sont des compétences requises de l'élève pour établir le compte-rendu d'une expérience scientifique. Or, paradoxalement, ces compétences attendues ne font en général pas l'objet d'un apprentissage spécifique ou, même, ne sont pas explicitées.

Une quarantaine d'enseignants, dans le cadre de l'INRP, ont mis en place une variété de situations de classe au niveau du collège (12-15 ans), centrées sur les sciences expérimentales. Sur la base d'une typologie des textes scientifiques, ils ont analysé les productions écrites de leurs élèves: descriptions, explications, argumentations, et ont cherché des moyens de les améliorer par des discussions, réélaborations, réécritures, réflexions métacognitives des élèves sur leurs propres démarches.

L'équipe de recherche ne s'est pas limitée aux textes. Elle a aussi travaillé sur les graphismes tels que schémas, tableaux, diagrammes. Les obstacles et les aides apportés par ces représentations graphiques de l'activité et des démarches de l'élève sont finement analysées. On voit, par exemple, apparaître différents schémas pour illustrer les états physiques de l'eau, selon les images mentales construites par leurs auteurs.

Un chapitre de synthèse justifie l'introduction de situations qui incitent les élèves à la «réflexion distancée» (qu'on rapproche de l'«abstraction réfléchissante», selon Piaget) sur leur propre démarche. Il s'appuie en particulier, dans une perspective constructiviste, sur le «conflit cognitif» et les «réorganisations conceptuelles» pour l'élaboration de compétences méthodologiques.

La lecture de certains passages est rendue ardue par une terminologie très spécifique de la recherche en didactique, mais les nombreuses illustrations tirées de productions d'élèves rendent l'ouvrage accessible et passionnant pour ceux qui cherchent à mieux connaître les représentations mentales à l'origine des textes et schémas produits par leurs élèves. Et l'intérêt n'est pas limité au domaine des sciences expérimentales car les compétences méthodologiques envisagées dans cette recherche sont «transversales».

Destinataires: maîtres de sciences et de mathématiques du secondaire, formateurs.

Mots-clés: enseignement et didactique des sciences, école secondaire, production de textes et schémas.

INITIATION AU RAISONNEMENT DEDUCTIF, AU COLLÈGE

Une suite de situations permettant l'appropriation des règles du débat mathématique
Gilbert Arsac, Gisèle Champion, Alain Colonna, Gilles Germain, Yves Guichard, Gilbert Mante
Presses Universitaires de Lyon, 1992

Peut-on proposer une initiation au raisonnement déductif à des élèves de 11 à 15 ans? Cette question préoccupe plus d'un maître de mathématique, particulièrement à une époque où le statut de la «démonstration traditionnelle» est bien vacillant.

L'équipe de l'IREM de Lyon, à la suite de ses travaux sur le «problème ouvert», propose une réponse en donnant un contenu précis à une «introduction au raisonnement déductif».

Dans une première partie, elle présente cinq situations-problèmes expérimentées dans de nombreuses classes: les scénarios, le déroulement des activités, les affiches élaborées par les élèves pour exposer leurs résultats, les arguments apparus lors des débats - contradictoires - sur les différentes affiches.

Dans l'expression $n^2 - n + 11$ *, si l'on remplace n par n'importe quel entier naturel, obtient-on toujours un nombre premier?* est un exemple de ces situations-problèmes, dont l'objectif est, ici, de faire admettre la règle que *des exemples, même nombreux, ne suffisent pas pour prouver qu'un énoncé mathématique est vrai.*

Une autre situation consiste à discuter de l'existence d'un triangle de côtés 4, 9 et 5, dans le but de remettre en cause la lecture directe du dessin comme outil de preuve en géométrie.

Dans chaque étude de cas, la situation est présentée avec un minimum de commentaires, d'un point de vue critique: objectifs, position théorique, avantages et inconvénients. Le lecteur entre facilement dans la problématique et, surtout, il dispose de tous les éléments lui permettant d'adapter la situation à sa classe ou d'en inventer d'autres.

Dans la deuxième partie, un approfondissement théorique est proposé sur une typologie des preuves, l'histoire de la démonstration, le problème de la figure géométrique et son rôle dans l'argumentation, les conflits soci-cognitifs dans l'apprentissage.

Notre avis: à se procurer absolument, à lire et à expérimenter!

Destinataires: maîtres de mathématiques du secondaire inférieur, formateurs.

Mots-clés: enseignement et didactique des mathématiques, école secondaire, démonstration, raisonnement déductif, situation-problème.

Les suites de Kaprékar

Au montage de *Math-Ecole*, n° 153, il nous fallait un «bouchon» pour le bas de la page 14! Nous l'avons trouvé dans *Le Jeune Archimède,* sous la forme des *suites de Kaprékar*.

Pressés par le temps, nous n'avions pas vraiment étudié ce problème et avons fait confiance à nos amis du *Jeune Archimède,* nous contentant de définir un peu plus précisément le *patriarche* d'une suite. A l'usage, il se révèle que nous avons eu la main heureuse car l'activité est vraiment intéressante et ne demande, pour toute technique opératoire, que l'addition de nombres naturels et la distinction entre «chiffre» et «nombre».

Prenez un nombre, additionnez les chiffres qui le composent, ajoutez ce résultat au nombre initial; vous obtenez ainsi un nouveau nombre: recommencez l'opération avec ce nombre. On construit ainsi une suite de nombres. Le plus petit nombre naturel qui engendre cette suite est appelé le patriarche de la suite. Tout nombre de la suite est un fils du patriarche.

Par exemple, à partir du patriarche 31, on obtient
35 (35 = 31 + 3 + 1), puis
43 (43 = 35 + 3 + 5) et ainsi de suite.

Quel est le plus petit fils engendré par deux patriarches différents?

1, 2, 4, 8, 16, 23, 28, 38, 49, 62, 70, 77, 91, 101, 103, 107, 115, 122, 127, 137, 148, 161, 169, 185, 199, 218, 229, 242, 250, 257, 271, 281, 292, ...

Le Jeune Archimède n° 12

Dans un tableau de nombres, on peut, par exemple, marquer les nombres de la suite dont 1 est le patriarche (donnée en exemple dans l'énoncé) d'une couleur (entourés de cercles, ci-dessous). Comme le nombre 3 n'a pas été pris, il est patriarche d'une deuxième suite, à marquer d'une autre couleur (entourés de carrés, ci-dessous). Vient alors la suite du patriarche 5, d'une troisième couleur (rectangles, ici). Etc.:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	...	

Le tableau se comble peu à peu. On voit que le prochain patriarche, 7, et ses fils , 14, 19, 29, ... ne sont pas encore marqués.

L'énoncé dit que 31 est un patriarche. Il semble, pour l'instant, que c'est effectivement le cas. Quel sera le premier nombre, fils de deux patriarches, qu'on découvrira ainsi? Et celui-ci, sera-t-il le plus petit fils de deux patriarches?

(Envoyez les solutions de vos élèves, la façon dont ils y sont parvenus, les autres questions qu'on peut se poser sur ces suites. *Math-Ecole* les publiera volontiers!)

F.J.

45e rencontre de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques: CIEAM 45, Cagliari, Italie, 4 - 10 juillet 1993
Deuxième annonce - Novembre 1992

Thème de la rencontre: L'évaluation centrée sur l'élève.

Sous-thèmes: Parmi les nombreux aspects de l'évaluation, nous nous proposons de nous intéresser particulièrement aux évaluations portant sur la construction des connaissances des élèves:
- Comment évaluer les élèves en activité de recherche ou en travail de groupe?
- Quelle relation y a-t-il entre l'évaluation formative et l'évaluation sommative ?
- Comment utiliser l'évaluation pour améliorer la construction des connaissances de l'élève?
- Quelle est l'influence de l'évaluation traditionnelle sur les contenus de l'enseignement?
- Peut-on classer les élèves?
- Quelle est la part de l'autoévaluation?
- Peut-on tout évaluer ou ne faut-il évaluer que ce qui peut l'être objectivement?

Comité du programme: P. Abrantes (Portugal), G. Audibert (France), L. Bazzini (Italie), A. Hardy (Belgique), L. Grugnetti (Italie), K. Keitel (Allemagne), J. Szendrei (Hongrie).

Activités:
1. Sessions plénières (60 min.) et semi-plénières (30 min.) sur les sous-thèmes
2. Groupes de discussion sur les sessions plénières et semi-plénières
3. Groupes de travail sur les sous-thèmes
4. Foire aux idées
5. Activités sociales (détails dans la troisième annonce)

Frais d'inscription:

• Paiement par **transfert bancaire** à la BANCO di ROMA - AG.5 - Cagliari, c.c.n. 14538 (L. Grugnetti, CIEAEM 45)
Participants 100 000 Lires (80 $US) **avant le 15 janvier 1993.**
Accompagnants (au-dessus de 15 ans): 50 000 Lires **avant le 15 janvier 1993.**

• Paiement par **carte de crédit** (Visa, Mastercard, Eurocard):
Participants: 110 000 Lires **avant le 15 janvier 1993.**
Accompagnants (au-dessus de 15 ans): 55 000 Lires **avant le 15 janvier 1993.**

Après le 15 janvier, les frais sont augmentés de 50 000 Lires (paiement par transfert bancaire) et de 55 000 Lires (paiement par carte de crédit).

Frais de la rencontre: 500 000 Lires à payer en Lires italiennes à l'arrivée (520 000 Lires par carte de crédit) pour le logement en chambre double (du 4 juillet au soir au 10 juillet à midi), petit déjeuner, déjeuner, excursion (un jour entier), réception, actes de la rencontre. Des chambres "single" seront disponibles moyennant un supplément de 150 000 Lires (155 000 Lires par carte de crédit).

Informations générales: Il est important de réserver son voyage en Sardaigne le plus tôt possible (surtout si le voyage se fait par bateau). Les agences de voyage peuvent vous aider à obtenir un billet à prix réduit. De toute façon, le voyage par bateau est meilleur marché et il est aussi possible de prendre le bateau en France (Toulon).
En ce qui concerne l'hôtel, nous bénéficions également de très bons prix avant et après la rencontre. Des conditions particulières sont prévues pour les enfants en-dessous de 12 ans. Par exemple, le prix d'une chambre pour une famille de 4 personnes (enfants en-dessous de 12 ans) est de 185 000 Lires par jour, avec le petit déjeuner et le déjeuner.

CIEAEM 45 - Formulaire d'inscription

Vous êtes invités à photocopier puis à compléter ce formulaire d'inscription: celui-ci doit nous parvenir, accompagné des frais d'inscription, **avant le 15 janvier 1993**, à l'adresse suivante:

Lucia GRUGNETTI, Dipartimento di Matematica
Viale Merello 92 I-09123 Cagliari Fax: 39 70 2000420

Nom: ____________________ Prénom: ____________________

Adresse: ____

____

Téléphone: ____________ Fax: ____________ Email: ____________

Accompagnants: ____

____

____

Je souhaiterais partager une chambre avec: ____________________

Je souhaiterais une chambre «single» pour laquelle je paierai un supplément de 150 000 Lires (155 000 Lires par carte de crédit): OUI / NON

Paiement par ordre bancaire:

____________ Lires

Signature: ____________________

Paiement par carte de crédit:

____________ Lires

Visa Mastercard Eurocard

n° de la carte: ____________________

Date d'expiration: ____________________

CIEAEM 45 - Formulaire de soumission d'une communication

Vous êtes invités à compléter ce formulaire et à le renvoyer **avant le 15 février 1993** à l'adresse indiquée ci-dessus.

Nom: ____________________ Prénom: ____________________

Pays: ____________ Langue de travail (français ou anglais): ____________

Type de contribution (présentation de 30 min., groupe de travail, session «poster», foire aux idées: ____

Téléphone: ____________ Fax: ____________ Email: ____________

Titre de la communication: ____

____

Résumé de la communication à joindre en annexe (au moins 80 lignes, bibliographie et bibliographie personnelle sur le sujet).

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

Veuillez me faire parvenir:

...... jeu(x) ***Stupide Vautour*** v. *Math-Ecole* n°152 (Fr.15.- le jeu)

...... jeu(x) ***Bilgul*** v. *Math-Ecole* n°153 (Fr.36,50 le jeu)

...... jeu(x) ***Quarto*** v. *Math-Ecole* n°154 (Fr.59,80 le jeu)

...... exemplaire(s) de ***«Le nombre π»*** (Fr. 42.- l'exemplaire)

les anciens numéros de *Math-Ecole* (Fr.1.- le numéro): ____________________

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.*

☐ Veuillez abonner à *Math-Ecole* (Indiquer par «F» à qui adresser la facture.):

1 Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

2 Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

3 Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 154
2007 Neuchâtel 7