janvier 1993 32e année

156

MATH ECOLE

Interdisciplinarité en 1ère primaire

Jeux et concours Quoi de neuf?

Calculette et multiplication

Informations

Réimpression de l'ouvrage *«Le nombre π»*

Il y a longtemps que le numéro spécial «π» du *Petit Archimède*, (actuellement *Le Jeune Archimède*) était épuisé. Cet ouvrage de référence sur le «nombre d'Archimède» est disponible à nouveau, depuis juin 1992, en tirage limité.
Quelques extraits de la table des matières: «à propos du papyrus Rhind», «Archimède», «Viète», «Descartes», «formules: Wallis, Stirling», «les séries de Fourier», «travaux d'Hermite et Lindemann», «π dans nos classes», «l'aiguille de Buffon», «les décimales de π et la statistique», et une foule de trésors rangés dans «le grenier», avec un bandeau des 50 premières décimales de π pour décorer votre bureau ou votre salle de classe.
Math-Ecole en avait réservé 200 exemplaires à l'intention de ses lecteurs et de tous ceux qui, en Suisse romande, s'intéressent à π, au prix de 42 FS. Il en reste encore 80. Bulletin de commande en fin de numéro.

Bourse aux anciens numéros

Les numéros 120 à 150 s'échangent à 1 Fr. pièce, à quelques exceptions près, en voie d'épuisement, comme le 136. Les numéros 151, 152, 154 et 155 sont au prix de 3 Fr. pièce (le 153 est épuisé). Pour les numéros antérieurs à 100, qui se font rares, les cours sont donnés sur demande (une liste est à disposition). Un index des anciens numéros est en préparation. Bulletin de commande en dernière page.

Campagne d'abonnement

Elle se poursuit en 1993. Celle de 1992 a connu un grand succès, puisque plus de 300 nouveaux abonnés individuels nous ont rejoints, alors que les institutions diminuaient leurs commandes de 230. *Math-Ecole* a ainsi franchi la barre des 3000 abonnés, mais il en faudra plus encore pour assurer l'avenir et se mettre à l'abri d'éventuelles conséquences du climat actuel de restrictions budgétaires. Il faut que tous les lecteurs en parlent autour d'eux, dans leurs écoles et leurs lieux de formation. Des exemplaires gratuits et des prospectus sont à disposition de ceux qui souhaitent contribuer à notre campagne d'abonnement.
L'augmentation du volume de notre revue (de 140 à 208 pages annuelles), du format et des coûts de production, nous contraignent à une **adaptation des tarifs d'abonnement**. Ceux-ci restent toutefois extrêmement bas et passent de 17 à 20 Fr. pour la Suisse, de 20 à 25 Fr. pour l'étranger.
Des groupes d'enseignant(e)s d'un même collège ou d'une même région peuvent bénéficier des tarifs avantageux d'**abonnements collectifs** (livraison à une même adresse): de 5 à 9: Fr. 16.- par abonnement, de 10 à 50: Fr. 15.- par abonnement.
(Tarifs particuliers, sur demande, pour des commandes supérieures.)
Bulletin de commande en dernière page.

Jeux au banc d'essai

Math-Ecole présente régulièrement des jeux, expérimentés en classe. Les lecteurs qui le souhaitent peuvent participer, avec leurs élèves, aux essais et validations de ces nouveaux jeux, qu'ils pourront conserver ensuite. Prière de s'adresser à la rédaction.

MATH-ECOLE
32e année 5 numéros par an

156
février 1993

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Comité de rédaction
Michel Brêchet
Irène Bartholdi
Jacques-André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Nicole Gremaud
Serge Lugon
Yvan Michlig
Frédéric Oberson
Luc-Olivier Pochon
Chantal Richter
Richard Schubauer
Janine Worpe

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
«La Houle», œuvre d'Angel Duarte
(Centre scolaire de St-Guérin à Sion)
Photographie: Oswald Ruppen, Sion.
Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

Réformes... qui les conduit ?

1993. Vingt ans, déjà, depuis l'application généralisée du premier plan d'études romand de mathématiques. 1973, souvenez-vous! C'était le temps de tous les espoirs: une école romande, les «maths modernes», la référence aux théories piagétiennes, la mise en place d'une évaluation scientifique du curriculum, les premières recherches en didactique des mathématiques et, surtout, la parution de moyens d'enseignement tout neufs.

Il faut dire que l'enseignement des mathématiques, quasi immuable depuis l'institution de l'école gratuite et obligatoire, avait bien besoin d'air frais. Les premières enquêtes romandes auprès des enseignants, dès 1975, en témoignent; l'accueil d'un renouvellement annoncé et tant attendu fut excellent.

Mais l'innovation déstabilise certaines pratiques et habitudes, elle exige des formations lourdes et suscite des résistances. Avec ses espoirs, elle apporte aussi, inévitablement, des interrogations, des doutes, des remises en question, des incompréhensions, des déformations, des interprétations abusives ou excessives, parfois. Bien vite, on se rend compte que les textes des programmes, les manuels et les premiers «recyclages» ne suffisent pas. La réforme a besoin d'être guidée en permanence, selon les résultats de son évaluation. Des corrections de trajectoire sont nécessaires, voire impératives.

D'aucuns auraient préféré qu'on réagisse plus tôt, avant que certains thèmes de nos programmes ne deviennent anachroniques. D'autres, au contraire, regrettent le bon vieux temps où l'on ne changeait de manuels scolaires que lorsqu'ils étaient «écornés et n'avaient plus face humaine».[1] Ils voient, dans les changements qu'ils estiment trop fréquents, des modes ou les effets de recherches sophistiquées conduites par des commissions de spécialistes et autres chercheurs, coupés de la «troupe qui, il y a belle lurette, ne suit plus».[1]

Il ne s'agit pas, ici, de prendre parti pour les uns ou pour les autres. C'est un peu tard. Il n'est pas interdit, toutefois, de jeter un regard sur ce passé récent et d'y chercher les origines des nouvelles orientations qui se dessinent. Nous en voyons deux.

1 Nous tirons ces propos d'un éditorial récent de l'*Educateur* no 2 (1993).

La première trouve ses fondements dans la **dynamique introduite par le choix d'un nouveau curriculum de mathématiques** pour la Suisse romande, dès la fin des années soixante. En vingt ans, des centaines de personnes, voire des milliers si on tient compte de tous les maîtres qui ont suivi les formations correspondantes, se sont penchées sur lui, de manière plus ou moins coordonnée. La liste des comités de rédaction, commissions de lecture, groupes de travail sur la formation, l'évaluation, la réécriture des programmes, l'expérimentation de nouvelles activités, la recherche en didactique, etc. est longue. On ne compte plus les publications, parues en vingt ans, sur le sujet: directives cantonales, listes d'objectifs, grilles d'évaluation, articles, moyens d'enseignement auxiliaires, rapports de recherche, etc. On ne compte pas non plus les journées d'études et autres offres de formation qui ont favorisé les échanges entre maîtres.
Et, en marge des institutions officielles, un travail considérable d'accompagnement se poursuit en permanence, individuellement ou par petits groupes informels. *Math-Ecole* et ses 3000 lecteurs y ont contribué, relevons-le sans fausse modestie, au fil d'une centaine de numéros parus depuis cette époque.

On en ignore souvent l'importance, on le nie quelquefois, mais il n'est pas stoppé, ce mouvement qu'entretiennent des maîtres, les uns en pleine charge d'enseignement, les autres au bénéfice d'allégements pour des tâches particulières. S'il fallait trouver un qualificatif commun à tous ses animateurs, c'est celui de «praticien» qui conviendrait le mieux: praticiens de la formation, de la conduite d'une classe, de la recherche-action.

La deuxième origine est à chercher dans le **développement de la recherche en didactique.** Les didacticiens s'intéressent aux rapports entre les savoirs, les élèves et les maîtres. Ils tentent d'élucider les phénomènes d'apprentissage et d'enseignement, de les prévoir, de chercher dans quelles conditions on peut les reproduire. Mais ces études sont longues et difficiles; la didactique est une science jeune, d'une vingtaine d'années à peine,[2] qui ne produit actuellement que ses premiers résultats, parfois encore mal assurés. Ainsi, pour éviter

[2] On annonce le premier colloque de l'Association pour la recherche en didactique des mathématiques (ARDM) sur le thème «Vingt ans de didactique des mathématiques en France» (Paris, 15-17 juin 1993).

de donner des recettes douteuses, en vue d'une amélioration immédiate de l'enseignement des mathématiques, la didactique préfère actuellement voir un peu plus loin, s'assurer de la validité de ses résultats sur le long terme, définir ce qu'on entend par «savoir», s'attarder sur les relations implicites entre le maître et l'élève.

Cette crainte de fournir du «prêt à porter» est légitime, comme l'est aussi l'attente des maîtres qui souhaitent que la didactique leur apporte des techniques et des connaissances, sous forme d'avantages évidents par rapport à leurs pratiques actuelles. On pourrait voir, dans ces deux attitudes différentes, un fossé entre la pratique et la théorie. Mais il ne s'agit en fait que d'une saine réserve, dictée par un souci de rigueur scientifique. Tous ceux qui, chez nous, participent de près ou de loin à la recherche en didactique le savent bien. Ils ont les mêmes aspirations que les maîtres, qu'ils sont eux-mêmes, par ailleurs, dans leur écrasante majorité.

La gestion de l'évolution de l'enseignement des mathématiques n'est pas facile et il n'y a pas de raisons qu'elle le devienne, au vu de l'extension de ses problématiques. Pour conduire l'innovation et la mener à bien, on aura besoin de toutes les forces disponibles. La fausse dichotomie théorie-pratique devra s'effacer au profit de coopération et de collaboration actives. Il faudra imaginer de nouvelles modalités d'alternance ou de partage entre la formation en didactique et la gestion de la classe.

La Suisse romande remet sur le métier ses moyens d'enseignement de mathématiques. Sans être une réforme fondamentale, cette opération aura toutefois des effets à long terme qui influenceront de nombreux aspects de l'enseignement. Les forces et les compétences sont là: celles de maîtres prêts à s'aider et à aider la didactique en s'intéressant à ses difficultés, celles des chercheurs ou des formateurs à l'écoute des maîtres et s'intéressant à l'acte d'enseigner. Il ne s'agira plus d'être généraliste ou spécialiste mais, tout simplement, d'être des professionnels de l'enseignement des mathématiques pour conduire le changement.

François Jaquet, IRDP (Neuchâtel)

Interdisciplinarité en 1ère primaire

ou le «quotidien recomposé»[1]

par Janine Worpe

Que doit faire l'école pour que ses élèves ne «désapprennent pas d'apprendre»?
Cette question posée au XIIIe Forum suisse de mathématiques 1992 me préoccupe également.
Comment aider des enfants de six ans à continuer d'apprendre en utilisant au mieux ce qu'ils savent déjà?

Généraliste dans une classe primaire de Bienne, je considère mon enseignement comme un tout. Je dois pourtant suivre un plan d'études découpé en contenus, notions et objectifs dispersés dans les différentes branches d'enseignement.
Comment tenir compte des intérêts de mes élèves, de leurs connaissances, en employant des fiches et un matériel liés à des activités prévues pour «remplir» le programme?

Ce n'était pas simple d'en parler, hors contexte, dans un groupe du Forum. Cela devient une gageure d'en faire un article, sans le dialogue possible, ni les objets concrets à montrer. Je me contenterai donc de raconter quelques moments d'un début de scolarité où les activités des différentes disciplines se relient presque «naturellement» à un thème du programme de mathématiques.

Premiers jours d'école

Les prénoms des enfants

- *Guy s'écrit avec trois lettres, c'est le plus court !*
- *Mathieu , avec sept lettres, est le plus long.*
- *Le prénom de Justin a autant de lettres que celui de Magali.*
- *Je vois la lettre «i» dans les deux prénoms mais je ne l'entends pas dans celui de Justin!*
- ...

Après avoir créé un album collectif en écrivant un poème avec chaque prénom, nous avons dû en numéroter les pages.
Mais où trouver une référence pour écrire la suite des nombres nécessaire? Les élèves pensent au premier livre distribué en classe et en recopient les numéros des pages.
Ceci me permet, quelques jours plus tard, d'introduire la bande numérique[2] (voir photo de la page suivante).

Combien sommes-nous?

- *Il y a 9 garçons et 7 filles.*
- *Il y a plus de garçons que de filles, 2 de plus.*
- *Combien y a-t-il de personnes dans la classe?*
- ...

---

[1] Intervention présentée dans le cadre du groupe *Interdisciplinarité*, du XIIIe Forum mathématique de la CDIP(CH) consacré aux *Nouvelles formes dans l'enseignement des mathématiques*. Montreux, novembre 1992.

[2] Cette bande numérique est décrite dans l'ouvrage de l'équipe ERMEL de l'INRP: *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, Cours préparatoire*. Hatier, Paris, 1991. et dans l'article de I. Bieri: *Nouvelle approche des apprentissages numériques*, in *Math-Ecole* no 152 et 153, 1992.

Chaque jour, les personnes présentes seront comptées et leur nombre repéré sur la bande numérique affichée en classe.

Où se situe notre salle de classe?

Le premier matin, il s'agit de s'orienter et de repérer la salle dans laquelle il faudra revenir après la récréation:

- *Vous voyez, vous pourrez retrouver notre salle en regardant ce numéro qui est écrit là, sur la porte (33.)*
- *Il y a d'autres numéros sur les autres portes.*
- *Moi, je sais lire les numéros. Ici, c'est trente-trois.*
- ...

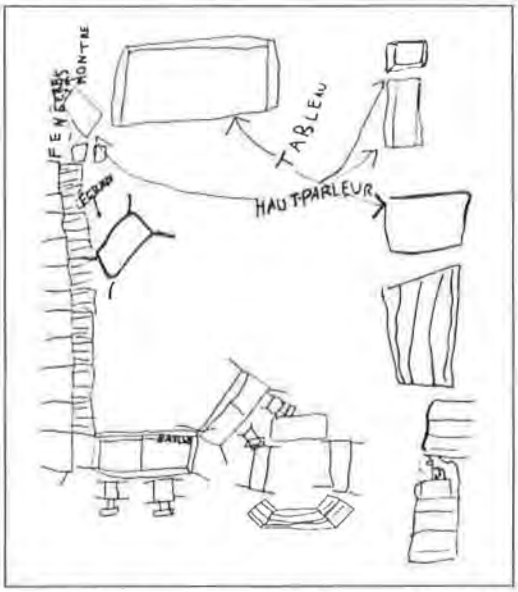
A chaque occasion qui se présente, nous lirons les noms et les numéros des salles de classe et nous chercherons à situer leurs emplacements:

- *La bibliothèque est au-dessus de notre classe.*
- *Le concierge habite au-dessous.*
- *La classe de 2e est à gauche de la nôtre et celle de 4e est à droite.*
- ...

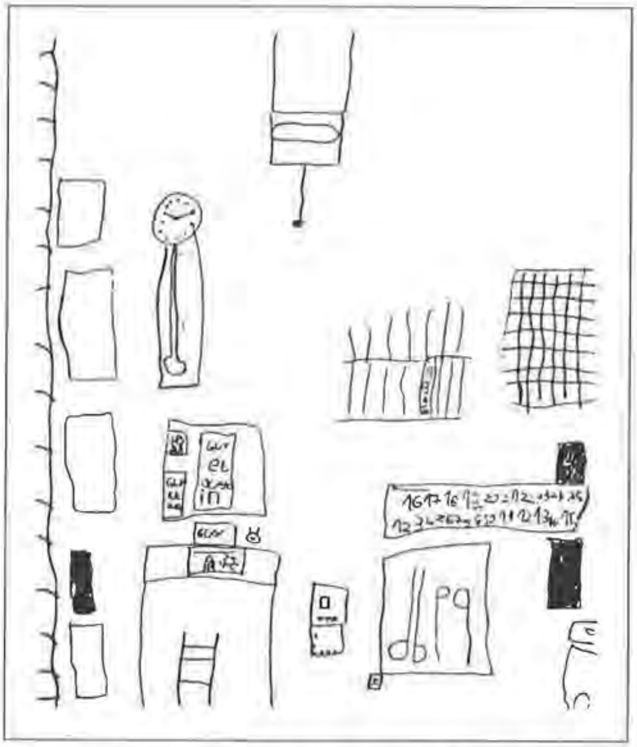
Le plan de la classe

Lors de la deuxième semaine, on décide de dessiner notre classe, vue du haut (*Comme Dieu*, dira Pablo).

Il faut alors en déterminer la forme (rectangle) en mesurant, situer la place de chacun, écrire des mots pour désigner les objets et leurs emplacements:



Basile dessine et désigne le tableau, l'écran, le haut-parleur, les fenêtres, la montre, sa place.



Guy voit les objets de face, transforme la Swatch murale en morbier et recopie les nombres du calendrier.

Lors des semaines suivantes, on représentera le préau par rapport aux autres bâtiments scolaires puis, toujours sur le même thème, nous apprendrons peu à peu à connaître notre quartier:
- la position de l'école,
- les noms des rues (en allemand et en français!),
- les numéros des maisons (nombres pairs et impairs),
- ...

Plus tard, chacun sera capable de situer sa maison sur un plan du quartier que nous établirons au fur et à mesure de nos sorties.

Rythme et durée

- *Est-ce que c'est la petite «récré» ou la grande?*
- *Est-ce qu'on est le matin ou l'après-midi?*
- *Quand est-ce qu'on ira à la «gym»?*
- *Quand la grande aiguille sera sur le 6, nous irons...*

La grande montre jaune, sur le mur, à côté du tableau, n'est pas passée inaperçue. On s'y réfère fréquemment. Au calendrier également:
- *Aujourd'hui, on est mardi. (le 8.9)*
- *Moi j'ai ma fête le 16, c'est dans 8 jours.*

Nous avons décidé de préparer un spectacle pour la fin de l'année.
- *Combien reste-t-il de jours jusqu'à Noël?*
- ...

Pour les comptages, les repérages, la bande numérique révèle son efficacité. Chaque jour, le responsable va déplacer la pincette bleue qui marque la date, en l'avançant d'une case. Mais, le lundi matin, quel problème!
Plus tard, on travaillera avec les anniversaires, les dates de naissance, les âges, les moments importants de la vie commune - spectacles, fêtes, visites - qui seront écrits dans le «livre de vie» de notre classe.

Messages et information

En bons facteurs, les enfants apportent à leurs parents des messages, déjà décodés en classe, dans lesquels les indices «chiffres», «dessins» et «mots» sont porteurs de sens, permettant la lecture et la compréhension (voir, en page suivante, le message pour le jeudi 10 septembre).

Une lettre reçue est lue selon les mêmes principes; sa date, le timbre, sa signature, etc. sont autant d'indices de compréhension et de mémoire.
Les occasions ne manqueront pas, par la suite, de transmettre des messages ou de donner des infor-

Ce message doit informer les parents et permettre à l'enfant de se rappeler qu'il doit apporter un coquetier et une coquille d'oeuf pour le jeudi 10 septembre.

mations où l'emploi conjugué des nombres et des mots se révèle bien vite indispensable:

- inviter les parents à notre fête (avec la date, le lieu et l'heure précise),
- écrire ou téléphoner à M. Isler, le fermier,
- lire et interpréter une règle de jeu au coin mathématique,
- comprendre la consigne d'une fiche, trouver l'endroit où la ranger dans le classeur,
- sur un tableau à double entrée, savoir qui a terminé quelle activité, qui est responsable de quelle tâche, qui arrosera les plantations tel jour de la semaine,
- ...

A la ferme

(un thème du programme d'environnement)

La plantation des pommes de terre

L'école primaire des Prés Walker est en bordure de ville, près de la forêt et près d'une ferme où les classes peuvent, en accord avec le fermier, Monsieur Isler, s'initier à la vie d'une exploitation agricole. Mes élèves de l'an dernier, en 3e actuellement, avaient planté des pommes de terre au printemps.

M. Isler avait donné des consignes précises: mesurer soigneusement, ne pas marcher dans le sillon, etc. La récolte en dépendait. Chacun en était conscient!
Quel meilleur prétexte pour, ensuite, noter les températures, observer la météo, calculer le temps écoulé de la plantation à la récolte?Les élèves ne s'étaient préoccupés du nombre de pommes de terre plantées qu'après les avoir recouvertes. Ils ne les

Nous avons tendu la ficelle et après nous avons pris une règle et puis nous avons compté à chaque 30 cm et ça nous a donné 186 pommesde terre. Et il y avait 5 lignesalors nous avons fait le calcul 5 X 186 = 930.
Nous avons donc planté 930 pommesde terre au printemps.

Nous avons récolté le tiersd'une ligne alors nous avons récolté 62 plantes de pomme de terre parceque 3 X 62 = 186. On pense que il y a souschaque plant 12 pommesde terre donc il y a 744 pommes de terre. (il y a 12 x 62)

David

avaient pas comptées et c'est dans le préau de l'école, à l'aide d'une ficelle, témoin de la longueur des lignes du champ, que nous avons procédé au calcul. Mes élèves - alors en fin de 2e - avaient trouvé que la longueur d'une ligne était de «56 enfants» se donnant la main (3 fois les 16 élèves de la classe + 8). En 3e année, reportant les mesures utilisées lors de la plantation, ils arrivèrent à un total de 930 pommes de terre.

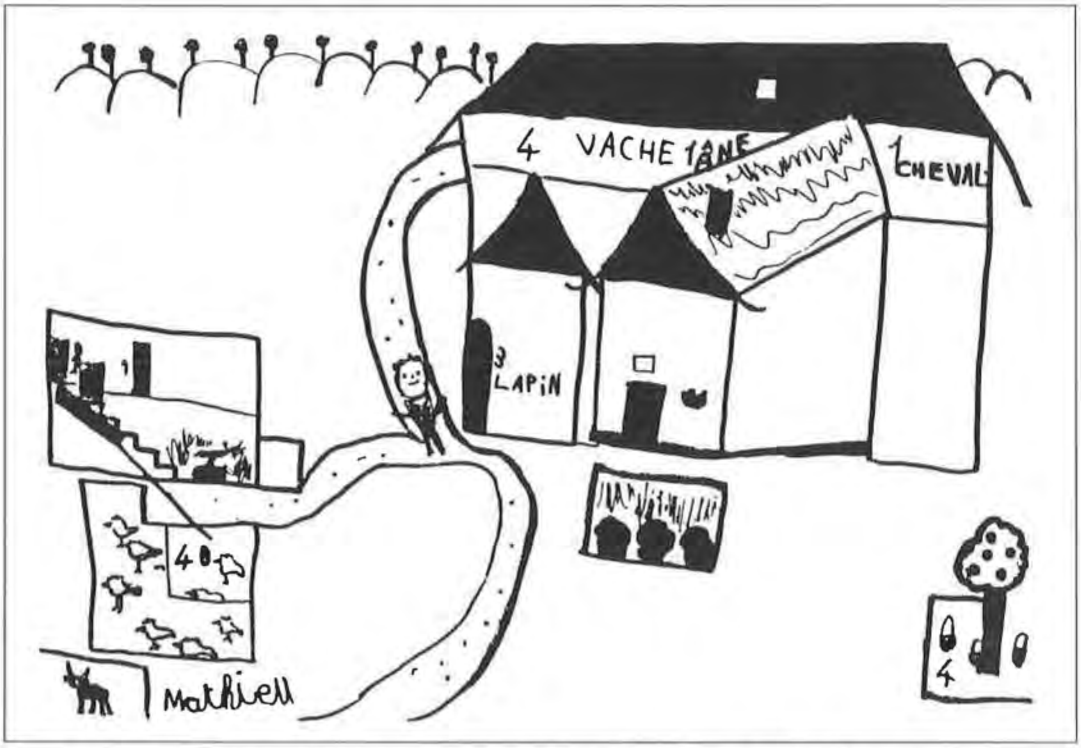
Le temps de la récolte est venu avec la rentrée des classes. Nous y sommes allés ensemble, ceux de troisième et de première. Bien sûr, les grands, un peu jaloux de «leurs» plantations, n'ont laissé aux petits que les menus travaux. Mais qu'à cela ne tienne. Il y avait tant de choses nouvelles à observer, à dessiner, à raconter.

Le poulailler, par exemple, avec ses nids, les poules qu'on n'arrivait pas à compter car elles «bougeaient tout le temps», les quatre moutons dans leur enclos , etc.

Les animaux de la ferme

En octobre, la classe de première est retournée à la ferme pour compter les animaux et pour les observer dans leurs différents habitats.

A l'école, après la visite, chacun fera un plan pour situer les bâtiments et les animaux, comme Imen, qui habite en face, peut les voir de sa fenêtre:

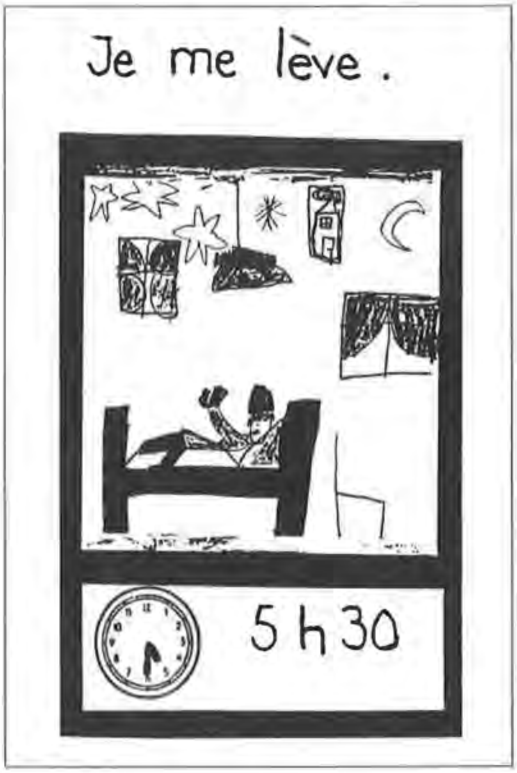


Sur le tableau de Mathieu, tout est en place: le poulailler et ses 40 poules, l'enclos des 4 moutons, l'écurie, le jardin potager, etc.

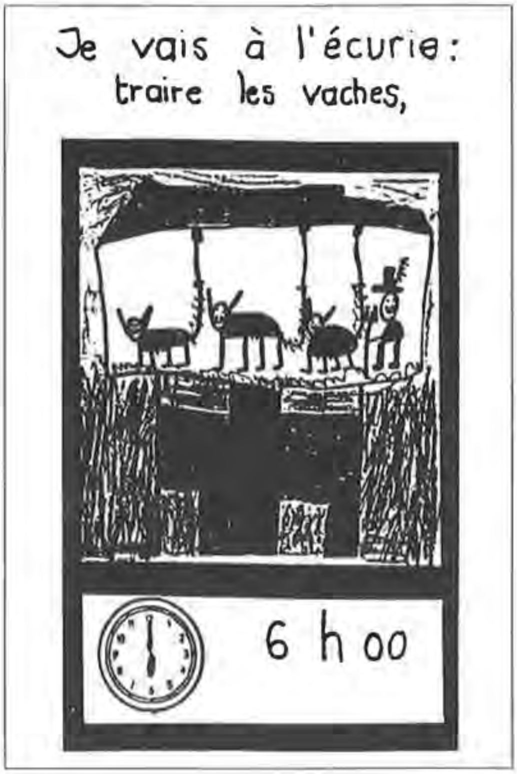
Un tableau à double entrée permettra de compléter les informations:

Justin et Basile expliquent le tableau à double entrée:
«La jument Rosina habite dans l'écurie.»

Dans le cahier de lecture, un texte racontera la visite. La liste précise des animaux sera complétée en écoutant la cassette enregistrée lors de notre sortie. La classe créera un album collectif racontant une journée de travail à la ferme.



La comparaison d'une journée de travail du fermier et de celle de chaque élève est liée au programme de religion: «Une journée de vie».



Un problème, inventé par les élèves, à propos de deux lapins mangeant 10 et 4 carottes donnera l'idée à Guy de varier le nombre de carottes de chaque lapin et c'est ainsi que la décomposition du nombre 14 apparaîtra, sans surprise.

Quant à Jérôme, au cours de sa onzième semaine d'école, il a encore une façon bien personnelle d'écrire les nombres dans les problèmes qu'il invente:

le coq picote une 100 tén
de graines. Lapoule 80
combien
ça faits ? □

Synthèse et conclusion

A partir de deux pages du cahier de lecture d'un élève, je tente d'esquisser une petite synthèse des activités de ce premier trimestre (voir page suivante).

Ainsi, au fil des jours, l'enfant ira de découverte en découverte et son outillage mathématique s'enrichira au contact de ses expériences et non par des documents écrits trop formalisés.

Comme l'adulte qui, après les écoles, se demande quel bagage mathématique lui est vraiment nécessaire, l'enfant, lui, avant toutes ses écoles, par petites touches, apprendra la même nécessité.

C. ENVIRONNEMENT

Thèmes abordés:
- la ferme, le rythme des saisons, les récoltes
- de l'œuf au poussin
- le marché (2P)
- la classe (1P) l'école, le quartier

les adresses des élèves
(les rues et les numeros des maisons (pairs, impairs)) ← MATHÉMATIQUE

Jeudi 22 octobre :

A la ferme, la classe a vu le chat et le cheval de M. Isler.

Le chat marchait devant la maison, près des lapins.

Le cheval marchait dans le pré, avec l'âne.

Les veaux et les moutons marchaient aussi dans le pré.

Les vaches étaient dans l'écurie. Et la chèvre?

La famille de M. Isler habite :
Falbringen 24
2502 Bienne (téléphone: 4202 51)

Les animaux de la ferme :

1 cheval (Rosina)	0 chien
1 âne	0 cochon
7 vaches	0 oie
4 veaux	
1 chèvre	
4 moutons	
5 lapins	
2 canards	
1 cane	
3 chats	

poules
coqs
poussins
1 chef des coqs
} environ 40

Chercher les numéros de téléphone dans le bottin
- l'alphabet
- les noms de famille
- les adresses
- les numéros (lire, nommer, écrire les nombres)

Etablir la liste des animaux
(en écoutant la cassette enregistrée lors de notre sortie du 22.10.92)

nombres et noms des animaux

40 poules en papier alignées sur la bande numérique

liste de référence : (capital mots)
un mouton
des moutons

Plan de la ferme pour situer les animaux
- Où sont-ils?
- Combien sont-ils?

Tableau à double entrée
les animaux et leurs habitats

Arbre de classement
poules, coqs et poussins, noirs et blancs

A l'intérieur, à l'extérieur

Inventer des labyrinthes

Jeu de l'oie.
Jeu des lapins chasseurs.
} coin mathém.

Les heures
Une journée de travail du fermier comparée à une journée de l'élève
(apprendre les heures et créer un album collectif)

RELIGION

Thèmes abordés :
- Une journée de vie
- Naître et grandir
- Noël (les bergers)
- les prénoms

ACM

Dessiner
Peindre
le poulailler → Construire une maquette en carton
Modeler les animaux en plastilline

FRANÇAIS
- des textes écrits et lus
- des histoires
- des livres en grand nombre!

GYMN. et EXPR. CORPORELLE
imiter les animaux

SPECTACLE
Le petit berger

CHANT
rythmes, audition et plusieurs chants appris

Jeux, concours, championnats mathématiques Quoi de neuf?[1]

par Jacques-André Calame, Neuchâtel

Les motivations pour enseigner les mathématiques et la manière dont on les enseigne sont conditionnées par l'idée qu'on se fait de cette science.

Christian Houzel

Les conjectures raisonnables et les problèmes sont utiles et essentiels aux progrès des mathématiques. Même si de telles questions tournent court pour avoir été mal énoncées, ambiguës, et finalement inintéressantes, habituellement, elles sont utiles au moins pour inspirer, à défaut d'autre chose.

Robert Connelly

D'abord imaginer, ensuite prouver.

Polya

L'acte d'apprendre commence par l'action et la perception, se poursuit par des mots et des concepts, et devrait se terminer par l'acquisition d'habitudes mentales profitables.

Polya

Là-haut sur la montagne!

"Là-haut sur la montagne..." une chanson bien connue, bien helvétique!

"Là-haut sur la montagne..." un atelier mathématique... de 6ème année, habité par l'esprit de Fibonacci.

"Là-haut sur la montagne..." ce fut aussi, un samedi de novembre dernier, le Louverain, centre de jeunesse et de formation, et camp retranché de quelques dizaines d'enseignants, irréductibles dans leur passion pour les jeux et les concours mathématiques. Le lieu de recherche et de partage a certainement dépassé de beaucoup ce que les organisateurs en attendaient. L'ouverture, le respect et l'attention de tous les participants et des animateurs, ont laissé les querelles de chapelles et les traditionnelles discussions sur "les élèves qui ne vont pas..." au fond du couloir.

En quelques pages, voici les reflets principaux de cette "oasis" au milieu d'un canton à la vie pédagogique riche et parfois contrastée.

1. Dites-le avec des fleurs!

L'introduction d'activités de recherches, d'ateliers mathématiques et de concours internes à une école ou proposés à une plus large échelle (Mathématiques sans frontières, Championnats internationaux de jeux mathématiques et logiques) suscite diverses réactions.

Parmi elles s'en trouvent quelques-unes qui n'ont en fait pas grand chose à voir avec les mathématiques:

• Est-ce que ces activités me "parlent"? Un peu comme lorsque je reçois un journal ou une annonce publicitaire: suis-je accroché ou non par celle-ci, ou par celle-là?

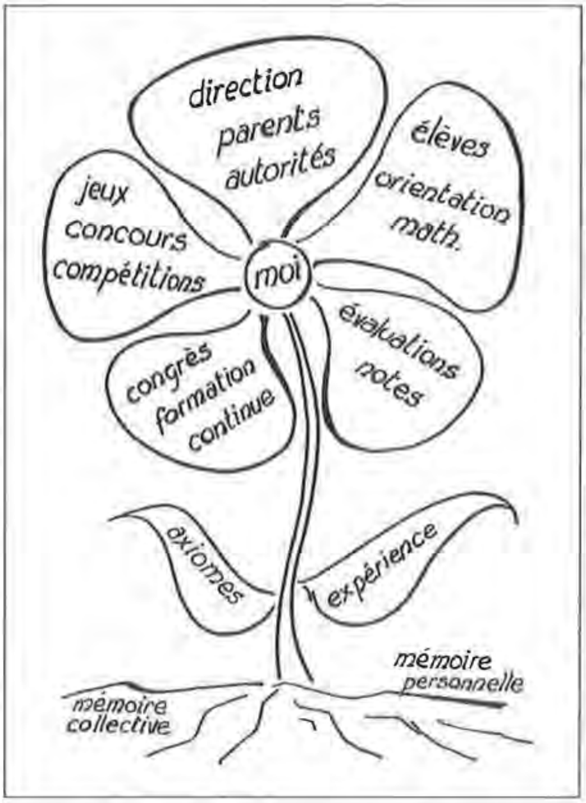
• Est-ce que je vais vivre mes leçons avec les élèves dans le même climat dont ils ont et dont j'ai l'habitude? Et si ce climat est modifié, cela me dérange-t-il, et pourquoi?

[1]Cet article, ainsi que les deux suivants, constituent les "actes" de la rencontre organisée dans le cadre des cours de perfectionnement du canton de Neuchâtel, le 21 novembre 1992, sur le thème: *L'apport des jeux et concours à l'enseignement des mathématiques.*

• Et puis... aurai-je tous les éléments assurant, le cas échéant, ma sécurité, une sorte d'image de marque préservée, au cas où les questions sont "tendues"?

Ce sont un peu de ces questions, teintées souvent de crainte, qui nous ont appelés à laisser cette fleur aux personnes inscrites à la journée du Louverain.

Bien sûr et comme le font les enfants, on peut effeuiller la marguerite, en disant de chaque pétale: je t'aime un peu, beaucoup, passionnément, à la folie... pas du tout! Mais, dès qu'un pétale est ôté - soit parce qu'on l'aime beaucoup, soit parce qu'on le déteste - l'ensemble de la fleur est comme désorganisé et pas simplement amoindri.



Pour le lecteur, l'essentiel est déjà dit lorsqu'il contemple cette fleur. Mais, osons le dire, le plus simplement du monde, et en utilisant quelques symboles pour cela: cette fleur a un cœur, ce cœur qui constitue le point de départ de toute action du maître-mathématicien ou non.

Les pétales de la fleur, de par leur variété, leur nombre, montrent leur complémentarité et leur rôle spécifique à chacun. Comme dans un orchestre, où chaque instrument est unique par la voix qu'il apporte à l'ensemble, il en va ainsi des divers paramètres qui entrent à la fois dans notre vie personnelle d'enseignant et dans le monde entourant le corps enseignant. A la différence près que, dans l'orchestre, chacun est libre de choisir l'instrument qui lui convient, pour lequel il se sent quelque élan ou quelque prédisposition particulière. Alors que les pétales de notre fleur traduisent des conséquences d'un choix, celui d'être enseignant, auxquelles tout enseignant est confronté, qu'il le veuille ou non.

Ainsi pourrait-on découvrir que notre fleur, pour révéler son harmonie, a besoin de tous ses pétales et qu'elle forme la base d'un système de valeurs et de croyances bien présentes chez tout enseignant. Mais, comme chaque enseignant, de par sa nature et de par ses choix, privilégie certains pétales, parfois au détriment des autres, la rencontre des fleurs constituant le bouquet final n'est pas évidente.

En conséquence, le respect des fleurs formant la variété du corps enseignant nécessite que certains mots soient écrits, au coeur de chaque fleur, ou si l'on préfère, soient présents à l'esprit de tout enseignant:

• l'écoute • le partage • le silence
• le respect dans la confrontation
• l'attention • ...

Il ne s'agit pas de mots destinés à forger une morale ou un code de vie du corps enseignant. Car on ne confond pas l'objectif avec l'outil pour l'atteindre. En revanche, ces mots, souvent par trop méprisés, ou provoquant un peu d'ironie chez "ceux qui auraient tout compris sans en avoir besoin", sont une condition, et un outil indispensable à toute communication.

Enfin, une fleur n'est jamais là sans rien... elle a des racines, qui pourraient, dans notre cas, être le vécu, le passé, l'expérience, la mémoire de l'enseignant. Un collègue, un enseignant, ne portent jamais une valise vide. Chacun vient, rencontre d'autres collègues ou des élèves, avec tout ce qui constitue sa fleur... y compris ses racines et le terrain dans lequel elle a crû.

2. Au jardin des jeux, concours et championnats mathématiques

Une fois planté le décor... les jardiniers-animateurs ont proposé aux fleurs-collègues d'entrer dans le monde ou dans le pétale particulier de jeux, concours et championnats mathématiques.

Avec, à choix:

• des problèmes du Valais, que M. Yvan Michlig propose sous forme de concours, tout au long de l'année, aux élèves de 4ème primaire (à paraître dans le n° 157);

• des problèmes tirés des "Championnats internationaux de jeux mathématiques et logiques";

• des problèmes tirés de "Mathématiques sans frontières";

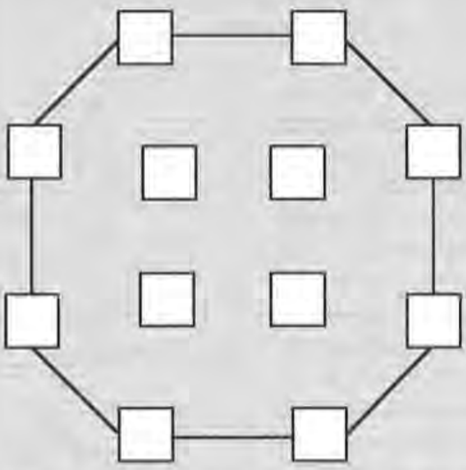
• une analyse de résultats, obtenus dans des concours passés par les élèves, en vue de choisir des problèmes en adéquation avec ce que peut faire un élève de tel ou tel âge (voir pages 23 à 26).

Voici, à titre d'exemples, quelques problèmes traités dans les travaux de groupes au cours de cette journée de formation continue.

2.1 Les Championnats internationaux de jeux mathématiques et logiques

L'octogone

(Quarts de finale romands - mode fermé - du 7e Championnat, décembre 1992)



Il faut placer les nombres naturels de 1 à 12 dans ces douze cases, en respectant les deux conditions:

• Les quatre cases à l'intérieur de l'octogone contiennent quatre nombres consécutifs (qui se suivent).

• La somme de ces quatre nombres est la moitié de la somme des nombres placés sur le pourtour de l'octogone.

Quel est le plus petit des quatre nombres naturels placés à l'intérieur de l'octogone?

Un philatéliste bien timbré

(Quarts de finale romands - mode fermé - du 7e Championnat, décembre 1992)

Dans un pays voisin, un philatéliste désire acquérir 100 timbres choisis dans trois lots de valeurs différentes: des timbres à 1 Fr., des timbres à 10 Fr. et des timbres à 50 Fr.

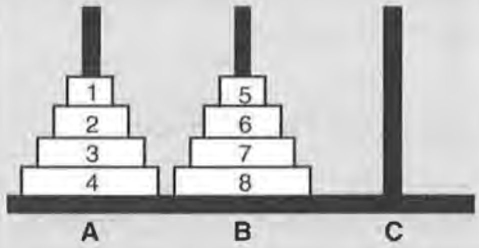
Il dispose pour cela d'une somme de 500 Fr., mais il veut avoir au moins un timbre de chaque valeur.

Combien de timbres à 1 Fr., à 10 Fr. et à 50 Fr. peut-il acheter en dépensant entièrement ses 500 Fr.?

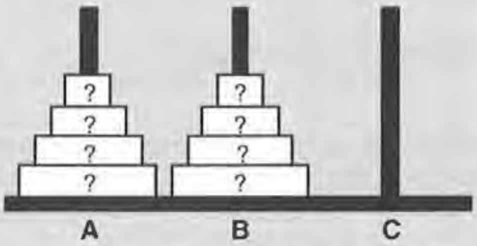
Les tours de Hanoï revisitées

(Quarts de finale romands - mode fermé - du 7e Championnat, décembre 1992)

On dispose de trois tiges A, B, et C, et de deux tours de Hanoï constituées de 8 disques numérotés, s'emboîtant sur les tiges, comme indiqué sur la première figure:



Il s'agit d'obtenir la disposition ci-dessous, telle que la somme des numéros des disques de la tour A soit égale à celle des disques de la tour B:



Les mouvements d'une tige à l'autre doivent respecter les deux règles suivantes:

• On ne déplace qu'un seul disque à chaque coup.

• Un disque ne peut être placé que sur une tige vide, ou sur un autre disque, dont la taille est supérieure ou égale à la sienne (on ne peut pas placer un disque sur un plus petit).

Quel est le nombre minimum de coups pour passer de la disposition de départ à la disposition finale?

Le tableau triangulaire

(Tiré du premier Championnat de la FFJM, 1987)

On place les entiers suivants dans un tableau selon la disposition ci-dessous:

				1				
			2	3	4			
		5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16	
17	...	...	...	...	...	...	...	...

Une ligne est désignée par le premier nombre de cette ligne, en partant de la gauche. Une colonne est désignée par le premier nombre de cette colonne, en partant du haut. Un nombre est donc désigné par la ligne et la colonne où il se trouve. Par exemple, 14 est en 10-4.

Trouvez la ligne et la colonne de 1987.

A propos de *L'octogone*

Il faut noter que les cases carrées étaient à l'origine des petits cercles qui ont posé problème à certaines personnes, puisque le pourtour de l'hexagone était aussi un cercle! D'où l'une des questions débattues ensuite:

• Comment avoir une consigne précise et concise, et comment avoir des dessins qui aident le regard au lieu de compliquer les choses?

Ici, le problème a semblé bien adapté à des élèves du secondaire inférieur. Les plus jeunes essaient avec:

1 - 2 - 3 - 4 au centre (somme 10)
5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 autour
(somme 68)

Après deux ou trois essais, la solution est trouvée!

Pour les plus grands, l'idée d'utiliser

$$S_{12} = \frac{12 \cdot 13}{2} = 78$$

et de diviser par 3 pour avoir 26 au centre, permet effectivement de gagner une ou deux minutes... mais on voit que les deux cheminements sont possibles.

Réussite (réponse: 5):
47% en CO   61% en C1   87% en C2[1]

A propos du *Philatéliste bien timbré*

Ce problème est intéressant par les questions qu'il suscite:

• Peut-on le résoudre si l'on n'a pas encore étudié des systèmes d'équations?

• Peut-on avoir plusieurs, voire une infinité de solutions? Ou pas de solution?

Ce faisant... on se posera assez souvent cette question: faut-il ou non avoir un pas d'avance sur les élèves en connaissant la solution? La réponse n'est pas univoque; on peut argumenter en disant que découvrir la solution en même temps (ou après!) l'élève revalorise celui-ci et qu'on est ensemble en terrain neutre. Mais peut-être est-il préférable que le maître ait fait déjà le problème avant l'élève, pour qu'en cas de panne de l'élève, il soit à même de l'aider par de nouvelles questions.

Réussite (réponse: 60, 39 et 1):
14% en C1   44% en C2[1]

Malgré ces taux relativement faibles, il y a très peu de réponses aléatoires. Une majorité d'entre elles sont proches de la solution exacte et forment, par exemple, 500 Fr. avec 99 timbres; 498 Fr. avec 101 timbres; 510 Fr. avec 100 timbres, etc.

A propos des *Tours de Hanoï*

Ce problème pose un problème assez complexe. Car il faut d'une part se trouver un système de codage ou de représentation approprié et évolutif (style bande dessinée), et d'autre part s'interroger sur la fiabilité de la réponse. Trouver une réponse est une chose, savoir qu'elle répond au critère du "minimum de coups" en est une autre!

Réussite (réponse: 9 coups):
11% en C1   24% en C2[1]

La réponse - optimiste - "8 coups" est choisie par 11% des élèves de C1, les autres réponses - non optimales - se situent dans leur majorité entre 10 et 17 coups.

A propos du *Tableau triangulaire*

Au contraire du problème de l'octogone, qui est vite étudié, celui-ci est plus difficile. D'une

---

[1]Les catégories CO, C1 et C2 correspondent respectivement aux degrés 4-5, 6-7 et 8-9 de la scolarité obligatoire.

Ces taux de réussite sont tirés d'une première analyse des bulletins-réponses de 400 élèves (sur 2000 environ) ayant participé au concours, le 9 décembre 1992, dans une vingtaine de collèges secondaires de Suisse romande.

part, il faut bien comprendre le système de codage de chaque case, puis se rendre à l'évidence qu'il faut un "truc" pour accélérer le passage en revue des nombres naturels menant à 1987 (ou 1993!). Pour avoir testé à plusieurs reprises ce problème en classe, nous pourrions dire qu'il fait partie des problèmes très sélectifs, avec le plus souvent trois catégories d'élèves:

Première catégorie: Impossible de résoudre ou de trouver une quelconque piste.

Deuxième catégorie: On repère la suite des carrés 1, 4, 9, 16, ..., et, au mieux, on détecte la ligne où sera 1987.

Troisième catégorie: On détecte la bonne ligne, puis la bonne colonne, en jouant sur la moyenne arithmétique de deux nombres. Cette catégorie représente environ 25% des élèves.

Il faut rappeler ici que ces problèmes sont traités en championnat par des élèves travaillant de façon solitaire, sans calculatrice, et disposant de deux à trois heures pour six à neuf problèmes (selon leur âge). Le produit fini, c'est-à-dire la réponse juste ou fausse, est seul pris en considération. C'est un des regrets de plusieurs participants, de même que la fixation assez arbitraire du coefficient attribué à chaque problème.

Nous y reviendrons en fin d'article.

2.2 Mathématiques sans frontières

La finalité est autre. Il s'agit, pour des classes entières, de s'organiser, afin de proposer un maximum de solutions bien étayées en un temps fixé à deux heures. Des épreuves qui sont, pour l'instant, réservées aux classes de niveaux neuf et dix.

Une chance pour un nouveau dialogue entre secondaire inférieur et supérieur. Une chance pour les élèves qui verraient au minimum un élément tangible de continuité de situations rencontrées durant les dernières années du secondaire inférieur, lorsqu'ils commencent le gymnase ou l'école de commerce.

Pratiquement, cela pose toute la question du climat de classe et de l'organisation du travail. Voici, à titre d'exemple, quelques extraits du galop d'entraînement de la 4S11 de Peseux, en janvier dernier, en prévision de la compétition de *Mathématiques sans frontières,* fixée au 18 mars prochain.

Les jetons

On dispose de trois jetons portant un nombre inférieur à 10 sur chacune de leurs faces. Ces six nombres sont consécutifs.

On vient de lancer les trois jetons et c'est ainsi qu'ils sont retombés sur la table:

La somme des trois nombres qui apparaissent est 21.

En recommençant l'expérience, on obtient d'autres sommes:
16, 17, 18, 19, 20, 22 et 23.

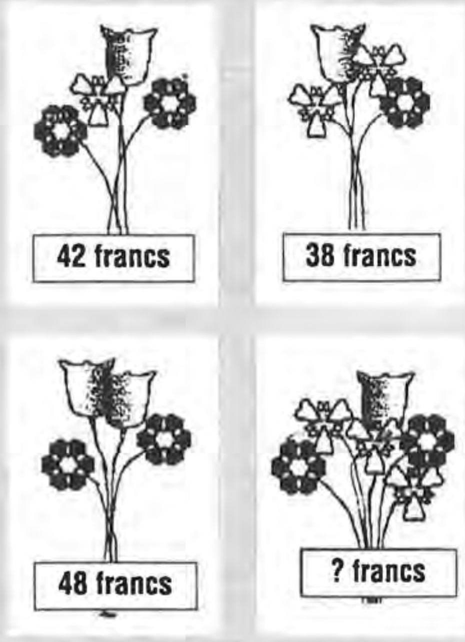
Quels sont les nombres écrits sur les faces cachées de ces jetons... sous le 6, sous le 7, et sous le 8?

Les jetons

1ère face	6	7	8 ✓
2ème face	5	9	4 ✓

$5 + 7 + 4 = 16$
$6 + 7 + 4 = 17$
$5 + 9 + 4 = 18$
$6 + 9 + 4 = 19$
$5 + 7 + 8 = 20$
$6 + 7 + 8 = 20$
$5 + 9 + 8 = 22$
$6 + 9 + 8 = 23$

Dites-le avec des fleurs!



Quel est le prix du quatrième bouquet?

Exercice 2: Dites-le avec des fleurs.

48frs. 38frs 48frs

On commence par le 3ème bouquet. On prend une valeur pour la tulipe $1<x<23$ ex: $x=14$ et $2x=22$. Il reste 26frs à partager entre 2 fleurs de même sorte. Donc $y=13$. Ensuite il faut vérifier les nombres avec les autres bouquets. Si ça joue, calculer le montant du prix du bouquet demandé. ✓

Réponse $= x = 13$frs
$y = 14$frs
$z = 7$frs ✓

donc le bouquet vaut 66frs. ✓

Caprices à deux

Trois amis, Alain, Bernard et Carine participent à une excursion en car. Trois places d'une même rangée leur sont réservées: la place n°1 est près de la fenêtre, les places n°2 et n°3 sont de part et d'autre de l'allée centrale. La place n°2 est à côté de la place n°1.

Chacun exprime ses préférences:

- Si Alain occupe la place n°1, Bernard veut la place n°2.
- Si Alain occupe la place n°2, Bernard veut la place n°3.
- Si Bernard ne prend pas la place n°1, Carine veut la place n°2.
- Si Carine occupe la place n°3, Alain veut la place n°1.

Comment faire pour donner satisfaction aux trois amis?

Exercice n° 7
Caprices à deux

	1	2	3	
Solution 1:	Alain	Berrard	Carine	ça ne joue pas à cause de: car Carine n'est pas en n°2
Solution 2:	Alain	Carine	Berrard	ça ne joue pas à cause de: car Bernard veut la place n° 2
Solution 3:	Bernard	Alain	Carine	ça ne joue pas à cause de: car Carine veut la place n°2
Solution 4:	Carine	Alain	Berrard	ça ne joue pas à cause de: car Bernard veut la place n°3.
Solution 5:	Carine	Berrard	Alain	ça ne joue pas à cause de: car Bernard n'est pas à la place n°1 et Carine n'est pas à la place n°2
Solution 6:	Berrard	Carine	Alain	C'est la bonne solution.

On remarquera que l'effet de présentation est certain (n'oublions pas que plusieurs élèves de cet âge se contenteraient volontiers de la réponse seule, s'ils en avaient le droit!). On notera également qu'il y a des écritures différentes. En réalité, il y avait deux secrétaires et aide-secrétaires, ainsi que trois experts qui sanctionnaient les plans de rédaction avant de les transmettre aux secrétaires. Tous les autres élèves se répartissaient les problèmes. Sitôt une solution acceptée par les experts, le problème était abandonné par la classe au profit d'autres situations.

On constatera - en tout cas pour le maître-observateur - que la classe est rapidement dynamique et qu'il est important de faire cause commune afin d'obtenir une victoire collective. Chacun se sent apparemment une certaine responsabilité. Le travail y gagne, globalement, en qualité, par rapport à une leçon traditionnelle où la motivation est très variable.

2.3 A propos du Concours de mathématique pour les classes de 4e année du Valais romand

A ce propos, on se référera à l'article *Echos d'un concours*, à paraître dans *Math-Ecole* n° 157.

Ce qui a été particulièrement frappant dans l'exposé que M. Yvan Michlig a donné à ce propos au Louverain, c'est le succès rapidement enregistré en Valais. J'imagine qu'en quelques années seulement, la majorité des classes concernées livrent chaque mois une solution à une situation-problème très ouverte, dans un état d'esprit de disponibilité et d'interdisciplinarité, voilà qui nous réjouit!

3. CONCLUSION

Si les enseignants du secondaire supérieur ou du primaire étaient très minoritaires lors de la journée du Louverain, ils ont cependant pris une part active à l'animation et aux débats, puisqu'une table ronde a permis à tous les animateurs et participants de lancer, en fin de journée, des idées personnelles, après avoir joué, analysé et réfléchi à toute cette mine d'or en formation.

On relèvera, en particulier:

- Le désir des participants de voir se renouveler de telles journées de formation continue.

- Le souhait de faire appel à des spécialistes de l'évaluation de telles situations mathématiques, et l'intérêt d'une analyse fine des procédures de résolution de ce type de problèmes. (voir article, pages 23 à 26)

- La proposition d'avoir des lieux (SPES, ONDP, bibliothèques) où se ravitailler, tout en créant une banque de données dynamique (avec suggestions d'utilisation, conseils, comptes rendus d'expériences en classe).

- La proposition de promouvoir, dans le canton de Neuchâtel, le type de jeux-concours tels que ceux du Valais (n.d.l.r.: c'est chose faite, puisque M. Yvan Michlig rencontrera des enseignants du primaire en mars prochain, à La Béroche).

A l'heure où une tendance voudrait qu'on revienne de façon presque excessive à un enseignement très traditionnel, en période conjoncturelle peu rassurante, il est heureux de rencontrer, tout un samedi, une trentaine de "bénévoles" qui, non seulement, se sont bien investis, mais ont encore clairement montré que la recherche en mathématique s'inscrit dans une visée pédagogique reconnue et à développer, dans une perspective inter-école, romande, et même allègrement internationale.

Il faut saluer ici l'excellente collaboration entre les animateurs de la journée et le directeur du Centre de perfectionnement des enseignants, dont l'écoute et l'accueil bienveillant ont certes contribué à la souplesse et au sérieux de cette journée.

Procédures de résolution

par François Jaquet, IRDP (Neuchâtel)

Comment les élèves procèdent-ils pour résoudre un problème de concours? Répondent-ils par hasard ou par approximations successives? Mettent-ils en oeuvre des connaissances acquises en classe de mathématiques? Quelles sont leurs représentations de la situation, quels sont les obstacles qu'ils rencontrent?

Ce sont des questions qu'on doit se poser si l'on souhaite que l'enseignement des mathématiques tire profit de ces grandes joutes qui font courir les élèves.

La formule de championnat individuel, en temps limité, où l'on ne s'intéresse qu'aux «bonnes» réponses, sans examiner les procédures de résolution, est frustrante pour celui qui s'intéresse à l'évaluation de l'élève. Une analyse des erreurs peut certes apporter quelques informations supplémentaires et permettre de formuler quelques hypothèses sur les obstacles rencontrés.

Pour en savoir plus, on peut reprendre en classe certains problèmes, les faire faire par groupes ou individuellement, interroger les élèves sur leur façon de les aborder, leur demander de rédiger des résolutions et d'en débattre, comme dans la pratique du «problème ouvert».

Il y a encore une autre manière de pénétrer dans cette analyse: on peut essayer de trouver soi-même les solutions et de noter les questions qu'on se pose, ses fausses pistes, ses états d'âme. Une personne qui travaille seule a de la peine à s'astreindre aux règles, nécessaires, d'auto-observation. A plusieurs, c'est plus facile. Les interactions et les échanges aident la mémorisation. Collectivement, on respecte les règles du jeu, qui sont ici l'obligation de raconter aux autres les différentes phases de sa propre recherche, et§ l'interdiction d'effacer ses erreurs.

C'est ce qui a été proposé à un groupe de participants, lors de ce samedi de novembre 1992. Nous étions six à résoudre individuellement quelques problèmes, dans un premier temps, puis à mettre en commun toutes nos observations, dans une seconde partie, qui a mis à jour quelques procédures d'adultes, qui ne diffèrent pas forcément de celles de nos élèves.

Les trois problème examinés sont tirés des quarts de finale romands du 6e championnat international de jeux mathématiques et logiques (11.12.1991), catégories C1 et C2 (12-15 ans).

La mâchoire à Jean

Jean Sive, à qui il manque déjà un certain nombre de dents, après un diagnostic dentaire hésite entre deux possibilités: se faire remettre trois dents, ou bien s'en faire arracher quatre.
Le nombre de dents qu'il aurait après avoir adopté la première solution serait un multiple du nombre de dents qu'il lui resterait s'il adoptait la seconde.
Combien Jean Sive a-t-il de dents (avant le traitement)? *Indiquez toutes les solutions.*

(Taux de réussite: 32 % en C1 et 53% en C2, une seule solution: 23 % en C1 et 22 % en C2)

Les premières réactions des membres du groupe se rapportent à l'énoncé:

- Jean Sive est-il un enfant ou un vieillard?

- La consigne paraît complexe, il va falloir s'accrocher et la relire plusieurs fois.

- Ne pourrait-on pas l'énoncer plus simplement?

- Il faut avoir l'esprit mal tourné pour inventer des problèmes de ce genre!

Sur les six maîtres du groupe, on relève deux erreurs de lecture conduisant à une première solution fausse.

Il s'agit ensuite, après la première lecture, d'entrer dans la phase d'appropriation du problème, en le faisant sien. C'est le moment des essais, conjectures, vérifications, relectures:

- Il me semble qu'il faut écrire une équation: $x+3 = k(x-4)$ *... mais il en faudrait une deuxième!*

- Si ce problème est proposé à des élèves de 11 à 12 ans, on doit y arriver sans équations!

- Je vais établir un tableau de valeurs.

- Un inventaire systématique ne devrait pas être trop coûteux en temps, vu la grandeur des nombres en jeu.

- Faut-il prendre en compte le cas où $k = 0$*? Mais non, c'est évident, il n'y a pas de sens de parler de multiples de 0.*

- Tiens, j'ai trouvé une solution: 8 et 1 ... ou plutôt 5 (dents avant le traitement). Mais peut-on considérer que 8 est un multiple de 1?

Le problème essentiel, pour des adultes, est, maintenant de trouver toutes les solutions:

- Je pense qu'il doit y en avoir une autre au moins, celle-ci me paraît trop élémentaire.

- Je n'en ai trouvé que deux: 5 (1 et 8 après le traitement) et 11 (7 et 14) mais je n'arrive pas à me convaincre qu'il n'en existe pas d'autres.

- Evidemment, il ne peut y en avoir que deux puisque l'écart entre les deux nombres est 7, qui n'a que deux diviseurs?

Ce serait le moment de justifier cette affirmation. Les participants en éprouvent le besoin, mais le temps manque et il y a encore quelques considérations à faire sur l'opportunité d'exploiter ce problème en classe:

- A mon avis, cette méthode de résolution par essais successifs ne me semble pas intéressante du tout.

- Au contraire, c'est une méthode très intuitive.

- Oui, mais à condition de ne pas l'aborder avant la 8e année, l'année des équations.

- Mais non, justement, c'est un problème qui convient parfaitement, avant la 7e déjà. Il pousse à essayer, à écrire, à ordonner ses tentatives.

- Attention aux dérapages, il ne faudrait pas faire un objectif de ce genre de problèmes!

...

Dans tous les cas, qu'on l'envisage pour l'un ou l'autre des niveaux d'enseignement, ce problème suscite beaucoup d'intérêt, par les multiples procédures qu'on peut mettre en oeuvre à son sujet. Plusieurs participants l'estiment exemplaire, aux degrés 8 à 12 parce qu'il relativise l'outil «équation». On évoque même des développements de cette situation dans le domaine des fonctions rationnelles. En effet, à partir d'une traduction de l'énoncé comme:

$x + 3 = k(x - 4)$ (x = nbre de dents de Jean)

on arrive à l'étude des valeurs entières de

$$k = \frac{x+3}{x-4} \quad \text{ou de} \quad x = \frac{4k+3}{k-1}$$

La famille Dupont

Dominique et Claude sont deux enfants de M. Dupont. Dominique a autant de frères que de soeurs et Claude a le double de soeurs que de frères.
Combien d'enfants a M. Dupont?

(Taux de réussite: 37 % en C1, 52 % en C2)

On constate que, même chez des adultes, l'envie de résoudre ce problème conditionne toute la suite du travail. L'un des participants, qui déteste ce type de situations et les jeux de mots de son énoncé, n'arrive pas à trouver la solution.

Et en effet, lors de la discussion, certains estiment qu'il vaudrait mieux demander la composition de la famille que simplement le nombre d'enfants de M. Dupont car, selon eux, la résolution est indépendante du sexe des deux enfants. Et il faudra une argumentation serrée, avec relecture de l'énoncé, pour les convaincre que Dominique ne peut pas être le garçon.

Ici, le système de deux équations à deux inconnues est immédiatement retenu comme outil possible, mais plusieurs participants du groupe y ont renoncé en raison de sa lourdeur et de ses risques de confusion dues aux subtilités de l'énoncé. Ils ont préféré se «mettre dans la peau» de Dominique et d'envisager successivement les cas où elle aurait 1, 2, 3, ... frères.

Le caractère animé de la discussion n'échappe pas aux participants qui voient là tout le profit qu'on peut tirer, en classe, des moments de mise en commun succédant aux phases de recherche individuelle ou par petits groupes. On relève encore, à ce propos, l'importance du rôle du maître dans ces moments de discussion collective, l'intérêt qu'il y a à travailler sur des documents écrits par les groupes (affiches) et la nécessité de bien gérer la phase d'«institutionnalisation» des connaissances acquises lors de la résolution du problème: rappels théoriques, notations, généralisations, entraînement de techniques, etc.

T'as pas cent balles?

Hector doit cent francs à Anatole. Il le paie avec cent pièces exactement, de 5 centimes, de 1 franc et de 5 francs.
Combien lui a-t-il donné de pièces de chacune des trois sortes?

(Taux de réussite en C1: 27 % de réponses «80 pièces de 5 ct., 1 de 1 Fr. et 19 de 5 Fr.», 16% de réponse «100 pièces de 1 Fr.»)

L'énoncé suscite quelques commentaires et suggestions permettant d'éviter les réponses «100 pièces de 1 Fr.» Mais, d'une façon générale, ce problème d'apparence anodine, est très apprécié par ceux qui en ont cherché la solution.

Une traduction algébrique de cette situation conduit à un système de deux équations à trois variables que la plupart des participants ont obtenu facilement. La grandeur des nombres en présence ne permet pas d'envisager une recherche par essais aléatoires successifs et fait même penser à certains qu'ils n'arriveront pas à résoudre le problème sans calculatrice. La troisième contrainte de la situation, l'obligation d'obtenir une somme entière (le nombre des pièces de 5 centimes doit être un multiple de 20 inférieur à 100), n'apparaît en général qu'après quelques essais.

Le problème est jugé exemplaire et le groupe regrette de ne pas en voir plus de ce type dans les moyens d'enseignement, aux chapitres traitant des systèmes d'équations.

En résumé, sur la base de ces trois petits problèmes expérimentés en temps extrêmement limité, le groupe s'accorde sur les constatations suivantes:

- L'expérience vaut la peine d'être renouvelée: résoudre des problèmes inédits, entre maîtres, individuellement puis par petits groupes, être attentifs aux procédures de résolution qu'on met en oeuvre et en parler ensuite.

- Il est nécessaire d'analyser les réponses des élèves en fonction de leurs représentations de la tâche, ou comme des états de leurs connaissances, avant de les juger (en «justes» ou «fausses»).

- La formule de compétition individuelle a l'avantage de motiver certains élèves et de promouvoir la résolution de «vrais» problèmes dans l'enseignement des mathématiques (souvent occultée par l'exercice de techniques ou l'accoutumance à certains formalismes prématurés). Cependant, il ne faudrait pas se contenter de cette phase de recherche individuelle. C'est à l'enseignant de développer l'activité en travaux de groupes et d'organiser une mise en commun et une défense collective des solutions trouvées. (A ce propos, on relève l'intérêt des travaux de la didactique des mathématiques portant sur les «problèmes ouverts» et les «situations -problèmes»).

PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME

Tiré du *Jeune Archimède* n°16 de janvier 93, voici un problème proposé au Rallye de Poitiers. Il s'agit d'un tournoi destiné aux classes de CM2 et de 6ème qui se déroule depuis l'année dernière. Il est destiné à des classes entières qui doivent s'organiser pour répondre à 12 problèmes en un temps limité.

Quelle salade!

Un épicier vient de recevoir quatre cageots de légumes (choux, concombres, carottes, poireaux) et cinq cageots de fruits (pêches, poires, prunes, oranges, pommes).
Il décide de les présenter en alternant les fruits et les légumes aussi bien horizontalement que verticalement, et de telle manière que ses clients voient:
1. les oranges plus haut que les poires et plus bas que les pommes;
2. les pommes à droite des poireaux;
3. les poires à droite des oranges et plus bas que les prunes;
4. les concombres plus bas et à gauche des choux, à droite carottes.
Complétez les étiquettes des cageots.

	pêches
concombres	prunes
choux	poireaux
oranges	poires
carottes	pommes

Utilisation de la calculette dans la formation du concept de multiplication dans l'enseignement spécialisé

par Jean-Michel Favre

INTRODUCTION

Au cours d'un travail de diplôme[1], réalisé au Séminaire Cantonal de l'Enseignement Spécialisé (SCES), à Lausanne, avec l'appui généreux de M. F. Conne, formateur, j'ai eu l'occasion de proposer la calculette aux enfants de ma classe, lors de séquences d'enseignement consacrées à la multiplication.

L'option prise pour ce travail fut de soumettre aux enfants des situations de référence au **concept de multiplication**, afin de les amener tout d'abord à sélectionner les données permettant la résolution de la situation, et ensuite, de leur enseigner le traitement multiplicatif en leur montrant qu'il permettait justement la détermination des données pertinentes. La calculette faisait alors partie d'une série d'outils (tables, listes de multiples à construire, ...), propres à pallier chez l'enfant l'absence d'une technique de résolution tels que les livrets ou l'algorithme de la multiplication.

Le choix de la calculette ne s'est finalement imposé (au détriment des autres supports envisagés), qu'au vu du contenu de la première situation qui allait être proposée aux enfants. Celle-ci avait en effet pour cadre un grand magasin, où la calculette pouvait aisément prendre le rôle de la caisse enregistreuse qu'une vendeuse aurait à manipuler de façon à obtenir le coût total des achats effectués par un client.

Une autre considération préalable à l'enseignement de la multiplication venait justifier l'utilisation de la calculette. En tenant compte de nombreuses observations récoltées en classe, on pouvait effectivement s'attendre à ce que les situations traitables par comptage seraient les plus facilement appréhendables par les enfants. Mais, au cas où cette hypothèse s'avérait exacte, elle pouvait avoir deux incidences non souhaitables auprès des enfants:

- soit, en cas de comptage performant, provoquer une trop forte centration sur la technique de comptage (reconnu alors comme terrain sécurisant) et avoir l'illusion de travailler sur le concept;

- soit, en cas de difficultés de comptage, les mettre en situation d'échec et leur empêcher l'accès à la multiplication.

L'introduction de la calculette permettait de remédier à ces deux difficultés. On pouvait en effet, grâce à son usage, proposer une situation comportant des nombres relativement grands et, ainsi, dans un premier temps, bloquer un recours systématique à la technique de comptage, puis, dans un deuxième temps, l'utiliser pour permettre la résolution technique des procédures élaborées par les enfants.

---

[1] Favre, J.-M. (1992). *La multiplication: élaboration d'une démarche par l'observation de la formation et de l'évolution d'un concept.* L'intégralité de ce travail est disponible à la bibliothèque du SCES, Chemin de Maillefer 37, CH - 1052 Le Mont-sur-Lausanne (tél. 021/ 36 70 02).

RESULTATS

De simple outil cherchant à pallier une absence technique chez les enfants, le rôle de la calculette s'est, au cours des diverses séances, peu à peu transformé pour gagner en importance.

C'est ce dont j'aimerais pouvoir rendre compte maintenant.

Tout d'abord, la calculette a permis l'accès à un réel terrain d'expérimentation pour les enfants (et pas seulement lors des moments de mathématique). Elle leur a donné la possibilité d'effectuer une foule de tentatives, d'essais réussis ou manqués, directement, indirectement ou pas du tout en relation avec la situation à traiter. La difficulté que j'ai alors rencontrée fut d'être à même de répondre à toutes ces suggestions et, le plus souvent, de les comprendre. L'apport d'une technique d'observation, telle que le **protocole** (recueilli par F. Conne et par moi-même) fut alors très précieuse, car elle permit, après coup, de se distancier des performances de chaque enfant, en s'intéressant au **sens** et aux **règles** qui guidaient chacune de leurs propositions.

En outre, la calculette semble avoir eu auprès des enfants un attrait un peu magique. Pour s'en convaincre, il suffisait de prêter attention aux brefs instants d'hésitation que chacun d'entre eux observait au cours des premières séances, juste avant d'appuyer sur la touche du signe =. Cette fascination pour la calculette lui a conféré, et je ne m'y attendais certes pas, une sorte d'**autorité morale**, que, par ailleurs, l'enseignant a perdu depuis longtemps. De ce fait, si les enfants furent parfois surpris par les résultats qu'ils obtenaient sur la calculette, et qu'ils se mettaient alors à "tiper" une seconde fois leur opération, jamais ils ne remirent en question la bonne foi de la machine.

Un exemple permet d'illustrer cette autorité: Au cours d'une situation, les hésitations d'une enfant entre l'usage d'une symbolique additive et multiplicative lui font tiper: 8 x 8 x 8 x ... =, au lieu de 8 + 8 + 8 + ... =. Le résultat de E13421772, s'il a provoqué chez elle un étonnement fort compréhensible, et suscité quelques sourires chez ses camarades, n'en a pas moins immédiatement bloqué l'usage de l'écriture incorrecte, et cela sans la moindre intervention de l'enseignant, qui, d'ailleurs, se demande encore aujourd'hui quel démenti il aurait pu y apporter.

Mais le rôle le plus important et le plus intéressant joué par la calculette n'a pu être mis en évidence que grâce à l'analyse des **protocoles**. Les **écritures mathématiques** ont en effet acquis un tout nouveau statut aux yeux des enfants, car **la calculette leur a donné un rôle opérationnel**. Notamment, la **symbolique a x b = c** a pris plus de **signification** pour eux.

A ce propos, j'avais déjà pu constater qu'un enfant, placé dans une situation donnée, utilise immédiatement, et avant toutes choses, certaines techniques de résolution (telles que le comptage, ...), afin de trouver un résultat, ce dont on ne peut évidemment lui tenir rigueur, puisque c'est généralement ce qu'on requiert de lui. La symbolique mathématique ne vient par conséquent s'adjoindre qu'après coup, et le plus souvent sur demande, ou avec la suggestion de l'enseignant. (Un bref retour en arrière dans votre passé scolaire vous permet à coup sûr de vous remettre en mémoire tel ou tel enseignant qui s'acharnait à vous faire inscrire les différentes opérations menant à la résolution d'un problème, alors que pour vous, celui-ci était déjà depuis longtemps résolu.)

De plus, la part importante réservée dans le programme scolaire à la maîtrise technique des opérations, fait accomplir à l'enfant des calculs de type répétitif, détachés la plupart du temps de toute situation. Ceci contribue certainement à conforter ce dernier dans le fait qu'une symbolique est une entité propre, sans lien direct avec une bien aléatoire réalité:

j'ai pu le constater à de nombreuses reprises. Par exemple, lors d'une épreuve de pur calcul, comprenant des additions et des multiplications, un enfant avait tout résolu de manière additive, sans se soucier du changement de signe dans les données; je pouvais donc penser que les signes n'étaient pas lu, qu'ils n'avaient pas de signification effective et que l'exercice ne consistait pour l'enfant qu'à "compter avec des nombres". Avec la calculette, le problème s'est posé autrement, puisque **l'enfant devait passer par la production d'une écriture mathématique** (qui ne pouvait être approximative, sous peine d'être immédiatement sanctionnée - voir plus haut l'exemple du 8 x 8 x 8 x ... =), pour pouvoir ensuite la tiper et, par conséquent, obtenir un résultat.

Par l'usage de la calculette, on rendait donc au symbole mathématique son rôle de signifiant, à valeur sémiotique, qui rend compte de ce que l'enfant est en train de faire, et à valeur instrumentale, qui lui permet d'aboutir à un certain résultat.

Ce ne sera que dans une étape ultérieure, une fois que le rôle de la symbolique sera clairement identifié par l'enfant, qu'il sera alors temps de passer à l'apprentissage des algorithmes et des techniques de calcul.

L'enseignement des tables de multiplication (livrets) et de l'algorithme de multiplication ne figure d'ailleurs pas dans le rendu écrit de mon travail de diplôme. Il a pourtant eu lieu trois mois plus tard, à la demande d'une enfant de ma classe, qui est venue se plaindre de ne pas encore savoir *"faire les fois"*. J'ai ainsi pu, en lien direct avec de nouvelles situations, opérer un échange entre calculette et algorithme et rendre à ce dernier son vrai rôle d'outil technique: *"Si tu veux te passer de la calculette, il te faut mémoriser les livrets..."*, et non pas: *"Si tu veux savoir faire les fois, tu dois mémoriser les livrets"*. La calculette prenait donc à cet instant un nouveau rôle: celui de contribuer à la **différenciation entre l'opération de multiplication (concept) et sa technique de résolution (algorithme)**.

CONCLUSION

Pour conclure, je soulignerai l'importance et la performance de l'utilisation de la calculette dans l'enseignement de la multiplication et, plus généralement, des quatre opérations, puisqu'elle offre à l'enseignant la possibilité d'avoir en premier lieu une **approche conceptuelle** de ces notions auprès des enfants, et cela malgré des difficultés de comptage et de calcul importantes. Par ailleurs, elle permet aux élèves d'élaborer des procédures de résolution parfois insoupçonnées, de bloquer celles qui sont erronées et de **rendre un rôle opératoire aux signes et symboles mathématiques.**

Je tiens à préciser encore une fois que mon travail s'est accompagné d'un mode d'observation rigoureux: le **protocole**, sans lequel je n'aurais pu rendre compte de toutes ces remarques. De plus, j'ajouterai qu'actuellement, j'utilise en classe la calculette pour l'enseignement de l'addition et de la soustraction, et que ce nouvel usage amène bien évidemment de nouvelles observations et donc de nouvelles difficultés du plus vif intérêt, telles que:

Comment tiper sur la calculette une écriture du type a + ... = c, sans dépendre d'innovations technologiques, récemment mises sur le marché, tels qu'une nouvelle calculette (didactique) ou de nouveaux logiciels adaptés à ce genre d'exercices scolaires, mais qui ne sauraient être forcément adéquats à l'acquisition du **concept** d'addition?

Solutions des jeux du numéro 151

Notre collègue, F. Gentil, nous envoie les solutions des jeux du no 151, proposés par F. Gutmacher, que ses élèves ont trouvées. La place nous manque malheureusement pour présenter tous ces travaux, très complets et bien argumentés.

Pour **La boîte de rangement**, Stéphanie V., Maxime G. et Françoise P. sont arrivés facilement à la solution:

- *Cinq minutes nous ont suffi pour placer tous les dominos correctement, en suivant le raisonnement exposé.*

Le Nimcross n'a pas résisté longtemps au même trio, qui a fait un inventaire des situations gagnantes où il reste moins de cinq cases vides sur la grille. Ils ont parfaitement déterminé la stratégie de jeu en milieu de partie, comme le montre leur constatation:

- *...Mais si nous remontons le jeu à reculons, on remarque qu'une stratégie gagnante consiste à jouer afin que son* ***adversaire*** *se retrouve avec une de ces situations de jeu devant les yeux:*

X		
X		
X	X	X

ou

	X	
	X	
X	X	X

etc.

Il subsiste cependant quelques doutes et l'équipe n'a pas pu déterminer une stratégie gagnante dès le début:

- *Au Nimcross, le fait de commencer n'est pas un avantage, il peut même s'avérer être un désavantage. En effet, de toutes les solutions expérimentées (en espérant les avoir toutes testées), souvent le deuxième joueur parvient à piéger celui qui a entamé la partie.*

Le problème reste ouvert!

Ce sont Nicole V., Hanja M. et Jonathan M. qui ont traité **Le chat et la souris.**

Jeux et Stratégie

Le chat et la souris

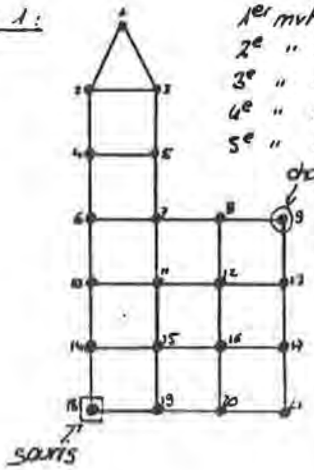
Nicole V.
Hanja M.
Jonathan M.

Rappels: - 15 minutes de jeux
- 2 joueurs
- but -> le chat doit attraper la souris (il commence) en atteignant la case où elle se trouvera.

Raisonnement: Par essais successifs, on constate que la souris ne peut pas être attrappée par le chat. En effet, même si elle s'approche de lui, il ne pourra jamais se retrouver sur sa case (voir schéma 1). Il reste cependant une solution: si la souris se laisse entraîner dans le haut du plateau et se retrouve sur la pointe (case n° 1), le chat peut alors l'attraper. Mais il n'y a aucune stratégie pour que ce dernier puisse l'y entraîner. Ceci ne peut se produire que par inattention de la part de la souris (voir schéma 2).

Conclusion: Il faudrait vraiment que la souris commence par laisser sa chance au chat. Mais là encore, il n'y a pas vraiment de jeu, puisque cette fois, la souris n'a aucune chance de s'échapper (voir schéma 3).

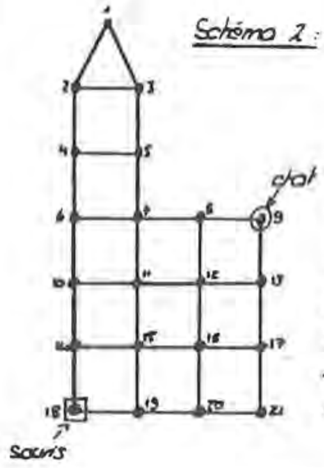
Schéma 1 :



1er mvt : le chat va à 13
2e " : la souris va à 19
3e " : le chat va à 12
4e " : la souris va à 15
5e " : le chat va à 16

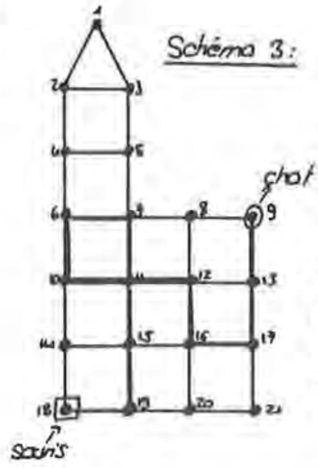
Ensuite, si la souris va à 11 ou retourne au 18, le chat ne peut rien faire...

Schéma 2 :



1) chat -> 13
2) souris -> 14
3) chat -> 12
4) souris -> 10
5) chat -> 11
6) souris -> 6
7) chat -> 7
8) souris -> 4
9) chat -> 5
10) souris -> 2
11) chat -> 3
12) souris -> 1
13) chat -> 1

Schéma 3 :



1) souris -> 19
2) chat -> 13
3) souris -> 15
4) chat -> 17
5) souris -> 11
6) chat -> 16
7) souris -> 7
8) chat -> 12
9) souris -> 6
10) chat -> 11
11) souris -> 10
12) chat -> 10

Là aussi, il y a un doute. Le trio est perplexe, comme le montre bien sa conclusion.
Mais les lecteurs qui connaissent F. Gutmacher, savent que ses jeux ont presque toujours une stratégie gagnante, même si elle est parfois fort subtile. Alors, qu'on ne se décourage pas! Le chat, s'il commence, peut-il vraiment attraper la souris?

(Un abonnement gratuit à *Math-Ecole* ou au *Jeune Archimède* pour la première solution qui nous parvient.)

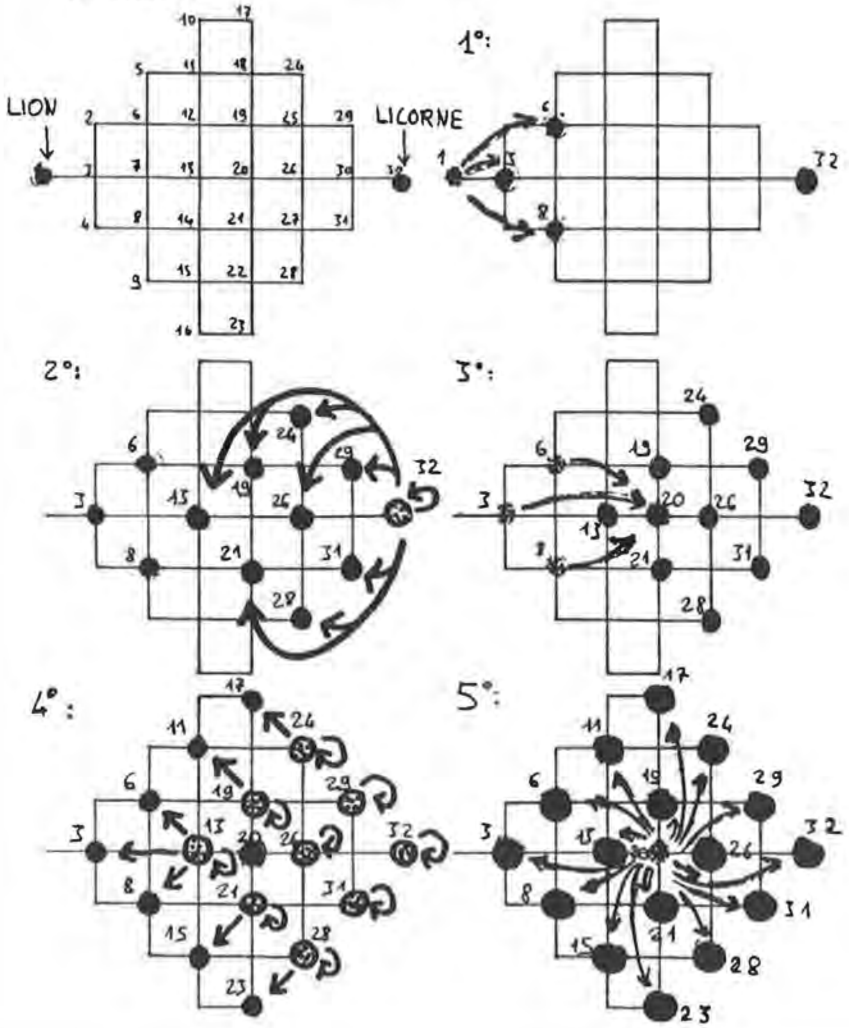
Le lion et la licorne n'a pas posé de problèmes, le groupe qui s'en est chargé a trouvé les stratégies gagnantes, dans les deux cas. Voici celle où le lion commence:

JEUX ET STRATEGIES

5.Le lion et la licorne

b) Lorsque le lion commence, il doit atteindre en 2 coups la position 20, car depuis cet endroit il peut atteindre tous les lieux où la licorne peut se trouver. D'abord il doit passer par 3, 6 ou 8, mais pas en 13 car la licorne peut alors le prendre, puis en 20. La licorne ne peut en aucun cas le prendre, car elle ne peut jamais se trouver en position 20.

Par exemple:



Merci à la classe de 9 S, de Marin.

Pour son travail, elle reçoit un jeu *Quarto* et un abonnement au *Jeune Archimède*.

Solutions des jeux du numéro 155

La plaque de chocolat

Il s'agit d'un jeu de type «Nim», dont la stratégie gagnante se découvre en remontant le temps, à partir de la situation finale: celle où le joueur est contraint de manger le carré vert.

On désigne la situation où il ne reste que ce dernier carré par (1;1). C'est une position gagnante pour celui qui l'atteint et la laisse à son adversaire.

On remarque que toutes les situations où il ne reste plus qu'un rang de plus d'un carré, (1;n) ou (n;1), avec n>1, permettent d'atteindre (1;1) en un seul coup. Ce sont donc des positions perdantes.

La situation de deux rangs de deux carrés chacun, (2;2), est gagnante car, de là, on atteint obligatoirement une des positions perdantes (2;1) ou (1;2).

On en déduit que les situations qui permettent d'atteindre (2;2) sont perdantes: (2;n) ou (n;2), avec n>2.

Ainsi de suite, on trouve que toutes les dispositions où il y a autant de lignes que de colonnes, (n;n), sont gagnantes.

Celui qui commence la partie, dans l'exemple proposé d'une plaque de 5 lignes et 6 colonnes, (5;6), peut gagner s'il détache une colonne pour atteindre la situation (5;5). Son adversaire sera contraint d'atteindre une situation «asymétrique» (5;n) ou (n;5), avec n<5. Le premier pourra alors rétablir l'équilibre en atteignant (n;n), etc.

Diviser pour régner

C'est un jeu du même type que le précédent, dont chaque situation est déterminée par deux nombres, les contenus des deux boîtes. L'analyse se fait également à partir de la dernière situation, gagnante: celle où un joueur laisse à son adversaire un jeton dans chacune des deux boîtes.

L'inventaire de toutes les situations montre qu'il faut chercher à obtenir deux nombres impairs dans les boîtes.

Celui qui reçoit deux nombres impairs devra obligatoirement répartir le contenu de l'une d'elles - qui est impair - en un nombre pair et un nombre impair de jetons.

Le suivant n'aura qu'à se débarrasser du contenu de la boîte contenant le nombre impair, pour répartir le contenu de l'autre boîte, pair, en deux nombres impairs, ce qui est toujours possible (par exemple en ne mettant qu'un seul jeton dans une boîte).

Ainsi de suite.

Dans le cas de la situation proposée: «7 jetons dans une boîte, 10 dans l'autre», il faut vider la première et répartir la deuxième en (1;9), (3;7) ou (5;5).

Le dé tournant

L'analyse se déroule sur le même principe, mais la situation est plus complexe, car la barre fatidique de **31** peut être dépassée à partir de trois positions du dé, selon qu'il repose sur...

- l'une des faces 1 ou 6, (1/6) permettant d'ajouter 2, 3, 4 ou 5;
- l'une des faces 2 ou 5, (2/5) permettant d'ajouter 1, 3, 4 ou 6;
- l'une des faces 3 ou 4, (3/4) permettant d'ajouter 1, 2, 5 ou 6.

Il faut tout d'abord se convaincre que si l'on réussit à obtenir un total de **31**, on a gagné, car l'adversaire devra obligatoirement le dépasser. Il faut alors relever toutes les possibilités d'obtenir **31** à partir des totaux inférieurs, selon la position des dés. Un tableau s'avère nécessaire:

	position des dés		
total	1/6	2/5	3/4
31	**G**	**G**	**G**
30		1	1
29	2		2
28	3	3	
27	4	4	
26	5		5
25		6	6

tableau 1

Le tableau 1 montre qu'on peut obtenir **31** à partir de **30**, en jouant 1 dans les positions 2/5 et 3/4, en jouant 2 dans les positions 1/6 et 3/4, en jouant 3 dans les positions 1/6 et 2/5, etc. Toutes ces positions sont perdantes, car elles amènent à **31**.

La position 1/6 pour le total **30** n'est pas perdante. On peut donc écrire **G** à cet endroit et examiner toutes les positions qui y conduisent. (tableau 2)

	position des dés		
total	1/6	2/5	3/4
31	**G**	**G**	**G**
30	***G***	1	1
29	2	*1*	*1*,2
28	3	3	
27	4	4	
26	5		5
25		6	6
24		*6*	*6*

tableau 2
(En italique: ce qui a été ajouté au tableau 1.)

Dans toutes les positions, le total de **29** est perdant. La situation gagnante suivante est le total **28** en position 3/4. On complète le tableau précédent en y ajoutant toutes les façons d'ajouter 3 ou 4 pour arriver à cette position, et on fait de même pour la situation gagnante suivante: **27**, 3/4 (tableau 3):

	position des dés		
total	1/6	2/5	3/4
31	**G**	**G**	**G**
30	**G**	1	1
29	2	1	1,2
28	3	3	***G***
27	4	4	***G***
26	5		5
25	*3*	*3*,6	6
24	*3,4*	*3,4*,6	6
23	*4*	*4*	

tableau 3
(En italique: ce qui a été ajouté au tableau 2.)

Ainsi de suite, on pourrait remonter jusqu'au départ: **0.** Fort heureusement, le problème posé demande comment jouer lorsque votre adversaire vient d'obtenir **21** en position 1/6. Il suffit de poursuivre le tableau jusqu'à la ligne **21** (tableau 4):

	position des dés		
total	1/6	2/5	3/4
31	**G**	**G**	**G**
30	**G**	1	1
29	2	1	1,2
28	3	3	**G**
27	4	4	**G**
26	5	**G**	5
25	3	3,6	6
24	2,3,4	3,4,6	2,6
23	4	4	**G**
22	**G**	**G**	**G**
21	5	1	1,5

tableau 4

Avec soulagement, vous constatez que votre adversaire s'est mis dans une situation perdante en vous offrant le total **21** en position 1/6. Vous devez faire apparaître la face 5 du dé et vous vous retrouverez à **26** en position 2/5, sûr(e) de gagner, contre toute défense: sur 1, vous jouerez 4, sur 3, vous jouerez 1 ou 2, sur 4, vous jouerez 1. Vous n'avez rien à craindre du 6, amenant à **32**.

F.J.

PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME

La tarte aux fraises

Ce n'est pas le problème - bien connu et repris par *Mathématiques 9, NE* - qui nous intéresse, mais plutôt la solution qu'en proposent les élèves de notre collègue F. Gentil (Ecole secondaire régionale de Neuchâtel).

Le problème:

A. - *Quel âge ont vos trois enfants?*

B. - *Le produit de leurs âges est 36?*

A. - *Il me faut une autre information.*

B. - *La somme de leurs âges est le numéro de la maison d'en face.*

A. (prend note du numéro, griffonne quelques calculs sur son calepin) - *Je regrette, mais je ne peux pas encore déterminer l'âge de vos enfants.*

B. - *L'aîné aime la tarte aux fraises.*

A. - *Merci. J'ai trouvé!*

Et toi, es-tu capable de déterminer ces trois âges?

La solution:

" la tarte aux fraises "

réalisé par: Maxime Gaagen
Stéphanie Voirol
Mathieu De Montmollin
Françoise Pressl-Wager

$D_{36} = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

Possibilités:

$$\left.\begin{array}{l} 1\cdot 1\cdot 36 \\ 1\cdot 2\cdot 18 \\ 1\cdot 3\cdot 12 \\ 1\cdot 4\cdot 9 \\ 1\cdot 6\cdot 6 \\ 2\cdot 2\cdot 9 \\ 2\cdot 3\cdot 6 \\ 3\cdot 3\cdot 4 \end{array}\right\} = 36 \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{somme} = 38 \\ \longrightarrow \text{somme} = 21 \\ \longrightarrow \text{somme} = 16 \\ \longrightarrow \text{somme} = 14 \\ \longrightarrow \text{somme} = 13 \\ \longrightarrow \text{somme} = 13 \\ \longrightarrow \text{somme} = 11 \\ \longrightarrow \text{somme} = 10 \end{array}$$

La personne A connaît le numéro de la maison d'en face, malgré cela, une information complémentaire lui est indispersable
$\Rightarrow$ il y a plusieurs sommes identiques!

$1 + 6 + 6 = 13$

$2 + 2 + 9 = 13$

La démière information de B nous dit qu'il n'y a qu'un aîné.

$\Rightarrow$ la solution est $2\cdot 2\cdot 9 = 36$
$2+2+9 = 13$

Avez-vous quelque chose à ajouter?

Nouvelles brèves

Mathématiques sans frontières

Après un premier essai en Suisse, en 1992, ce concours interclasses venu d'Alsace, part très fort cette année. L'équipe organisatrice de «Mathématiques sans frontières» (pour adresse: Ecole secondaire, 2854 Bassecourt) avait décidé de limiter, dans un premier temps, sa campagne d'information aux cantons du Jura, de Neuchâtel et de Berne francophone. Mais les nouvelles vont vite, le bouche à oreille et les articles publiés dans Math-Ecole (153, 154) et dans Math Bulletin CH (2/92) ont élargi le bassin de recrutement. Ce sont 49 classes romandes, dont quelques genevoises et 6 classes de la région bâloise qui, en deux heures, le 18 mars 1993, tenteront de résoudre les problèmes (12 pour les élèves de degré 9, 15 pour ceux de degré 10) que les auteurs leur ont préparés, avec un malin plaisir.

Championnat international de jeux mathématiques et logiques

Une vingtaine d'écoles secondaires ont accueilli, le 9 décembre dernier, près de 2000 élèves participant aux quarts de finale du 7e championnat international de jeux mathématiques et logiques, coordonnés pour la Suisse romande. Enorme succès de participation, que les organisateurs locaux ont parfaitement maîtrisé, avec leur enthousiasme et leur dévouement traditionnels.

Les élèves, eux, avaient d'autres problèmes, astucieux et plaisants, qui en ont fait transpirer plus d'un. Pour se convaincre de leur engagement et de leur plaisir, on peut assister, le samedi après-midi 20 mars prochain, à l'une des demi-finales organisées à Lausanne, La Chaux-de-Fonds et Genève, véritables fêtes de mathématiques.

Les résultats sont analysés actuellement et, comme l'an dernier, laissent entrevoir de nombreuses exploitations possibles. Lors de la préparation des épreuves et de l'examen des stratégies de résolutions mises en oeuvre par les élèves, les maîtres concernés ont vu, qu'au-delà de la compétition, ces jeux-concours sont une source de réflexion pédagogique et didactique.

Renseignements complémentaires auprès de: IRDP, Case postale 54, 2007 Neuchâtel ou FFJM, Case postale 3082, 1401 Yverdon-les-Bains.

Exposition-atelier «Jeu et mathématique»

Jouer pour construire..., jouer pour maîtriser.

Depuis 16 mois déjà - et les réservations sont prises jusqu'à la fin de 1993 - notre exposition-atelier (voir *Math-Ecole* no 153) continue sa tournée des collèges secondaires de Suisse romande. Ses panneaux posent toujours des problèmes aux visiteurs et les engagent à manipuler, à conjecturer, essayer, vérifier et s'assurer de la valeur de leurs solutions. A voir l'usure de la trentaine de jeux proposés (qu'on renouvelle régulièrement), il faut croire que les élèves s'y intéressent et y jouent!

Une bonne occasion, pour le maître, d'observer ses élèves évoluant en toute autonomie dans un environnement de jeux et problèmes et d'estimer la contribution de ce type d'activité à la construction des connaissances.

Renseignements: rédaction de *Math-Ecole*, IRDP, C.P. 54, 2007 Neuchâtel 7.

Rallye mathématique romand

Le projet prend corps peu à peu (voir *Math-Ecole* no 155).

Il s'agit d'un concours, par classes, sur le modèle de *Mathématiques sans frontières*, mais pour les degrés 3 à 5 de l'école primaire.Les inscriptions et les témoignages d'intérêt qui nous sont parvenus sont suffisants pour envisager une organisation de la compétition, à titre d'essai, en avril-mai 1993 vraisemblablement. On admet encore quelques inscriptions jusqu'au début de mars. Les personnes intéressées sont priées de s'inscrire, si possible, par «paires» de classes afin «d'échanger» les enseignants lors de la passation. La crédibilité de l'épreuve sera ainsi renforcée et l'occasion offerte d'observer d'autres élèves que les siens.

Projet de réforme de l'ordonnance pour la reconnaissance des certificats de maturité cantonaux (ORM)

Avis de la Commission romande pour l'enseignement de la mathématique (CEM)

La CEM (Commission romande pour l'enseignement de la mathématique), dans sa séance du 25 novembre 1992, a examiné les projets de réforme de l'ORM, actuellement en consultation.

La CEM approuve le principe des options qui, à son avis, va vers une responsabilisation et une meilleure prise en charge personnelle de l'étudiant. Elle souhaite que les cantons et les écoles concernées fassent preuve de souplesse et d'imagination pour que l'application du système des options ne soit pas limité pour des raisons financières ou administratives.
La CEM se réjouit également des ouvertures interdisciplinaires offertes par les nouvelles propositions de l'ORM.

En revanche, la CEM estime que le projet, dans sa forme actuelle, crée un déséquilibre en pénalisant le type d'élève à l'aise dans les disciplines scientifiques, mais en difficulté dans les domaines littéraires.

Elle propose que soit rétablie une filière «forte» ou «approfondie» en mathématiques, correspondant au type actuel, d'une part pour répondre aux besoins et intérêts des élèves qui poursuivront des études universitaires scientifiques, d'autre part pour éviter des exigences spécifiques trop élevées à ceux pour qui les mathématiques restent situées dans le domaine de la culture générale.

La CEM attire encore l'attention des autorités scolaires sur deux incidences des projets de l'ORM pour le secondaire inférieur :

- Les pressions sur l'enseignement des mathématiques qu'entraînerait la prise en compte d'objectifs formels et instrumentaux trop ambitieux, tels qu'ils apparaissent dans les demandes de certains milieux universitaires.

- La remise en question des différentes filières existantes dans les degrés 7 à 9.

(Transmis au directeur de l'IRDP, au nom de la CEM, par son président, Maurice Bettens, Neuchâtel, janvier 1993)

Musée suisse du jeu

L'exposition temporaire, *CHANCE, les jeux de hasard pur,* est toujours ouverte, chaque jour, sauf le lundi, au Musée suisse du jeu, à La Tour-de-Peilz.
Le mercredi et le samedi après-midi, de 14h à 17h, des animations sont offertes à tous ceux qui se passionnent pour le *Jeu du mois,* selon le programme suivant: *Quarto* (voir *Math-Ecole* no 154) en février, *Carambole* en mars, *Dessinez, c'est gagné!* en avril, *Puissance 4* en mai, *Abalone* en juin.

Bollettino dei docenti di matematica

Nos collègues tessinois viennent de faire paraître, en décembre dernier, le 25e numéro de leur bulletin. Un de ses articles retrace l'histoire de cette publication, d'une lettre (de mai 1980) de quelques maîtres proposant à leurs collègues la création d'un bulletin périodique de mathématiques pour l'enseignement secondaire à la parution des numéros 24 et 25, dont les contenus et les qualités graphiques atteignent un excellent niveau. Nous partageons sa conclusion: «Il Bollettino è diventato adulto». (Le bulletin est devenu adulte.)

Editeur: Dipartimento dell'istruzione e della cultura, Laboratorio di didattica della matematica
Renseignements et adresse: Ufficio dell'insegnamento medio, Palazzo del Governo, 6501 Bellinzona
Responsable de la rédaction: Gianfranco Arrigo
Destinataires: enseignants du secondaire
Dimensions: format A4 (29,8x21)
Nombre de pages: environ 100
Fréquence de parution: 2 à 3 fois par an

Au sommaire du dernier numéro (25), plus de vingt articles: la géométrie, les processus itératifs, un laboratoire de mathématiques, la démonstration, des problèmes, des jeux, des informations, des notes de lecture, etc, avec de nombreuses contributions extérieures au Tessin (Italie, Belgique, Suisse romande).

Pour les élèves, nous retenons le «Quiz», qui demande d'écrire 1992 en utilisant un minimum de fois le nombre 25 et les quatre opérations arithmétiques, plus simplement que sur la médaille commémorative du 25e numéro: 25(25+25+25)+(25+25+25+25+25)-[(25+25+25+25):(25]•[(25+25):25].

Le Jeune Archimède

Directeur de la publication et gestion:
J. Cesaro
Adresse de la rédaction:
ADCS, BP 222, F-80002 Amiens Cedex
Rédacteur en chef: Francis Gutmacher
Destinataires: collégiens (secondaire inférieur) et enseignants
Dimensions: format A5 (15X21)
Nombre de pages: environ 32 pages bichromie + couverture quadrichromie
Fréquence de parution: 6 fois par an
Abonnements: par les *Editions Archimède,* 11 bis, allée H. Wallon, F-95100 Argenteuil: 110 FF par an (6 numéros) par virement ou mandat postal à CCP 2 270 19R Paris, ou par *Math-Ecole,* CP 54,
2007 Neuchâtel 7
25 FS par an, CCP 12-4983-8

Depuis plus de vingt ans, l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique (ADCS) édite une revue pour les jeunes. A l'origine, *Le Petit Archimède*, puis *Le Nouvel Archimède* et maintenant, depuis trois ans, *Le Jeune Archimède.*

La publication de revues à l'intention des élèves est une entreprise difficile et courageuse. Les textes doivent être facilement accessibles et motivants, il faut pouvoir assurer un rythme de parution soutenu et régulier ainsi que la correspondance avec les lecteurs (réception d'un abondant courrier, réponses aux problèmes proposés, listes des gagnants, etc.). Il faut encore faire face à toutes les tâches administratives entraînées par le renouvellement des jeunes abonnés. Les rédacteurs du *Jeune Archimède* semblent en mesure de relever le défi, par la qualité et l'intérêt de leur 16 premiers numéros.

A plusieurs reprises, *Math-Ecole* a présenté des jeux et problèmes tirés du *Jeune Archimède.* Au vu du caractère complémentaire de nos deux revues, on peut envisager une collaboration plus étroite par la recherche d'abonnés.

Math-Ecole offrira donc désormais à ses lecteurs et leurs élèves la possibilité de s'abonner, en Suisse, au *Jeune Archimède.* (Voir bulletin d'abonnement en dernière page du numéro.)

Voici une bien jolie activité tirée du *Jeune Archimède* n°10:

Le découpage de Didon
(d'après F. Gutmacher)

Sans doute savez-vous que la ville de Carthage fut détruite par les Romains, mais connaissez-vous la légende se rapportant à sa construction?

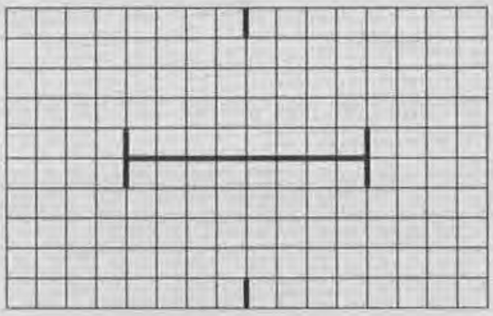
La reine Didon, fuyant un sort contraire, avec quelques bateaux, arriva près d'une côte qu'elle jugea habitable. Ses hommes à peine débarqués, il fallut se rendre à l'évidence. L'endroit était habité, les indigènes hostiles. De son côté, le chef des autochtones, voyant tous les guerriers de Didon, fut inquiet et préféra négocier. Se sentant malgré tout en position de force, il imposa ses conditions à la reine Didon: «Nous tolérons votre installation ici, mais votre territoire ne devra pas excéder celui que l'on peut entourer avec ceci!» et il lança une peau de bête sauvage aux pieds de Didon. Celle-ci resta longtemps songeuse, puis elle imagina un découpage si astucieux que tous ses hommes purent mettre pied à terre...

L'histoire allait pouvoir prendre son cours!

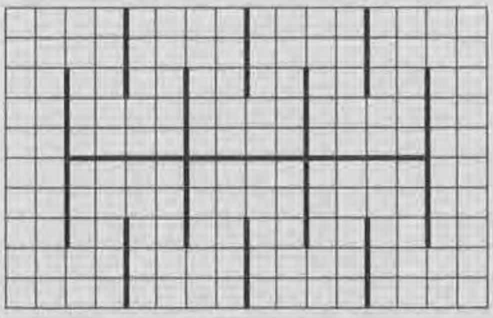
Découvrons le découpage astucieux du *Découpage de Didon* sur un rectangle de 10 sur 16. Il s'agit, en fait, de faire un trou dans ce rectangle ... et de passer au travers! (Conseil pratique: travaillez sur un quadrillage au centimètre et avec un papier suffisamment résistant.)

Voici quatre découpages possibles, avec des finesses différentes. Les parties à découper sont en gras. A vous de juger l'efficacité croissante de ces découpages. A vos ciseaux!

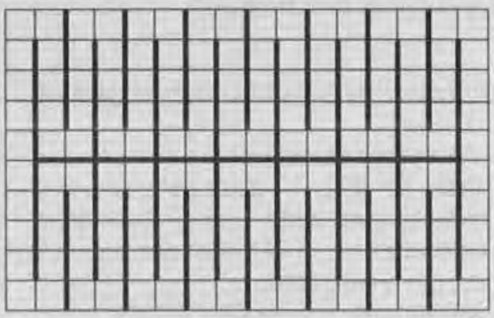
—— : parties à découper



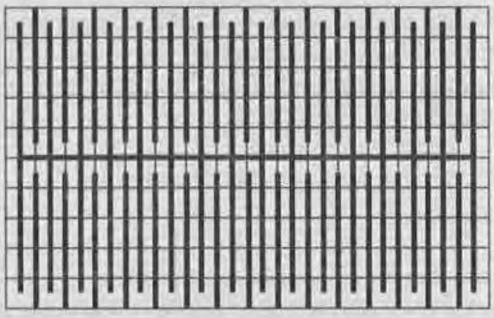
découpage 1
largeur de la bande: 4
longueur à découper: 14



découpage 2
largeur de la bande: 2
longueur à découper: 54



découpage 3
largeur de la bande: 1
longueur à découper: 134



découpage 4
largeur de la bande: 0,5
longueur à découper: 294

Et maintenant, arriverez-vous à passer au travers du trou?

Et arriverez-vous à trouver la largeur de la bande et sa longueur au énième découpage?

F.J.

PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME

La combinaison

Il s'agit de retrouver les trois chiffres de la combinaison, sachant que:

1 2 3 → n'a aucun chiffre commun;
4 5 6 → a un seul chiffre commun à la bonne place;
6 1 2 → a un seul chiffre commun mais mal placé;
5 4 7 → a un seul chiffre commun mais mal placé;
8 4 3 → a un seul chiffre commun à la bonne place.

(tiré du *Jeune Archimède* n°15)

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

Veuillez me faire parvenir:

...... jeu(x) ***Stupide Vautour*** v. *Math-Ecole* n°152 (Fr.15.- le jeu)

...... jeu(x) ***Bilgul*** v. *Math-Ecole* n°153 (Fr.36,50 le jeu)

...... exemplaire(s) de «π» (Fr. 42.- l'exemplaire)

les anciens numéros de *Math-Ecole* (prix en page 2 de couverture):

....

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.* (tarifs en page 2 de couverture)

☐ Veuillez abonner collectivement à *Math-Ecole,* en .... exemplaires.
(tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. (ou groupe): ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

☐ Veuillez m'abonner à la revue *Le Jeune Archimède.*
(Abonnement annuel: Fr. 25.- pour 6 numéros.)

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7