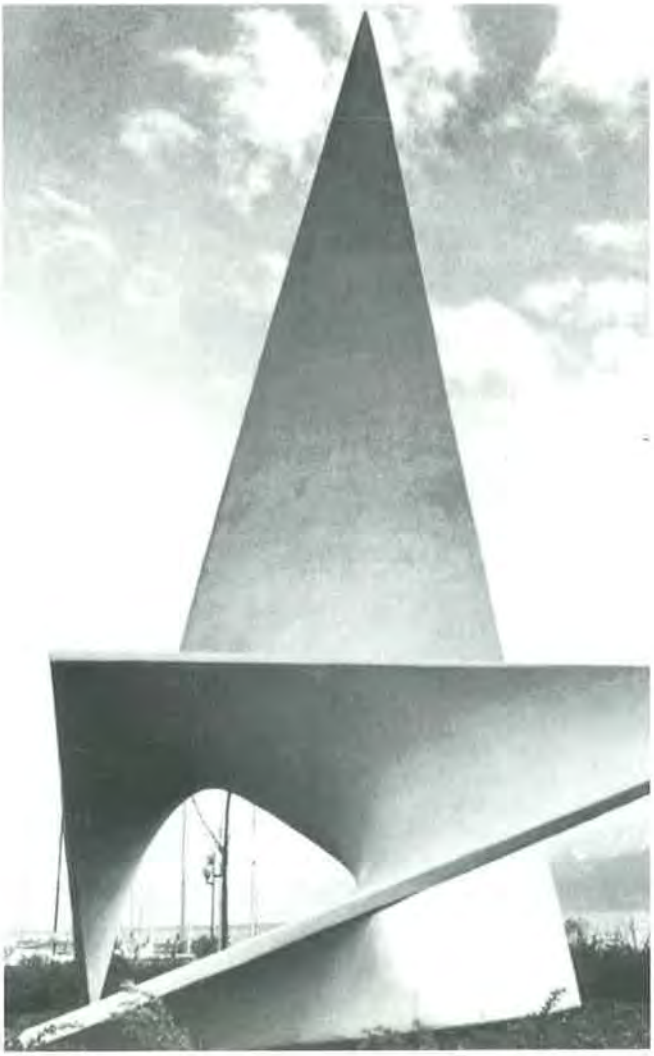
avril 1994

33e année

Diagonales 5/94

162

MATH ECOLE



Serpenter... en équipe

La moisson des formes

La formule des aires projetées

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignement les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros): Suisse Fr. 20.- / Etranger Fr.S. 25.- CCP 12-4983-8

Prix au numéro: Fr. 5.-
anciens numéros n°120 à 150: Fr. 1.- / pièce   dès n°151 (n°153 épuisé): Fr. 3.- / pièce

Abonnements collectifs (livraison à une même adresse):
de 5 à 9   Fr. 16.- par abonnement
de 10 à 50 Fr. 15.- par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande)

Pour toute correspondance ou information:
Rédaction de ***Math-Ecole,*** **Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**

(Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.)

MATH-ECOLE

33e année 5 numéros par an

162

avril 1994

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Comité de rédaction
Michel Brêchet
Irène Bartholdi
Jacques-André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Serge Lugon
Yvan Michlig
Frédéric Oberson
Luc-Olivier Pochon
Chantal Richter
Richard Schubauer
Janine Worpe

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
E.50A.B. Acier, béton projeté,
900 x 450 x 450 cm
1975-76, nouveau port de Pully, VD
œuvre d'Angel Duarte
Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

Activités «ouvertes» et après?

Les moyens d'enseignement mathématiques les plus récents proposent un certain nombre d'activités qui visent à engager les élèves dans une véritable démarche scientifique. C'est le cas, notamment, des «Ateliers mathématiques» issus de la méthodologie romande 5/6, des problèmes «Logique et raisonnement», des «Ateliers» et des «Jeux et stratégies» que l'on trouve dans les manuels neuchâtelois 7/8/9 – manuels qui sont également utilisés par les cantons de Berne, du Jura et du Valais – des «Situations diverses» qui figurent dans les ouvrages bernois 7/8/9 ou encore, de certains exercices dits «de développement» des moyens d'enseignement genevois 7/8/9.

Les obstacles, qui rendent particulièrement délicate la mise en pratique régulière de ce type d'activité en classe, ont été relevés à plusieurs reprises dans *Math-Ecole:* contraintes du programme, manque de temps, difficultés supplémentaires dans la gestion de classe, crainte de ne pas connaître la solution, perte de pouvoir, etc. Toutefois, et c'est réjouissant, l'idée fait peu à peu son chemin et l'on rencontre de plus en plus souvent des maîtres, même relativement peu expérimentés, qui se lancent dans «l'aventure» et qui découvrent le bien-fondé de la démarche.

C'est alors, qu'ils se voient confrontés à une autre problématique liée à la structure sélective de notre école: l'évaluation. Celle-ci pose, en effet, une multitude de questions dont voici quelques échantillons:

- A-t-on le droit de consacrer une part non négligeable de son temps d'enseignement à des situations mathématiques sans justifier, par des notes, qu'un minimum de notions aient été acquises?
- Apprendre à rédiger un compte rendu de recherche se révèle une entreprise de longue haleine. Dès lors, est-il correct de vouloir évaluer, de manière sommative, les productions des élèves?
- Peut-on réellement noter ces documents? Selon quels critères? Avec quel seuil de suffisance?
- Que faire lorsque la grille des critères retenus ne s'applique pas, ou mal, à un document manuscrit?
- Comment comparer deux rapports issus du même énoncé de problème mais dont les cheminements et les aboutissements sont diamétralement opposés?
- Est-il juste de mettre la même note à deux élèves qui, au sein du même groupe, se sont investis de manière différente?
- Quel jugement porter sur un travail dont la trace écrite escamote les étapes intermédiaires de la démarche pour ne relater que le résultat final?
- L'enseignant de mathématique doit-il, et peut-il, faire abstraction de sa subjectivité lors de l'évaluation d'une recherche?

Ces différentes interrogations ont pour but d'amorcer un débat dont la tribune pourrait être notre revue. Dans l'état actuel des choses, chacun doit se sentir libre de s'exprimer en fonction de ses convictions personnelles.

Autrement dit, le problème est «ouvert»!

Michel Chastellain, SPES, Lausanne

Les mots à «maux» mathématiques!

par Michel Chastellain, SPES, Lausanne

Enseigner la mathématique (ou les mathématiques, histoire de faire plaisir à qui vous savez!) et ne pas être un champion de l'orthographe sont deux «compétences» qui aiment à s'associer, si j'en crois ma propre expérience! Mais cela ne signifie pas nécessairement que l'intérêt porté à la première justifie un manque de curiosité pour la seconde.

Voilà pourquoi chaque lecture d'une production d'élève, qu'il s'agisse d'un travail écrit ou du compte rendu d'une recherche, doit retenir notre attention sur le fond (contenu mathématique) comme sur la forme (aspects orthographique et syntaxique). Cependant, cette dichotomie conduit l'enseignant à multiplier ses exigences et, par conséquent, à augmenter le niveau de difficulté demandé aux élèves. Or, il est bien connu que dans une phase de «créativité» mathématique, ceux-ci restent insensibles à l'environnement des autres domaines concernés. Cet état de fait n'est d'ailleurs pas spécifique à notre branche et il se rencontre lors de n'importe quel apprentissage. Ces différentes constatations ne représentent toutefois pas une raison suffisante pour ne pas tenter d'améliorer la qualité de l'expression écrite des élèves. Et, plus particulièrement, il serait souhaitable d'exiger pour le moins, que les termes mathématiques les plus usités soient écrits correctement.

Parmi les nombreux remèdes envisageables pour atteindre cet objectif, j'ai récemment remis une liste d'environ cinq cents mots mathématiques à ma collègue «de français» en la priant de mettre tout son Savoir au service de cette noble cause! Si le résultat est réjouissant, puisque les élèves (de 7e année) ne commettent aujourd'hui que très peu d'erreurs, que faut-il dire des textes imaginés? Ces poèmes ne sont-ils pas exquis et d'une fraîcheur «mathématique» réjouissante?

L'infini

Je me promenais tranquillement quand soudain,
Je vis Monsieur Cartésien.
Avec lui Madame Produit, très chic
avec son ensemble isométrique.
Un peu plus en avant,
Le fils des Equidistant,
jouait à angle-plat perché,
en compagnie d'Unité.
Je rentrai à la maison,
complètement soustraction;
Et là, ma femme adorée,
Me traita de ligne illimitée.

Elodie

Le carré

Je dois avoir des origines suisses.
Mes côtés sont isocèles,
Mes angles sont propres,
Mes diagonales sont identiques,
Mes côtés sont parallèles,
Je suis sans fantaisie, mais sans reproche,
Bref, je suis correct !

Léo

LE QUADRILATERE QUELCONQUE

Quand on dit quadrilatère,
Jamais on ne pense à moi
qui suis tout de travers.
Tout le monde pense au carré
ou au rectangle,
Même si j'ai quatre cotés
et quatre angles.
Ils me cherchent une famille,
Les savants de pacotille,
Ils ne me trouvent rien
de particulier, de bien,
Ma foi, c'est mon destin.

Sara

Ce numéro de *Math-Ecole* est émaillé d'autres créations poétiques de la même veine. Nous laissons au lecteur le plaisir de les découvrir.

Serpenter... en équipe

par Chantal Richter, maîtresse enfantine, collège de Chailly

Lorsque *Jurassic Park* creva tous les écrans, nous abordâmes en classe, modestement il est vrai (notre budget publicitaire n'étant pas le même... !), le thème des reptiles. J'ai dans ma classe des passionnés... des spécialistes... des erpétologistes avertis! Grâce à eux et avec eux, j'ai rampé dans ce monde passionnant qu'est celui des serpents.

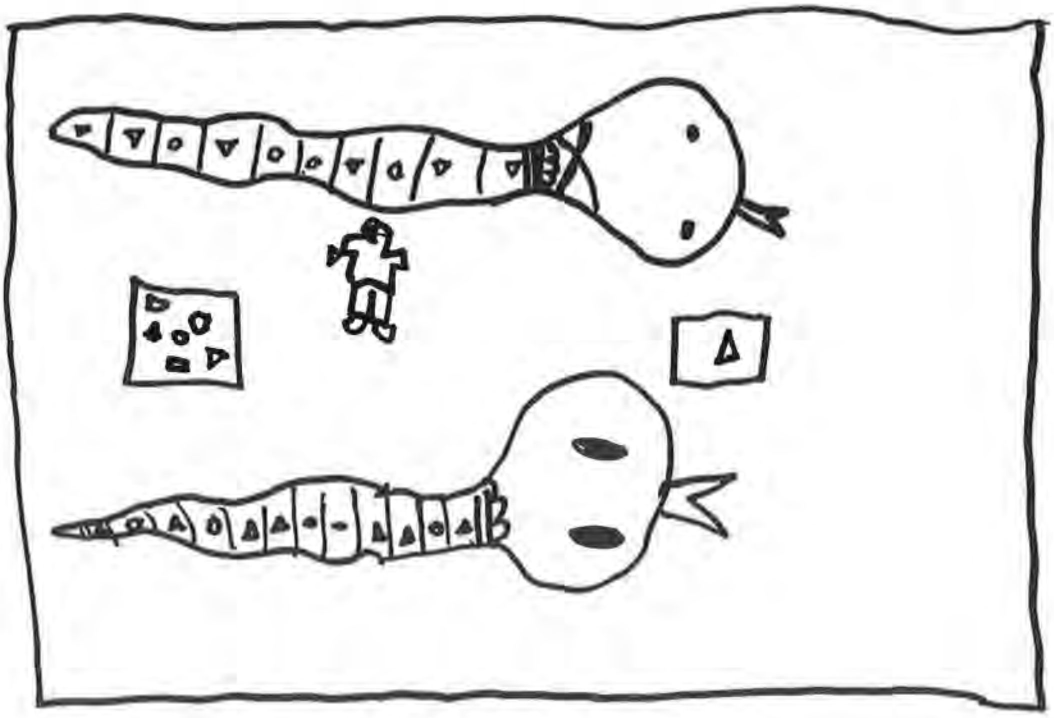
C'est également par ce biais que je réintroduisis la notion du jeu d'équipe. En adaptant un exercice mathématique connu au vécu de la classe, voici ce que nous partageâmes:

• **Objectifs:**
- reconnaître et nommer certaines formes,
- lancer un pion et le déplacer correctement,
- approcher des apprentissages numériques,
- collaborer et accepter certaines règles.

• **Matériel:**
- 2 longs serpents en papier, découpés et collés sur le sol,
- 1 gros dé en carton,
- des bracelets rouges et bleus pour chaque équipe.

• **Déroulement:**
Les serpents... une vipère du Gabon et une vipère arboricole sont entrées dans notre classe...

d'ailleurs, en tendant bien l'oreille..., on perçoit même leur sifflement. Mais par où? «Tiens, si on soulevait le tapis?» Surprise, deux vipères, collées au sol, nous attendent. Nous prenons place autour d'elles en deux équipes: l'une aux bracelets rouges, l'autre aux bracelets bleus. D'abord, il faut les observer: leur langue, leur pupille et leurs écailles insolites faites de segments sur lesquels

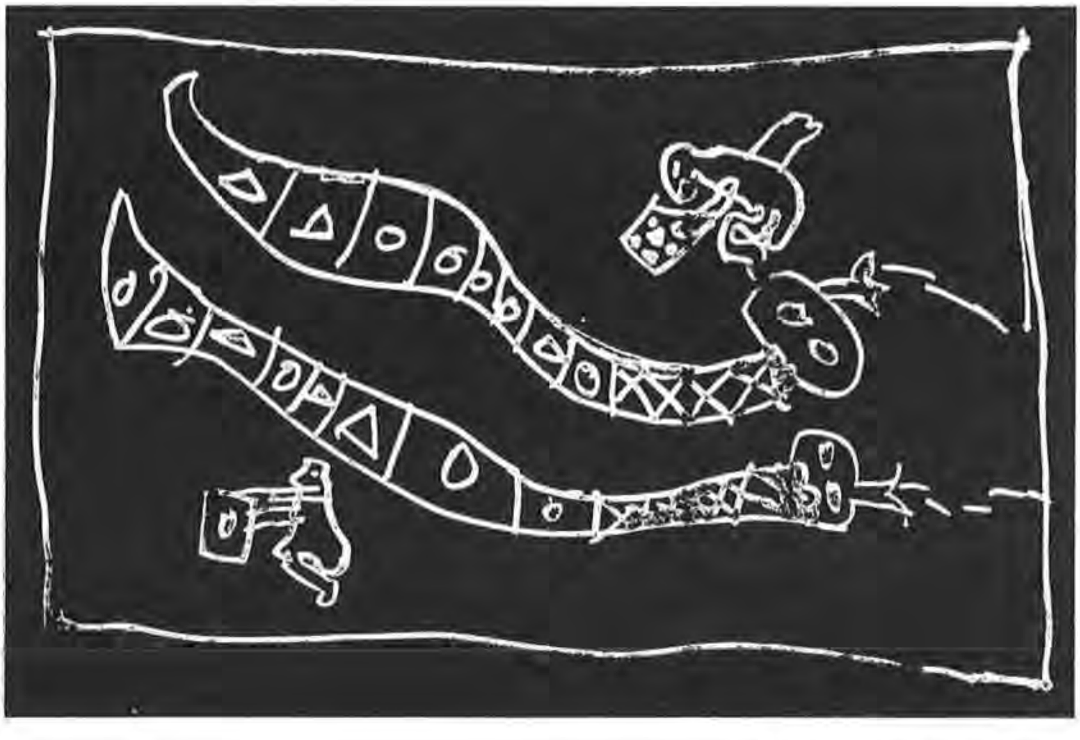


sont dessinées des formes géométriques. Les enfants les nomment et relèvent leurs couleurs. Enfin, il reste une surprise de taille: l'utilisation d'un gros dé, digne de l'époque jurassique! Sur chacune de ses faces figure une forme colorée.

Après ces diverses constatations, le jeu peut démarrer: la chasse à la vipère est ouverte. Chaque équipe choisit «son» serpent et lance le dé à tour de rôle. Si la forme et la couleur désignées par le dé correspondent à celles de l'écaille suivante, alors celle-ci peut être recouverte, sinon l'équipe cède son tour.

Pour chaque joueur, prendre ce gros dé, le lancer «au nom de l'équipe», être persuadé que le carré rouge est exactement ce qu'il fallait, contrôler sur le corps du serpent et se rendre compte qu'il fallait un triangle bleu pour pouvoir avancer, fut un travail de longue haleine! Un suspense, un esprit d'équipe, une compréhension du jeu, l'acceptation de l'échec ou, au contraire, les ovations pour celui qui avait bien lancé le dé,... autant d'émotions diverses s'installèrent dans la classe. Au milieu de la partie, il fallut même interrompre le jeu: «Combien de cases reste-t-il pour chaque groupe? plus ou moins? quatre ou cinq?» Evidemment, en vérifiant, les enfants s'aperçurent que quatre cases représentaient davantage que trois cases. J'eus l'impression, pendant un instant, d'assister aux pronostics du PMU, tant les stratégies et les probabilités de gagner fusaient de toutes parts. Le jeu reprit et le premier serpent qui eut toutes les écailles recouvertes fut la vipère arboricole: l'équipe rouge avait donc gagné, la chasse était terminée!

Il est à remarquer, une fois encore, l'importance du jeu en groupe. En raison d'effectifs élevés, sa mise en place au sein d'une classe n'est pas toujours évidente. Pourtant, elle a de nombreuses répercussions sur les apprentissages des enfants: rappelons, qu'en classe enfantine, l'élève commence à s'ouvrir à une vie sociale, qu'il commence à jouer plus volontiers en groupe, bien que, souvent, il soit encore seul au milieu d'autres. Il



a de la peine à partager des règles du jeu collectives et non «ses» propres règles. En effet, c'est en fin de deuxième année enfantine qu'il est capable de comprendre, par exemple, les courses d'estafette en gymnastique. La «victoire» de l'équipe prend alors tout son sens. Pendant que nous jouiions, un des enfants voulait constamment lancer le dé sans laisser jouer l'autre équipe. Une fillette ne comprenait pas pourquoi elle ne pouvait avancer que sur un des serpents.

Outre l'apprentissage social, il est clair que la stimulation du groupe permet, ici aussi, certaines constatations. Dans le cas présent, les notions de «carré», «triangle» et «rectangle», les quatre couleurs élémentaires furent utilisées et manipulées par chacun. Les interactions entre les membres de chaque équipe stimulèrent l'émission d'hypothèses et de raisonnements, d'acquisitions et de contrôles. De même, les enfants sachant déjà compter entraînèrent les autres sur les chemins qui serpentent dans la Vallée des Nombres!

Le jeu de groupe reste un support, un outil aux multiples fonctions, qui porte une classe dans ses divers apprentissages. Par son côté ludique, l'enfant fait des mathématiques, en l'occurrence, met en pratique des raisonnements et des notions pour la plupart théoriques, sans s'en rendre compte. Il prend confiance en palpant le matériel, mais aussi peut exprimer avec son corps et mettre en place son sens logique. Il peut argumenter avec ses camarades, expliquer à d'autres telles ou telles difficultés. Bref, il peut ainsi se mesurer et se sentir revalorisé au sein du groupe. Il aiguise son jugement face aux propositions qu'il doit écouter et former des ensembles de règles acceptables par tous. N'est-ce pas une ouverture d'esprit qui se prépare et, par là même, une ouverture sur la vie?

Le triangle quelconque

Je suis toujours différent,
Jamais le même.
Il n'y a que la somme de mes angles
Qui reste la même.
Pour calculer mon aire,
Faut pas s'en faire,
Base fois hauteur,
Divisé par deux.
Je n'ai pas d'angle droit,
Contrairement à mon cousin germain
Le triangle rectangle.
Je n'ai pas d'isométrie d'angles,
Pas comme mon copain,
Isocèlement Triangle.

David

La formule des aires projetées

par Maxime Zuber, Université de Neuchâtel

Et si nous parlions, une fois encore, du résultat mathématique qui, sans conteste, jouit de la plus large notoriété ? Nous pensons, bien évidemment, au **théorème de Pythagore**.

Soit donc, dans le plan cartésien, un segment σ de longueur ℓ et σ_1, σ_2 ses deux projections, de longueurs ℓ_1, ℓ_2, sur les axes de coordonnées (fig. 1).

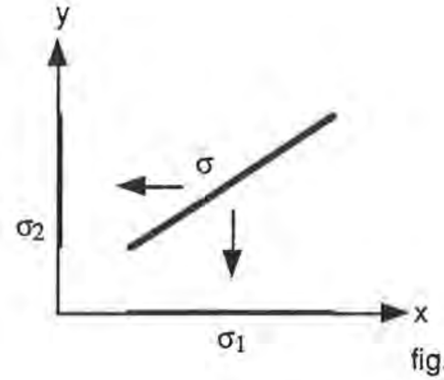


fig. 1

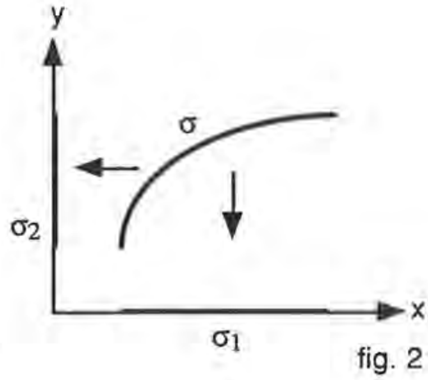


fig. 2

Le théorème de Pythagore énonce l'égalité

$$\ell^2 = \ell_1^2 + \ell_2^2.$$

Notons que cette formule n'est valable que dans le cas d'un *segment de droite* et qu'elle tombe à défaut si σ est courbe (fig. 2).

Nous nous proposons de présenter ici une généralisation, méconnue, du théorème de Pythagore à la dimension 3. Ce résultat suscitera probablement l'intérêt des (derniers) professeurs de géométrie descriptive. Les axes de coordonnées sont disposés à leur attention particulière.

Théorème - Soient Σ une surface **plane** et Σ_1, Σ_2, Σ_3 ses trois projections sur les plans de référence (fig. 3). Si Σ_1, Σ_2, Σ_3 et Σ ont pour aires respectives A_1, A_2, A_3 et A, alors la remarquable relation suivante est vérifiée

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2.$$

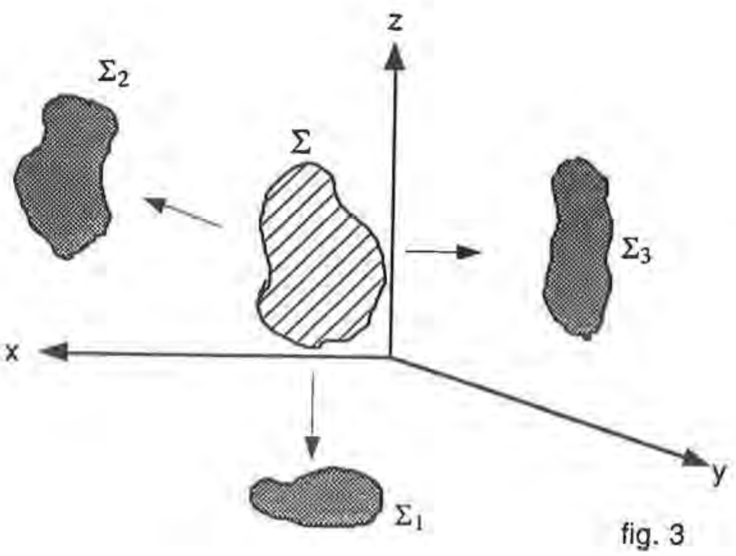


fig. 3

Preuve - Si $P(x;y;z)$ est un point quelconque de l'espace, nous noterons respectivement $P_1(x;y;0)$, $P_2(x,0,z)$ et $P_3(0,y,z)$ ses trois projections dans les plans de références $z=0$, $y=0$ et $x=0$.

Toute la démonstration s'articule autour des propriétés élémentaires du produit vectoriel. Rappelons que le produit vectoriel

$$\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$

est un vecteur perpendiculaire aux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dont la norme est égale à l'aire du parallélogramme défini par $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

A) Commençons donc par démontrer la validité de la formule dans le cas particulier où Σ est un *parallélogramme* $PQRS$. Il s'agit dès lors de calculer, par exemple, la norme du produit vectoriel $\vec{PQ} \wedge \vec{PS}$. Or, on constate que, dans la base orthonormée canonique $\{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$, le vecteur $\vec{PQ} \wedge \vec{PS}$ s'écrit

$$\vec{PQ} \wedge \vec{PS} = n_1\vec{e_1} + n_2\vec{e_2} + n_3\vec{e_3}$$

avec

$$\begin{aligned} n_1\vec{e_1} &= \vec{P_3Q_3} \wedge \vec{P_3S_3}; \\ n_2\vec{e_2} &= \vec{P_2Q_2} \wedge \vec{P_2S_2}; \\ n_3\vec{e_3} &= \vec{P_1Q_1} \wedge \vec{P_1S_1}. \end{aligned}$$

Mais alors, il s'ensuit immédiatement

$$
\begin{aligned}
A^2 &= \|\vec{PQ} \wedge \vec{PS}\|^2 \\
&= n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 \\
&= \underbrace{\|P_3\vec{Q}_3 \wedge P_3\vec{S}_3\|^2}_{A_3^2} + \underbrace{\|P_2\vec{Q}_2 \wedge P_2\vec{S}_2\|^2}_{A_2^2} + \underbrace{\|P_1\vec{Q}_1 \wedge P_1\vec{S}_1\|^2}_{A_1^2} \\
&= A_1^2 + A_2^2 + A_3^2
\end{aligned}
$$

Ainsi le théorème est démontré pour un parallélogramme. Et on en déduit le

Corollaire - La formule est valable pour tout triangle $\Delta = PQR$.

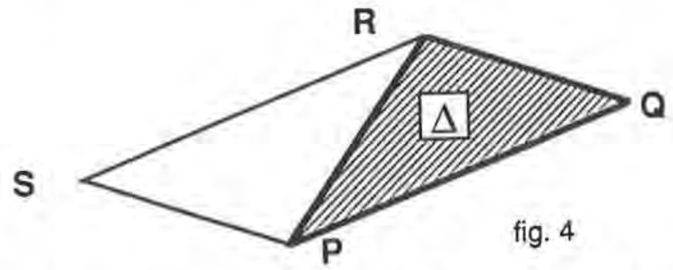


fig. 4

En effet, si Σ désigne le parallélogramme $PQRS$ (fig. 4) d'aire A, alors

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2.$$

En divisant la dernière égalité par 4, on obtient

$$\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \left(\frac{A_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{A_3}{2}\right)^2;$$

ce qui exprime le fait que

$$Aire(\Delta)^2 = Aire(\Delta_1)^2 + Aire(\Delta_2)^2 + Aire(\Delta_3)^2.$$

B) Soient maintenant deux triangles, Δ d'aire X et Γ d'aire Y, ayant un côté en commun (fig. 5).

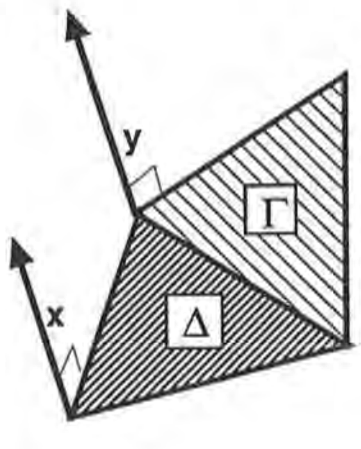


fig. 5

Nous allons montrer que la formule, valable pour Δ et Γ, vaut aussi pour la surface $\Sigma = \Delta \cup \Gamma$ obtenue par juxtaposition des triangles Δ et Γ. A cet effet, définissons deux vecteurs $\vec{x}$ et $\vec{y}$ comme suit

- $\vec{x}$ et $\vec{y}$ ont même sens;
- $\|\vec{x}\| = X$ et $\vec{x}$ est perpendiculaire à Δ;
- $\|\vec{y}\| = Y$ et $\vec{y}$ est perpendiculaire à Γ;

Remarquons que les composantes x_i et y_i des vecteurs $\vec{x}$ et $\vec{y}$ vérifient les égalités

$$\begin{array}{lll} |x_1| = X_3, & |x_2| = X_2, & |x_3| = X_1; \\ |y_1| = Y_3, & |y_2| = Y_2, & |y_3| = Y_1 \end{array}$$

Puisque les vecteurs $\vec{x}$ et $\vec{y}$ ont même direction et même sens, on peut écrire la suite d'égalités

$$\begin{aligned} Aire(\Sigma)^2 &= (X+Y)^2 \\ &= (\|\vec{x}\| + \|\vec{y}\|)^2 \\ &= \|\vec{x} + \vec{y}\|^2 \\ &= (x_1+y_1)^2 + (x_2+y_2)^2 + (x_3+y_3)^2 \\ &= (X_3+Y_3)^2 + (X_2+Y_2)^2 + (X_1+Y_1)^2 \\ &= Aire(\Sigma_1)^2 + Aire(\Sigma_2)^2 + Aire(\Sigma_3)^2. \end{aligned}$$

Corollaire - La formule est vraie pour toute surface obtenue par juxtaposition d'un nombre fini de triangles.

C) Si Σ est une surface plane "assez régulière", alors il existe une suite de triangulations de Σ vérifiant toutes le théorème. En choisissant des triangulations de plus en plus fines, on s'approche arbitrairement de l'aire à calculer. A la limite, on obtient la formule pour la surface Σ elle-même.

Remarques - L'idée de la formule des aires projetées revient à Alain Robert qui la présente dans son cours d'algèbre linéaire à l'Université de Neuchâtel. Je tiens à remercier de leur collaboration les élèves des classes 3D et 3E du Gymnase français de Bienne.

Courrier des lecteurs

A propos du jeu QUARTO

(**Ndlr**) Le jeu QUARTO, présenté dans *Math-Ecole* n° 154 et 157 est en passe de devenir un classique. On le trouve dans toutes les boutiques spécialisées et au rayon jeux de nombreuses grandes surfaces. Il en existe maintenant une version de dimensions réduites et un peu moins chère (environ 40 Fr.) répondant ainsi partiellement à certaines critiques adressées au modèle d'origine. Nous remercions deux lecteurs qui ont pris la peine de nous écrire à ce propos tout en nous excusant auprès d'eux du retard avec lequel nous publions leurs lignes, la place et le temps nous ayant manqué.

De M. Alain Marquet, de Genève, cette petite note:

C'est une belle chose que de nous présenter dans votre numéro 154 un jeu (Quarto) qui coûte 60 Fr. Les temps sont durs et un carton quadrillé puis plastifié fera très bien l'affaire. Pour les pièces, j'utilise celles du jeu Ascobloc ASEN (Réf: Ascobloc Idéal 317.99, création ASCO, F - 78820 Juziers) reçu au début de ma carrière. La boîte de 48 blocs me permet de faire trois jeux. J'ai fabriqué le premier modèle, mes élèves ont fait les suivants. Ils le trouvent passionnant et y jouent souvent!

Amitiés

De M. Christian Weber, de Neuchâtel:

Monsieur le rédacteur,

J'ai beaucoup aimé le texte de M. Muller sur le jeu QUARTO: son approche empirique et intuitive apporte des idées nouvelles.

M. Muller demande aux lecteurs s'il existe une relation arithmétique simple entre la valeur (321/455) et la probabilité de partie nulle.

Comme le nombre de parties possibles est d'environ vingt mille milliards (exactement 16!), une analyse exhaustive de toutes ces parties, même par ordinateur, est exclue.

Je propose donc d'analyser le jeu DUO, petit frère du QUARTO. Ce jeu, on le devine, comprend le matériel suivant: quatre pièces (une basse et foncée, une haute et claire, une haute et foncée, une basse et claire) et un plateau de quatre emplacements disposés en carré. Le nombre d'arrangements deux à deux des quatre pièces sur une ligne du plateau est de 4 x 3 = 12. De ces 12 arrangements, 4 ne présentent pas de caractère commun aux deux pièces de l'arrangement. La valeur $(321/455)^{10}$ du QUARTO devient $(1/3)^6$ pour le DUO. D'autre part, le nombre de parties possibles avec le DUO est de 4! = 24. De ces 24 parties, aucune n'est nulle. Pour le DUO, la probabilité de partie nulle est donc égale à 0.

Conclusion: pour le DUO, il n'y a visiblement pas de relation arithmétique simple entre la valeur $(1/3)^6$ et 0. On a donc une bonne raison de supposer que pour le QUARTO, qui est de complexité supérieure, cette relation arithmétique simple n'existe pas non plus. La prochaine étape serait de simuler sur ordinateur (comme l'a fait M. Muller pour le QUARTO) l'OCTO, constitué de 64 pièces sur un plateau de 8 x 8.

En espérant qu'il vous sera utile et possible de publier ma lettre, je vous prie d'agréer, Monsieur le rédacteur, l'expression de mes meilleurs sentiments.

Ch. Weber

A Cannes, QUARTO reçoit l'AS D'OR du 8e Festival international des jeux

Du 19 au 23 février, le 8e Festival international des Jeux a attiré à Cannes des dizaines de milliers d'amateurs, de joueurs, des centaines d'exposants, de producteurs. Dans le cadre de cette manifestation, on honore le meilleur jeu de l'année en lui décernant le titre envié d'*As d'or*. En concurrence cette année, une quarantaine de jeux de stratégie, de société, de lettres, de simulation. C'est QUARTO qui a remporté le titre dans la catégorie des jeux de stratégie.

Nous adressons nos plus vives félicitations à son auteur, Blaise Müller, ami et lecteur de *Math-Ecole*.

Mots mathématiques :

Ce matin, c'est mal parti,
Pas de symétries, pas de diagonales.
Je bois mon hectolitre de bissectrices
Et vais prendre l'aire.
Je rencontre un parallélipipède
Qui s'arrête pour me dire :
" T'as vu ton angle obtus,
J'en vois pas le sommet,
Mais si tu veux connaître ~~son~~ périmètre,
Utilise les règles de divisibilité."
Vexé de la remarque,
Je fais une rotation et
Lui donne une paire de segments parallèles
Sans avoir eu le temps de faire une translation,
Il les reçoit dans l'intersection
Du numérateur et du dividende.
J'effectue une symétrie centrale
Et me retrouve chez moi.
Je mange ma portion de points
Et pour le dessert,
Des fers-de-lance.

Nicolas

Deux revues en une?

pour *Math-Ecole,* François Jaquet
pour *Diagonales,* André Scheibler

Math-Ecole: *Les nombres en couleurs* des années soixante, le trait d'union entre les maîtres de mathématiques romands, du primaire puis du secondaire, l'observateur attentif et l'informateur régulier des innovations au cours de ces trente dernières années, une entreprise privée reposant sur le bénévolat de ses animateurs et les contributions de ses lecteurs, une entreprise aussi reconnue par les institutions qui souscrivent aux deux tiers de ses abonnements, tirage d'environ 3500 exemplaires, une «valeur sûre» fondée sur 33 ans et 162 numéros.

Diagonales: Lieu d'échanges entre tous ceux qui, dans le canton de Vaud, de la maternelle jusqu'à l'Université, enseignent les mathématiques, entreprise à la charge de l'institution scolaire officielle, née en 1991, actuellement à son 5e numéro, distribution gratuite d'environ 5000 exemplaires, une «valeur montante» qui doit confirmer.

Deux revues, à la fois fort différentes par leur histoire, leur gestion, leur distribution, fort semblables par leurs destinataires et les thèmes traités.

On peut légitimement se demander ce qui a bien pu pousser les rédactions de ces deux revues à réunir deux de leurs numéros sous un même agrafage?

La mode des regroupements de presse? des difficultés économiques? une O.P.A en perspective? une privatisation de l'une ou une étatisation de l'autre?

Se poser des questions, se lancer dans les hypothèses ou les suppositions hasardeuses est une façon de considérer cette fusion. Il en existe une autre, moins médiatique, qui consiste à envisager le phénomène sous un angle plus constructif.

C'est ainsi que les deux rédactions ont analysé la situation: une mise en commun des forces en présence, un élargissement mutuel du champ des lecteurs, une augmentation du volume et de la diversité des articles, voilà des arguments positifs pour l'un et l'autre. Quelques difficultés administratives, une légère perte d'homogénéité dans la mise en page, la perturbation de quelques habitudes, un déséquilibre entre deux rythmes de parution, voilà des arguments négatifs qui sont loin de compenser les précédents. Il faut se rendre à l'évidence!

Il se passe beaucoup de choses en Suisse romande à propos de l'enseignement des mathématiques: une nouvelle génération de moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 6 est en préparation; le colloque *Mathématiques 93* a mis en évidence le désir et le besoin des maîtres de passer aux actes; les premiers résultats de la recherche en didactique de la discipline ont franchi nos frontières, nationales et cantonales, tout comme les jeux et concours qui déplacent les foules; la presse et les médias sont à l'affût et fondent avec délices sur nos anachronismes mais sont présents chaque fois qu'on leur propose des sujets intéressants. En bref, tout le monde a envie de faire des mathématiques c'est-à-dire résoudre des problèmes.

Dans cet essor et cet engouement pour les mathématiques, des revues comme les nôtres ont un rôle essentiel à jouer. Elles informent tout d'abord de ce qui se passe chez nous et chez nos voisins, elles offrent des thèmes de réflexion, elles proposent des activités nouvelles à appliquer en classe, elles relient les maîtres d'un même niveau comme ceux des différents degrés de la scolarité, elles donnent la parole aux maîtres, auteurs de moyens d'enseignement, didacticiens.

Nos revues ne prétendent pas assurer la formation nécessaire, voire indispensable, requise par les innovations en cours, elles assurent toutefois un relais important. Un article peut susciter le désir d'en savoir plus, de prendre contact avec l'auteur. Le récit d'une expérience peut provoquer l'envie d'essayer avec ses propres élèves. L'exposé d'une nouvelle conception de l'apprentissage peut faire sourire, déclencher une réaction d'adhésion ou d'incrédulité, une proposition d'activité commune à plusieurs permet de se lancer dans quelque chose de nouveau qu'on n'aurait pas osé aborder seul.

Tout naturellement, nos revues se sont donc observées mutuellement, puis lues, pour constater qu'elles poursuivent les mêmes buts auprès du même public. Le courant de renouvellement existe en Suisse romande. *Math-Ecole* et *Diagonales* ont décidé de s'y engager très concrètement en montrant que la coordination peut s'étendre au-delà des plans d'étude, des moyens d'enseignement, de certaines activités de formation, jusque dans la presse spécialisée de l'enseignement des mathématiques.

Quelques données pratiques encore:

L'agrafage commun, en avril 1994, de *Diagonales* n°5 et *Math-Ecole* n°162 est un premier essai. Il est prévu de le reconduire en automne pour le prochain numéro de *Diagonales* (6) et le numéro de septembre de *Math-Ecole* (164). Ces deux premières expériences et l'avis des lecteurs permettront alors d'envisager une collaboration à plus long terme.

Dans la situation actuelle, chacune des deux revues reste indépendante et autonome dans la rédaction de ses articles. Les lecteurs voient simplement augmenter le volume et le choix de thèmes de certaines livraisons.

Pour cette période expérimentale, certains recevront à double les numéros communs, ce qui leur permettra de les diffuser chez leurs collègues non encore abonnés ou ne figurant pas sur les listes officielles. Cette double distribution sera supprimée en cas de poursuite de la collaboration. Il s'agira de déterminer alors le statut de nos prochaines parutions communes.

Finalement, ce seront les lecteurs qui, par leurs réactions, décideront de l'avenir de cette coordination de revues. Qu'on se le dise! Les deux rédactions attendent commentaires, suggestions, propositions, billets d'humeur ou encouragements. Nos téléphones sont branchés et nos boîtes aux lettres ouvertes.

Cours de formation continue

Situations de recherche dans l'enseignement des mathématiques

Dans son numéro 4 la revue *Diagonales,* présentait ce cours, que nous avons malheureusement dû différer, à cause du trop petit nombre d'inscriptions.

Cependant, nous n'avons pu nous résoudre à abandonner un tel projet, au vu de sa grande actualité dans l'enseignement des mathématiques, et de l'importance et la qualité de l'équipe d'animateurs réunie pour cette opération. Collaborent en effet à ce cours des maîtres de mathématique de différents niveaux, mais également et c'est trop rare pour le manquer, des chercheurs en didactique.

Nous voulons proposer deux types d'activités:

1. Les participants confectionnent ou manipulent des modèles qui permettent de saisir de manière assez rapide et frappante des concepts mathématiques qui, présentés sous forme abstraite, sont difficilement accessibles.

2. Ils s'essaieront à quelques situations mathématiques dans lesquelles il est toujours possible de faire un bout de chemin et de vivre ainsi une vraie recherche mathématique.

Pendant et après ces activités, la discussion sera ouverte concernant le type d'enseignement considéré et la possibilité de le transposer en classe.

Ce cours est destiné à tous les enseignants de la 5^e année jusqu'au gymnase, aux maîtres des écoles techniques et professionnelles. Il dure 40 heures, soit deux «week-end» constitués d'un vendredi après-midi et d'un samedi, et de deux après-midi supplémentaires, en automne ou hiver 94. Cet horaire devrait permettre à un maximum de personnes de pouvoir le suivre. En cas de non disponibilité le vendredi, elles pourraient rejoindre en cours d'après-midi. Le montant du cours est de frs 200.-.

Nous savons bien qu'il n'est pas évident pour un enseignant de consacrer du temps supplémentaire à sa formation, de plus en déboursant une telle somme. Mais les conditions actuelles, tant économiques que structurelles (quelle formation permanente existe vraiment?) nous contraignent à cette forme, pour l'instant. Est-elle si insupportable? Nous osons croire que l'intérêt que devrait susciter ce cours vous permettra de faire le pas. Les organismes de perfectionnement des cantons devraient en outre rembourser au moins les frais de repas et de transport.

Faites-nous savoir dès aujourd'hui votre souhait de participation, parlez-en à vos collègues!

André Scheibler

Centre vaudois pour
l'enseignement mathématique
Ecole normale
Avenue de Cour 33
1007 Lausanne.

Le triangle rectangle

Je suis la figure la plus parfaite
Une hypothénuse, deux cathètes
Je suis la plus jolie à regarder
Un angle droit entre mes deux côtés
Pythagore est celui qui m'a trouvé
$a^2 = b^2 + c^2$, c'est ma formule
A vous de l'essayer.

Philip

Diagonales

La revue qui réunit
les enseignants de mathématique
de l'école enfantine à l'Université

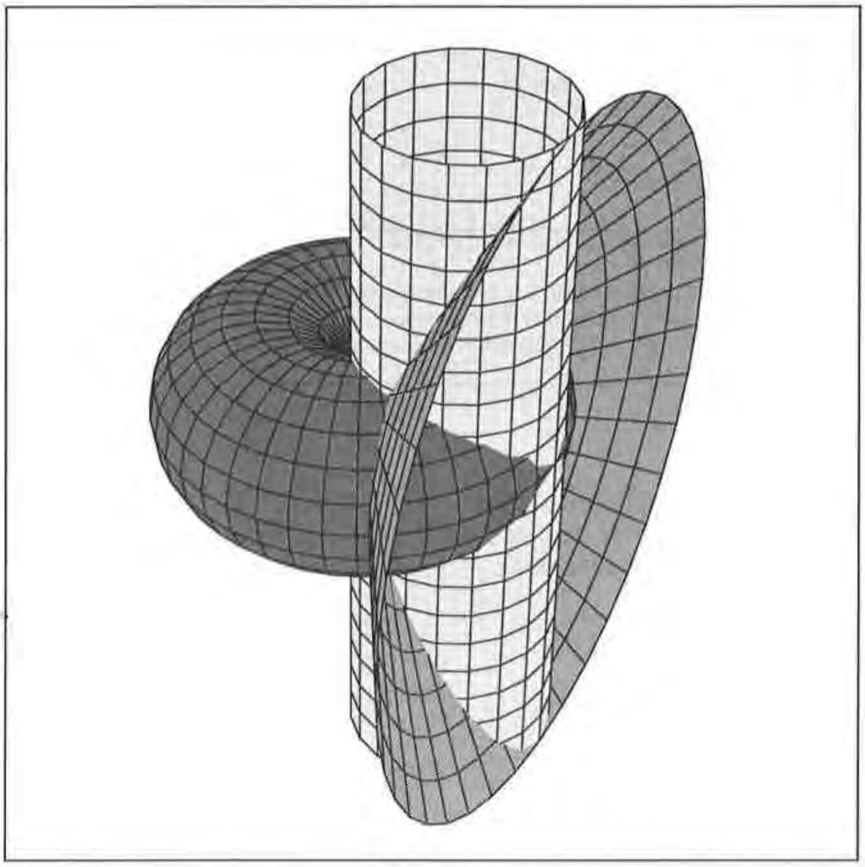
5/94

Duplication du cube.

Distance Terre-Lune.

Nouveaux moyens.

L'escargot.



CVEM Centre vaudois pour l'enseignement mathématique.

Sommaire.

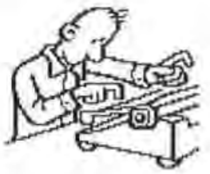
© Fournitures et éditions scolaires du canton de Vaud - 1994
OFES 63665
A l'exclusion des photographies, la reproduction est autorisée à condition que la source soit mentionnée et qu'un justificatif soit envoyé à la rédaction.
Equipe de rédaction: André Scheibler responsable, René Mayor, Jean-Luc Ferrari, Patricia Duboux, Claude-Alain Blatti.

Vous pouvez nous contacter!
Vous voulez réagir à l'un de nos articles, ou vous avez une expérience intéressante à partager: alors n'hésitez pas!

Diagonales.
André Scheibler
Rue Samuel-Cornut 7
1860 **Aigle.**

Couverture: Cette construction est une résolution du problème de la duplication du cube (lire l'article de la page 11). Le graphisme a été réalisé par M. Christian Ruchet du CESSEV, qui a utilisé les logiciels Mathematica et Illustrator.

Dépouillement de notre sondage.



Editorial

53 personnes, dont 3 qui n'enseignent pas ou plus les mathématiques, ont répondu au sondage du no 4. En voici les résultats.
Nous avons lu les remarques suivantes:

Je trouve que le contenu de Diagonales
- n'est pas destiné aux enseignants de 1e primaire.
- est intéressant et varié.
- est adapté à mon niveau mathématique.

Les rubriques suivantes demandent à être développées:
problèmes, didactique, idées pour enseigner, histoire des mathématiques.

De nouvelles rubriques sont demandées:
- vision de l'élève
- remédiation
- intégration de l'informatique
- échanges de savoirs pédagogiques basés sur l'expérience
- pratiques de problèmes ouverts
- humour, BD.

53 réponses, cela paraît peu évidemment, en regard des 4500 personnes qui reçoivent Diagonales. C'est cependant un score normal, comparé à d'autres sondages effectués par d'autres revues, dans les mêmes conditions. Il faut donc considérer que 53 lecteurs particulièrement intéressés donnent leur avis sur notre revue, cela nous est bien utile, et nous les en remercions.

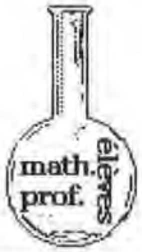
Nous pouvons en déduire un certain nombre d'enseignements:

* Globalement, la revue plait. Son style est agréable, son contenu est quelquefois complexe, mais d'un bon niveau.
* Les enseignants des degrés - 2 à + 4 forment un public très difficile à atteindre. Nous devons accentuer notre effort pour eux, par de nouveaux articles, par une présentation et une mise en page plus accrocheuse (lire à ce propos notre appel de la page 7).
* Les maîtres de gymnase se sentent peu concernés. Ne pas mettre trop d'articles pour eux était en partie volontaire de notre part, puisqu'ils recevaient jusqu'à cette année le bulletin des maîtres de mathématique vaudois. Cela ne sera dorénavant plus le cas, et ils trouveront alors mieux leur compte dans Diagonales dès le no 6.
* La question 6 permettait un classement de nos rubriques. Elles sont toutes bien acceptées, sauf "littémathure" qui passe à la trappe.
* Nous nous efforcerons donc de tenir compte le plus rapidement possible des remarques qui nous ont été faites.

A.S.

DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES (SUITE).

6. LA SITUATION DIDACTIQUE.



Didactique

6.1 Un exemple.

Prenons un exemple d'objet d'enseignement mathématique: l'énumération d'une collection. Il s'agit, pour un jeune enfant de cinq ans, d'être capable de pointer l'un après l'autre, une seule fois et sans en omettre, chaque lapin d'un groupe de lapins dessinés sur une fiche, devant lui. Il a préalablement eu l'occasion d'effectuer des activités semblables, par exemple en marquant d'une croix chaque lapin l'un après l'autre, ou en les déplaçant dans l'espace, un à un, pour les faire entrer dans une cage par exemple. Imaginons que dans le jeu qu'on lui propose, il ne puisse plus utiliser de telles démarches, mais soit obligé d'effectuer cette énumération mentalement. Il doit donc isoler un premier lapin, et pas n'importe lequel, puis pointer celui qui est à côté, puis le suivant, à côté encore et formant avec les précédents un petit groupe repérable (pour mémoriser qu'il est déjà pointé), puis en pointer un quatrième s'intégrant à la structure qui permet de distinguer des autres ceux qui ont déjà été pointés, etc. Ce concept mathématique d'énumération apparaît pour nous ainsi clairement.

Bien sûr, une question brutale est de se demander si l'enseignement de ce concept est possible. C'est bien à ce genre de question que la didactique des mathématiques tente de répondre, de manière pertinente.

Une autre question, tout aussi brutale, est de savoir si un tel concept, que certains qualifieraient d'élémentaire, mérite une telle recherche pour son enseignement? Les enfants ne le possèdent-ils pas de naissance? Ou ne suffit-il pas de le leur montrer, de manière répétée, soit d'énumérer devant eux des collections d'objets, un grand nombre de fois si nécessaire, pour que ce concept «entre» dans leurs connaissances?

Deux modèles d'apprentissage s'affrontent ici: celui de la tête vide, et le modèle situationnel. Il est certain que des élèves, au nombre très variable selon le concept mathématique envisagé, le construisent et l'assimilent eux-mêmes correctement, en observant simplement l'usage que le maître en fait devant eux, dans des situations de son choix, à plusieurs reprises. Mais il est certain aussi que d'autres élèves n'y parviennent pas, ou élaborent des concepts insidieux, associés à certaines situations scolaires et pouvant faire momentanément illusion face au maître. De plus, quel moyen de contrôle de l'acquis des connaissances faut-il mettre en place, avec le modèle de la tête vide, si l'on ne veut pas se contenter d'une évaluation qui ne serait en fait qu'une sélection parfaitement abusive?

6.2 Situation didactique et situation a-didactique.

Ainsi l'enseignant se voit donc dans l'obligation de mettre en oeuvre toute une série d'actions susceptibles en fin de compte de confronter l'élève, de la manière la plus féconde possible, à un concept mathématique, sans que le maître n'en fasse une démonstration, et sans que l'élève puisse identifier ce concept dans la mise en scène seule. Une telle série d'actions sera appelée **situation didactique**.
Cependant, ce savoir ne sera définitivement acquis avec certitude que lorsque l'élève apportera la preuve qu'il est capable, seul, en dehors de tout contexte d'enseignement de ce savoir ou d'indication intentionnelle, d'y faire appel avec succès pour résoudre une situation particulière. Une telle situation est dite **situation a-didactique**.

6.3 Le contrat didactique.

Le maître cherche à ce que l'élève se saisisse d'un problème, d'une étape d'une situation didactique, d'une situation a-didactique. Il cherche à en faire **dévolution** à l'élève. Théoriquement, les consignes qu'il lui donne doivent engager l'élève à mettre en oeuvre la connaissance visée, sans qu'elle ait été nommée explicitement. L'élève sait bien que le problème posé a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, ou pour en renforcer une déjà touchée. Il doit savoir aussi que cette acquisition ou ce renforcement est entièrement justifié par la logique interne de la situation. Il a donc la responsabilité de s'y plonger, de faire appel à toutes ses facultés pour jouer le jeu que le maître lui propose, et le gagner. En contre-partie, le maître s'engage à créer les conditions qui vont véritablement permettre à l'élève d'avancer, en tenant compte de ses connaissances antérieures et des conditions nouvelles. Il s'engage à reconnaître quand l'élève s'est approprié une connaissance, et à le lui faire savoir. Ce système d'obligations réciproques, si l'on n'en considère que la part strictement associée à la connaissance visée, s'appelle **contrat didactique**. Un tel contrat ne peut pas être la description exhaustive des obligations de chacun. En effet, le maître va justement masquer dans toute sa mise en scène didactique l'objet même du contrat, la connaissance visée. Par conséquent, de son côté, l'élève ne peut pas savoir a priori ce qu'il doit faire pour résoudre la situation.
L'intérêt essentiel de ce concept didactique n'est pas le contrat lui-même, mais ses inévitables ruptures, sans lesquelles il n'apparaîtrait jamais. En effet, le contrat didactique ne peut pas être complètement explicite. Il est même essentiellement implicite. Mais l'essentiel du travail du maître, dans la conduite de la situation, est la négociation de ce contrat, à chacune de ses ruptures: indignation de l'élève qui ne sait pas résoudre le problème et qui en accuse le maître, surprise du maître qui estimait l'entreprise raisonnable, proposition d'une nouvelle situation qui tient compte des difficultés rencontrées, ou des réussites, maintien de la relation didactique. Finalement, seule l'acquisition de la connaissance sera garante de la résolution de tous les conflits.

7. L'ART DE RESOUDRE DES PROBLEMES.

Ce qui précède montre donc que l'enseignement des mathématiques va se jouer essentiellement au travers de la résolution d'une série de problèmes. Encore faut-il s'assurer que l'élève a les moyens de les résoudre! Et ces moyens ne consistent pas uniquement en la maîtrise d'une liste de concepts mathématiques. Résoudre des problèmes exige des comportements bien particuliers. Georges Polya, un mathématicien hongrois, a tenté de décrire dans «comment poser et résoudre un problème» (Dunod 1965) l'ensemble de ces moyens. Voici les grands chapitres qu'il propose:

I Comprendre le problème.
II Concevoir un plan
 * Trouver le rapport entre les données et l'inconnue.
 * Vous pouvez être obligé de considérer des problèmes auxiliaires si vous ne pouvez trouver un rapport immédiat.
 * Vous devez obtenir finalement un plan de la solution.
III Mettre le plan à exécution.
IV Examiner la solution obtenue.

Dans ses objectifs de catégorie I, le programme romand CIRCE III propose également une liste non exhaustive de comportements, pour développer des aptitudes à la recherche:

- Se mettre au travail pour essayer.
- Ne pas renoncer après un essai infructueux, utiliser l'échec.
- Chercher dans sa mémoire ou dans les livres une situation semblable.
- Traduire la situation dans un autre langage, par exemple faire un dessin.
- "Casser" le problème en "petits morceaux".
- Particulariser la situation.
- Faire le profil d'une solution, supposer le problème résolu.
- Présenter les stratégies qui ont conduit à une solution.
- ...

De telles listes peuvent être établies pour toutes les catégories de problèmes, pour tous les degrés de la scolarité.
Mais l'aspect algorithmique du processus de résolution de problèmes, bien qu'il paraisse très efficace, n'est qu'un leurre. Le maître sait bien que le schéma présenté par Polya ou d'autres n'est pas enseignable au même titre qu'un concept mathématique. L'art de résoudre des problèmes est un art justement, il est la part imprévisible et créatrice de la recherche. Il ne s'enseigne pas. Tout au plus peut-on y entraîner les élèves. Mais quel plus!
Il y a là quelque-chose d'éminemment paradoxal: la transmission d'une connaissance, son enseignement au sens propre du terme,

passe par la dévolution à l'élève de problèmes qu'il doit résoudre. Mais l'art de la résolution de ces problèmes ne peut pas s'enseigner. Ce paradoxe n'est actuellement pas résolu. Les méthodologues proposent bien sûr des palliatifs et nous y viendrons, mais cette difficulté est sans nul doute à la source d'une certaine crise de l'enseignement des mathématiques.
(A suivre).

A.S.

Appel aux créatrices et créateurs.

Appel

Comment mieux servir les enseignantes et enseignants des degrés -2 à +4? Nous constatons que cette catégorie très importante est difficile à atteindre pour différentes raisons:

* Elle est très disséminée dans le canton. Donc très peu de contacts, très peu d'échanges.
* Elle craint souvent ce qui touche aux mathématiques.
* Elle suit la méthodologie actuelle, très complète et directive, et n'ose pas toujours innover ou rechercher d'autres manières de faire.

Cependant, nous sommes persuadés qu'un bon nombre de ces personnes ont développé dans leur classe des activités mathématiques nouvelles, enrichissantes, passionnantes pour les élèves, peaufinées au cours des ans. Elles seraient certainement intéressées de partager ces expériences, ou des questions qui en découlent, et accepteraient de les communiquer.
Nous vous lançons donc un appel. N'hésitez pas à nous contacter. Sans échanges de ce type, nous devons avouer qu'actuellement notre rédaction ne peut pas être à la hauteur de ses ambitions en ce qui concerne ces degrés de l'enseignement.

Créatrices et créateurs, faites fi de votre modestie. Si vous avez développé dans votre classe une activité mathématique originale, efficace, ou qui soulève un problème pédagogique intéressant, n'hésitez plus à nous contacter. Merci d'avance!

A.S.

Bouchon

Comment devenir un sage?

"Comment devient-on un sage?" demanda-t-on à Hodja.
"Il faut toujours écouter avec attention ce que t'enseignent ceux qui savent" répondit-il, "et si quelqu'un t'écoute, alors écoute attentivement ce que tu es en train de dire".

Faire des mathématiques.
Echo du colloque de mathématique de La Chaux-de-Fonds.

Informations

Vous en avez probablement entendu parler, un colloque romand de mathématique s'est déroulé à La Chaux-de-Fonds les 18 et 19 novembre 1993. Il était organisé par la CDIP (conférence des directeurs de l'instruction publique) de Suisse romande et du Tessin, et faisait suite aux colloques d'allemand de Montreux (1989) et de français de Fribourg (1991). Le rythme de ces colloques, auquel s'ajoute la situation économique actuelle, met en évidence la rareté d'un telle manifestation...

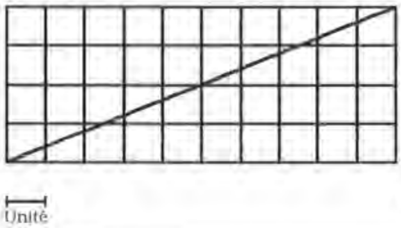
Sous la conduite d'une équipe d'animateurs, les 80 participants invités à La Chaux-de-Fonds, essentiellement des praticiens de l'enseignement, étaient invités à développer préalablement certaines activités dans leurs classes. L'analyse de l'ensemble de ces travaux a été le travail principal du colloque, dont le thème était: faire des mathématiques. L'objectif de cette analyse était d'exhiber les diverses problématiques de l'enseignement des mathématiques aujourd'hui. La richesse et la densité des échanges ont réjoui participants et organisateurs, et les résultats qui en découleront seront importants. Une conférence de M. Marc Legrand, de l'IUFM (institut universitaire de formation de maîtres) de Grenoble, a marqué le deuxième jour. Marc Legrand, en activant l'ensemble de son auditoire, lui transmet ce que signifie «faire des mathématiques» en mettant en évidence les grands principes sous-jacents à toute recherche mathématique.

Ajoutons encore que pendant toute la semaine de ce colloque, La Chaux-de-Fonds a vécu sous le signe des mathématiques, puisqu'y étaient organisés des expositions, des conférences, des concours et même un concert sur le thème «fugues et mathématique».

Je n'ai pas l'intention ici de développer un compte-rendu de tout ce qui s'est vécu cette semaine-là. Le travail d'analyse se poursuit et nous en reparlerons certainement. Mais il me paraît plus profitable de vous donner une idée des travaux proposés aux participants des huit groupes constitués. Vous pouvez alors vous y attaquer si vous le souhaitez!

Groupe A. Appréciation du travail des élèves en situation ouverte.

Des situations ouvertes sont proposées aux élèves. Il faut alors observer très soigneusement leurs démarches de travail, les interactions qui se produisent dans un même groupe, la manière adoptée de rédiger un compte-rendu. Voici l'une de ces situations:



Les dimensions de ce rectangle sont 4 et 10. Sa diagonale traverse 12 carreaux. Trouver un moyen, autre que le dessin et le comptage, qui permet de connaître le nombre de carreaux que traverse la diagonale de n'importe quel rectangle.

Notez avec soin vos essais et vos observations, et expliquez clairement le moyen que vous avez trouvé.

Groupe B. Rôle du maître dans une situation de recherche.

Des situations de recherche sont proposées aux élèves. Mais ici, c'est le maître que l'on va suivre attentivement, pour analyser sa préparation et ses interventions, la manière qu'il a de piloter la situation. Voici deux situations proposées:
1) **Du sang.** Puis-je avoir un tiers de sang anglais dans mes veines?
2) **Les frites.** Voici une information, entendue au téléjournal de 19h30, le 4 février 1993: un industriel belge commercialise une nouvelle frite, non plus carrée, mais hexagonale. Il dit: "ainsi coupées, elles sont moins grasses. D'autre part, je ne perds pas de matière de pomme de terre". Pourriez-vous vérifier ces affirmations?

Groupe C. Des chiffres et des lettres pour déchiffrer des lettres.

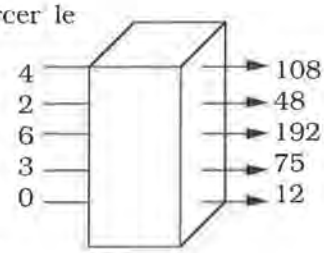
Dans le passage délicat du calcul numérique au calcul littéral, l'élève rencontre bien des difficultés. Il s'agit de partir à la recherche de ses obstacles, d'en saisir l'origine, et d'y remédier. Pour démarrer dans ce travail, une série de 29 exercices sont proposés aux élèves. En voici quelques-uns.

"Mettre une croix dans les cases correspondant aux bonnes réponses. Si tu choisis «autre», tu peux ajouter ta propre réponse."

3)			4)			8)		
2•(47•81) =	☐	47•81	2•(47+81) =	☐	47+81	(x + 3)•2 =	☐	(x•2)+(3•2)
	☐	47•192		☐	47+162		☐	3x + 6
	☐	94•81		☐	94+81		☐	x + 6
	☐	94•162		☐	94+162		☐	2x + 3
	☐	autre:		☐	autre:		☐	2x + 6
							☐	autre:

Groupe D. Une fonction dans tous ses états...découverte par une classe dans tous ses états.

La question est de savoir dans quelle mesure il est possible d'enseigner le concept de fonction en prenant en compte une pédagogie active.
Une première leçon est proposée, dans laquelle il faut percer le mystère de plusieurs boîtes noires comme celle ci-contre:



Puis, dans une deuxième leçon, en travail par groupes, toute une série de problèmes sont proposés. Par exemple:

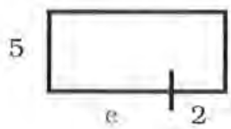
"Au début de l'année, chaque classe dispose de 2000 feuilles quadrillées. Pouvez-vous trouver le nombre de feuilles à disposition de chaque élève selon l'effectif de la classe? (Par exemple si la classe compte 15 élèves, 20, 24?)."

L'analyse des démarches et des productions des élèves, celle du comportement du maître, permettront de répondre à la première question.

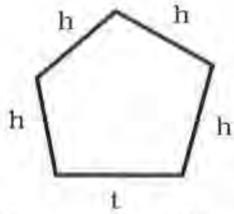
Groupe E. Analyse d'erreurs et conceptions d'apprentissage.

Comment les élèves apprennent-ils, et que faut-il leur proposer pour faciliter cet apprentissage? Une piste pour répondre à cette question est de considérer leurs erreurs en tant que représentantes d'un savoir dont il faut déterminer la qualité. Le statut de l'erreur change alors complètement.
Vous pouvez collectionner les erreurs de vos élèves et les reconsidérer comme signaux d'un savoir. Ou leur proposer les quelques questions suivantes:

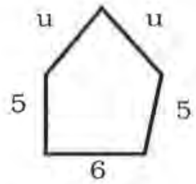
1) Surface de:



2) Périmètre de:



3) Périmètre de:

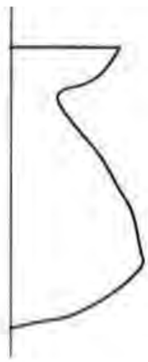


4) Ajouter 4 à 3n

5) Multiplier n + 5 par 4

Groupe F. Différentiation de l'enseignement.

Pour une partie du chapitre introductif au calcul littéral, une série d'exercices progressifs sont proposés aux élèves, avec mode d'emploi permettant une autocorrection et une aide personnalisée du maître. Les élèves progressent alors selon leur propre rythme. Comment mesurer l'efficacité d'une telle méthode?
Cet ensemble d'exercices ne peut être présenté ici, mais vous pouvez l'obtenir sur demande.



Comment peut-on déterminer la capacité d'un vase dont on ne connaît que le profil à l'échelle 1:10?

Groupe G. Activité en laboratoire de mathématique.

Nos amis tessinois ont développé toute une série d'activités qui ont leur place dans ce qu'ils appellent le laboratoire de mathématique. Comment les élèves s'y comportent-ils, comment cherchent-ils, quelles stratégies de résolution appliquent-ils? Voici un exemple de situation, dans la marge. La banque de situations est disponible à la rédaction.

Groupe H. La résolution de problèmes.

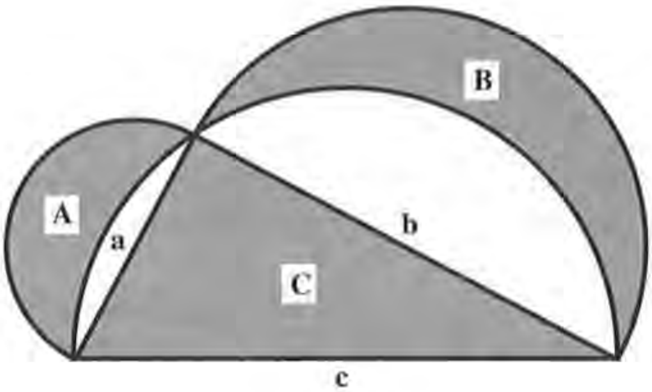
Peut-on enseigner une méthode de résolution de problèmes? Question difficile! Mais l'on peut toujours proposer des problèmes aux élèves, de ces bons vieux problèmes qui, s'ils ne font pas appel à des robinets mais plutôt à une certaine réalité, ont la prétention d'accrocher les élèves, de les motiver. Le choix de problèmes proposé est également obtenable à la rédaction. Une bonne référence aussi, dans ce domaine: "Le trésor de tonton Lulu", de J. Lubczanski et G. Chaumeil, éditions Archimède. Le volume 2 vient de sortir!

A.S.

Moyenne géométrique et duplication du cube.

Depuis l'Antiquité on a cherché à construire un cube ayant un volume double d'un cube donné. Cela revenait à construire $\sqrt[3]{2}$ par voie graphique. Mais c'est au 19e siècle seulement que Wantzel, à la suite des travaux d'Abel, montra l'impossibilité de cette construction à la règle et au compas. L'une des approches est attribuée à **Hippocrate de Chio**, né vers 450 av.JC, et contemporain du célèbre médecin Hippocrate de Cos (466 à 377 av. JC). Notre Hippocrate est surtout connu pour ses lunules, introduites en vue de la quadrature du cercle...

Histoire des mathématiques



A + B = C

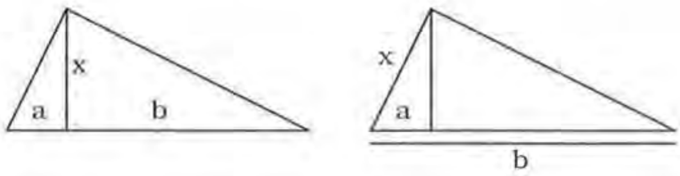
Construisant, comme sur la figure, les demi-disques ayant pour diamètres respectifs les trois côtés d'un triangle rectangle, on fait apparaître deux lunules dont la somme des aires s'obtient comme suit: **A + B** est aussi la somme des aires des deux demi-disques latéraux et du triangle, diminuée de l'aire du grand demi-disque, c'est-à-dire

A+B = $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2+C-\frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$, soit

A+B = $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-\frac{c^2}{4}\right)+C$, puis

A+B = C puisque la relation de Pythagore, $a^2+b^2=c^2$, rend nulle la parenthèse.
On comprend aisément l'espoir qu'Hippocrate mit dans cette jolie propriété pour résoudre la quadrature du cercle.

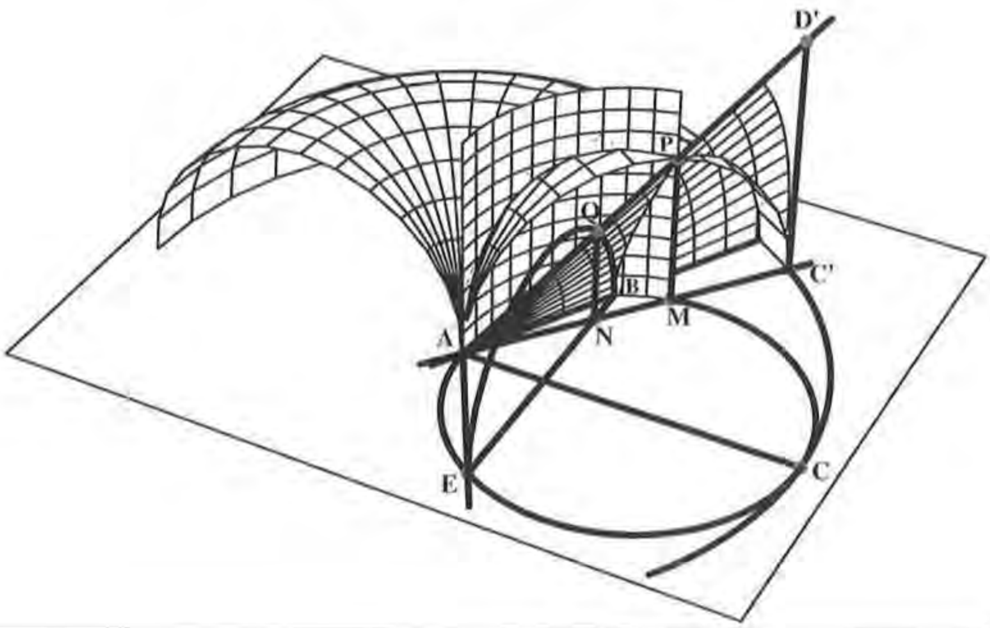
Par ailleurs, il savait construire, grâce au théorème d'Euclide ou celui de la hauteur, la moyenne géométrique de deux segments a et b :



$$x^2 = ab$$

En effet $x = \sqrt{ab} \Leftrightarrow x^2 = ab \Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{x}{b}$. Il cherchait une solution au problème généralisé: construire x et y tels que $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$ (proportion continue). Hippocrate aurait alors remarqué que , pour $b = 2a$, cela revenait à construire $x = \sqrt[3]{2}a$. En effet $\left(\frac{a}{x}\right)^3 = \frac{a}{x} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{2a} = \frac{1}{2}$, d'où $\frac{a^3}{x^3} = \frac{1}{2}$, soit $x^3 = 2a^3$.

Parmi les nombreux mathématiciens qui se sont penchés sur ces questions, **Archytas de Tarente** (première moitié du 4e siècle av.JC) imagina une belle construction dans l'espace, faisant appel à un cylindre, un tore et un cône ! La voici, dans les grandes lignes:



Archytas construit un cylindre droit dont la base est un cercle de diamètre b=AC, passant par un point B tel que AB=a. Il construit ensuite le tore engendré par la rotation, autour de la génératrice issue de A, du cercle de diamètre AC dont le plan est perpendiculaire à celui du premier. Ces deux surfaces se coupent suivant une courbe gauche passant évidemment par A et C. Enfin il construit le cône de sommet A engendré par la rotation de AB autour de AC. Il envisage alors P, l'un des points d'intersection du cône et de la courbe: alors y=AP et x=AM, où M est la projection de P sur le plan du premier cercle.
Pour la démonstration il fait intervenir le plan perpendiculaire à l'axe du cône par B, d'où E et Q, la projection N de Q sur AM (et BE), ainsi que le point D' de la droite AP dont la projection sur AM est le point C' du cercle de rayon AC et de centre A.
Alors $NB \cdot NE = NA \cdot NM$ (puissance de N relative au premier cercle)
et $NB \cdot NE = NQ^2$ (théorème de la hauteur, triangle BQE)
donnent $NA \cdot NM = NQ^2$ prouvant ainsi que le triangle AMQ est rectangle en Q.
Les trois triangles rectangles AMQ, APM, AC' P sont donc semblables et l'on a $\frac{AQ}{AM} = \frac{AM}{AP} = \frac{AP}{AC'}$. Or, par construction, AC' = A C et AQ = AB, ce qui donne $\frac{AB}{AM}=\frac{AM}{AP}=\frac{AP}{AC}$, c'est-à-dire $\frac{a}{x}=\frac{x}{y}=\frac{y}{b}$.

R.M.

Sources: Histoire des mathématiques, par J.-P.Collette, Vuibert/ERPI.
Mathématiques et mathématiciens, par Dedron et Itard, Magnard.
Invitation à la géométrie, par F.Borceux, CIACO.

Une erreur dans Diagonales 4!

Dans la division "Galci per figura" que nous vous avons présentée dans notre précédent numéro s'est glissé une erreur, ou plutôt un oubli. Il manquait une ligne au décryptage que nous vous proposions. Voici ci-contre la division complète et correcte. Toutes nos excuses pour ceux qui ont tenté de refaire cette division, ce qui est toujours assez périlleux, et qui ont été perturbés par notre proposition. La flèche indique la ligne qui manquait dans notre article.

A.S.

0
25
0067
2277
4429**2**
42304 ←
054410**9**
03794691**0**
472167021
593971089**7**
07140546210
31102683744**4**
965347653486 **147534**
654321888888
6543211111
65432222
654333
6544
65

Errata

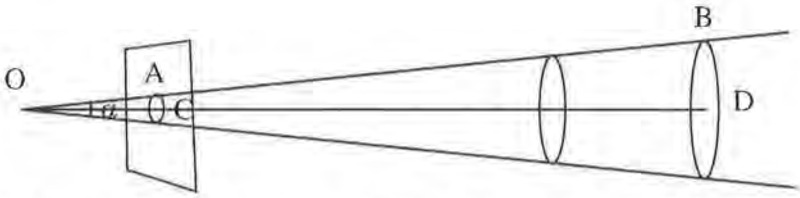
Comment calculer la distance Terre-Lune

Méthodes

Avec de la carte assez rigide, fabriquer plusieurs disques de diamètres différents compris entre 6 et 60 cm. Dans de la carte de couleur contrastée, percer un trou A, de centre C, diamètre 2 cm.

L'homothétie permet de définir la notion de diamètre apparent.

Un élève place son oeil à une certaine distance (à mesurer) du trou. Sur son indication, les autres disposent les disques de telle façon que leur diamètre apparent corresponde exactement à celui du trou. Les disques doivent être parallèles.



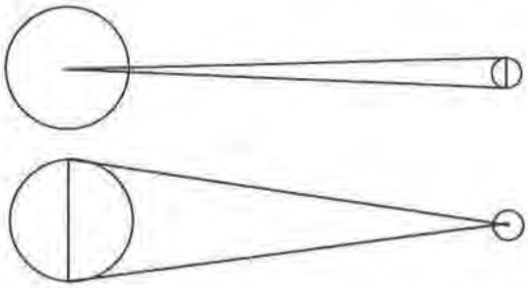
L'observateur est placé en O. D est le centre du cercle B. On peut établir les relations: $\frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{CA}}$. Les positions relatives possibles étant infinies pour un angle donné, on dira que tous les disques ont le même diamètre apparent, défini par la valeur de l'angle. Celui-ci peut être calculé facilement: $\mathrm{Tan}\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{BD}}{\overline{OD}}$ Par analogie, on peut mesurer le diamètre apparent de différents objets, par exemple la règle du tableau noir. A quelle distance de l'observateur faudrait-il la placer pour qu'elle apparaisse sous un angle de 1°? Après plusieurs essais, on constate que lorsqu'on place un objet à une distance égale à 57 fois son diamètre, cet objet apparaîtra sous un angle de 1°.

Il est facile de mesurer le diamètre apparent de la Lune, ce qui permettrait de calculer la distance cherchée si on connaissait son diamètre réel.

Mesurer le diamètre apparent de la Lune: voilà un devoir à domicile qui sort de l'ordinaire. Les élèves remarqueront avec étonnement que le disque lunaire s'inscrit exactement dans le trou d'une feuille de classeur (diamètre 5 mm) placé à 57 cm de l'oeil. Vu ce qui précède, le diamètre apparent de la Lune est donc de un demi-degré. On imagine souvent que la Lune est plus grosse que ça! Si on connaissait le diamètre réel de la Lune, on pourrait calculer facilement son éloignement.

Lalande et Lacaille , deux astronomes français, vont avoir l'idée de renverser le problème: calculer le diamètre apparent qu'aurait la Terre vue de la Lune.

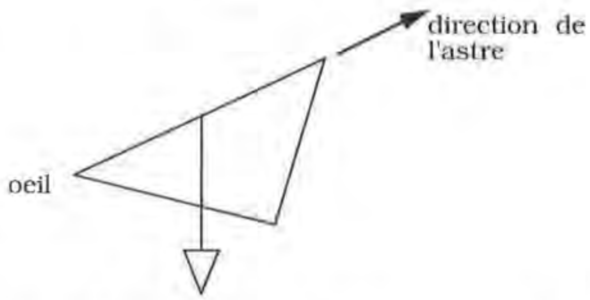
C'est une idée géniale qu'ont eue Lalande et Lacaille en 1751.
A cette époque, si on ne connaît pas le diamètre de la Lune, on connaît depuis peu le diamètre de la Terre d'une façon précise grâce aux travaux d'arpentage effectués par Picard (encore un français) en 1671, mesure utilisée par Newton lui-même pour la vérification de sa loi de la gravitation. Or la distance Terre-Lune mesurée de la Terre est évidemment la même que la distance Lune-Terre mesurée de la Lune!



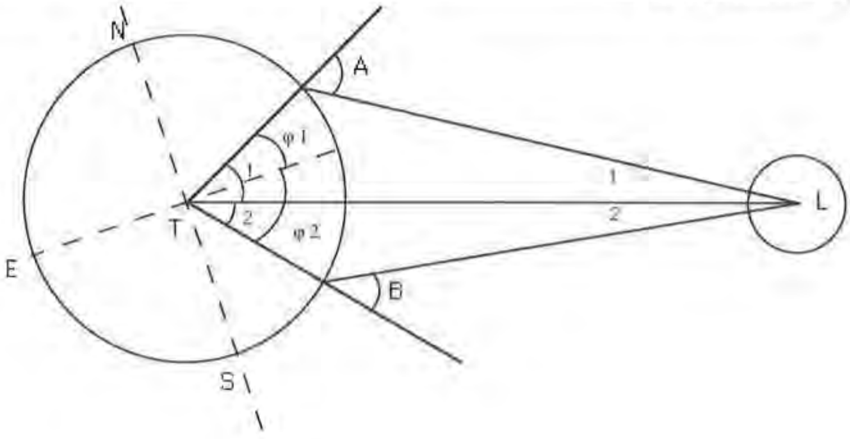
Il suffit donc de se transporter par l'imagination sur la Lune, et de mesurer sous quel angle apparaît la Terre. C'est simple mais il fallait y penser!

Nos deux astronomes n'auront plus qu'à mesurer deux angles, et le calcul de la distance Terre-Lune sera possible.

Ils se placèrent sur le même méridien, l'un à Berlin et l'autre au Cap. Il s'agissait de mesurer l'angle de la direction de la Lune avec la verticale du lieu lors du passage de l'astre au méridien, donc au même instant, à l'aide d'un quadrant.



On peut fabriquer un quadrant simple à l'aide d'un rapporteur auquel on fixe un fil à plomb, qui offre l'avantage de la lecture directe de l'angle



$L_1 = A - T_1$
$L_2 = B - T_2$
$L = L_1 + L_2$
$L = A - T_1 + B - T_2$
$L = A + B - (T_1 + T_2)$
Mais on voit que $T_1 + T_2 = \varphi_1 + \varphi_2$,
φ étant la latitude du lieu.

De la Lune, on verra la Terre sous un angle maximum lorsque A et B seront presque diamétralement opposés. Vu la distance, on admettra par simplification que A et B se trouvent sur le diamètre, donc

$L_{max} \cong \frac{L \cdot 180}{\varphi_1 + \varphi_2}$. Les deux astronomes ont trouvé à l'époque 1°54"6", soit presque 2°. Le rayon Terrestre serait donc vu sous un angle d'environ 1°. Or, nous avons observé plus haut qu'un objet est vu sous un angle de 1° lorsqu'il est situé à une distance égale à 57 fois sa mesure.

Si le rayon de la Terre est arrondi à 6"400, on a:
6"400 • 57 = 364"800 km.

On peut apprécier la précision de la mesure de l'époque lorsqu'on sait qu'aujourd'hui, grâce à des réflecteurs laser déposés sur la Lune, on mesure cette distance avec une précision de quelques centimètres. En raison de l'ellipse orbitale lunaire, celle-ci varie entre 356"500 et 406"800 km.

J.L.F.

Bouchon

Géométrie à livre ouvert.

Vous connaissez tous ces livres qui, ouverts, font apparaître des objets en relief, fleurs, animaux, bateaux, avions, etc.
Demandez à vos élèves d'en apporter. Examinez avec eux comment ils sont conçus. Demandez-leur alors de créer le livre de géométrie ouvert! Il fait apparaître des solides bien connus, et pourquoi pas les polyèdres réguliers?

A.S.

De la leçon de gym. à celle d'ACM.

Leçon de gym...

C'est en tirant profit le plus possible des activités du quotidien de l'enfant que le maître pourra au mieux le motiver à apprendre et progresser. L'enfant y trouvera en plus du plaisir.

Méthodes

Chic, une leçon avec des anneaux !...
Dans un premier temps, je demande aux élèves de se mettre par quatre. Discussion animée et mouvements d'enfants. Au bout de deux minutes, chaque groupe est assis en face d'une paire d'anneaux.
Je constate que les enfants se sont regroupés :

- par groupe de copains (mixtes)
- que des garçons
- que des filles
- un groupe où il y a tous ceux qui restent
- très peu d'enfants se sont groupés par leur taille

Les enfants se mettent donc en colonnes et se numérotent de 1 à 4.
Je règle les anneaux en appelant un enfant de chaque groupe. Puis je leur demande d'aller se suspendre à tour de rôle pour vérifier si les anneaux sont adaptés. La réaction est immédiate: "C'est trop haut pour moi ! Trop bas !"

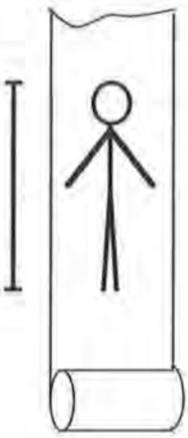
Je fais rasseoir les enfants et dis :

- si la hauteur des anneaux ne vous convient pas, cherchez la paire la plus adaptée.
- que peut-on faire pour que le réglage convienne à une majorité d'entre vous?

Je constate que les groupes changent beaucoup, que l'on n'est plus forcément avec le «copain préféré» mais que l'on forme un groupe de même taille.

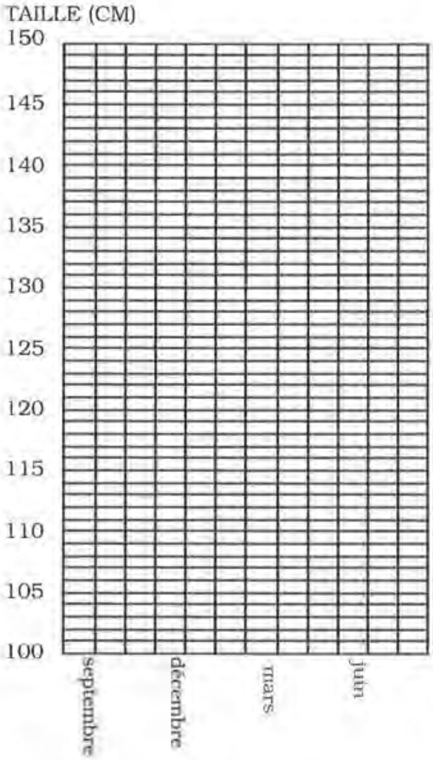
Pour cette étape, les enfants ont comparé la hauteur de leurs épaules, de leur tête et ont essayé de dessiner avec leurs mains une droite jusqu'à leur voisin.
On constate en fin de leçon que l'on a fait une sériation, et on répétera rapidement l'opération en comptant jusqu'à 10, puis tous les élèves se mettent sur un rang par ordre de grandeur.
Cette leçon de gym a éveillé quelques curiosités.

De retour en classe, on essaie d'être plus précis.



1) On déroule du papier «Java», on se couche dessus et un camarade dessine notre trace de la tête aux pieds.
2) On découpe un scotch de carrossier correspondant à la longueur tête-pieds.

3) On colle ce scotch verticalement sur une paroi de la classe et on peut ainsi comparer certaines longueurs.
4) On va se servir d'un cahier (unité commune) et on mesure encore plus précisément cette espèce de «colonne vertébrale»
5) Des constats sont établis : je mesure plus de 8 cahiers mais moins que 9
6) On utilisera aussi une ficelle pour faire des mesures...



Arrivée de l'infirmière.

Quelques jours plus tard, l'infirmière vient pour mesurer les élèves. C'est l'occasion de vérifier la longueur de notre «ficelle personnelle»(en m et cm).
Par la suite:
* on utilisera la règle du tableau noir pour mesurer la classe (longueur, largeur, hauteur)
* on se mesurera chaque mois (avec une bande métrique) durant l'année scolaire afin de prendre conscience de l'évolution de notre taille
* on utilisera sa règle personnelle de 30 cm afin de classer des objets par leur longueur
* on se familiarisera avec l'utilisation de la règle dans les cahiers, puis on arrivera à la leçon d' activités créatrices manuelles (ACM).

P.D.

Bouchon

Quand Jules Verne pose un problème.

"Pendant ces divers voyages, Samuel Fergusson fut le correspondant le plus actif et le plus intéressant du Daily Telegraph, ce journal à un penny, dont le tirage monte jusqu'à cent quarante mille exemplaires par jour, et suffit à peine à plusieurs millions de lecteurs. Aussi le connaissait-on bien, ce docteur, quoiqu'il ne fût membre d'aucune institution savante, ni des Sociétés royales géographiques de Londres, de Paris, de Berlin, de Vienne ou de Saint-Pétersbourg, ni du Club des Voyageurs, ni même de Royal Polytechnic Institution, où trônait son ami le statisticien Kokburn.
Ce savant lui proposa même un jour de résoudre le problème suivant, dans le but de lui être agréable : étant donné le nombre de milles parcourus par le docteur autour du monde, combien sa tête en a-t-elle fait de plus que ses pieds, par suite de la différence des rayons? Ou bien, étant connu ce nombre de milles parcourus par les pieds et par la tête du docteur, calculer sa taille exacte à une ligne près."

Extrait de "cinq semaines en ballon".

A propos des "rendez-vous d'enseignement mathématique".

Publicité

Ignorez-vous l'existence des "rendez-vous d'enseignement mathématique", qui ont lieu depuis 7 ans, réunissant bon an mal an, plus d'une centaine d'enseignants chaque année? Si oui, cette présentation est pour vous, sinon, lisez-la pour ses nouveautés.
Le principe des rendez-vous est le suivant: un mercredi après-midi dans chacune des trois ou quatre régions du canton de Vaud, des enseignants, de l'école enfantine à l'Université, se réunissent sous la houlette de quelques animateurs pour partager un même thème de l'enseignement des mathématiques. Du nombre à la figure en passant par les méthodes d'enseignement, voilà quelques-uns des thèmes des rendez-vous précédents. Des présentations de travaux en classe, mais surtout des échanges d'idées et d'expériences animent ces rendez-vous.
En 1993-1994, le CVEM a voulu innover: les rendez-vous se présentent sous la forme d'ateliers-exposition. Ainsi, un premier «mini-comptoir» d'enseignement mathématique vaudois s'est déroulé à Montreux, le 1er décembre 1993, et a obtenu plein succès. Que trouve-t-on aux rendez-vous 93-94?

* Vous pourrez voir des expositions de travaux de groupes d'élèves.
* Vous pourrez participer à des ateliers sur le thème «l'espace», entre autres:

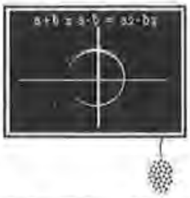
    - Une situation-problème de visée du sommet d'une montagne invisible depuis la classe!
    - Un travail de groupe en trigonométrie dans une classe DS.
    - Un atelier-carton, pour passer du plan à l'espace, en retroussant vos manches et en maniant le cutter.
    - La découverte d'un matériel à taille humaine pour retrouver des sensations «primitives» de découverte de l'espace.
    - La recherche d'un codage ou comment faire un plan de route dans la situation où aucun repère moderne ni aucun langage formalisé n'existe.
    - La découverte d'un espace musical, ou des mathématiques sur un manche de guitare.
    - ...

* Vous pourrez également visionner des vidéos de découverte de l'espace à l'école enfantine et débattre des questions que cela soulève.

Dernier rendez-vous de cette année:
mercredi 27 avril 1994 à Lausanne-CESSRIVE.
Inscriptions auprès de la rédaction de Diagonales, coût frs 10.- à payer sur place.

Jean-Daniel Monod.

Nouveaux moyens d'enseignement 1-6 en Suisse romande.
Un exemple d'activité en 1P-2P.



Méthodes

Comme vous le savez sans doute déjà, la création d'un nouveau moyen d'enseignement mathématique pour les années 1 - 6 est en cours. Diagonales en a déjà parlé. Il est encore trop tôt pour en faire une présentation détaillée. Son contenu est actuellement soumis aux modifications proposées par les différentes commissions romandes chargées de le tester. Cependant, nous tenons à vous donner un petit avant-goût du style d'activités que vous allez y rencontrer. Voici donc un exemple de situation-problème parmi les nombreuses qui servent de base de travail aux auteurs.

Décomposition de nombres en 1P-2P.

Objectifs:
- résoudre une situation de partage.
- trouver plusieurs décompositions d'un nombre.
- produire les écritures additives correspondantes.

Modalités:
- travail en petits groupes.

Matériel: chaque groupe dispose d'une boîte fermée contenant un certain nombre d'objets (jetons, gommettes, ...) et quelques enveloppes. Le nombre d'objets et le nombre d'enveloppes choisis dépendent des performances actuelles des élèves, par exemple 27 objets et 7 enveloppes, 13 objets et 3 enveloppes, ...
Chaque groupe dispose de papier, de quoi écrire, d'enveloppes et de boîtes fermées, marquées chacune du nombre d'objets qu'elle contient. (Les enfants ne doivent pas toucher les boîtes...).

Consigne: *on veut trouver un moyen de mettre tous les objets dans les enveloppes.*
Aucune enveloppe ne doit rester vide. Sur l'enveloppe, il faut indiquer combien on veut y placer d'objets, mais sans les y mettre tout de suite. On le fera plus tard pour vérifier si on a trouvé une bonne solution.
Dans chaque groupe, il faut se mettre d'accord sur ce qui doit être écrit sur chaque enveloppe.

Déroulement:
chaque groupe doit produire un message écrit présentant sa solution et qui permettra à un autre groupe de savoir si celle-ci est acceptable.

Forme des messages (préparés par le maître), par exemple:

19 objets 4 enveloppes

Message:

Les messages sont échangés entre les groupes. Chaque groupe récepteur est invité à dire si la solution proposée est correcte ou non.

En particulier:
- toutes les enveloppes ont-elles été utilisées?
- le nombre d'objets par enveloppe est-il correct?
- tous les objets ont-ils été répartis?

Mise en commun:
- évaluation de la forme des messages (pertinence, lisibilité, écriture mathématique,...)
- observations des procédés de vérification (comptage, croquis,...)
- en cas de contestation, vérification à l'aide des objets ou d'une calculatrice
- confrontation des solutions et analyse des écritures mathématiques (celles qui correspondent au même nombre d'objets répartis, au même nombre d'enveloppes, aux deux critères,...).

Un membre de la commission romande de lecture: J-D Monod

Pure mathématique.

La pure mathématique ne saurait fleurir dans la mathématique. Il faut qu'un poète ou un penseur soit greffé sur un mathématicien. Alors ce poète ou ce penseur, par la vertu de la greffe, croît immensément, et le mathématicien sera grand.

Ludwig Hohl, notes.

Bouchon

Atelier

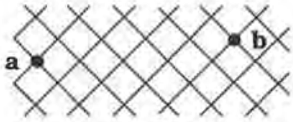
L'activité ci-contre faisait partie de l'épreuve d'arrondissement dans les classes de 5e de la région veveysanne en 93. J.L.F.

L'escargot.

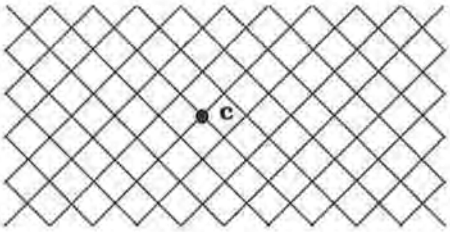
Voici un grillage sur lequel rampe un escargot têtu qui ne veut avancer que de gauche à droite: comme ceci ↗ ou comme cela ↘ , mais qui refuse de se déplacer comme ceci ↙ ou comme cela ↖ .

Unité de longueur sur ce grillage: / ou \ .

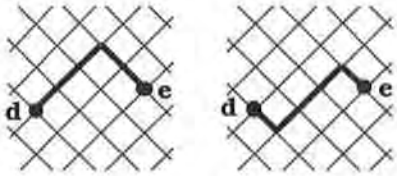
1) Quelle distance l'escargot parcourt-il entre le point **a** et le point **b**?
.... (unités).



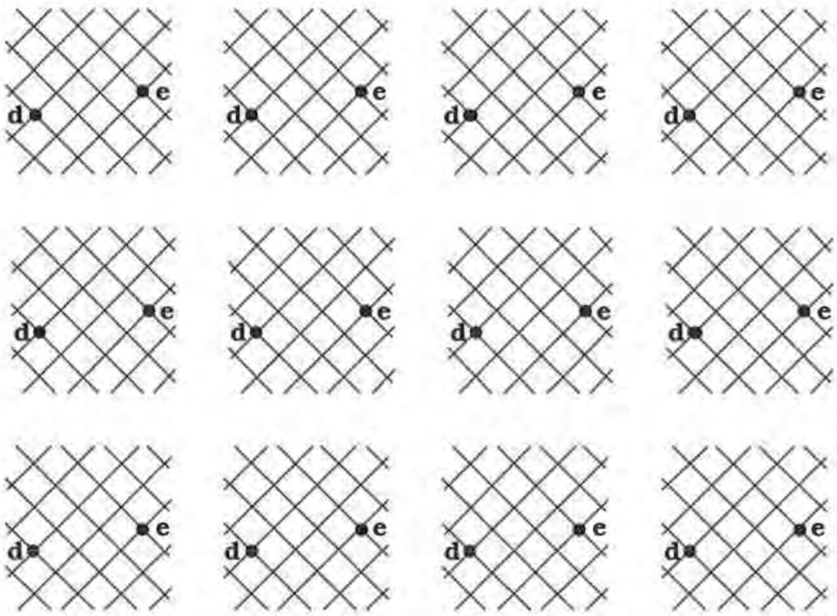
2) Dessine en couleur tous les points que l'escargot peut atteindre à trois unités du point **c**.



3) Voici deux chemins que l'escargot peut utiliser pour aller du point **d** au point **e**.



Dessine en couleur **tous** les autres chemins possibles.



Quelques solutions à nos problèmes.

P5. Point fixe.

Nous avons reçu deux solutions, l'une algébrique (avec deux méthodes différentes) et l'autre géométrique. Nous publions avec plaisir les grandes lignes de ces résolutions, que nous devons à MM. Jean-François Molles de Chavannes pour la première et de Nicolas Pol de Warlaing en France pour la seconde.

Problèmes

Résolution algébrique.

Sont supposés connus l'angle α et les coordonnées de d' (x_0; y_0). Les coodonnées de o(x; y) et o'(x'; y') sont alors exprimées dans un même système d'axes, et, o étant confondu avec o', on a les égalités:

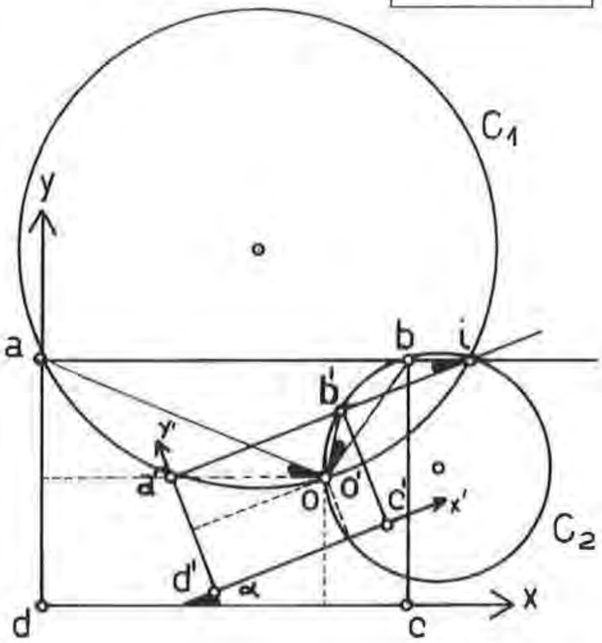
1 $\quad x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha + x_0$

2 $\quad y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha + y_0$

Le rapport d'homothétie, connu, fournit:

3 $\quad x' = \frac{x}{2}$

4 $\quad y' = \frac{y}{2}$



Et ce système fournit, après quelques manipulations, l'expression des coordonnées o(x; y) en fonction de α et (x_0; y_0).
M. Molles nous fournit une deuxième résolution en exprimant dans le plan complexe par une fonction complexe une similitude de centre o et d'angle α. Ces résolutions complètes sont disponibles à la rédaction.

Résolution géométrique.

M. Pol nous décrit quelques-uns de ses essais qui l'ont conduit finalement à la solution suivante. Partant de la figure terminée, il constate que les angles aoa' et bob' sont égaux à l'angle de rotation de la similitude, et que cet angle se trouve sur la figure en prolongeant les côtés ab et a'b'. On obtient ainsi le point i. a et a' sont donc sur un cercle C_1 passant par o et i (les angles inscrits aoa' et aia' sont égaux). De même, b et b' se trouvent sur un cercle C_2 passant par o et i (les angles inscrits bob' et bib' sont égaux).

Problèmes

Il ne reste plus qu'à construire les cercles C1 et C2, chacun donnés par trois points connus, a, a' et i, ainsi que b, b' et i. Ces deux cercles se coupent en i et o, le point cherché. Très joli! D'autant que cette construction s'applique quel que soit le rapport de similitude qu'il n'est plus nécessaire de donner numériquement. Reste bien sûr à soigner quelques cas particuliers, notamment concernant le recouvrement partiel ou total des deux rectangles.

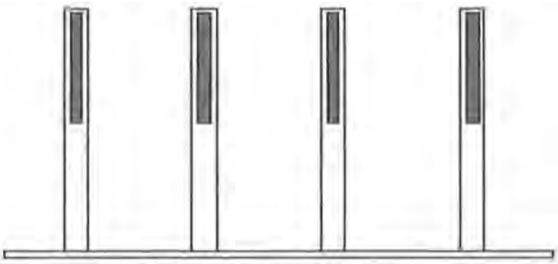
Signalons que cette dernière résolution est assez proche d'une de celles proposées par Euler au problème de la recherche du centre d'une similitude donnée par un segment et son image. Les résolutions d'Euler ont été présentées dans le bulletin no 13, octobre 1992, de la Société des Enseignants Neuchâtelois de Sciences.

Nouveaux problèmes.

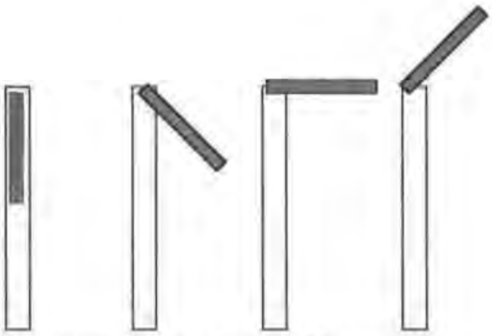
Pas de mathématique sans résolution de problèmes! Ceux que nous vous soumettons peuvent, après une éventuelle adaptation de votre part, être proposés à vos élèves. C'est pourquoi nous veillons à viser tous les niveaux de la scolarité. Mais nous vous laissons le soin de découvrir ceux qui sont à votre portée ou à celle de vos élèves. Ne vous découragez pas trop vite! Vous vivez peut-être simplement ce que vos élèves ressentent quand vous leur proposez un problème!

P8. Nombres en sémaphores.

Quatre sémaphores sont fixés l'un à côté de l'autre. Chacun peut prendre l'une des quatre positions présentées. Il est donc possible de transmettre à distance, visuellement, un nombre. Mais il faut d'abord que les utilisateurs se mettent d'accord sur le mode d'emploi. Faites-leur une proposition. Recherchez la plus grande efficacité.



Quatre sémaphores.



Les quatre positions différentes.

A.S.

2e Rallye mathématique romand

par François Jaquet, IRDP, Neuchâtel

Cette compétition par classes, réservée aux degrés 3, 4 et 5 de l'école primaire, fait son chemin. Le nombre des classes inscrites a passé de 21 en 1993 à 37 cette année et les cantons représentés sont Genève, Vaud, Fribourg, Berne et Neuchâtel.

La rédaction de *Math-Ecole* n'est plus seule à soutenir l'organisation de cette épreuve, une équipe de dix animateurs, bénévoles et engagés, se charge maintenant de l'élaboration et du choix des problèmes, de la correction des épreuves et de la conduite de l'opération.

La première épreuve s'est déroulée les premiers jours de mars, la deuxième aura lieu à la fin d'avril. Une finale réunira, le mercredi 1er juin, à Yverdon-les-Bains, les neuf classes ayant obtenu les meilleurs résultats aux deux premières épreuves.

Dans toute épreuve collective de ce type, on n'accepte évidemment qu'une seule réponse par classe et par problème. Il faut aussi faire vite, pour résoudre en 60 minutes l'ensemble des problèmes (8 en troisième, 10 en quatrième et 12 en cinquième année pour le concours de mars dernier), sans aucune aide extérieure. On imagine la fébrilité de certains ainsi que le niveau sonore des débats lorsqu'il s'agit de se répartir le travail ou de s'accorder sur une solution parmi toutes celles qui sont proposées.

De l'avis des observateurs neutres remplaçant les maîtres titulaires à cette occasion, l'ambiance des classes au travail n'est pas triste et c'est au niveau de l'organisation collective que se rencontrent la plupart des difficultés, parfois plus fortes que celles des problèmes eux-mêmes.

Cette première épreuve s'est révélée, dans l'ensemble, bien difficile, pour les élèves de troisième année en particulier. Les organisateurs tenteront de rectifier les ambitions pour la prochaine, mais l'expérience montre que ce réglage est bien délicat. Les problèmes doivent tout à la fois être «résistants» et maîtrisables, par des élèves de degrés différents. Car on perçoit bien que, derrière cette forme d'épreuve, il y a un enjeu de différenciation: celui d'offrir des situations où les classes et élèves puissent progresser, à leurs niveaux respectifs.

Au-delà des aléas et de l'anecdote, un consensus général: c'est stimulant pour les maîtres et élèves, c'est efficace pour développer la coopération entre élèves, c'est une occasion de résoudre des problèmes!

Voici, à l'intention des lecteurs de *Math-Ecole,* quelques-uns des problèmes de cette première épreuve, suivis d'observations sur les réponses proposées par les classes:

La ligne de partage (3e à 5e)

D'**un seul trait** tracé à la règle, Luc aimerait partager ces deux carrés à la fois, chacun en deux parties égales.

Attention, le même trait doit partager les deux carrés!

Dessinez la droite qui partage chacun de ces carrés en deux parties égales.

Les croquettes (3e à 5e)

100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes:

Dans la 1e et la 2e assiettes, ensemble, il y a 52 croquettes,
dans la 2e et la 3e assiettes, ensemble, il y a 43 croquettes,
dans la 3e et la 4e assiettes, ensemble, il y a 34 croquettes,
dans la 4e et la 5e assiettes, ensemble, il y a 30 croquettes.

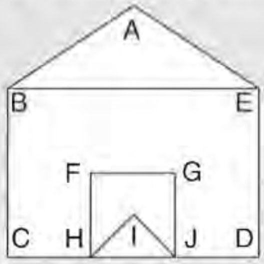
Combien de croquettes y a-t-il dans chaque assiette?
Expliquez comment vous avez trouvé votre solution. Notez tous vos calculs.

Les jumeaux (3e à 5e)

Marie est plus jeune que Paul.
Luc est plus âgé que Sylvie.
Sylvie a un an de plus que Marie.
Personne n'a le même âge que Luc.

Qui sont les jumeaux?
Justifiez votre solution.

D'un seul trait (3e à 5e)



Il est possible de dessiner cette figure sans jamais lever le crayon et sans passer deux fois le long d'une même ligne.

Essayer de découvrir plusieurs trajets différents. Trouvez-en le plus possible. Notez chaque solution à l'aide des lettres de la figure

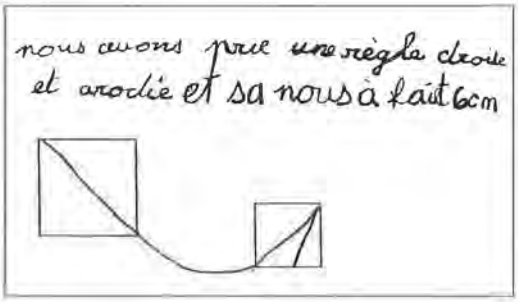
Commentaires et observations

Dans le *Rallye mathématique romand,* il n'y a pas que les solutions qui sont prises en compte, mais aussi les justifications des élèves. Ce n'est pas toujours facile et le temps manque parfois pour rédiger ces explications. Mais c'est important. C'est même là que réside, pour les organisateurs et les maîtres, l'essentiel de ce type d'épreuve: son intérêt pédagogique et didactique. Voyez plutôt:

La ligne de partage

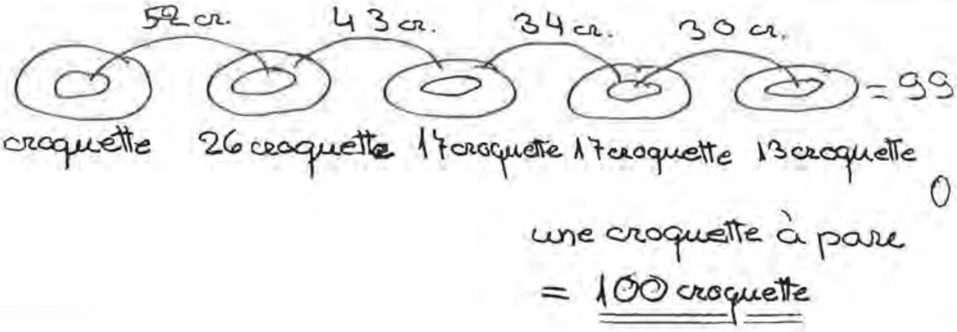
Problème jugé trop difficile pour les degrés 3 et 4, qui n'ont pas vu que la droite devait passer par les deux centres, mais bien réussi en 5e. Il semble qu'il y ait manifestement une influence du programme sur la réussite de cet exercice.

Une perle, parmi tant d'autres (d'une classe de 3e):



Les croquettes

Ce problème n'aurait dû être donné qu'aux classes de cinquième année. Les rares solutions correctes semblent avoir été trouvées par tâtonnements. Il est toutefois intéressant de constater que, malgré la difficulté, la grande majorité des classes a tout de même entrepris des recherches. En particulier, plusieurs propositions découlent d'un partage équitable entre les deux premières assiettes, puis, par déductions successives, amènent à la solution: 26, 26, 17, 17 et 13.



Les jumeaux

Il y a de merveilleuses explications pour ce problème, qui méritent qu'on s'y arrête un peu plus longtemps:

- Tout d'abord, deux justifications, par «élimination systématique» laissant penser qu'il est peut-être inutile de vouloir distinguer la «logique enfantine» de celle de l'adulte!

  «*Paul et Sylvie sont les jumeaux.*
  On sait déjà que personne n'a le même âge que Luc, c'est pour ça qu'il ne peut déjà pas être un des jumeaux. Maintenant, on sait que Paul et Sylvie sont plus âgés que Marie.
  Et puisqu'il n'y a pas d'autres personnes Paul et Sylvie doivent être les jumeaux.»
  (classe de 4e)

  «*Marie est plus petite que tout le monde, et Luc est plus grand que Marie, Sylvie et Paul. Les jumeaux sont Paul et Sylvie.*
  Explication: On a écrit tous les noms puis on a biffé d'après les définitions.»
  (classe de 3e, orthographe rectifiée)

- Une autre méthode consiste à examiner l'ensemble des six couples possibles au sein du groupe de ces quatre enfants, puis de travailler par élimination:

classe de 4e

Sylvie et Paul

Marie est plus jeune que Paul et Sylvie a un an de plus que Marie personne n'a le même âge que Luc.

Marie est plus jeune que Paul
Marie et Paul c'est n'est pas possible
Luc et Paul
Marie et Luc
Marie et Silvie
Luc et Silvie
tous est pas possible sauf Silvie et Paul

• La formulation du problème comporte une particularité à laquelle nous n'aurions sans doute pas prêté attention sans qu'une classe ne nous la fasse clairement apparaître: une partie de la donnée est dans la question, sous forme interrogative. En effet: la phrase «qui sont les jumeaux ?» pose la question tout en affirmant que, parmi les enfants, il y a un couple de jumeaux. C'est une tournure assez courante dans les énoncés de problèmes pour adultes, c'est plus rare dans les manuels scolaires.
Par conséquent, la réponse suivante est parfaitement cohérente si l'on ne tient compte que des quatre affirmations qui précèdent l'interrogation:

«Paul et Sylvie pourraient être jumeaux. Mais ne pourraient aussi pas l'être car si Marie avait 10 ans, alors Sylvie aurait 11 ans, vu qu'elle a un an de plus que Marie. Paul est plus âgé que Marie donc il pourrait aussi avoir 11 ans. A ce moment là, Paul et Sylvie seraient jumeaux. Mais Paul pourrait aussi avoir 12 ans, alors ça ne marcherait pas.»
(Texte accompagnant une liste des six couples possibles, avec un signe distinctif correspondant à Paul/Sylvie. Classe de 5e.)

• Il y a aussi des explications «justes» mais avec un peu de chance: celles où l'on choisit des exemples d'âges dans lesquels la relation «est plus jeune (ou plus âgé) que» est interprétée comme «a un an de moins (ou de plus) que»:

classe de 5e

Les Jumeaux

si Marie est plus petite que Paul,
par exemple elle a 9 ans et Paul 10 ans.
Comme Luc est plus grand que Marie,
Il aurait par exemple 11 ans.
Et si Sylvie a 1 an de plus que Marie,
elle a 10 ans.
Et comme Luc n'a le même que personne,
Les jumeaux sont : Paul et Sylvie.

Luc = 11 ans
Jumeaux {Paul = 10 ans
Sylvie = 10 ans}
Marie = 9 ans

• Ici, c'est une raison orthographique qui conduit les élèves à la bonne solution!

classe de 4e

R: Les jumeaux sont Sylvie et Paul.

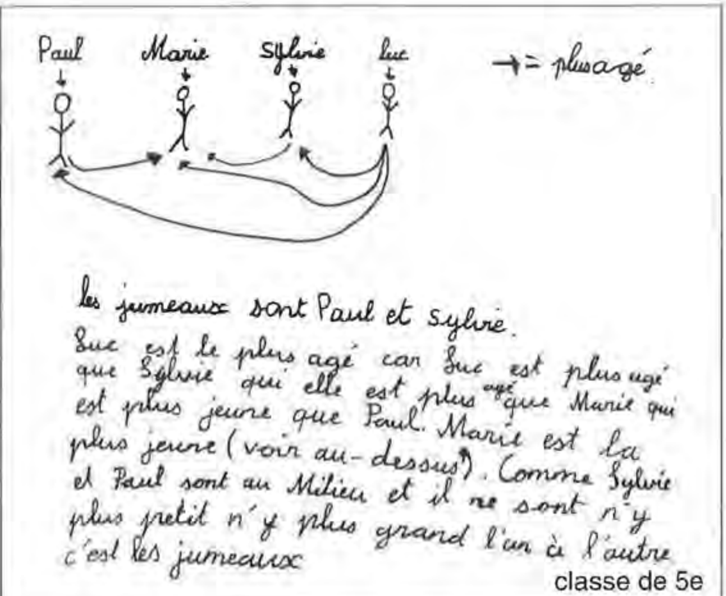
on a fait:

Sylvie	Luc	Paul	Marie
10 ans	12 ans	10 ans	7 ans

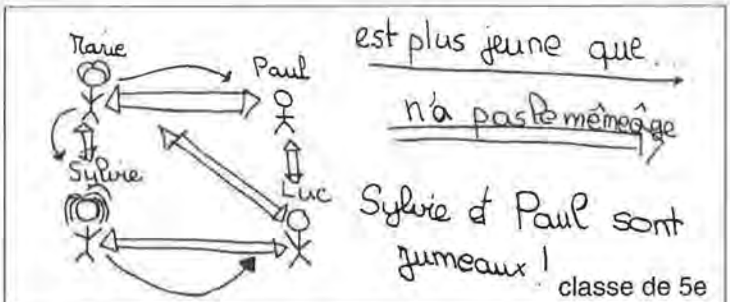
et on n'a pas pu mettre 7 à Sylvie parcéque c'est des jumeaux qui est écrie sur le problème et des jumeaux c'est masculin.

• Les représentations graphiques peuvent être aussi une aide efficace, comme dans les deux exemples ci-contre, mais la relation «est plus âgé (plus jeune) que» ne suffit pas pour décider. Dans le premier exemple, la justification de la phrase «Luc est le plus âgé» n'est pas satisfaisante (la flèche de Luc à Paul vient d'une autre raison). Dans le deuxième exemple, c'est l'introduction de la seconde relation «n'a pas le même âge que» qui permet de décider.

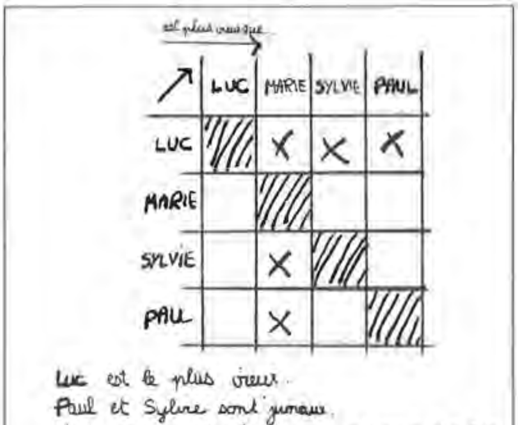
• Le tableau du bas est bien joli mais inutile pour la résolution du problème car il ne fait rien d'autre que de répéter les trois premières affirmations de l'énoncé. (La croix dans la ligne de Luc et la colonne de Paul, comme l'affirmation que Paul et Sylvie sont jumeaux, sont issus d'autres raisonnements.



classe de 5e



classe de 5e



classe de 5e

Dans toutes ces justifications on est étonné de la maîtrise des expressions de liaison entre les différentes affirmations: «comme», «parce que», «c'est pour ça», «vu que», «alors», etc.

Il apparaît également que les personnages du problème sont familiers pour les élèves, qui leur attribuent des âges voisins du leur, qui les dessinent, qui semblent les faire vivre dans leur monde. C'est peut-être cette construction imaginaire qui aide les élèves à démêler l'écheveau des relations entre les personnages tout aussi facilement, voire plus aisément, que ne le feraient des adultes. Ceci permettrait d'expliquer les excellents taux de réussite d'un problème qui paraît pourtant assez difficile.

D'un seul trait

Sur les 48 solutions possibles, qui partent ou aboutissent en B ou E, certains groupes d'élèves en ont proposé 19, dont 16 exactes. On imagine aisément le travail des correcteurs!

La moisson des formes

par Bernard Bettinelli, IREM de Besançon

Extrait de l'introduction

Ce document se veut une contribution à l'éducation géométrique des enfants, adolescents et adultes. Il sert d'accompagnement à un ensemble instrumental créé pour provoquer l'activité géométrique et les nombreuses prises de conscience qui vont devenir le bagage permanent dans lequel tout géomètre puise sans cesse.

En quoi consiste la spécificité géométrique?

L'environnement quotidien offre au regard de tout homme des objets qui possèdent en eux un certain nombre de qualités. Mais ce qui intéresse le géomètre, ce sont toutes les suggestions offertes par les lectures des formes présentes, et le plaisir - esthétique - qu'il prend à ces associations.

Comme je suis convaincu que cette activité passionnante (lorsqu'on la connaît) n'est pas réservée à une élite, mais est à portée de tous, j'ai essayé de donner à chacun le moyen de construire ce stock d'images mentales dynamiques qui peut lui permettre d'apprécier le géomètre qui l'habite. Il ne s'agit pas de devenir spécialiste, mais que chacun soit capable d'étudier la géométrie, avec le plaisir légitime lié à tout pouvoir qu'on développe en soi, au lieu de la phobie fréquente engendrée par des pratiques où l'étudiant ne se sent pas maître de ce qu'il fait.

Quelles solutions pourraient permettre cette éducation?

Toute construction esthétique: peinture, architecture,sculpture,... s'appuie consciemment ou inconsciemment sur des proportions géométriques dont l'exploitation participe à la perfection de l'œuvre. L'intention première de ces propositions est de lier géométrie et esthétique.

La géométrie est un langage visuel, et comme tout langage, elle possède sa complexité. L'enfant qui apprend à parler est au contact de toutes les catégories de mots: noms, verbes, adjectifs, ..., mais il ne saisit au départ que certains noms, puis il les lie par des verbes dans des phrases simples, qui s'enrichiront progressivement pour devenir son expression propre.

Il en va de même pour la géométrie: les formes simples vont être découvertes d'abord, composées en puzzles ou emboîtées les unes dans les autres; les proportions et les mesures viendront ensuite à la conscience, et la dynamique des transformations permettra le libre assemblage des éléments et l'expression personnelle par le dessin.

Les intentions qui précèdent justifient le nom que j'ai choisi pour l'ensemble instrumental que je vais présenter et exploiter: LA MOISSON DES FORMES. Ses pièces représentent des figures planes diverses: polygones réguliers ou non, étoiles, disques ou secteurs, ..., qui sont les premiers objets géométriques que nous sommes provoqués à voir, et c'est par notre travail mental d'organisation des images et d'extrapolation que nous serons amenés à concevoir des êtres subtils comme les droites, les points ou les courbes qui seront - beaucoup plus tard - les éléments de base d'une construction axiomatique.

Même si certaines activités proposées peuvent s'exercer avec un ensemble instrumental différent et réduit, mon projet est d'offrir à chacun, non pas des observations parcellaires et canalisées, mais la liberté de puiser librement dans un monde riche et agréable, une foule de relations dont il constituera la dynamique propre de son imagerie mentale.

Ces pièces ont une double fonction:

- au départ objets de manipulation et d'observation, ils sont appelés à déclencher par juxtaposition, superposition ou symétries la découverte des relations fondamentales
- ensuite ils seront outils de dessin, de mesure, et de transformations.

La construction de l'espace n'est pas absente de cette démarche: les plus beaux solides que nous connaissons sont engendrés par ces figures. Mais une bonne compréhension de l'espace demande une connaissance préalable des figures planes et de leurs relations.

Cette double fonction objet - outil est permise par la multiplicité des relations entre les pièces qui possèdent chacune en elle-même le pouvoir de reconstruire toutes les autres. Ce n'est que notre désir créateur qui choisit la fonction: je peux saisir un rectangle et désirer dessiner le losange inscrit, ou saisir le losange pour en dessiner le rectangle circonscrit. Rien n'oblige à penser que certains objets sont outils et d'autres projets! La richesse des combinaisons possibles est l'avantage accordé par cette contrainte de parenté intime entre les pièces.

Pour permettre à un apprenti de créer les images mentales dont il a besoin, il est nécessaire de le mettre au contact d'un monde de formes variées et de lui proposer des approches différentes des relations qu'elles entretiennent.

Cet ensemble instrumental contient également un double miroir s'ouvrant comme un livre, qui, par le jeu multiple des symétries, offre au regard une quantité d'images virtuelles et permet de nouvelles exploitations. Les instruments classiques sont associés à l'ensemble pour la production de dessins. Un rapporteur circulaire permet le dessin de tous les polygones réguliers et des rosaces, avant de devenir l'instrument de la mesure des angles. Un quadrillage transparent permet de superposer à chaque pièce la vision de son aire.

A qui s'adressent ce matériel et ce livre?

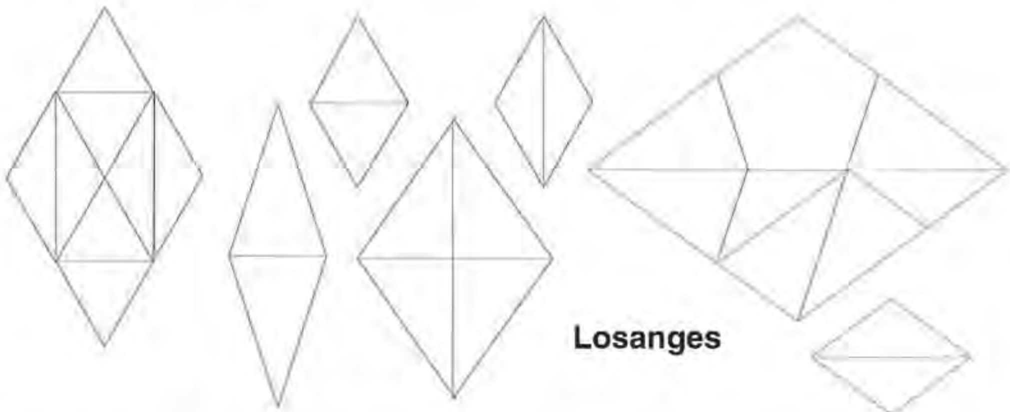
Le matériel est destiné aux apprentis de tous âges et ses possibilités d'expression sont extrêmement étendues:

- A l'école maternelle, jeux de classement, dénominations, évocation, puzzles, superposition, miroirs, pavages, étoiles, ... (chapitre 1 et première partie du chapitre 2).
- A l'école primaire, activités de reproduction par dessins (chap. 2), premiers problèmes de mesures (chap. 3) et construction des polyèdres dans l'espace (chap. 4) viennent s'y ajouter.
- Au collège et même en seconde des lycées et lycées professionnels, activités de dessin, de mesures de longueur, aire, angles, racines carrées et leur utilisation dans les calculs de longueur, construction des solides et réalisation des transformations géométriques sont autant de champs ouverts dans lesquels chacun pourra trouver «sa moisson».
- Enfin dans toutes les situations de rééducation, où enfants, adolescents ou adultes doivent remettre leur conscience dans les fondements de la géométrie, à des fins professionnelles ou non, le matériel pourra servir de déclencheur à ces éclairs où l'apprenti a le sentiment de comprendre ce qui avait été un obstacle infranchissable pour lui.

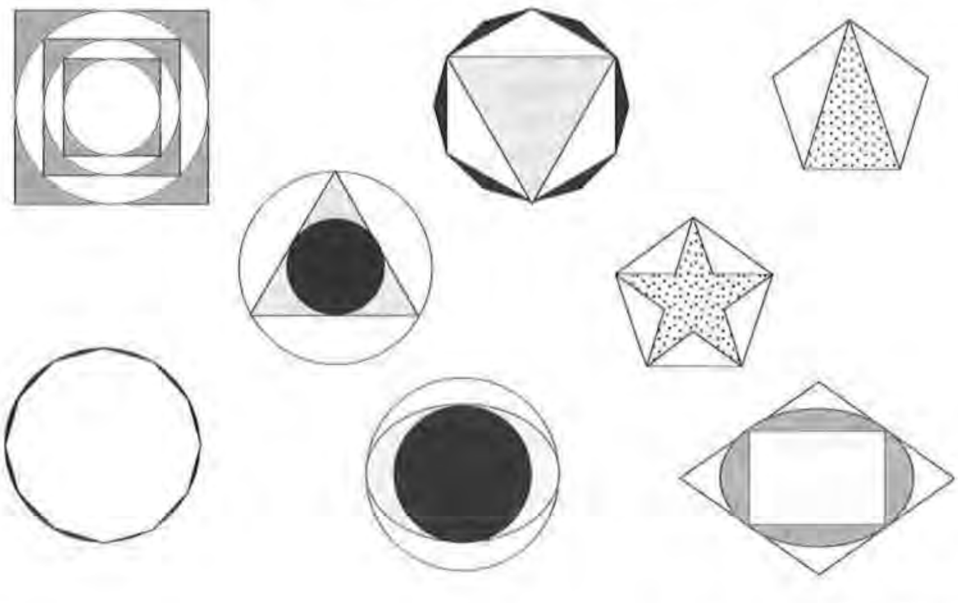
Le livre est destiné aux formateurs de tous les apprentis décrits plus haut: instituteurs, professeurs de mathématiques, rééducateurs, formateurs, ..., afin de leur ouvrir le large éventail des situations d'apprentissages dans lesquels ils pourront engager leurs étudiants.Il est aussi destiné à l'étudiant adulte qui veut reprendre seul sa formation.

Exemples de situations proposées:

Formes de nom donné: Essayer de composer le plus possible de figures dont le nom est donné (rectangle, losange, carré, parallélogramme, ...).

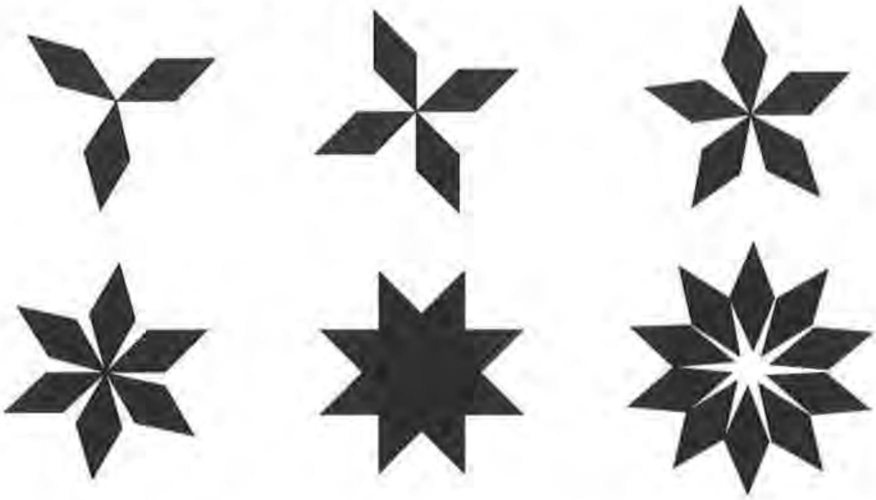


Superposition des figures: Deux figures géométriques sont inscrites l'une dans l'autre lorsqu'on peut inclure la première dans la seconde dans une position où son bord touche par certains points le bord de la seconde. Dans tous les cas, dans cette position relative, la taille de la figure inscrite est maximale, c'est-à-dire qu'elle ne peut être agrandie sans «déborder» de la figure circonscrite (et inversement).

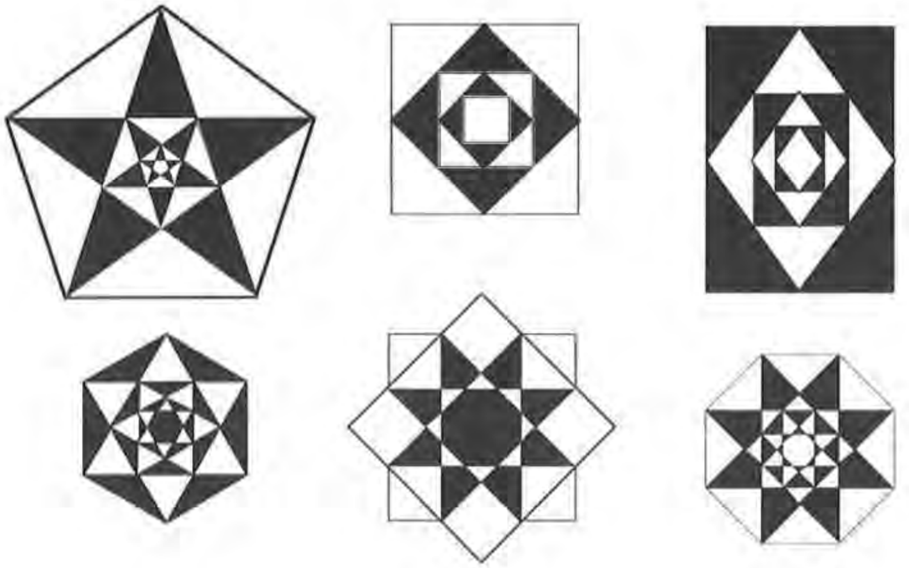


Une pièce entre deux miroirs: Une nouvelle activité s'ouvre lorsqu'on ajoute un miroir vertical, puis deux miroirs reliés par un côté et s'ouvrant comme un livre. Ainsi apparaissent des pièces en symétrie, et de nouvelles compositions moitié réelles, moitié virtuelles qui dépendront non seulement du choix des pièces, mais aussi de leur disposition devant le ou les miroirs et de l'ouverture des miroirs.

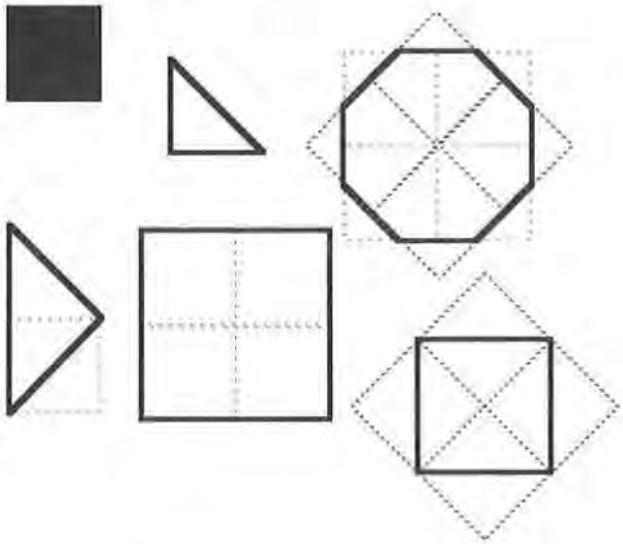
Losange rouge entre deux miroirs



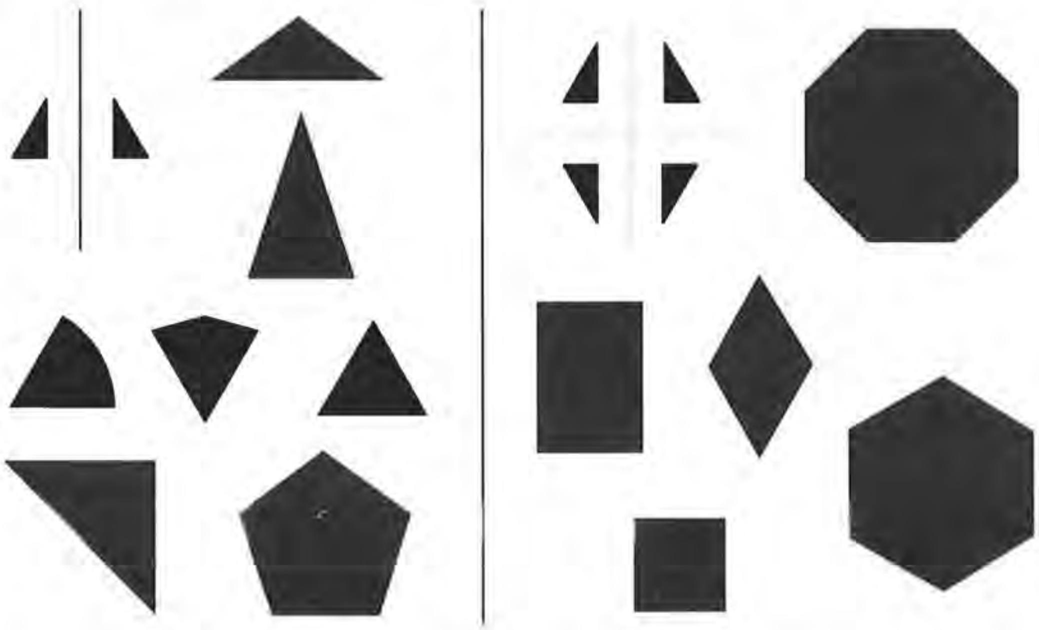
Figures inscrites: En se servant de l'inscription reconnue de 2 figures, il s'agit de dessiner l'une en disposant de l'autre. Le plus souvent, cette activité débouche sur une course à l'infiniment petit, car chaque inscription possède en elle le germe d'une autre inscription, et ainsi de suite.



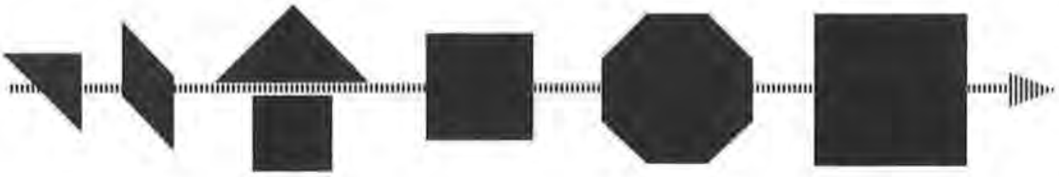
Familles de couleur: Chaque couleur du jeu correspond à une profonde parenté des formes qui la composent. Chaque pièce possède en elle le pouvoir de reconstruire toutes celles de sa couleur. Le défi actuel consiste à prendre une pièce gabarit et la règle non graduée, et à se donner toutes les autres comme modèle.



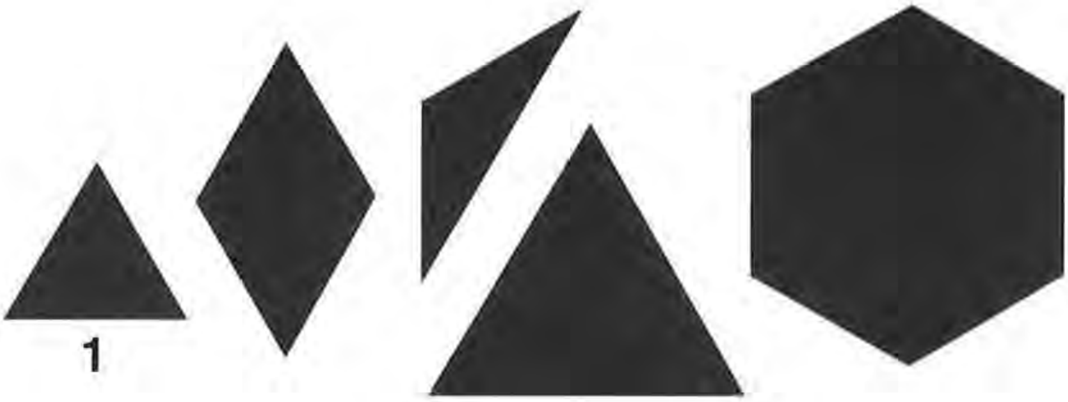
Tourner et se retourner dans son contour: Pour connaître mieux les formes et ce qui les caractérise en termes de comparaisons de mesures, il suffit de dessiner le contour d'une pièce et de chercher comment remettre la pièce dans son contour. Suivant le nombre de positions et la manière de passer de l'une à l'autre, chaque figure géométrique va se particulariser et nous apprendre ses caractéristiques.



Rangements dans une couleur: Des enfants de 10 ans à qui on demande de ranger dans chaque couleur les pièces de la plus petite à la plus grande, font un classement implicite par l'aire.
Par inclusion, certaines pièces sont naturellement ordonnées. Mais cette recherche est riche car, dans presque toutes les couleurs, le recours à des comparaisons avec d'autres pièces est indispensable pour lever les ambiguïtés, ce qui introduit un raisonnement déductif

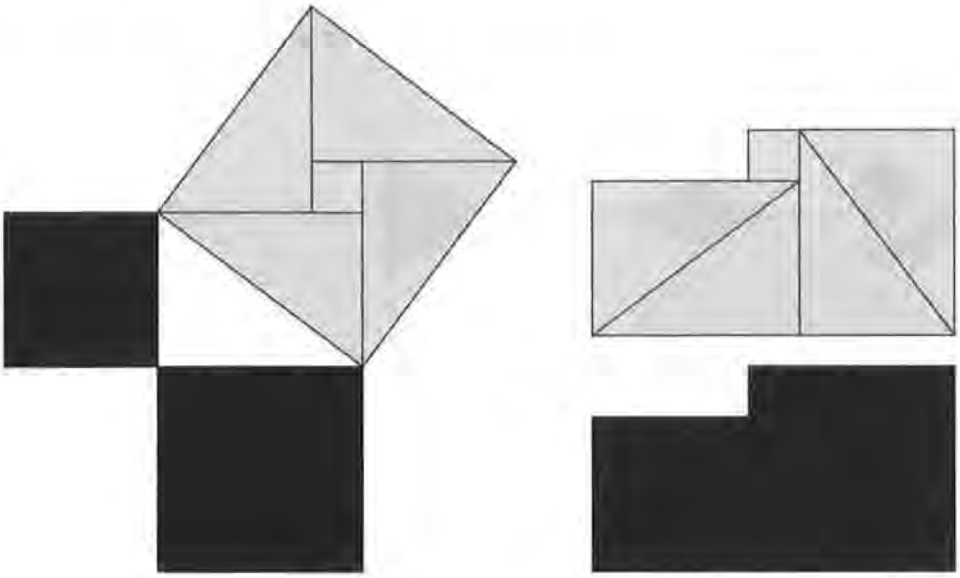


Pièces-unités: L'étape suivante consiste à choisir dans chaque couleur une pièce référence qu'on appelle unité pour mesurer les autres, c'est-à-dire répondre à la question: «Combien de cette unité dans ...?» Ainsi chaque pièce de chaque famille peut être unité pour cette famille, et les nombres-mesures dépendent de ce choix. L'exercice qui consiste à changer d'unité est réellement formateur (il permet de changer de point de vue, d'approfondir le concept, de concrétiser les fractions, ...).



1

Théorème de Pythagore: Parmi les nombreuses possibilités de représentations évoluées, on a le moyen de décomposer le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle en 5 pièces, et de recomposer la juxtaposition des 2 carrés de l'angle droit.



De très nombreuses autres situations sont présentées dans le livre, s'adressant à l'Ecole maternelle, au primaire, au collège, voire au-delà: puzzles, jeux de miroirs, puzzles miroirs, pavages, compositions en symétrie, combinaison avec rapporteur ou compas, mesure des longueurs, aires et angles, racines carrées, nombre d'or, polyèdres réguliers, représentation des prismes, pyramides, cylindres et cônes, perspectives, rotations, homothéties et similitudes, jeux d'ombres, ...

La valise pédagogique comprend 69 figures en plastique de 6 couleurs, un livre-miroir, un rapporteur circulaire et un décimètre carré gradué.

Le livre de 128 pages présente des propositions de situations de tous niveaux, dont sont extraites celles de cet article.

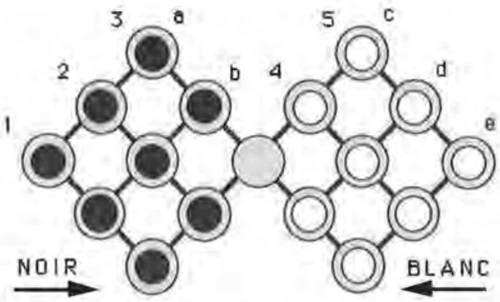
L'ensemble est distribué par: ***LA MOISSON DES FORMES***
1 rue de la Perrouse
25 115 POUILLEY LES VIGNES (FRANCE)

Conditions: La valise + le livre: .... 380 FF
Une valise complémentaire: .... 290 FF
Port: .... 60 FF

Réponses aux problèmes

Numéro 160: Patients échanges (p.10)

Nous empruntons cette solution, pour sa notation économique, à l'un des gagnants du concours *Mathématiques 93*, M. André Daepp, La Chaux-de-Fonds:



c4-c3 → c2-c4, c3-c2, d3-c3, b3-d3, b2-b3, c2-b2, c1-c2, c3-c1, c5-c3, c4-c5, e4-c4, e5-e4, c5-e5, d5-c5, d3-d5, b3-d3, b1-b3, a1-b1, c1-a1, c3-c1, e3-c3, d3-e3, b3-d3, b1-b3, c1-b1, c3-c1, c4-c3, e4-c4, e3-e4, d3-e3, b3-d3, c3-b3, c4-c3, c2-c4, a2-c2, b2-a2, b3-b2, a3-b3, c3-a3, c5-c3, c4-c5, d4-c4, d3-d4, b3-d3, c3-b3, c4-c3, c2-c4, c3-c2,
soit 49 coups.

Il y a aussi des solutions en 48 coups. Le record obtenu est de 47 coups.

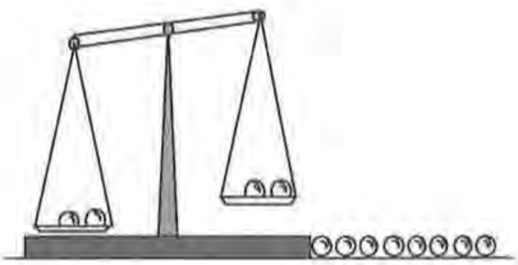
Numéro 161: Les pentocubes

(de l'article *Espace et combinatoire*, pp. 4 à 13)

M. Francis Perret, de Cortaillod, notre infatigable pourvoyeur de jeux et fantaisies mathématiques, nous signale qu'il s'était intéressé au sujet en son temps et qu'il a retrouvé une fiche indiquant le nombre des différents «polycubes» pour chaque volume de 1 à 10 cubes: 1 cube simple, 1 duocube, 2 tricubes, 8 tétrocubes, 29 pentocubes, 166 hexocubes, 1023 heptocubes, 6922 octocubes, 48311 ennéocubes et 346543 décocubes.

Ces données remettent en cause la formule - pourtant bien sympathique - proposée par les élèves du Landeron (en p. 10). Mais que ceux-ci ne développent aucun complexe d'infériorité! Nous ne pensons pas que les résultats précédents aient été trouvés à l'aide d'une formule simple. Nous serions même prêts à parier que le calcul du nombre de polycubes demande des heures de travail à un ordinateur dès qu'on dépasse la vingtaine, voire la dizaine de cubes.

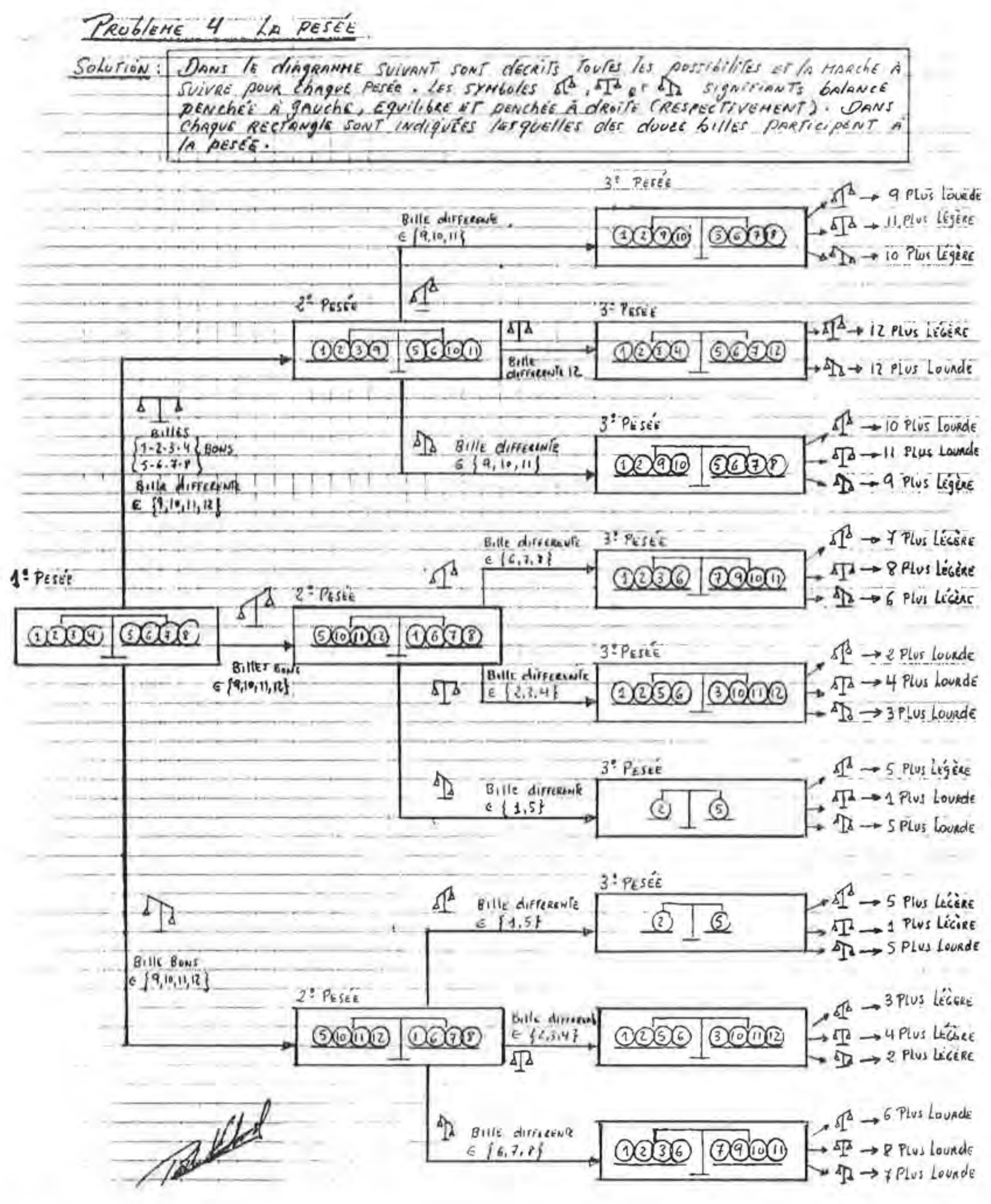
Numéro 161: La pesée (p. 23)



Pour la première pesée, il n'y a pas de problème, il suffit de placer quatre billes dans chaque plateau. Si la balance est équilibrée, les huit billes sont de même masse et celle qui est différente est à rechercher dans les quatre autres. Si la balance penche, ce sont les quatre restantes qui ont la même masse.

Pour les pesées suivantes, il faut savoir changer certaines billes de plateau et en faire intervenir d'autres, dont on est certain qu'elles sont de même masse. Ce n'est pas évident!

Voici une solution magistrale, celle du vainqueur du concours *Mathématiques 93,* M. Pedro-José Embid, La Chaux-de-Fonds:



Numéro 161: La boulette sous les gobelets

(pp. 24 et 25)

Quatre réponses de lecteurs, toutes parfaitement correctes, nous sont parvenues.

- Mme Jacqueline Nicolet, de Vevey, enseigne actuellement le français à Beijing. Pour elle, il n'y a aucune chinoiserie dans ce tour de magie. Voici ce qu'elle nous écrit:

Le bulletin «Math-école» me suit partout et ici, dans ma chambre, je me suis plongée dans la résolution du problème de la «boulette sous les gobelets».

Voici ce que j'ai trouvé:

La permutation est indispensable car elle permet de positionner en 1 soit la boulette, soit le gobelet où elle n'est pas. Aux doigts d'entrer en jeu, car les doigts, dans leur fonctionnement ne vont pas suivre en se pliant que le gobelet de l'emplacement 1.

Il y a alors deux possibilités:

a) La boulette est sous le gobelet 1. Après la permutation qui n'a ici aucune importance, les doigts ne vont suivre que le gobelet, donc la boulette. Après le mot halte, il y a correspondance entre le doigt plié et le gobelet «témoin».

b) La boulette est sous le gobelet 2 ou 3. Après la permutation, celui des deux qui ne contient pas la boulette va se retrouver en 1. Les doigts vont alors suivre alors le gobelet où elle n'est pas. Je sais dès lors où elle se trouve: ni sous le gobelet (doigt plié), ni sous le gobelet «témoin».

- MM. Jean Monnerat, de Courtételle, et Olivier Rollet, de Yens, nous donnent une explication du même type.

- M. Augustin Genoud, de Savièse, analyse l'exemple donné à l'aide d'un tableau et le complète par des conseils pour affiner encore ce tour de magie:

Notons : 1, 2, 3: les emplacements
A, B, C: les gobelets
P: la boulette de papier
G: le gobelet-repère
D: le doigt-repère

Voyons ce qui se passe grâce au tableau ci-dessous où seule la position de la boulette de papier nous est inconnue:

emplacements →	1	2	3	1	2	3	1	2	3
permutations ↓	G-D-P A	 B	 C	G-D A	P B	 C	G-D A	 B	P C
obligatoires	G-D-P A	 C	 B	D C	P B	G A	D B	G A	P C
2 - 3	G-D-P A	 B	 C	D C	G A	P C	D B	P C	G A
1 - 3	 C	 A	G-D-P B	P B	G A	D C	G A	P C	D B
2 - 1	 B	 C	G-D-P A	G A	P B	D C	P C	G A	D B
solutions →	A (1er cas)			B (2e cas)			C (3e cas)		

Remarques:

1. *Si P est prise sous G, alors G et D restent forcément ensemble, donc solution en D (1er cas).*

2. *Dans les autres cas, lors de la permutation des gobelets vides, P, G et D occupent chacun un emplacement séparé et ils le restent par la suite. P ne peut se trouver ni en G, ni en D (qui nous sont connus).*

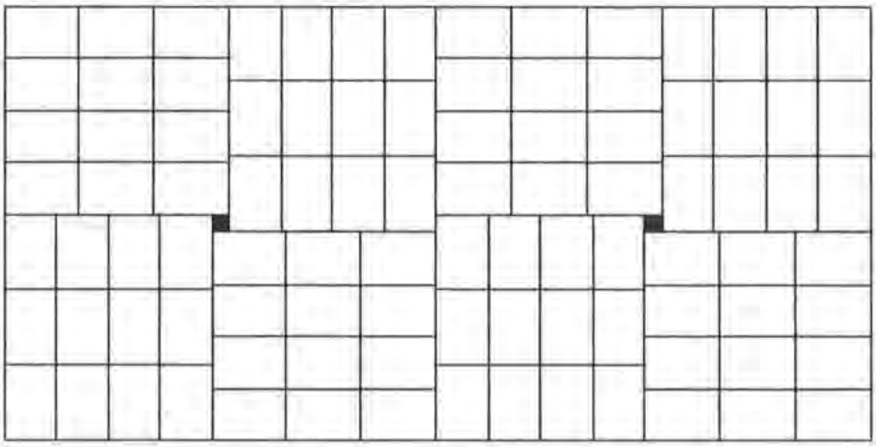
3. *Il est facile de suivre les permutations (D) d'une simple pression des doigts contre son corps au lieu de les replier, (il se peut que l'on soit bien observé !) et il me semble plus aisé d'attribuer les numéros 1, 2, 3 respectivement au pouce, à l'index et au majeur.*

4. *Avec un peu d'entraînement, on peut également laisser choisir la place des gobelets aux spectateurs. Il suffit alors de se souvenir de la place du gobelet-repère, et de partir du bon doigt.*

Ces quatre personnes reçoivent, comme promis, un jeu et les remerciements de la rédaction pour leur contribution.

Numéro 161: Le panneau de photos (p. 25)

On arrive à placer 96 photos sur le panneau, 48 horizontalement et 48 verticalement, à condition de les disposer, par exemple, comme le montre le schéma ci-dessous:



La place nous manque pour les autres problèmes du numéro 161. Leurs solutions seront publiées dans le prochain numéro.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole.* OUI - NON

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.* (tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom: ☐Mme ☐M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ______________________

Date: ____________________ Signature:

Veuillez me faire parvenir:

...... exemplaire(s) de «π» (Fr. 42.- l'exemplaire)

...... jeu(x) ***Quarto***, voir *Math-Ecole* n°154 (Fr.59.- le jeu)

...... jeu(x) ***Patients échanges***, voir *Math-Ecole* n°160 (Fr. 20.- le jeu)

Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

...... n°10 ***Le serpent numérique*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°11 ***Le pin's tourneur*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

.... n°12 ***Le trésor du vieux pirate*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

.... n°13 ***Le Roi des Nuls*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

les anciens numéros suivants: .... n°4 ..... n°5 ..... n°6 ..... n°7 ..... n°8 ..... n°9
(Fr. 13.- l'exemplaire + port)

JAB
1950 Sion 1

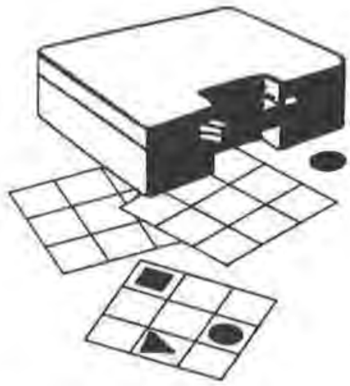
envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7

SOLA DIDACT
MARTIGNY
tél: 026 / 22 54 64
fax: 026 / 22 02 48

LOGIX

Un nouveau jeu **simple et fascinant**
pour développer les habiletés intellectuelles
et évaluer les capacités de raisonnement logique **de l'enfance à l'âge adulte.**

Prix net: Frs 59.-



LOGIX permet:

1. de se concentrer
2. d'interpréter les données d'un problème
3. de combiner des propositions logiques
4. de formuler des hypothèses
5. de tirer des conclusions
6. de vérifier sa solution
7. de sélectionner les données utiles dans un ensemble d'énoncés
8. de prouver sa solution

Voir article de présentation paru dans *Math-Ecole* n°159.

IMPORTANT:

LOGIX vous permet de savoir si les difficultés en mathématiques d'un enfant sont attribuables à une défaillance en lecture ou à un problème de pensée logique.

LOGIX, qui n'exige aucune connaissance en lecture et ne se réfère à aucun contexte culturel, permet de tester purement et simplement le fonctionnement logique.

LOGIX est un excellent instrument de diagnostic et permet de distinguer l'origine réelle des problèmes de l'élève.

LOGIX est présenté dans une malette de plastique qui comprend: une grille vierge de 9 cases - 9 pièces à jouer - 62 cartes numérotées graduées - une feuille de route - un livret d'explication du jeu comprenant les solutions.