septembre 1994

33e année

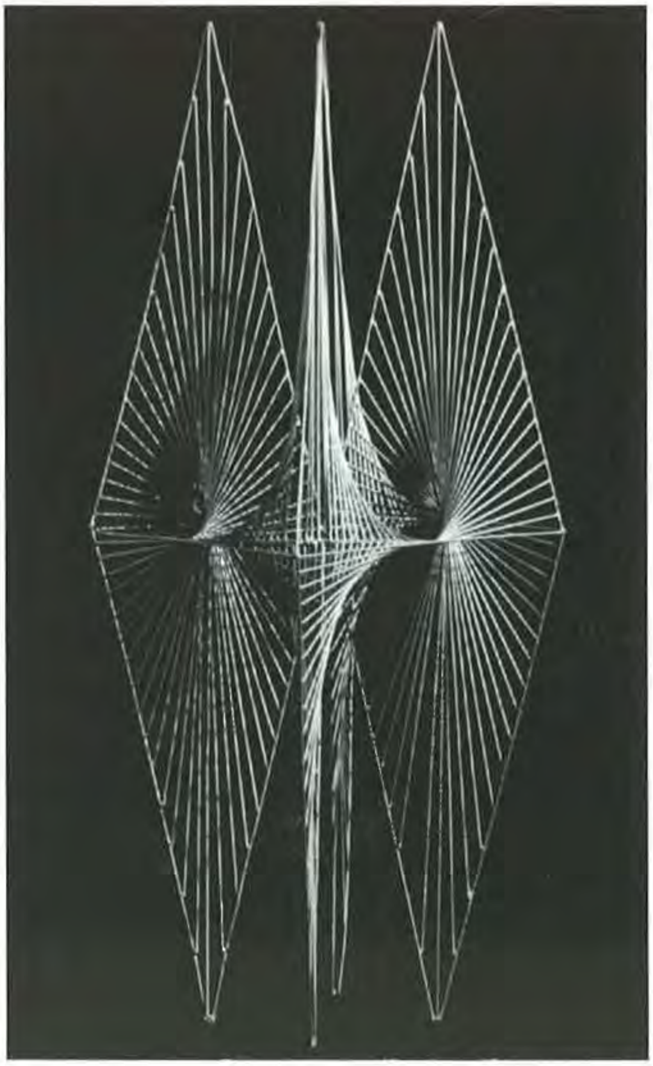
164

MATH ECOLE

Le jeu de GO

Le nombre en première année

Condorcet, moyen d'apprendre à compter sûrement



Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignement les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

MATH-ECOLE

33e année 5 numéros par an

164

septembre 1994

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
œuvre d'Angel Duarte
Maquette en fil de fer galvanisé,
30 x 10 x 10 cm

Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

Formation coordonnée: un espoir!

Nul n'ignore que, dans les années quatre-vingts, la Commission Intercantonale Romande de Coordination de l'Enseignement (CIRCE III) a défini des programmes-cadres pour les degrés 7, 8 et 9. Depuis, chacun a découvert les limites de leur mise en application et la construction d'un enseignement commun aux derniers degrés de la scolarité obligatoire de Suisse romande s'est effritée. L'une des causes probables de cet échec provient du manque de volonté des partenaires qui se sont réfugiés derrière les différences de structures cantonales de nos écoles.

L'idée n'a cependant pas été abandonnée et de nouvelles pistes, visant à atteindre des objectifs semblables, surgissent cycliquement. Par exemple, le groupe *Moyens d'enseignement 7/8/9* de la Commission d'Enseignement des Mathématiques (CEM) mène, actuellement, une réflexion sur un descriptif du contenu et de la forme «idéaux» d'un moyen d'enseignement mathématique commun pour les degrés concernés. Dans un domaine parallèle, un autre exemple mérite d'être souligné. Il s'agit de la démarche entreprise par le groupe des Responsables romands et tessinois de la Formation Pédagogique des maîtres de l'enseignement secondaire (RFP), dont la tentative a pour but:

- de créer une dynamique de partage au sein des différentes didactiques, toute mise en commun favorisant une évolution positive,
- de proposer un échange de matériels, d'expériences et de pratiques cantonales,
- de rechercher une coordination dans la formation des maîtres qui favorise l'équivalence des titres en vue d'une homogénéité intercantonale.

C'est ainsi que les formateurs d'enseignants de mathématiques – maîtres de didactique, méthodologues ou maîtres de stages suivant les cantons – se retrouvent régulièrement depuis une année. Ces rencontres ont été l'occasion d'étudier, entre autre, la problématique de la formation à un enseignement par situations (activités de recherche, problèmes «ouverts», situations-problèmes, ...) et celle de l'évaluation que l'on peut en faire. D'une manière générale, et c'est réjouissant, les débats ont permis de dégager une certaine identité de vue chez les formateurs qui soulignent, notamment, que:

- pour tenir compte des résultats les plus récents de la recherche en didactique des mathématiques, une formation initiale à ce «mode» d'enseignement doit être proposée, même si sa maîtrise se révèle plus aisée après quelques années d'expérience;

- l'apparition dans les nouveaux moyens d'enseignement de ces activités nécessite qu'elles soient prises en compte par la formation initiale afin de mieux préparer les jeunes maîtres;

- l'enseignement par le problème doit être également l'objet d'une formation continue, formation que les formateurs souhaitent en majorité suivre (différentes tentatives existent déjà dans plusieurs cantons: PPM – pratiques pédagogiques en mathématiques – à Genève; cours ponctuels dans les centres de formation et de perfectionnement; mise en pratique par les maîtres durant les semaines pédagogiques...);

- par suite de l'hétérogénéité de la «population» des maîtres en formation (connaissances techniques inégales, expérience plus ou moins grande, différences d'âge,...), l'attente de chacun s'avère souvent très diversifiée;

- dans le cadre d'une formation «chez un maître de stage», la découverte d'un enseignement par le problème dépend essentiellement de sa conviction personnelle.

Les réunions de cette année visaient avant tout en une première prise de contact. Un moyen dynamique pour atteindre ce but consistait à s'activer dans un domaine d'enseignement d'actualité, afin de confronter les pratiques respectives. Ce premier pas étant franchi, les formateurs vont tenter maintenant de mettre sur pied une stratégie permettant de dégager les points communs à chaque formation cantonale. C'est le but de la deuxième étape qui se déroulera durant l'année scolaire à venir.

Puisse-t-elle être aussi fructueuse que la première!

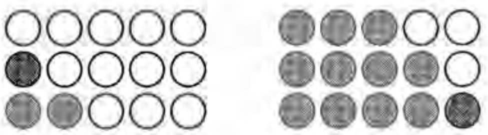
Michel Chastellain, SPES, Lausanne

Le nombre en première année[1]

par François Jaquet, IRDP, Neuchâtel

Le nombre avant les réformes de l'enseignement des mathématiques

Les premières pages des cahiers ou livres d'arithmétique antérieurs aux réformes des années 70 présentent immuablement les premiers nombres naturels, un à un, dans leur ordre croissant. On consacre une page entière à chacun d'entre eux, où l'écriture symbolique, le chiffre, est accompagnée d'images représentant des collections équivalentes d'objets. Ainsi, le «5» est présenté par cinq lapins, cinq cerises, le cinq d'un dé ou d'un domino, parfois par des alignements de cinq points rouges, quatre rouges et un noir, trois rouges et deux noirs, etc.



Derrière cette présentation du nombre, il y a une volonté d'en montrer des images concrètes, de faire observer puis imiter des configurations, de faire constituer à l'élève d'autres collections équivalentes. Le livre, par ses exemples, comme le maître, par son discours, sont chargés de transmettre un savoir déjà constitué: les nombres existent depuis toujours, avec leur organisation et leurs caractéristiques. A l'élève de les apprivoiser. Les conceptions pédagogiques sont ici nettement inspirées de l'empirisme: c'est l'observation et l'expérience pratique qui, bien agencées du simple au complexe, vont constituer la connaissance de l'élève.

Dans cette approche, les nombres sont confondus avec les collections qu'il représentent. Même s'ils sont présentés dans un ordre rigoureux, on n'insiste pas encore sur le «+ 1» qui fait passer de l'un au suivant. L'aspect cardinal sera dégagé plus tard au moment de passer du «nombre d'objets» au «nombre abstrait», dans la pratique des opérations. La présentation de la numération écrite et parlée se fera lors du passage de la dizaine, et au fur et à mesure de la progression dans l'ensemble des nombres utilisés.

Les apports des réformes

Dans les moyens d'enseignement accompagnant les réformes des années 70, le nombre apparaît plus tardivement. Il est précédé de diagrammes ensemblistes ou relationnels révélant une **importante activité «pré-numérique» de classement et de sériation**.

La démarche pédagogique est inspirée à la fois du constructivisme piagétien et des structures que les mathématiciens ont définies dans la première partie du 20e siècle. Elle repose sur l'élève qui «agit pour abstraire»: son action sur le réel doit lui permettre d'observer des ressemblances, des différences, des permanences et de faire apparaître les structures sur lesquelles se fonde la notion de nombre. On parle alors du nombre naturel comme d'une propriété attachée ni à des objets, ni à une collection particulière mais à une classe d'ensembles

[1] Ce texte est tiré des futurs moyens d'enseignement romands de mathématiques pour l'école primaire: *MATHÉMATIQUE première année, livre du maître.* Edition de «mise à l'épreuve» 1994, COROME

équivalents (en correspondance terme à terme): leur cardinal. Ce schéma de construction théorique est très satisfaisant pour un mathématicien, mais on peut se demander s'il n'y a pas un écart important entre ce que l'adulte croit que l'enfant a construit et ce que l'enfant a réellement fait. (Ce que G. Brousseau appelle l'«effet Jourdain»).

Mais les conceptions de l'apprentissage ne sont pas très différentes des précédentes. Il ne s'agit que d'un déplacement des contenus, du nombre vers les structures prénumériques. Même si l'on s'intéresse aux processus d'abstraction reposant sur l'activité de l'élève, on cherche à faire acquérir des notions construites sur d'autres notions préalables, selon un ordre «logique». Cette construction pas à pas, s'effectue à partir d'un cerveau considéré comme une «cire numériquement vierge». On ne tient donc pas compte des acquisitions et savoir-faire que l'élève tire de ses pratiques numériques antérieures ou extra-scolaires, pourtant souvent fortement valorisées socialement: la connaissance de la comptine, des stratégies «spontanées» de comptage, la reconnaissance et parfois l'écriture de chiffres, etc.

Dans un entretien avec Piaget[1], un de ses interlocuteurs évoque une approche du nombre proposée par un manuel français de l'époque des «maths modernes»:

... *On leur (les enfants) faisait étudier les relations, ensuite on leur disait qu'il y avait des bijections entre des ensembles d'oiseaux et des ensembles de fleurs, etc. et puis on leur disait que quand deux ensembles étaient en bijection, on leur mettait une étiquette qui représentait le cardinal et on disait qu'ils avaient le même cardinal. Ensuite vous tourniez la page et vous voyiez: «on dit donc que deux ensembles ont le même cardinal lorsqu'ils ont le même nombre d'objets». L'élève répondait alors: «Ah, c'est ça que vous vouliez dire?» Parce que, bien sûr, les enfants savaient compter!*

Piaget: ... *Il fallait le dire tout de suite!*

Cette petite anecdote est certes caricaturale mais elle montre bien qu'on ne peut pas ignorer les connaissances personnelles de l'élève, acquises indépendamment de son cursus scolaire.

Propositions actuelles

Les nombreuses recherches en didactique des mathématiques, comme les évaluations des réformes des années 70 reconnaissent l'importance du sens (le pourquoi) et des connaissances initiales (à partir de quoi) dans la construction par l'élève de nouvelles connaissances.

L'option proposée par les modules du thème NOMBRE de première année prend en compte le sens dont l'élève a besoin et ses connaissances initiales dans les propositions d'activités. L'enfant qui entre à l'école sait beaucoup de choses dans le domaine du nombre. Ce qu'il sait n'est certainement pas le «savoir savant», ni celui des plans d'études, ni celui qu'il aura à la fin de la première. Il connaît des éléments de la comptine, sait dénombrer des objets, comparer numériquement des collections, résoudre efficacement quelques problèmes d'arithmétique. Bref, il se sert de «son nombre», même s'il n'en a qu'un concept partiel.

Mais toutes ces conceptions du nombre sont fort différentes d'un élève à l'autre. Certains entrent en première année avec un bagage important: savent compter jusqu'à cent, connaissent une partie de la table d'addition, ont tissé un réseau complexe de relations entre leurs «nombres». D'autres, au même moment, ne «savent» presque rien dans ce domaine: leur comptine ne va pas au-delà

[1] «Une heure avec Piaget», in: Revue française de pédagogie n°37, 1976.

de dix, voire moins, ils ne connaissent pas l'écriture des chiffres, etc.

Sans ignorer l'importance des aspects cardinal et ordinal du nombre, ainsi que la relation additive qui permet de construire tout nombre naturel à partir de son précédent en lui ajoutant 1, nous ne pensons pas que ces concepts doivent être confondus avec des objectifs du programme que l'on tenterait d'atteindre un à un. Nous proposons de les aborder de front, **en situations** (à partir des connaissances initiales), et de faire émerger les propriétés essentielles du nombre, là où elles répondent à une **nécessité** (avec du sens).

Par conséquent, on ne peut pas décrire une «progression», linéaire et identique pour chaque enfant. On ne peut que signaler ici quelques passages clés dans l'élaboration du concept de nombre, inextricablement lié à ceux de classe, de relation, de cardinal, d'ordinal, d'unité, d'addition.

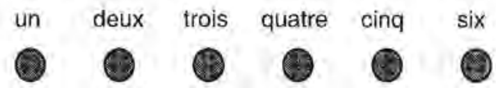
La correspondance terme à terme et la comptine

Il est possible de comparer la «cardinalité» de deux collections sans se référer au nombre: c'est le procédé bien classique consistant à apparier les éléments des collections, deux à deux, par correspondance terme à terme. Cette procédure répond à la demande «y en a-t-il autant? plus? ou moins?»

Les travaux de Piaget sur la conservation du nombre ont mis en évidence l'importance de la configuration des collections comparées. Dans le cas où elles sont équivalentes, le fait d'écarter les éléments de l'une d'entre elle peut conduire l'enfant à changer de jugement et dire qu'il «n'y en a plus la même chose». Ceci montre qu'une correspondance terme à terme correctement effectuée ne signifie pas encore l'existence d'un «cardinal» attribué aux deux collections et, par conséquent, d'une permanence du «nombre» de leurs éléments.

Plutôt que d'apparier les éléments des collections à comparer, l'enfant peut passer par l'intermédiaire de la suite des mots-nombres: la comptine. Mais là aussi, les observations font apparaître plusieurs stades:

- une simple récitation «undeuxtroisquatrecinqsix..» dans laquelle les mots ne sont pas différenciés,
- une suite de mots bien distincts: un - deux - trois - quatre - ... ,
- une suite utilisée dans un contexte de dénombrement, où chaque mot est associé à un objet. Mais certains objets peuvent être oubliés ou d'autres pris plus d'une fois avant qu'il y ait véritable correspondance terme à terme entre les mots - qui ne sont pas encore des nombres - et les objets!



Le comptage

A la demande «combien de...?», l'enfant sait qu'il doit donner une réponse de type numérique. Il va donc compter les objets de la collection concernée. Il doit ici aller au-delà de la simple correspondance terme à terme et retenir le dernier mot de la suite.

Ce passage exige une transition du «dernier» élément compté à l'ensemble de la collection, indépendamment de l'ordre dans lequel s'est effectué le comptage (le «dernier» peut être n'importe lequel).

Dans ce schéma, le «six» du dernier élément est aussi le cardinal de la collection.

Là encore, plusieurs stades apparaissent à l'observation:

- La suite de mots peut encore être personnelle et différer de la comptine «officielle» admise. (Un élève qui oublie toujours les trois mêmes mots et doit aller chercher une collection d'objets équivalente à une collection qu'il a comptée, peut revenir avec le «bon nombre» d'objets sans qu'il porte de même nom et dire, par exemple, j'en ai «vingt-quatre» alors que ce nombre est le «vingt-et-un» des autres.)

- Le dernier mot prononcé n'a pas encore le statut d'outil pour tous. Certains enfants ne se rendent pas compte que ce mot-nombre leur permet de mémoriser, par exemple, une quantité d'objets à aller chercher pour constituer une deuxième collection équivalente. (Dans *Les cousins*, la correspondance terme à terme fonctionne entre la première collection et la comptine dont on a retenu le dernier mot, mais elle ne se prolonge pas vers la deuxième collection à constituer).

- Le mot-nombre a obtenu son statut cardinal et devient un repère sûr et fiable pour dénombrer, mémoriser le nombre d'éléments d'une collection et le communiquer. Mais il n'est pas certain que, du point de vue ordinal, il soit en relation avec les autres mots-nombres qui le précèdent et qui le suivent. (Si on ajoute un élément à la collection que l'enfant vient de compter, il peut avoir encore besoin de tout recompter.)

Du comptage au calcul

D'autres problèmes vont se poser ensuite: combien y en a-t-il en tout? combien de plus? combien faut-il en ajouter? en enlever? etc. Là encore, les aspects cardinaux des collections et ordinaux de la comptine vont fusionner selon des modes personnels.

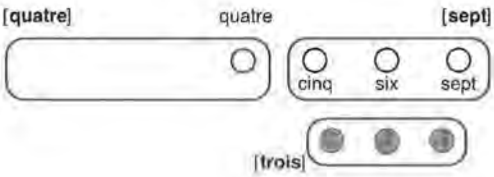
Par exemple, dans un jeu où l'enfant doit réunir deux collections dont il connaît les cardinaux, plusieurs procédures s'offrent à lui.

- Il peut ne former qu'une seule collection et «**recompter**» le tout.

- Il peut «**surcompter**» à partir du dernier mot-nombre (cardinal) mémorisé de la première collection. Il faut alors que sa comptine soit sécable, c'est à dire qu'elle puisse être reprise à partir d'une interruption:

Dans cet exemple, le «quatre» est à la fois le cardinal de la première collection et un mot de la suite permettant de continuer à dénombrer:

Lorsque les éléments de la deuxième collection ne sont pas visibles, l'enfant devra faire appel aux deux cardinaux et reprendre une deuxième fois la comptine sur une troisième collection de référence (les doigts en général), comme dans l'exemple suivant, en prenant en compte le «quatre», cardinal du premier ensemble, et le «trois», cardinal du second ensemble. Mais il n'est pas certain que le «sept» ait le statut de cardinal, il peut n'être que le dernier mot du comptage, sans référence à la réunion des deux collections:



Dispositif de contrôle:
3 doigts qui se lèvent,
par exemple.

L'enfant a encore d'autres stratégies à disposition, qui dépendent de la grandeur des nombres en question, de la familiarité de la situation, de nombreux facteurs affectifs, sociaux, etc. Comme pour la notion de nombre, ces calculs élémentaires prennent du sens pour l'élève au fur et à mesure qu'il comprend qu'ils lui donnent le pouvoir d'anticiper, de prévoir le résultat. Sa connaissance des nombres et des opérations peut être encore très partielle et pourtant, certaines procédures sont susceptibles d'être mises en oeuvre avec succès. C'est cette efficacité qui, en retour, va participer à la mise en place des notions sur lesquelles elle repose.

La bande numérique

La suite des mots-nombres qui s'étoffent peu à peu pour acquérir le statut de «nombre à part entière», (cardinal, ordinal, décomposable en unités) est un instrument oral. Sa pratique doit se doubler d'un travail sur son écriture: la suite écrite des nombres ou la «bande numérique».

Cette présentation des nombres permet à l'enfant d'y fixer les éléments, de s'y déplacer, de vérifier des comptages, d'effectuer des calculs. Ainsi, par exemple, pour anticiper le résultat d'un gain ou d'une perte sur une quantité donnée (problème de nature cardinale), l'élève pourra utiliser la bande numérique en y avançant ou y reculant (par une procédure à caractère ordinal).

L'addition et le répertoire additif

C'est l'addition qui donne au concept de nombre sa valeur instrumentale ou fonctionnelle: lorsque dans la suite numérique, tous les mots-nombres sont des cardinaux et qu'ils sont totalement ordonnés par la relation «vaut un de plus que...».

Dès lors, dans les situations ou il s'agit de réunir deux collections ou d'ajouter quelque chose, l'enfant est capable de considérer les deux termes pour eux-mêmes et d'y associer leur somme. Inversement, il peut décomposer un nombre en deux ou en plusieurs termes.

La résolution de problèmes va peu à peu enrichir le champ des situations additives de l'élève. Par exemple: compléter une collection pour qu'elle ait autant d'éléments qu'une autre, doubler une collection, atteindre une case sur un jeu de l'oie, trouver le nombre d'éléments qu'il y aura dans la réunion de deux collections, envisager les différentes partitions possibles d'une collection, procéder à des partages équitables,... Ces situations vécues vont permettre d'établir le **répertoire additif,** c'est à dire un inventaire ordonné, personnel ou collectif (de la classe), des sommes rencontrées.

Dans le répertoire additif (voir page suivante), chaque nombre est présenté par ses différentes décompositions en sommes de deux termes. Inversement, tous les couples de deux nombres y figurent, avec leur somme. On y trouve par conséquent la **table d'addition**, dans une présentation où les sommes sont mises en évidence (plutôt que les termes). C'est donc au sein du répertoire additif que va s'effectuer l'apprentissage de la table d'addition des nombres inférieurs à 10 qui servira de base à l'algorithme d'addition, au programme de la deuxième année.

En conséquence

Le choix qui a dicté l'élaboration et la présentation des activités du thème NOMBRE, de première année est de ne «pas enseigner les nombres aux élèves, mais de leur permettre de les utiliser, d'en faire quelque chose»[1], tout en étant conscient

---

[1] ERMEL, *Apprentissages numériques, cycle des apprentissages fondamentaux, CP.* Hatier 1991.

des différentes étapes de leur construction. L'enfant a commencé à utiliser «ses» nombres bien avant d'entrer à l'école, c'est en poursuivant ses pratiques qu'il donnera peu à peu du sens à leurs appellations, à leurs écritures, à leurs relations. Le rôle du maître est de lui fournir des situations d'apprentissage assez riches pour que ses représentations évoluent et de veiller à ce qu'il s'approprie les connaissances nouvelles nécessaires.

Répertoire additif ordonné (limité aux sommes de deux nombres naturels):

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	...
0+0	1+0	2+0	3+0	4+0	5+0	6+0	7+0	...
	0+1	1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1	...
		0+2	1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	...
			0+3	1+3	2+3	3+3	4+3	...
				0+4	1+4	2+4	3+4	...
					0+5	1+5	1+6	...
						0+6	1+6	...
							0+7	...
								...

Répertoire additif présenté sous la disposition habituelle de la table d'addition:

0 1 2 3 4 5 6 7

+	0	1	2	3	4	5	6	7	...
0	**0**	**1**	**2**	3+0=**3**	4+0	5 +0	6+0	7+0	...
1	**1**	**2**	2+1=**3**	3+1	4+1	5+1	6+1	...	...
2	**2**	1+2=**3**	2+2	3+2	4+2	5+2	...	...	
3	0+3=**3**	1+3	2+3	3+3	4+3	...	...		
4	0+4	1+4	2+4	3+4	...	...			
5	0+5	1+5	2+6	...	...				
...	...	...	...	...					

C'est ce répertoire additif que l'élève aura à mémoriser au cours de sa première année d'école primaire.

Pour en savoir plus:

BIDEAU Jacqueline, MELJAC Claire, FISCHER Jean-Paul et all. *LES CHEMINS DU NOMBRE*, Presses universitaires de Lille, 1991.
(Cet ouvrage, paru cinquante ans après *La Genèse du Nombre* de Jean Piaget et Alina Szeminska, fait le point sur l'état actuel des recherches sur la construction du nombre, tant pour l'enfant que pour l'enseignant, le chercheur ou le psychologue praticien. Il prend en compte les travaux des spécialistes internationaux les plus compétents et les plus connus dans ce domaine, sans aucune exclusive d'école. Il montre que le sujet est loin d'être épuisé, que les différents apports de ceux qui y travaillent sont complémentaires et qu'il reste encore beaucoup à apprendre sur l'utilisation par l'enfant du nombre et des opérations numériques.)

ERMEL *APPRENTISAGES NUMÉRIQUES, cycle des apprentissages fondamentaux*, Grande section de maternelle, CP, CE1, Hatier, 1990, 1991, 1993.
(La série des ouvrages de l'équipe ERMEL propose des activités pour les apprentissages numériques, accompagnées de développements historiques, didactiques et mathématiques fort complets. Les choix pédagogiques sur lesquels s'articulent les propositions y sont exposés de façon fort explicite et honnête.)

ERRATUM concernant QUARTO! (page 13 du numéro 162)

Nous avons reçu cette rectifiction de la firme **GiGamic** qui édite ce jeu et nous la publions volontiers en nous excusant de l'erreur. (ndlr)

GiGamic - Jeux de Société

Avant tout grand merci pour votre intérêt en QUARTO!, dont nous sommes les heureux éditeurs avec la bénédiction de l'auteur, M. Blaise Muller.

Blaise nous a récemment adressé copie de votre numéro d'avril qui, comme il le pressentait, appelle rectification de notre part. En effet, si QUARTO! a bien été primé au Festival International des Jeux à Cannes (Super As d'Or - Meilleur jeu toutes catégories), c'est en 1992, soit au moment de sa première édition. Cette année, à l'occasion du 8e Festival, nous présentions PYRAOS, notre nouveau jeu, qui a été nominé mais non primé. C'est PUSHER, un jeu d'adresse à base de billes (éditeur PERI Spiele), qui a reçu le Super As d'Or et BREAK-OUT (diffusé sous licence par Habourdin en France) l'As d'Or en Jeux de Stratégie. On ne peut gagner à tous les coups...

J'en profite pour vous donner la liste des autres prix reçus à ce jour par QUARTO!: **Toy Award** et **Jouet de l'année 1992** en Belgique (jamais un jeu n'y a reçu les deux prix), second prix du **Giocco dell'anno 1993** en Italie, mention spéciale de l'**Oscar du Jouet 93** à Paris (un jeu de société y est reconnu pour la première fois), parmi les dix meilleurs jeux nominés pour l'attribution du titre de **Spiel des Jahres 1993** en Allemagne, parmi les 5 jeux élus **Mensa's best Games 1993** aux Etats-Unis, où il a également remporté le **Parents' Toys Award**, nominé au **Speelgoed van't Jaar 1994** aux Pays-Bas (résultats en septembre), ... (liste sûrement non close!).

Cela illustre bien, s'il en était besoin, la qualité du jeu créé par Blaise Muller, dont nous vous remercions encore une fois de vous faire l'écho dans vos colonnes.

Jean-Christophe GIRES

CONDORCET
Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité [1]

NDLR. Deux cent ans après la mort de Marie Jean Antoine de Caritat, marquis de Condorcet, il est passionnant de se plonger dans la lecture de son dernier ouvrage, posthume: un manuel d'arithmétique élémentaire accompagné de notes méthodologiques! On doit aux éditions ACL d'avoir réédité ce grand texte, de l'avoir accompagné d'une bibliographie complète et de nombreux articles ou commentaires sur les œuvres de Condorcet, sur la genèse de ce traité d'arithmétique, sur ses aspects didactiques et pédagogiques, sur les moyens d'enseignement de l'époque.

Suite logique des principes théoriques et des projets législatifs élaborés tout au long de sa vie, ce texte du grand savant des «Lumières» est le premier, en langue française, destiné à un enseignement de masse, devant de nombreux élèves. C'est aussi le premier manuel scolaire assorti d'un «livre du maître».

Nous en publions ici la première leçon et le début de la deuxième, pour que nos lecteurs puissent prendre conscience de l'intérêt historique et scientifique de ce document. A cette lecture on peut se demander si la modernité se situe bien là où on le croit et le dit.

Les notes à l'intention des instituteurs (**N**) sont séparées des leçons dans le texte original. Nous les avons intercalées ici dans les leçons, pour éviter les rappels et les passages du livre de l'élève à celui du maître.

---

[1] CONDORCET *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité.* Avec études, notes, commentaires, bibliographie, de Charles COUTEL, Nicole PICARD et Gert SCHUBRING. (1988). ACL Editions, 50 rue des Ecoles, 75005 Paris, ou Librairie scientifique et technique A. Blanchard, 9, rue de Médicis, 75006 Paris.

MOYENS

D'APPRENDRE

A COMPTER SUREMENT

ET AVEC FACILITE

N *[Je ne mets pas le nom de la science dans le titre, parce qu'il faut en connoître les premiers élémens avant d'en bien entendre la définition.]*

PREMIERE LEÇON

N *[J'ai conservé le mot leçon, malgré l'idée un peu pédantesque qu'il peut réveiller ; car en employant un autre mot, il auroit en peu de tems le même sort.*

D'ailleurs, la prétention de cacher le maître et l'instruction directe dans un enseignement public, est une chimère ; c'est vouloir jouer une plate comédie dont tous les enfans ont le secret.]

En voyant deux choses qui nous paroissent semblables, en portant notre attention d'abord sur chacune d'elles en particulier, puis sur les deux réunies, nous avons l'idée d'une chose et de deux choses, d'un et de deux.

Si, après en avoir vu une et deux, nous en voyons trois, quatre, nous voyons d'abord l'idée de un, puis celle de deux, de trois, de quatre, qui ne sont pas un, et qui diffèrent *entre eux : nous avons donc l'idée d'unité, et celle de ce qui est un répété plus ou moins de fois, c'est l'idée de nombre .*

N *[L'Instituteur aura soin d'expliquer ici aux Élèves, comment l'idée de nombre, née de la perception simultanée de plusieurs choses semblables, s'étend à des choses non semblables.*

Il leur dira, qu'alors on suppose à ces choses différentes, une qualité semblable: on les considère seulement par rapport à cette qualité.

Ainsi on a dit, une pomme et une pomme, sont deux pommes; ensuite, une pomme et une poire; sont un fruit et un fruit, sont deux fruits; puis encore, une pomme et une poire, sont un corps et un corps, sont deux corps.

Enfin, on a fini par ne pas même considérer ces qualités semblables: on dit, une chose et une chose, sont deux choses: un et un sont deux, en considérant ces deux choses comme ayant une qualité semblable quelconque, par rapport à laquelle on pouvoit les considérer comme les mêmes.

Lorsque vous considérez une qualité commune à plusieurs objets, sans faire attention à celles qui les distinguent, et séparant l'idée de cette qualité commune, de celles des autres qualités, on dit que l'idée de cette qualité est une idée abstraite, parce qu'on la sépare, ou l'abstrait des autres qualités avec lesquelles elle se trouve dans les divers objets. On l'appèle aussi idée générale, parce qu'elle est celle d'une qualité, ou de plusieurs qualités, qui sont communes à des objets, d'ailleurs différens.

Plusieurs objets qui ont une ou plusieurs qualités communes, forment un genre d'objets.

Je ne crois pas nécessaire d'analyser en détail, pour les Élèves, les idées exprimées par les mots perception, attention, idée, objet, qualité; il suffit de leur en faire comprendre le sens par des exemples.]

On a donné des noms aux nombres; ainsi, un ajouté à un s'appèle deux ; est la même chose que deux , est égal à deux; un et un sont... Deux .

Un ajouté à deux, ou, ce qui est la même chose, à un et à un, s'appèle trois, est égal à trois; un et deux sont... Trois.

Un ajouté à trois, s'appèle quatre, est égal à quatre; un et trois sont... Quatre.

Un ajouté à quatre, s'appèle cinq, est égal à cinq; un et quatre sont... Cinq.

...

Un ajouté à deux , est la même chose que deux ajouté à un, puisque ce sont toujours deux choses et une chose que l'on considère comme réunies.

Un et deux sont trois ; un et trois sont quatre ; quatre est donc la même chose que deux auquel on ajouteroit un et puis un ; que deux auquel on auroit ajouté deux ; que deux et deux ; deux et deux sont quatre.

Ainsi quatre, ou un auquel on auroit ajouté un, puis un, puis encore un ; deux et deux , trois et un sont la même chose, sont nombres égaux .

...

Huit et un sont neuf, et un sont dix ; donc huit et deux sont dix . Nous avons *vu déja que cinq et trois étoient huit; donc cinq, trois, et deux, sont dix.*

On dit encore: la somme de cinq et trois est huit; la somme de six et un est sept; la somme de cinq, trois et deux, est dix.

N *[L'Instituteur fera observer, que quand on dit un et un sont deux; un et un, et puis encore un, sont trois; un et deux sont trois; cela signifie que l'expression un et un, et l'expression deux; l'expression un et un, et puis encore un, et l'expression trois; désignent une même idée, si l'on a égard au nombre seulement; mais il n'en est pas moins vrai, que un et un ex-priment une chose et une autre chose, et que deux exprime ces deux mêmes choses con-sidérées ensemble et comme réunies.*

...

Les mots un, et un, et un, vous présentent immédiatement trois unités distinctes; les mots un et deux, une unité, et une collection de deux unités; le mots trois une collection de trois unités.

Ainsi, la proposition un et deux sont trois, n'exprime pas seulement, que j'appèle trois, un ajouté à deux; mais elle signifie aussi, qu'en ajoutant un à deux, j'ai le même nombre qu'en ajoutant d'abord un à un, et ensuite encore un.

Cette observation a échapé à des Métaphysiciens célèbres.

On fera remarquer dans plusieurs propositions de cette espèce, (car il faut multiplier les exemples) les deux idées qui les forment, et le mot est, sont, qui expriment qu'il existe une identité partielle entre ces deux idées.

Celle pour qui l'on reconnoît cette identité, s'appèle le sujet; celle en qui se trouve cette identité partielle avec la première, s'appèle attribut.

Dans la proposition deux est un nombre, vous reconnoissez une identité partielle entre l'idée de deux, collection de deux unités, et l'idée de nombre, collection d'unités en général.

Lorsque les enfans seront un peu exercés à dire, quatre et trois sont sept, cinq et quatre sont neuf, etc., on leur fera observer qu'ils adhèrent à ces propositions, quoiqu'au moment où ils les prononcent, ils ne se rappèlent pas distinctement comment ils ont appris à former le nombre sept, en ajoutant successivement à quatre un, puis un, et ensuite une unité.

On leur fera observer en même-tems, qu'ils se rappèlent distinctement que lorsqu'ils ont fait ces opérations, ils ont vu clairement que quatre et trois sont sept. Ils le croient donc avec confiance, parce qu'ils se souviennent être parvenus à percevoir l'identité partielle de ces deux idées, l'égalité entre ces deux nombres.

De-là, ils apprendront que le souvenir distinct d'avoir eu la perception de l'identité des deux idées qui forment une proposition, c'est-à-dire de l'évidence de cette proposition, est le seul motif qu'ils ont d'y croire, quand ils n'apperçoivent plus immédiatement cette évidence; et que le souvenir seul d'avoir toujours répété ou écrit cette proposition, sans celui d'en avoir senti l'évidence, ne seroit pas un motif de croire.

...]

La somme de deux nombres est le nombre que l'on trouve en les ajoutant l'un à l'autre: la somme de plusieurs nombres *que l'on trouve, en les ajoutant successivement les uns aux autres.*

Ainsi, vous savez déja exprimer les nombres jusqu'à dix, et de plus, former et exprimer leur somme, lorsqu'elle n'est pas plus grande que dix.

On pourroit de la même manière ajouter successivement des unités à dix ; et à chaque fois que l'on en ajouteroit une nouvelle, donner un nom au nombre qui en résulteroit; mais on voit aisément combien la nécessité de retenir ces noms fatigueroit la mémoire; d'ailleurs, à quelque nombre qu'on se fût arrêté, on pourroit encore y en ajouter d'autres; il faudroit, lorsque l'on en auroit besoin, inventer des noms nouveaux; et, pour se faire entendre, on seroit obligé de les expliquer aux autres, qui eux-mêmes, seroient obligé de les retenir: ainsi on a donc cherché des moyens d'exprimer tous les nombres avec un petit nombre de noms, de manière à être entendu de tous ceux à qui ce moyen seroit connu, quelque nombre que l'on voulût exprimer.

Ensuite on s'est apperçu que les comptes deviendroient très-longs, si on étoit obligé d'écrire le nom de chaque nombre; et l'on a cherché à les exprimer, en écrivant par des signes qui pussent se former plus promptement: un s'écrit... 1.

Un et un, ou deux, s'écrit... 2.
Un et deux, ou trois, s'écrit... 3.
Un et trois, ou quatre, s'écrit... 4.
...
Un et huit, ou neuf, s'écrit... 9.
Un et un, un plus un, s'écrit... 1 + 1.
Un plus deux, s'écrit... 1 + 2.

Le signe + entre deux nombres, signifie qu'on les considère comme ajoutés l'un à l'autre: un plus un est égal à deux, s'écrit... 1 + 1 = 2.

Un plus deux est égal à trois, s'écrit... 1 + 2 = 3.

Le signe = exprime que deux nombres sont égaux entre eux.

On a senti également la nécessité de pouvoir les exprimer tous par un petit nombre de signes, pour n'être pas obligé d'en avoir beaucoup à retenir, et d'introduire un signe nouveau, quand on auroit besoin d'écrire un nombre plus grand que ceux pour lesquels on auroit des signes: ces signes s'appèle des chiffres.

Cette manière d'exprimer tous les nombres par un petit nombre de mots, ou de chiffres, s'appèle numération; et comme il étoit possible d'en trouver plusieurs, chacune d'elles s'appèle un système de numération.

N *[On fera remarquer aux élèves la commodité des chiffres 1, 2... 9 qui tiennent moins de place, et s'écrivent plus vite que les mots un, deux...... neuf.*

On fera la même observation sur les signes +, = ; on ajoutera que, par exemple, 3 + 6 = 9, est non-seulement écrit plus vite que trois plus six est égal à neuf, mais s'apperçoit aussi vite et d'un seul coup d'œil.

Enfin, on fera observer que ces chiffres, ces signes, commes les mots un, deux... neuf, sont arbitraires; qu'on auroit pu choisir d'autres figures de chiffres ou de signes, d'autres mots, que ces mots ayant été une fois convenus entre un certain nombre d'hommes, ceux qui sont venus se joindre à *eux, ont adopté cette même convention dont on les a instruits, comme on vient d'en instruire les Élèves, parce qu'il leur étoit commode d'entendre et d'être entendus: que ces mots varient dans les différentes langues, et que si les chiffres varient moins, c'est qu'on a senti l'avantage de les rendre communs, malgré la différence de langues, avantage qui s'est établi et conservé facilement, vu le petit nombre de ces signes.]*

SECONDE LEÇON

Voici quel est le systême de numération actuellement en France.

Un ajouté à dix, dix et un s'appèlent... Dix-Un.

Un ajouté à dix-un, ou deux ajoutés à dix, dix et deux, s'appèle... Dix-Deux.

Un ajouté à dix-deux, ou trois ajoutés à dix, dix et trois, s'appèlent... Dix-Trois.

...

Un ajouté à dix-six, ou sept ajoutés à dix, dix et sept, s'appèlent... Dix-Sept.

Un ajouté à dix-sept, ou huit ajoutés à dix, dix et huit, s'appèlent... Dix-Huit.

Un ajouté à dix-huit, ou neuf ajoutés à dix, dix et neuf, s'appèlent... Dix-Neuf.

Arrivés à ce terme, nous ne disons pas dix-dix, pour exprimer un ajouté à dix-neuf, ou dix et dix; il est aisé de voir que ce moyen, si l'on le continuoit long-tems, conduiroit à former des noms trop longs, trop difficiles à reconnoître et à prononcer; on l'appèle donc duante: ainsi;

Un et dix-neuf, dix et dix, s'appèlent...Duante.

Un et duante s'appèlent... Duante-Un.

Un et duante-un, duante et deux, s'appèlent... Duante-Deux.

Un et duante-deux, duante et trois, s'appèlent... Duante-Trois,

etc.

N *[On fera remarquer que les mots duante, trente, quarante etc, dérivent des noms deux, trois, quatre, noms qu'exprime le nombre de dixaines exprimé par ces nouveaux noms. Cette observation rendra la signification de ces noms plus aisée à retenir.]*

Un et duante-huit, duante et neuf, s'appèlent... Duante-Neuf.

Un et duante-neuf, duante et dix, s'appèlent... Trente.

Dès-lors vous voyez que trente et un s'appèle trente-un, et ainsi de suite jusqu'à trente et neuf, qui s'appèlent... Trente-Neuf.

Par conséquent, on prononce:

Un et trente-neuf, trente et dix, par le mot... Quarante.

...

Un et soixante-neuf, soixante et dix, par... Septante.

Un et septante-neuf, septante et dix, par... Octante.

Un et octante-neuf, octante et dix, par... Nonante

N *[Il m'a paru nécessaire de faire quadrer la numération parlée avec la numération en chiffres.*

J'ai donc changé ceux des noms de nombre qui rompent l'analogie. Le changement sera même commode pour ceux des enfans très-jeunes qui ne savent pas encore compter; il ne peut avoir aucun inconvénient pour les autres; car il se borne pour eux, à la simple substitution du diante ou duante, au lieu de vingt; de dillion ou dullion, au lieu de milliard.

En effet, dire dix-un, dix-deux, au lieu de onze, douze, n'est pas employer un nouveau mot; c'est seulement exprimer ce qu'on entend par ceux dont on se sert actuellement: pour conserver octente, on auroit pu dire huitente; mais on a octidi dans le nouveau calendrier, octogénaire dans le langage ordinaire, et octave en musique.]

On aura un moyen d'exprimer successivement tous les nombres, depuis un jusqu'à nonante-neuf, nonante et dix, par... Cent.

Cent et cent, ou deux fois cent, par... Deux Cent.

...

Ainsi de suite, en douze leçons, sont abordées la numération, et les quatre opérations.

Cahier magique

par Francis Perret (NAJAROS)

Voici un petit bricolage, fort intriguant, et pourtant très simple à construire:

- Découpez dans du papier fort un rectangle de 296 x 112 mm selon les traits pleins du modèle (fig. 1).

  Les dimensions indiquées ne sont qu'indicatives, on peut évidemment les modifier.

  Les deux rectangles extérieurs sont un peu plus étroits que ceux de l'intérieur pour faciliter les futures manipulations. La largeur de la languette dépend de la grandeur du motif choisi (ici «rond»), elle doit être suffisante pour recouvrir ceux de la ligne centrale.

  La languette doit pouvoir glisser facilement dans l'ouverture créée par son découpage. Prévoyez un jeu de 1 mm.

- Dessinez les motifs (à choix), sur les deux côtés de la feuille, selon les modèles (fig. 1) et (fig. 2). On passe de l'une à l'autre des figures par un retournement selon un axe horizontal (voir sommets A et B).

- Pliez la feuille selon les traits pointillés.

- A partir de la position de la figure 2, rabattre la languette, par dessus, vers la droite (fig. 3).

- Rabattre ensuite la volet de droite et la languette par derrière, en faisant passer celle-ci par l'ouverture. (fig. 4).

- Rabattre finalement le volet de gauche vers la droite, par dessus, puis le bout de la languette à gauche, par dessus (fig. 5), placer le tout bien à plat, les segments notés x réunis.

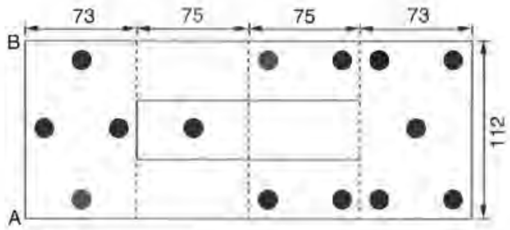


fig. 1

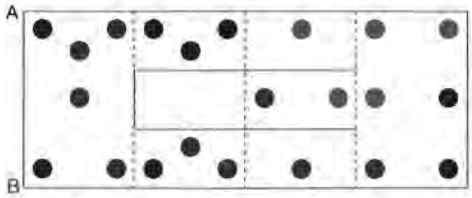


fig. 2

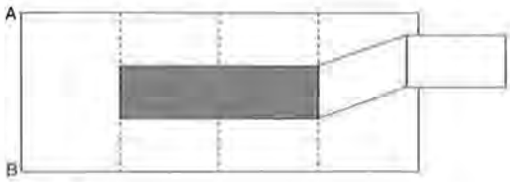


fig. 3

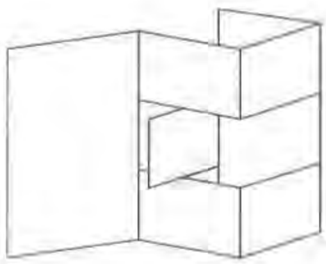


fig. 4

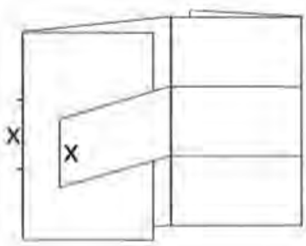


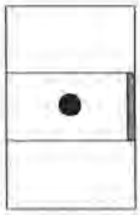
fig. 5

• Il ne reste plus qu'à coller un bout de scotch, en cavalier, pour fixer la languette (fig. 6) et rabattre la partie gauche sur celle de droite.

fig. 6

Le petit cahier magique est prêt à l'emploi. On voit l'as sur le premier volet (fig. 7). En l'ouvrant à droite, comme un livre, on voit apparaître le «2» et le «3» sur ses pages centrales. En tournant la page suivante, c'est le « 4» qui apparaît, sur ce qui semble être le dernier volet! ... mais, ô surprise, on peut encore tourner, ouvrir à droite et trouver le «5» et le «6» et, cette fois, tout semble bien fini. Pourtant, il y a moyen de découvrir encore le «7» et le «8»! Où donc se cachent-ils?

fig. 7



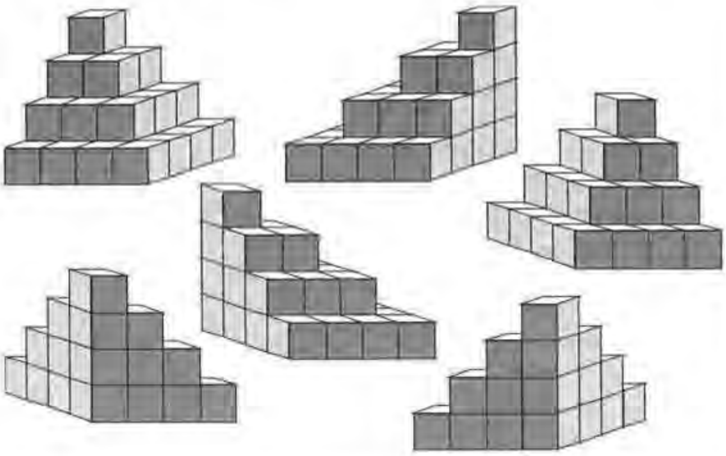
PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME

Six pyramides pour un parallélipipède? [1]

Ces six pyramides identiques sont constituées de quatre étages de forme carrée.

Peut-on former un parallélipipède rectangle en les assemblant, sans laisser de vide entre les pièces?

Et si les six pyramides avaient chacune 2 étages, ou 3, ou 5, ... ?



[1] Un des nouveaux problèmes de l'exposition-atelier itinérante *Jeu et mathématiques* (Informations: *Math-Ecole*, IRDP, 038 / 24 41 91). Ce puzzle spatial, d'apparence anodine, peut être exploité en calcul littéral pour amener la formule de la somme des carrés des n premiers nombres naturels. De nombreux matériels du commerce permettent de construire très aisément les pièces de base, de les comparer, de les défaire et les recomposer: des cubes à assembler comme *Cubomath* (Vivishop, Lausanne, 021 / 312 34 34) ou *Multicubes* (Sola Didact, Martigny, 026 / 22 54 64), des pièces articulées pour la construction de polyèdres comme *Clixi* (Interlude, Givisiez, 037 / 26 71 10) ou Polydron (Vivi-shop).

Le jeu de GO

par Luc-Olivier Pochon

Les pierres immobiles que je contemplais par le côté du goban me parlaient comme des êtres vivants.
Yasunari Kawabata (1973) *Le maître ou le tournoi de GO.* Albin Michel, Paris.

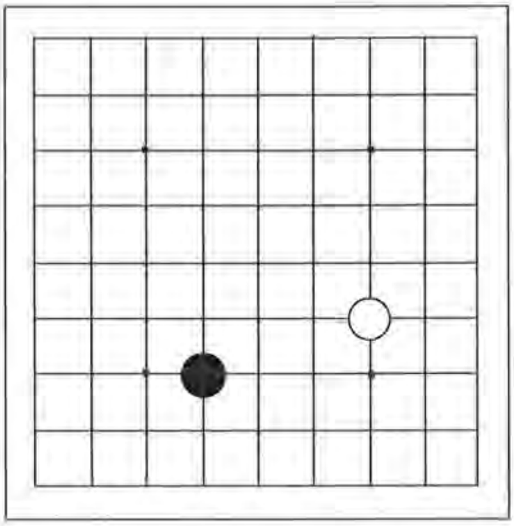
Que diriez-vous d'un jeu:

- dont les règles sont très simples,
- qui permette de jouer à égalité,
- qui puisse être joué à des niveaux de complexité différents,
- qui fasse intervenir non seulement la logique, mais aussi l'intuition, l'esthétique des formes, le rythme des coups de défense et d'attaque, l'équilibre visuel de territoires, ...
- qui récèle de nombreux principes applicables dans la vie,
- pour lequel l'ordinateur s'avère encore comme un partenaire débutant?

Si ce programme vous allèche, alors il vaut la peine que vous vous penchiez un peu plus sur le jeu de GO.

Principe du jeu

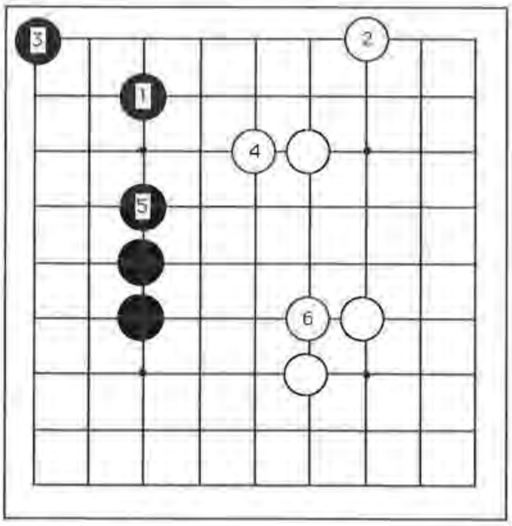
1. Le GO commence devant un damier vide, terrain du jeu.
2. Les pierres (pions) ne sont pas posées dans les cases mais à la croisée des lignes.
3. Les pierres ne bougent pas sur le terrain.
4. Toutes les pierres sont semblables. Aucune ne vaut plus qu'une autre. Elles ne valent elles-mêmes que par les terrains vides qu'elles entourent.



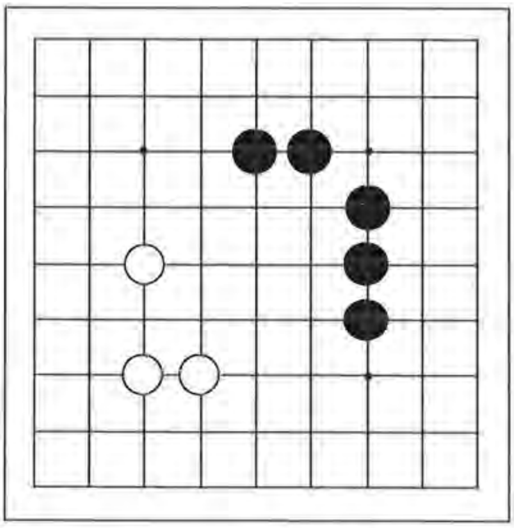
Une légende

On raconte l'histoire d'un bûcheron parti chercher du bois dans la montagne. Il y rencontre deux veillards jouant au GO. Il est absorbé par le jeu et pose sa hache. Quand enfin il se décide à repartir, sa hache est complètement pourrie. Redescendu au village, il découvre qu'il s'est absenté 800 ans!

Liberté, libertés ...



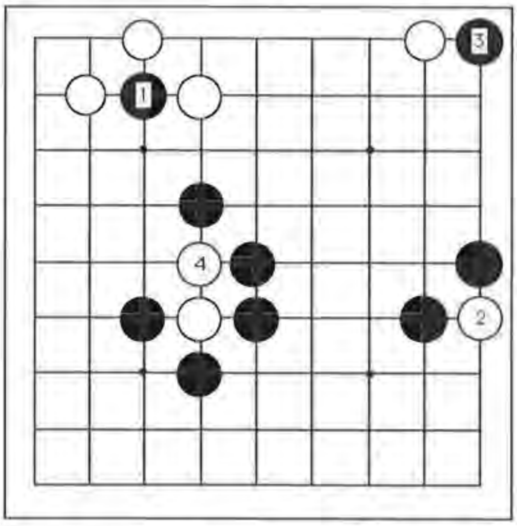
La pierre 1, isolée, a quatre *libertés*.
La pierre blanche 2 a trois libertés, la pierre 3 n'en a que deux.
Le bloc 4 possède six libertés, le bloc 5 en a huit alors que le bloc 6 n'en possède que sept.



Le groupe blanc est constitué d'un bloc avec six libertés et d'une pierre isolée (quatre libertés). Le groupe noir est constitué de deux blocs ayant chacun respectivement six et huit libertés.

Echec et capture d'une pierre ou d'un bloc de pierres

Une pierre ou un bloc de pierres qui ne possède plus qu'une seule liberté est dit en *ATARI* (échec). Les pierres 1, 2, 3 et le bloc 4 sont ATARI.
Une pierre ou un bloc de pierres à qui on bouche la dernière liberté meurt. Les pierres sont alors retirées du jeu.

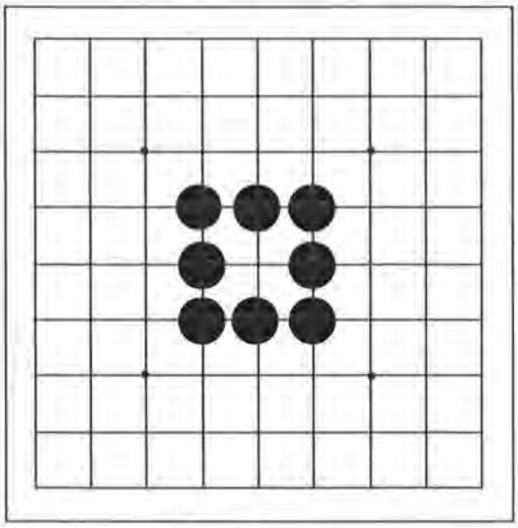


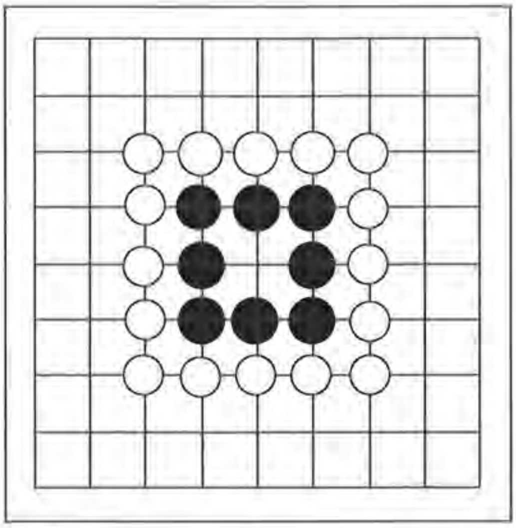
Origine

Comme pour tous les jeux, surtout s'ils sont chinois, l'origine du GO (GO est le nom japonais du jeu qui en chine est connu sous le nom de Wei ch'i) est mal connue. L'invention en est généralement attribuée à l'empereur Shun (2255-2205 av. J.-C.) dans l'espoir d'améliorer les capacités mentales de son fils que l'on disait simple d'esprit. Plus vraisemblablement, il doit être l'aboutissement d'autres jeux (jeux de liaison ou de chasse) liés à des pratiques religieuses ou divinatoire. Son damier de 361 intersections peut également suggérer quelques liens avec les pratiques astronomiques de l'époque. Ce qui semble être vrai, c'est que le jeu date de 3000 à 4000 ans, que la première trace écrite faisant mention du GO date du 5e siècle avant J.-C. et que la première partie notée qui nous est parvenue a été jouée il y a 1700 ans.

Le suicide est interdit ...

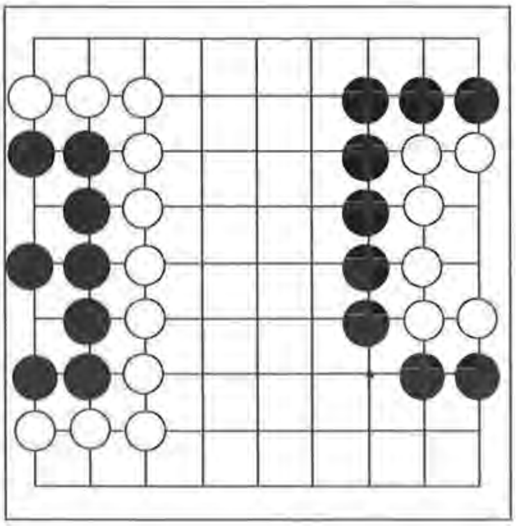
Blanc ne peut pas jouer au centre des pierres noires dans le diagramme de gauche. Par contre, en jouant au même emplacement dans le diagramme de droite, il retire la dernière liberté du groupe noir dont les pierres seront retirées du jeu.





Groupe *vivant*

Le groupe noir à la gauche (ouest) du Goban est vivant. Pour l'étouffer blanc devrait boucher d'un seul coup ses deux libertés intérieures. Ce qui n'est pas possible! Par contre le groupe blanc à droite (à l'est) peut facilement être "tué". Voyez-vous comment?



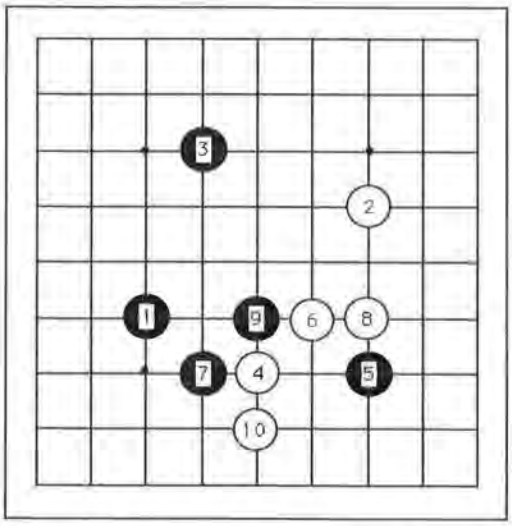
But du jeu

Le but du jeu est de constituer des territoires, c'est-à-dire d'entourer le plus d'intersections vides possible. La capture des pierres de l'adversaire n'est pas un but en soi.

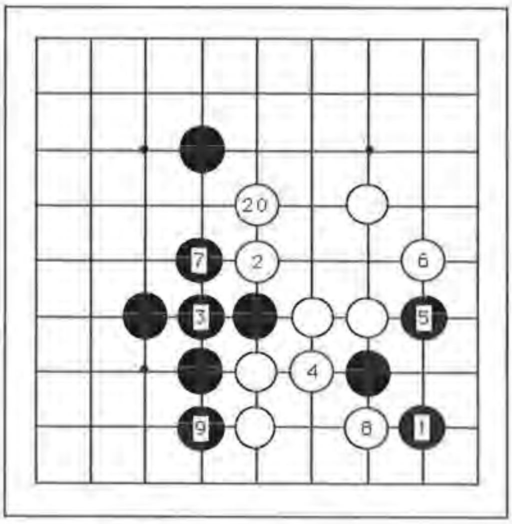
Déroulement d'une partie

Le jeu se déroule sur un Goban (damier) de dimension 19x19. Mais on peut aussi jouer sur un damier de côté 9, 11, 13, 15 ou 17. Noir (en général le joueur le plus faible) commence. Puis chaque joueur, à tour de rôle, pose une pierre jusqu'à ce que les deux joueurs passent leur tour. Le nombre de points d'un joueur est donné par la somme de ses points de territoire et du nombre des pierres adverses prisonnières.

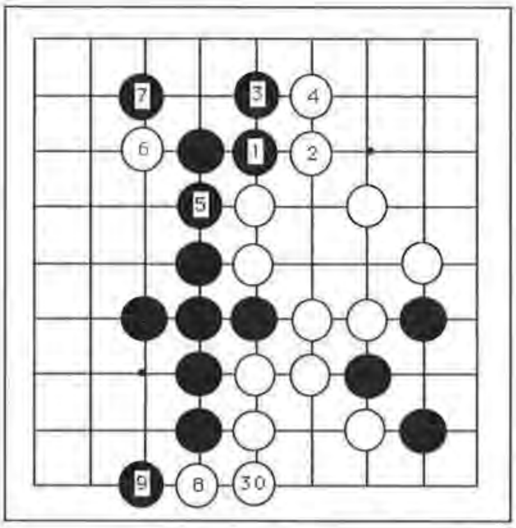
Une partie



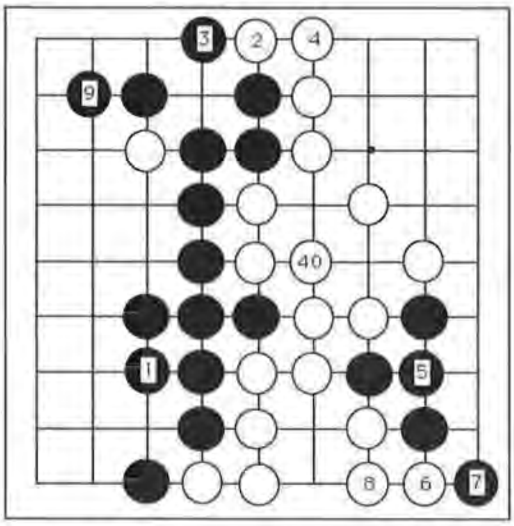
Coups 1 à 10: chacun des joueurs tente de s'approprier un coin. Ce sont les territoires les plus faciles à constituer (le bord du jeu constitue une frontière naturelle !)



Coups 11 à 20: (notés 1, 2, ...) une pierre noire est en *atari*. Elle n'est ni prise par blanc, ni reliée à 1 et 5 par noir. Des enjeux plus importants existent de l'autre côté du Goban.



Coups 21 à 30: les territoires s'affirment. 6 est un coup pour voir, sans trop d'espoir, l'espace disponible n'est pas important et l'influence de noir est considérable.



Coups 31 à 40: 31 est un coup obligé pour éviter que blanc ne mette en atari et tue la pierre noire située en dessous, sur le bord (voyez-vous comment?). Après 40, noir passe et blanc passe. La partie est terminée. Noir abandonne son groupe de pierres situé dans la partie sud-est du jeu. Voyez-vous que chaque coup de noir provoquerait une réponse de blanc qui finalement supprimerait toutes les libertés de ce groupe?

Résultat final

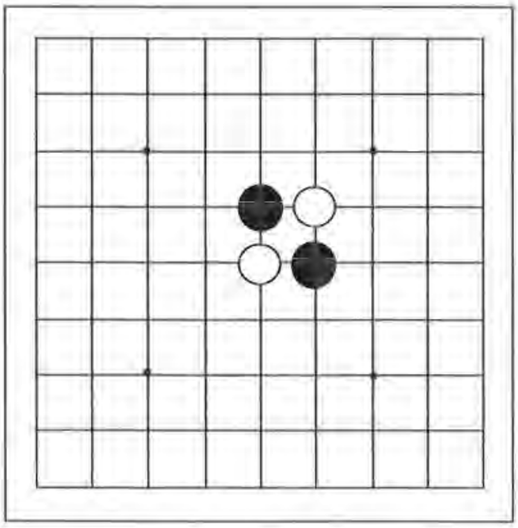
Noir: 1 prisonnier et 23 points de territoire. Total 24 points.
Blanc: 5 prisonniers et 24 points de territoire. Total 29 points.
Blanc gagne donc, de 5 points. A noter que dans cette partie, aucune pierre n'a été retirée du jeu avant la fin.

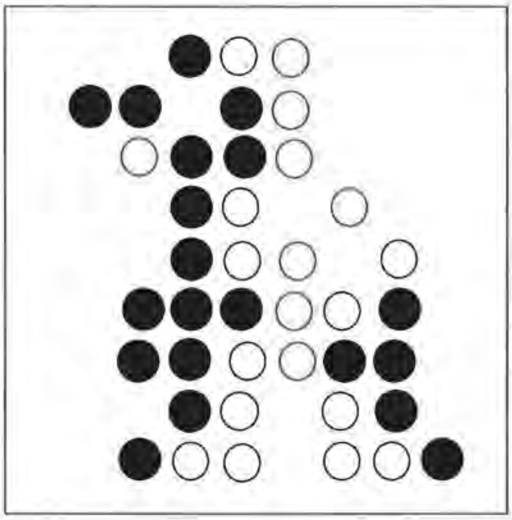
La sagesse du maître Lim Yoo Jong

«Dans une partie, lorsqu'un joueur a mal joué, on ne dit pas qu'il s'agit d'une bonne partie. Lorsque les deux ont bien joué, gagner une partie est secondaire: il s'agit d'une bonne partie. Le GO est un art de la solidarité.»

Une situation didactique

Pour découvrir quelques éléments de tactique, on peut jouer au petit jeu suivant. On place deux pierres noires et deux pierres blanches comme dans la figure. Puis noir et blanc placent une pierre chacun leur tour. Le premier joueur qui «tue» une ou plusieurs pierres de son adversaire a gagné.
Le jeu du "morpion" (go-moku) constitue aussi une bonne préparation au GO.





Si le jeu vous intéresse et que vous souhaiteriez rencontrer quelques joueurs qui pourraient vous donner quelques explications de vive voix, *Math-Ecole* se fera un plaisir de vous indiquer un Club de GO proche de votre région.
Les solutions aux problèmes posés dans ces pages paraîtront dans **une prochaine rubrique.**

Pour en savoir plus

- Lusson, P. Pérec, G., Roubaud, J. (1969) *Petit traité invitant à la découverte de l'art subtil du GO.* Christian Bourgeois éditeur, Paris. (Cet ouvrage qui a marqué l'introduction du GO en France vient d'être réédité).

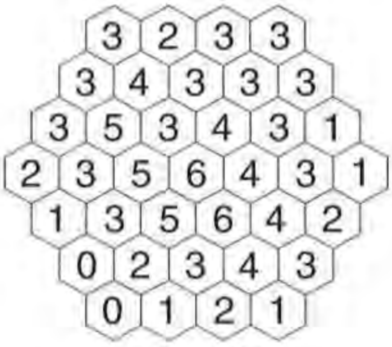
- Reysset, P (1992) *Le GO aux sources de l'avenir.* Chiron, Paris. (Si vous voulez connaître quelques bases philosophiques du GO, de même que ses applications comme modèle en sémiologie, économie, polémologie, ...)

- Aroutcheff, P. *Le jeu de GO.* Hatier, Paris. (l'introduction aux règles du GO par un pédagogue confirmé).

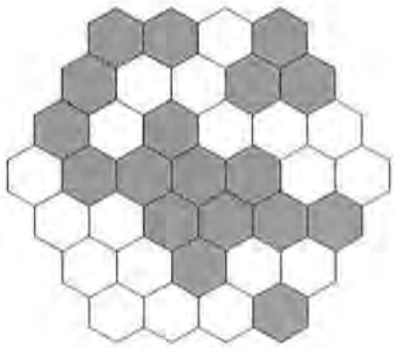
Jeux... sans prétentions?

Ndlr. Ces activités nous viennent de l'excellente revue *Math-Jeunes* (déjà présentée dans nos colonnes, in *Math-Ecole* n°155) de nos collègues belges où, sous la signature de C. Parent, une rubrique régulière présente des jeux de calcul et de raisonnement qui, comme vous le constaterez, vont au-delà de petits amusements. Il y a là de quoi passer de bons moments, ... sans "perdre" son temps!

Le jeu de l'hexagone et de la marguerite

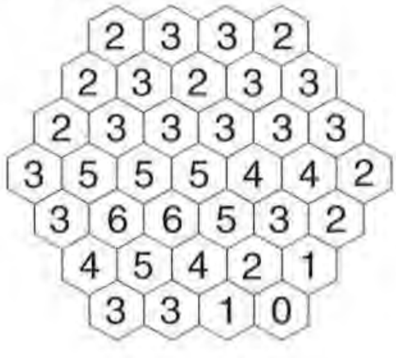


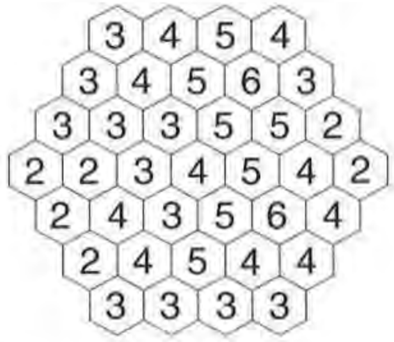
grille codée


grille coloriée

Il y a un nombre dans chaque case de la grille codée.
Il indique, **pour cette case et toutes ses voisines**, le nombre de cases de couleur de la grille coloriée.
Le jeu consiste à colorier la deuxième grille, à partir des indications de la première.

A vous de jouer!





Grilles des moyennes

Il faut compléter les grilles en écrivant dans chaque case vide la moyenne des quatre cases adjacentes.

	12	14	
8			6
30			19
	6	17	

	6	19	
4			29
3			20
	5	14	

(solutions en page 43)

Vous aimez les suites logiques? ou l'anniversaire de Jeannot.

par Jean-Luc Ferrari

NDLR. Nous remercions la rédaction de *Diagonales* de nous autoriser à publier cet article, paru dans son numéro 6/94.

Voici une suite logique:1 - 2 - 4-...
Quel est le nombre manquant?
Vous avez dit 8?
Vous avez tout faux! C'est 7 qu'il fallait répondre. En effet, il faut ajouter 1 pour passer de 1 à 2, puis ajouter 2 pour passer au nombre suivant puis 3, et ainsi de suite. Donc réponse: 7.
Quelque chose à ajouter?
...
Peut-être êtes-vous comme moi, profondément agacé par ce genre de logique qui n'admet qu'une manière de résoudre les questions: celle que l'auteur a imaginée, toutes les autres, aussi pertinentes qu'elles soient, étant fausses par essence.
Si en plus, la suite en question est tirée d'un article de journal avec pour titre «test d'intelligence»...l'agacement fait place à un réel énervement.

Donc, voici trois nombres: 1983 - 1988 - 1994. Quel sera le suivant? Lequel viendrait avant 1983?
Ces trois nombres correspondent à la situation suivante:

> Jeannot est né un 3 avril, le dimanche de Pâques. Cette année, en 1994, son anniversaire est tombé le dimanche de Pâques. Ce n'est évidemment pas le cas chaque année, mais c'était déjà arrivé en 1988 et en 1983.
> Combien d'années Jeannot devra-t-il attendre pour que les deux événements arrivent de nouveau simultanément?
> Au fait quel anniversaire Jeannot fêtait-il cette année? On lui a dit en 1994 qu'il pouvait souffler ses bougies et rouler les œufs le même jour pour la quatrième fois, en comptant le jour de sa naissance.

Vous pouvez bien sûr vous appuyer sur ces fameuses suites logiques, mais je vous signale tout de même que la fête de Pâques est fixée au premier dimanche qui suit la première pleine lune survenant après l'équinoxe de printemps. Si la pleine lune tombe un dimanche, Pâques est fixé au dimanche suivant. C'est ainsi depuis le concile de Nicée en 325.

Allez, pour ne pas trop vous décourager je vous donne les dates de la pleine lune à pendre en compte pour les 19 prochaines années.

Pourquoi 19? Parce que, vers 432 av. J.-C., Méton a découvert que le cycle de la lune est de 19 ans, donc qu'il faut attendre ce laps de temps pour que la pleine lune revienne à la même date.

En 1994: 27 mars, puis successivement: 15 avril, 4 avril, 24 mars, 11 avril, 31 mars, 18 avril, 8 avril, 28 mars, 16 avril, 5 avril, 25 mars, 13 avril, 2 avril, 21 mars, 9 avril, 30 mars, 18 avril, 6 avril.

On n'a pas forcément sous la main tous les calendriers nécessaires, aussi, je vous suggère l'emploi d'un tableur. Pour les élèves, c'est une bonne occasion d'apprendre à utiliser le format date, et à organiser son tableau en ne conservant que les parties nécessaires, puisqu'on ne s'intéresse qu'aux dates proches de l'équinoxe de printemps. On peut bien sûr se passer de cet outil, mais la recherche devient alors plus fastidieuse!

Solutions du problème en page 44.

Les Cahiers Clairaut

Bulletin trimestriel du CLEA

Directeur de la publication: Lucienne Gougenheim.
Adresse de la rédaction, renseignements:
Gilbert Walusinski, 26 Bérengère
F - 92210 Saint Cloud
Destinataires: enseignants, astronomes ou toute personnes intéressée par l'astronomie et son enseignement
Format: A4
Nombre de pages: 40 par numéro
Fréquence de parution: 4 numéros par an
Abonnements: 100 FF par an (120 FF avec l'adhésion au CLEA)

Il existe en France un *Comité de Liaison Enseignants et Astronomes (CLEA)* - association qui réunit des enseignants et des astronomes professionnels soucieux de promouvoir l'enseignement de l'astronomie, en particulier dans le cadre de la formation initiale et continue des enseignants. Le CLEA organise des stages, ouverts à tous les enseignants, où il s'efforce de conjuguer information théorique indispensable et travaux pratiques, observations, travaux sur documents, construction d'instruments et maquettes, mise au point de matériels didactiques et bon usage de ces matériels. Il publie également des fiches pédagogiques et une revue: ***les Cahiers Clairaut,*** *bulletin du comité de liaison enseignants et astronomes* et des ***fiches pédagogiques***, dans lesquelles on lit, en préambule:

1. ***La curiosité des élèves*** *de 8-10 ans pour les choses de l'espace est indéniable. Il est important de ne pas décourager leur attente et de continuer à apporter à leurs questions des réponses sur les sujets à leur portée.*
   Ces questions se rapportent davantage à la ***description*** *de l'univers (objets, dimensions, mouvements) qu'à l'****explication*** *de l'existence et de la formation de ces objets et des lois qui régissent leurs mouvements; le «comment c'est fait?» trouble les élèves de cet âge plus que le «comment ça marche?».*

2. ***L'astronomie est avant tout fondée sur l'observation.*** *Or les enfants n'observent pas ou observent mal. Leur apprendre à observer, à se poser des questions et chercher les moyens d'y répondre est l'un des buts de l'enseignement scientifique.*
   (...) Il est important de donner très tôt aux enfants le réflexe de lever les yeux. Il est bon également de leur donner l'habitude de ne pas se contenter de répéter sans vérifications certaines idées toutes faites, véhiculées par tous et souvent erronées, telles que: «le soleil se lève toujours à l'Est», «la lune ne brille que la nuit», - «l'étoile polaire est l'étoile la plus brillante».

3. *Certains* ***phénomènes astronomiques*** *se produisent à un moment précis et ne se reproduisent pas avant un* ***laps de temps assez long*** *parfois; c'est par exemple le cas des éclipses. D'autres phénomènes demandent une observation prolongée (cycle des phases lunaires, course apparente du soleil au cours de la journée, la variation de cette course tout au long de l'année). L'École élémentaire peut satisfaire à ces contraintes car le maître dispose d'une certaine autonomie de gestion de son temps. (...)*

Par ce préambule, les auteurs des *Cahiers Clairaut* et de leurs fiches pédagogiques justifient le pourquoi de l'astronomie à l'école primaire. On pourrait reprendre leurs arguments pour d'autres disciplines et pour certaines activités qui se fondent sur une observation préalable et rigoureuse de phénomènes ou règles avant d'en aborder la mathématisation. C'est donc dans le sens d'une ouverture interdisciplinaire et d'une promotion des liens avec le réel dans la classe que *Math-Ecole* accueille dans ses colonnes l'une des fiches pédagogiques du CLEA. (Voir ci-après.)

Nous relèverons encore que c'est un ami de longue date de *Math-Ecole*, notre ancien collègue Gilbert Walusinski, qui gère les *Cahiers Clairaut*.

La course du soleil pendant une journée

Fiche pédagogique des *Cahiers Clairaut* [1]

La course du Soleil est un phénomène banal sur lequel on a des idées toutes faites et erronées telle que «le Soleil se lève toujours à l'Est et se couche toujours à l'Ouest» et «il est au zénith à midi». Une observation organisée et suivie permettra d'en améliorer la connaissance.

L'activité décrite s'inscrit dans le prolongement de celle intitulée «Le jour, la nuit, les saisons» et contribue à préciser le phénomène des saisons. La fiche décrit des activités d'observation continue sur une année et des activités d'interprétation. L'étude peut être organisée de la façon suivante:

- une année consacrée à la récolte d'informations;
- l'année suivante à l'exploitation des informations et à l'interprétation.

[1] Les autres fiches de ce numéro hors série des *Cahiers Clairaut* traitent entre autres des thèmes suivants: *Ombre propre, ombre portée et cône d'ombre; Le jour, la nuit, les saisons; Heure solaire, heure légale et fuseaux horaires; Les cadrans solaires, Observons les phases de la Lune, Construisons une maquette du système solaire, etc.*

OBJECTIFS

1. Savoir repérer la position du Soleil à son lever et à son coucher un jour donné, puis décrire les variations de cette position au cours de l'année.
2. Savoir repérer la hauteur du Soleil à son passage au méridien un jour donné, puis décrire la variation de cette hauteur au cours de l'année.
3. Représenter la course du Soleil au cours de la journée et à différentes dates de l'année.
4. Mettre en relation les observations précédentes avec le cycle des saisons.

MATERIEL

Une ou plusieurs boussoles.
Une demi-sphère transparente d'environ 40 cm de diamètre (type présentoir de magasin) ou, à défaut, un grand saladier en verre lisse ou en plastique d'un modèle très courant (la forme est hémisphérique, le fond plat de ce saladier ne constitue pas une gène pour son utilisation décrite au paragraphe *Activités 3.1.*).

ACTIVITES

1. Levers et couchers

1.1. *Observations sur le terrain*

Repérer et décrire la position du Soleil à un instant quelconque: prise de conscience de la nécessité d'observer toujours du même lieu si on se réfère à des repères proches tels une antenne de télévision, le faîte d'un toit, un arbre isolé, etc. (précautions à prendre, voir § 2.1).

Si l'observation est possible, repérer la position du Soleil à son lever ou à son coucher. Lever et coucher du Soleil ne sont observables pendant les heures scolaires que pendant une courte période de l'année d'où le recours obligé à l'observation individuelle, à la maison, avec l'utilisation de la boussole, et à l'étude de documents de substitution (photos et diapos; une série de diapositives illustrant ce phénomène «Les astres se lèvent aussi...» est éditée par le CLEA).

1.2. *Etude d'un document* (fig.1, p.31)

Le maître pourra substituer à ce dessin un document réel; dessins ou photographies qu'il aura réalisés de la partie Est ou Ouest de l'horizon vu de l'école.

1.2.1. *Lecture et commentaire*

- Les trois positions du Soleil à son coucher sont repérées relativement à des objets caractéristiques (arbres, maisons, clocher,...).

- Ces mêmes positions sont repérées par des directions données par une Rose des vents posée horizontalement au premier plan.

- Ces positions sont associées à des dates précises.

1.2.2. *Travail sur document*

- Relier les positions du Soleil de janvier à décembre (fig.1, p.31).

- Conclusion: le Soleil ne se couche pas toujours au même endroit de l'horizon; il passe deux fois par an en un point de cet horizon à des dates différentes (exception faite des extrémités).

  A l'équinoxe (aux environs du 20-21 mars ou du 23 septembre), la position du Soleil à son coucher coïncide avec le point Ouest de l'horizon.

  En hiver, le Soleil se couche vers le Sud-Ouest (S-W).

  En été, le Soleil se couche vers le Nord-Ouest (N-W).

1.3. *Essayons d'imaginer ce qui se passe au lever du Soleil*

Observation d'un document analogue au précédent:

Le Soleil ne se lève pas non plus toujours au même endroit de l'horizon; il se lève exactement à l'Est les 21 mars et 23 septembre, il se lève vers le Sud-Est en hiver, vers le Nord-Est en été.

Peut-on trouver des ressemblances entre lever et coucher?

Lever et coucher ont lieu **exactement** à l'Est et **exactement** à l'Ouest aux équinoxes; ils se rapprochent de la direction Sud en hiver, ils se rapprochent de la direction Nord en été.

2. Culmination du Soleil

2.1. *Mesures à partir d'observations sur le terrain*

On mettra en relation l'observation de l'ombre d'un bâton vertical (voir la fiche «Heure solaire, heure légale, fuseaux horaires») et l'observation directe de la hauteur du Soleil.

L'observation directe du Soleil n'est envisageable que dans deux circonstances:

- au moment du lever ou du coucher, car son éclat est affaibli par l'épaisseur de la couche atmosphérique (il prend alors l'aspect d'un disque rouge-orangé),

- à travers une nappe de brume ou un nuage de faible épaisseur.

Limiter néanmoins à une dizaine de secondes la durée de l'observation.

En toute autre circonstance, l'observation directe du Soleil est **dangereuse**: elle entraîne une brûlure irréversible de la rétine en sa partie la plus sensible, la fovéa, zone où la vision est la plus nette. Utiliser des verres de soudeur ou plusieurs épaisseurs de film photographique impressionné; les lunettes de Soleil sont à proscrire car leur protection est nettement insuffisante.

La mesure de la hauteur du Soleil peut s'effectuer à l'aide de l'instrument simple représenté par la figure 2 de la page 31 (voir la fiche «Cadran Solaire»).

Le disque gradué sera suspendu à un fil ou posé sur un pied, le diamètre AB étant vertical. On tourne le disque autour de (AB) et la bande de papier ou alidade autour de l'attache parisienne de manière à obtenir une tache lumineuse sur la cible. On lit la hauteur du Soleil sur la graduation: exemple 50° (degrés).

A plusieurs reprises au cours de la journée on mesure simultanément:

- la longueur de l'ombre du bâton (en mm),

- la hauteur du Soleil en degrés.

On construit deux graphiques avec ces deux séries de mesures (fig.3, p.32) et on interprète les graphiques.

2.2. *Variation de la hauteur du Soleil à midi (heure solaire) au cours de l'année*

- Dans la mesure du possible, on effectuera des relevés directs: longueur de l'ombre et hauteur du Soleil à midi à plusieurs époques, en particulier au voisinage des solstices et des équinoxes.

- En classe, avec le globe terrestre muni du plan horizontal et du gnomon décrit dans la fiche «Heure solaire, heure légale, fuseaux horaires», on reconstituera les mêmes situations pour observer les variations de la longueur de l'ombre à midi aux quatre positions correspondant aux solstices et aux équinoxes décrites dans la fiche «Le jour, la nuit, les saisons».

- Représentation des variations de la longueur de l'ombre du bâton et de la hauteur du Soleil à midi au cours de l'année (fig.4, p.32).

3. La course du Soleil

3.1. *Au cours de la journée*

Dispositif: fig.5 (p.33)

La maquette représente l'environnement de l'école à l'échelle réduite:

- Sur un support en carton ou en contreplaqué est posée la demi-sphère (ou le saladier) transparente décrite au paragraphe «Matériel»; elle représentera la voûte céleste.

- Le bord de la demi-sphère est tracé sur le support: ce sera le cercle horizon.

- Exactement au centre du cercle, coller un tout petit disque de papier blanc: ce sera la cible.

- Tracer exactement un diamètre de ce cercle qui figurera la méridienne du lieu; marquer le Nord (N) et le Sud, ainsi que l'Est et l'Ouest.

- Des petits éléments figurant l'école, des arbres, des immeubles voisins peuvent être placés, de façon qu'ils ne fassent pas de l'ombre sur la cible.

- L'ensemble est placé horizontalement en un endroit qui sera ensoleillé toute la journée, le méridien tracé sur le support sera orienté exactement dans la direction Sud-Nord à l'aide d'une boussole.

Relevé de la position du Soleil

Un carré de carton percé d'un trou d'environ un millimètre en son centre est déplacé à la surface extérieure de la demi-sphère, dans la direction approximative du Soleil (fig.6, p. 33), son ombre se projette sur le «sol» de la maquette, mais cette ombre contient en son centre une petite tache lumineuse. Il suffit de déplacer le carton à la surface de la sphère jusqu'à ce que cette tache tombe au milieu de la cible. Repérer alors la place exacte du trou à l'aide d'un stylo feutre dont la pointe passe par ce trou. Noter l'instant du relevé effectué.

Des relevés seront faits de la sorte par les élèves au fil de la journée. A la fin de la journée on joint les points au stylo feutre et on prolonge éventuellement la courbe obtenue. On retrouvera de cette façon la position du Soleil au lever, à la culmination et au coucher.

La course du Soleil est ainsi matérialisée (fig.7, p.33). L'enfant doit s'imaginer placé au centre de la maquette et observant cette course tout au long de la journée.

3.2. *La course du Soleil à différentes époques de l'année*

La maquette sera replacée au même endroit ou à un endroit ensoleillé différent, à la seule condition que la droite (SN) tracée soit correctement orientée.

D'autres relevés seront effectués à différentes dates. Déjà au bout de quelques jours, les courbes obtenues sont nettement distinctes, en particulier au voisinage des équinoxes (fig.8, p.33).

4. Notion de saison

4.1. Les quatre saisons se distinguent à la fois par la durée du jour plus ou moins longue et par la température plus ou moins élevée. Ces deux aspects apparaissent-ils ici?

4.2. *La durée du jour*

- Cette notion a été rencontrée dans la fiche «Le jour, la nuit, les saisons».

- Elle se retrouve dans la longueur des arcs tracés sur la demi-sphère transparente.

En été le Soleil est présent plus longtemps au-dessus de l'horizon.

4.3. *La température*

Avec une lampe torche, réaliser l'expérience décrite sur la figure 9 (p.33). La surface éclairée B est plus petite que la surface éclairée A: elle s'échauffe davantage.

En été, le Soleil est plus haut: le sol s'échauffe plus.

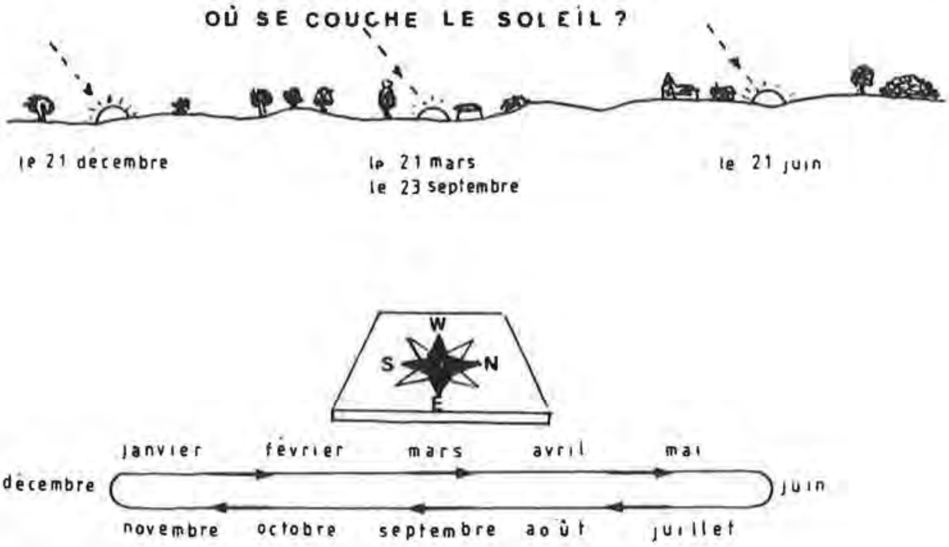


figure 1

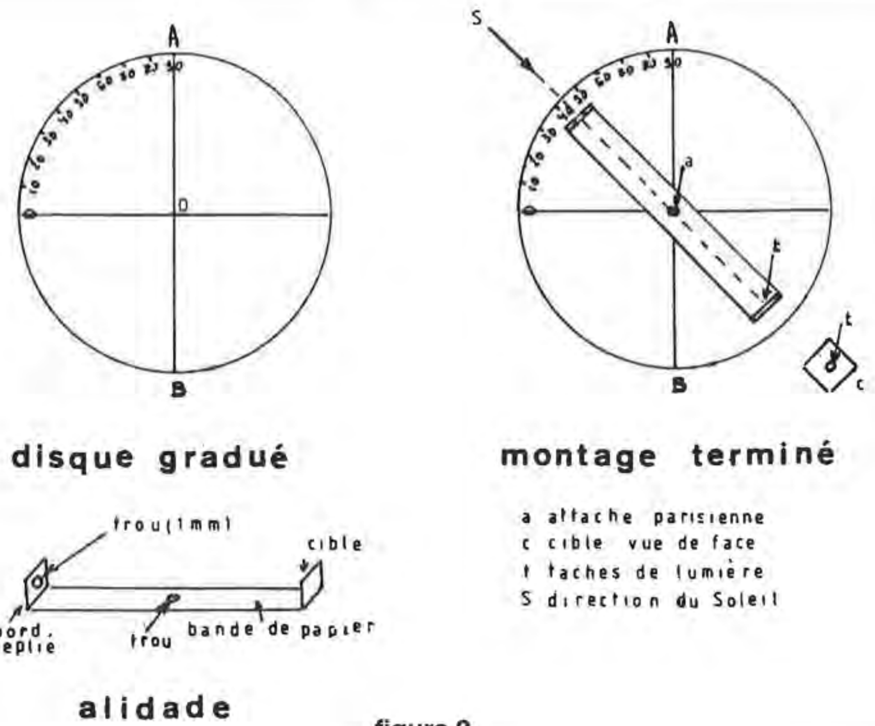


figure 2

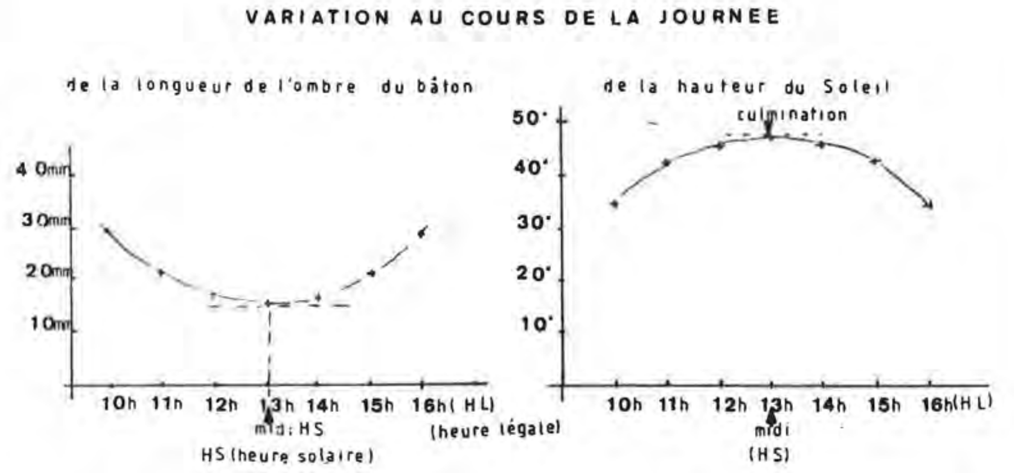


figure 3

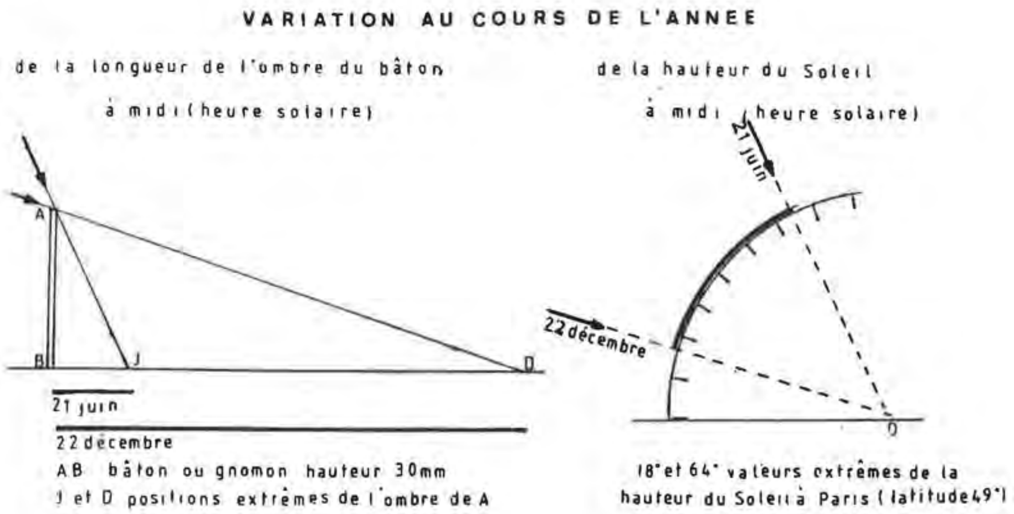


figure 4

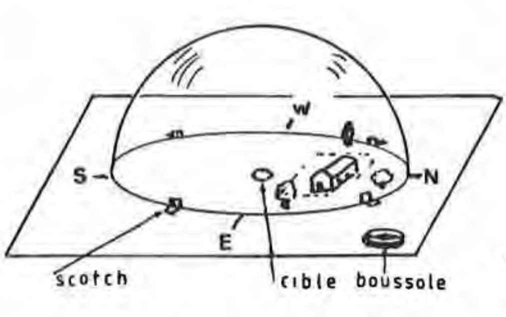


figure 5

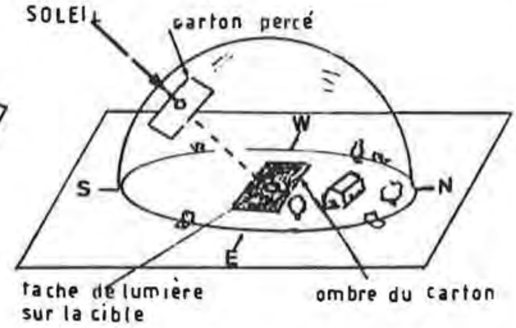


figure 6

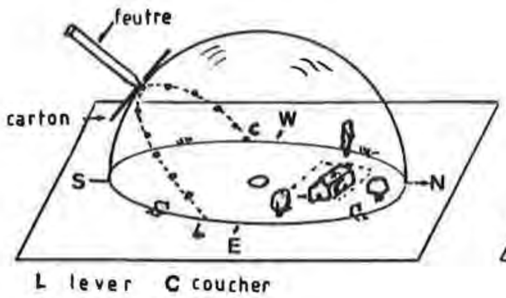


figure 7

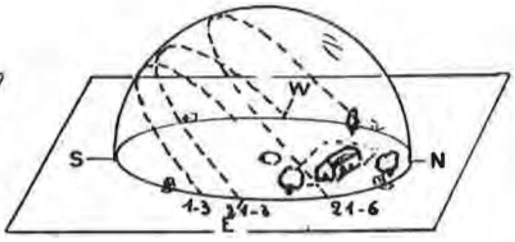


figure 8

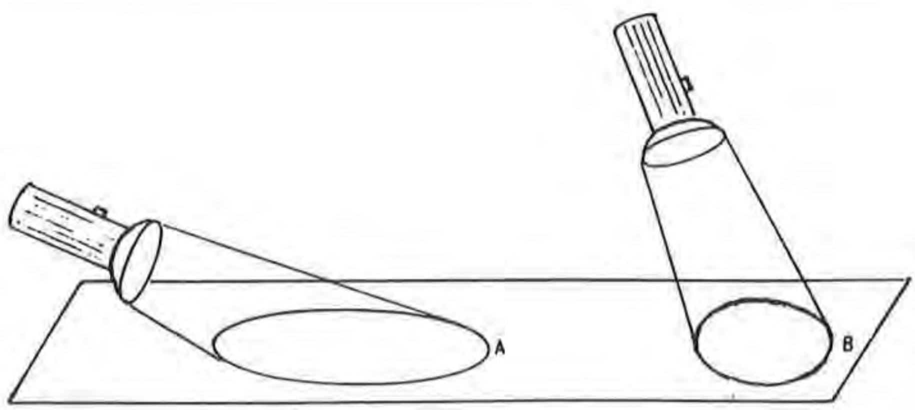


figure 9

Echos de la *CIEAEM*

Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques

La rencontre CIEAEM 46, dont le thème était «Graphiques et représentations symboliques en mathématiques», s'est déroulée en juillet dernier à l'Université Paul Sabatier à Toulouse. Les participants ont pu bénéficier de conférences plénières, d'exposés en groupes plus restreints, d'ateliers avec participation active, de la traditionnelle «Foire aux idées» et de contacts nombreux entre collègues enseignants ou chercheurs, ou les deux à la fois, venus d'horizons différents.

Parmi les nombreux sujets traités, relevons la conférence magistrale de Madame Emma Castelnuovo, passionnante et inédite, concernant l'histoire des représentations graphiques, qui remonte à un passé très reculé de l'humanité. La conférencière a présenté en tout premier les fresques de la grotte de Lascaux, célèbre par son taureau aux proportions admirables, puis des gravures sur pierre, représentant des plans de villes (par exemple celui de Nippur en 1500 av. J.-C.), ensuite le plafond étoilé de la tombe égyptienne de Ramsès VII, des trajectoires de planètes tracées sur des parchemins du XIème siècle ap. J.-C. (bibliothèque royale de Munich), une visualisation originale des mouvements uniformes et uniformément accélérés, réalisée par un religieux du Moyen-Age du nom d'Oresme, etc. Parmi les anecdotes amusantes, Mme Castelnuovo a signalé que nous devons les premiers histogrammes à un Anglais, non mathématicien, mais commerçant, qui empilait chaque soir sur sa table les guinées gagnées dans la journée et comparait à la fin de chaque semaine la hauteur des colonnes, puis représentait ces hauteurs graphiquement sur le papier, sous forme d'histogrammes. Enfin, dernière surprise : nous devons l'introduction des graphiques dans les programmes scolaires en Angleterre au célèbre auteur des ouvrages de fiction H.-G. Wells.

On pourrait encore raconter beaucoup d'autres choses vues, entendues ou vécues lors de cette rencontre. Je me contenterai, en guise de conclusion, de citer cette boutade d'un collègue canadien à propos de géométrie : «Plus un dessin est mauvais, plus il oblige à penser !»

Rendez-vous à Berlin l'an prochain !

Evelyne Schopfer

CIEAEM 47 - Berlin 1995

Première annonce (extraits)

Thème: Education mathématique et sens commun: le défi du changement social et du développement technologique.

But: Examiner, analyser et évaluer les théories et modèles actuels du curriculum et de l'enseignement des mathématiques - à tous les niveaux, de l'école primaire à l'Université et à la formation professionnelle - en tenant compte des changements sociaux fondamentaux et des développements technologiques selon les divers points de vues et expériences des participants.

Le «sens commun» est d'une part une expression locale ou culturelle pour décrire les connaissances qui se réfèrent à la raison générale ou à l'intuition et d'autre part une combinaison des expériences sociales et culturelles communes à la plupart des gens. Le sens commun peut aussi être compris comme une expression politique pour décrire des perceptions ou des constructions socialement acceptées.

Les six sous-thèmes et quelques questions qui s'y rapportent:

1. **Mathématiques et sens commun.**
Qui décide des justifications et de l'acceptation des développements dans les mathématiques et leurs applications? Le sens commun contredit-il les mathématiques? ....

2. **L'aspect enseignement et apprentissage.**
L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques peuvent-ils se baser sur le sens commun? Comment considérer le sens commun comme une source importante de connaissance et non pas comme une source de méprises et d'idées fausses?....

3. **Les implications des changements sociaux.**
Comment évaluer ces développements et les intégrer dans des conceptions communes de l'enseignement des mathématiques? Jusqu'à quel point les «mathématiques et sciences pour tous» et «l'éducation mathématique critique» peuvent-elles devenir le sens commun?

4. **Les implications des développements technologiques.**
Les développements des dernières technologies de l'information dans les mathématiques et leurs applications modifient radicalement la définition des qualifications mathématiques de base (en particulier les systèmes d'enseignement assisté, les logiciels de construction géométriques, les différents outils de calcul et d'informatique, aussi bien que les «micromondes» en mathématiques). Quelles sont les implications directes de ces développements sur les perceptions communes de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques? Comment rendre explicites les fondements pour les jugements et décisions pédagogiques? ...

5. **L'aspect cognitif et épistémologique.**
Comment la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques est-elle modifiée par les moyens et les outils technologiques? Quelle est l'influence des «métaphores technologiques» sur la perception de l'apprentissage?

6. **L'aspect innovateur.**
Les innovations sont-elles le résultat d'initiatives individuelles ou de réformes systémiques? Lesquelles peuvent être identifiées comme conséquences - justifiées et nécessaires - des changements sociaux et technologiques?

Dates: du 23 au 29 juillet 1995

Lieu: Faculté de mathématiques
Université technique de Berlin

Frais: Environ 800 DM (inscription, hôtel, buffet du petit déjeuner, déjeuner, actes de la rencontre, excursion et programme social)

La deuxième annonce, avec les textes de références et les données bibliographiques qui serviront de base aux travaux de la rencontre, sera diffusée en novembre 1994. Si vous désirez recevoir ces documents, retournez le bulletin-réponse au plus vite à l'adresse suivante:
CIEAEM 47, Prof. Christine Keitel
Freie Universität Berlin, FB 12, WE 02
HabelschwerdterAllee 45, D-14195 Berlin

Le texte complet de cette première annonce peut être obtenu auprès de la rédaction de *Math-Ecole*.

Bulletin-réponse *CIEAEM 47* (A retourner à l'adresse citée précédemment.)

- Je suis intéressé(e) à participer à la rencontre internationale CIEAEM 47 et désire recevoir la deuxième annonce: oui / non

- Les langues officielles des rencontres de la CIEAEM sont l'anglais et le français. Pour mes éventuelles présentations ou contributions aux discussions, je préfère m'exprimer: en anglais / en français

- Mes activités (et mes contributions éventuelles) sont en rapport avec le(s) sous-thème(s) suivant(s) de la rencontre: 1 2 3 4 5 6

- Je souhaite coopérer activement aux travaux de groupe du sous-thème: 1 2 3 4 5 6

- Je propose que vous ajoutiez les aspects ou sous-thèmes suivants à la liste de ceux qui seront traités lors de la rencontre:

____

____

- Je ne suis pas certain(e) de trouver les ressources financières nécessaires à ma participation à la rencontre: oui / non

Nom: ______________________________

Adresse complète: ______________________________

____

Signature: ______________________________

Les actes de la rencontre *CIEAEM 45* (Cagliari 1993) viennent de paraître:

plus de 300 pages, près de 40 synthèses de conférences, présentations et ateliers, en français ou en anglais (avec résumé dans l'autre langue) sur le thème de **l'évaluation centrée sur l'élève**, avec les préoccupations suivantes:

- Comment évaluer les élèves en activité de recherche ou en travail de groupe?
- Quelle relation y a-t-il entre évaluation formative et sommative?

- Comment utiliser l'évaluation pour améliorer la construction des connaissances des élèves?

- Quelle est l'influence de l'évaluation traditionnelle, des examens et des contrôles sur le contenu de l'enseignement?

- Quelle part doit-on accorder à l'autoévaluation?

- Peut-on classer les élèves?

- Ne faut-il évaluer que ce qui peut l'être objectivement?

Ce document peut être obtenu à la rédaction de *Math-Ecole*, au prix de 35 FS, au moyen du bulletin de commande figurant en page 3 de couverture.

Les actes des rencontres précédentes

sont encore disponibles auprès du trésorier de la Commission:
Angelo Bertoletti, Via ai Monti 38, CH-6600 Locarno
au prix de 35 FS l'exemplaire + port:

Rencontre *CIAEM*:	**Thème:**
44 Chicago 1992	L'élève face aux mathématiques
42 Szczyrk 1990	Le métier de maître de mathématiques dans un monde qui change
41 Bruxelles 1989	Rôle et conception des programmes de mathématique
39 Sherbrooke 1987	Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques
38 Southampton 1986	Mathématiques pour les élèves de 14 à 17 ans, est-ce qu'ils en ont vraiment besoin?
37 Leyden 1985	Mathématiques pour tous... à l'âge de l'ordinateur
35 Lisboa 1983	Didactique de la mathématique et réalité scolaire et sociale
34 Orléans 1982	Moyens et médias dans l'enseignement des mathématiques
33 Pallanza 1981	Processus de géométrisation et de visualisation
30 Santiago de Compostella 1978	Relations entre l'enseignement des mathématiques, la réalité et les autres branches qu'elle sert et qui l'inspirent
29 Lausanne 1977	Evaluation et enseignement mathématique
28 Louvain-la-Neuve 1976	La problématique et l'enseignement des mathématiques
26 Bordeaux 1974	L'enseignement des probabilités et des statistiques

La lecture des thèmes de ces rencontres montre l'étendue et la richesse du travail de cette commission internationale qui se préoccupe, depuis 45 ans, de l'amélioration et de l'enseignement des mathématiques.

Nouvelles brèves

Mise à l'épreuve de *Mathématique 1ère année*

Intense activité en Suisse romande autour de la réécriture des moyens d'enseignement de mathématiques de 1ère à 4e primaire: travaux du comité de rédaction, débats en commissions de lecture cantonales ou romande, préparation du matériel, illustration des ouvrages, réflexions d'un groupe d'appui qui envisage certains aspects des projets à la lumière des résultats de la recherche en didactique des mathématiques, etc. Cela fait beaucoup de monde concerné par ce remaniement profond, et personne ne s'en plaindra car ainsi, toute la dynamique de l'innovation en mathématiques introduite dans les années septante est relancée.

Depuis cet automne, la réflexion s'accompagne d'une pratique puisque quinze classes de première année sont engagées dans une «mise à l'épreuve»des moyens d'enseignement en élaboration. Il s'agit de «tester» les projets de manuscrit en temps réel, avec des classes complètes, dans chaque canton. Cette phase expérimentale fait certes reculer d'un an la publication définitive du nouveau livre du maître et documents correspondants pour l'élève; mais le jeu en vaut la chandelle car on espère améliorer ainsi la rédaction de certains textes, régler les problèmes de temps, améliorer les propositions de progression, recueillir des informations précieuses sur l'accueil de ces nouveaux ouvrages et sur la façon de conduire les phases ultérieures de généralisation. Enfin, cette mise en pratique doit permettre de mieux définir les besoins en formation et en accompagnement des maîtres.

Une observation scientifique de l'opération est conduite par le service de la recherche de l'IRDP, sous forme d'entretiens avec les maîtres concernés et de questionnement individuel des élèves.

Math-Ecole informera régulièrement ses lecteurs de l'évolution des travaux et des caractéristiques de cette nouvelle édition (voir article «Le nombre en première année», p.4).

Evaluation de *Mathématique 5e année* et *Mathématique 6e année*

Nous l'annoncions en février: l'évaluation des moyens d'enseignement romands de mathématique pour les degrés 5 et 6, arrive à son terme. Toutes les personnes interrogées se sont bien engagées dans le jeu des questions et réponses de l'enquête. Dans l'ensemble, manuel, fiches et livre du maître sont bien perçus par leurs utilisateurs. On constate un décalage entre l'adhésion aux principes proposés par la méthodologie et l'investissement réel consenti dans les activités d'ouverture qui proposent de faire passer ces principes dans la pratique de la classe.

Par conséquent, il faudra développer l'intérêt pour la pratique de situations mathématiques plus ouvertes et se donner les moyens nécessaires pour la formation à ces activités qui exigent une autre approche pédagogique et des connaissances en didactique des mathématiques.

Un rapport, volumineux, sur les résultats de cette évaluation est en voie d'élaboration, il sortira de presse avant la fin de l'année.

Rallye mathématique romand

La finale de la deuxième édition de ce concours a réuni les dix classes romandes de 3e, 4e et 5e primaire ayant franchi le cap des deux premières épreuves, le mercredi après-midi 1 juin à Yverdon, par une température qui, normalement, aurait dû plus inciter aux joies de la plage qu'aux réflexions et casse-tête mathématiques. Mais l'enthousiasme des participants était trop fort pour qu'ils se laissent détourner par des considérations météorologiques ou des revendications syndicales.

Cette rencontre a eu l'honneur du téléjournal et de la presse. Les journalistes ne s'y sont pas trompés en relevant les propos de Christine (Cossonay): «Pour une fois, avoir le droit de résoudre des problèmes à plusieurs, c'est bien. On apprend à s'entraider.» Un bon esprit qui s'est poursuivi jusqu'à la proclamation des résultats: tous gagnants!

Plus d'informations, une sélection des meilleurs problèmes et les instructions pour le *3e Rallye mathématique romand* dans le prochain numéro.

Mathématiques sans frontières

Après le succès de l'édition 1993-1994 qui a vu se confronter 44325 élèves de 1767 classes des degrés 9 et 10, dans 17 pays d'Europe, on prépare le concours 1994-1995.

Quelques dates pour la Suisse romande et le Tessin:

- informations à tous les maîtres et dans tous les établissements en octobre
- inscriptions jusqu'au 15 novembre
- épreuve d'entraînement en décembre et janvier
- épreuve principale le 16 mars 1995
- corrections le 23 mars
- rencontre romande et remise des prix le 17 mai 1995

La participation suisse, romande en particulier, suit une courbe ascendante: 8 classes en 91/92, 56 en 92/93, 154 en 93/94.

2e Rallye romand: une classe finaliste de 5e (M. Kaiser, Meyrin, le bus fait foi) «un peu plus gagnante que les autres» puisqu'elle a obtenu le meilleur score de sa catégorie.

Franchira-t-on le cap des 200 ou 300 en 94/95? Les organisateurs le souhaitent, malgré le travail que ça entraîne, car ils pensent que plus il y a d'inscrits, plus il y aura de problèmes résolus et de coopération entre élèves.

Pour tout renseignement:
«Mathématiques sans frontières»
Ecole secondaire
2854 Bassecourt

Ecriture sur ordinateur

Journées de pratique et d'information

L'IRDP, en collaboration avec diverses institutions, organise une rencontre consacrée au thème de l'expression écrite sur ordinateur en milieu scolaire. Ces journées sont destinées à tous, enseignants, chercheurs, méthodologues s'occupant des problèmes de l'apprentissage de l'écriture, du cycle moyen aux premières années de la scolarité post-obligatoire.

Lieu et date: Neuchâtel, dans les locaux du Centre professionnel du Littoral neuchâtelois (CPLN), du vendredi 2 décembre 1994 à 14h au samedi 3 décembre vers 16h30.

L'après-midi et la soirée du vendredi seront consacrés à des exposés. Des ateliers pratiques auront lieu le samedi.

Programme et renseignements:
IRDP, C.P. 54
CH-2007 Neuchâtel 7
(tél. 038 / 24 41 91, fax 038 / 25 99 47)

Extrait de l'ouvrage *Mathématiques du Kangourou* présenté en page 41:

Quel jour es-tu né?

Pour le savoir, **ajoute**:

A, le nombre formé des deux derniers chiffres de ton année de naissance;

B, l'entier juste en dessous du quart de **A** (si tu es né en janvier ou février), juste inférieur ou égal au quart de **A** (si tu es né de mars à décembre);

M, un nombre associé au mois (janv. = 0, fév. = 3, mars = 3, avr. = 6, mai = 1, juin = 4, juil. = 6, août = 2, sept. = 5, oct = 0, nov. = 3, déc. = 5);

J, le numéro du jour du mois.

Divise par 7, regarde le **reste**.
Si c'est 0, tu es né un dimanche; si c'est 1, un lundi; 2, un mardi; ...

Exemple: Si tu es né le 16 mai 1979: **A** = 79, **B** = 19, **M** = 1, **J** = 16,
A + **B** + **M** + **J** = 115
Divisé par 7, reste 3. Tu es né un mercredi!

Ce truc marche pendant tout le XXe siècle.
(Sa justification, qui repose sur les restes des divisions par 7 et sur le fait que le 31 décembre 1899 était un dimanche, est formulée à la suite, dans un langage simple.)

Notes de lecture

Mathématiques du Kangourou

André DELEDICQ, Francis CASIRO. ACL-Editions Vuibert, 50, rue des Ecoles, 75005 Paris 1994.

(L'ouvrage peut être obtenu à la rédaction de *Math-Ecole,* au prix de 26 FS + port. Bulletin de commande en page 3 de couverture.)

Le *Kangourou des Mathématiques* est un jeu-concours qui, pour sa quatrième édition, en 1994, a réuni près de 700000 participants en Europe, dont 430000 collégiens et 90000 lycéens de France, en une seule fois, un même jour, à la même heure dans plus de 50000 établissements scolaires. Pour chaque niveau, du primaire au Bac et aux adultes, les participants répondent, en une heure quinze, à un questionnaire à choix multiple: trente questions de difficulté croissante avec cinq réponses proposées pour chacune.

La forme de questionnement n'est certes pas la plus riche en informations sur les procédures et les erreurs des élèves, mais elle permet une correcion électronique rapide. Les questions, courtes et concises, sont assez originales. On ne s'ennuie pas à les lire et on a même envie d'y répondre. Il y en a près de 300, avec leurs réponses: celles des quatre premières éditions de ce concours. Elles occupent environ le tiers de l'ouvrage.

Mais l'intérêt du livre (190 pages, format 20x27) réside essentiellement dans les deux tiers restants: les pages en couleur, inspirées de la revue *Math & malices*[1]. Il y a là une véritable mine d'or pour tous ceux qui recherchent, pour leurs élèves ou pour eux-mêmes, une initiation au plaisir des mathématiques. On y trouve des jeux, des problèmes ingénieux, des casse-tête, des fragments d'histoire, des informations, des textes littéraires, sous une forme agréable, sur un ton vif et plaisant, bien illustrés.

Quelques thèmes, parmi d'autres:

- dans le chapitre «Maths & lettres»: des extraits du poème de Charles Perrault, *Les amours de la règle et du compas,* de savoureux problèmes de Marcel Pagnol, des textes de Poe, Queneau, Dostoievsky, ... concernant les mathématiques, etc.
- sous «De l'Histoire, des Maths»: une chronologie des mathématiciens, des pages sur Pythagore, Archimède, Cartan, Toricelli, ... des informations inédites sur Nicolas Bourbaki, etc.
- dans le chapitre «Maths & jeux»: des énigmes, des trajets, des carrés de carrés, des quotients miracles, etc.
- dans «Réfléchir, voir et calculer»: des illusions, des techniques de calcul étonnantes, des formules, des trucs de calcul, etc.

Cet ouvrage est donc aussi un esprit, une volonté et une source de culture. Il apporte du sens, des réponses et du plaisir à celui qui veut bien aller au-delà des quatre opérations et de quelques figures géométriques.

Destinataires: tous les maîtres de mathématiques du primaire et du secondaire, amateurs de culture mathématique élémentaire, bibliothèques de collèges,

Mots-clés: mathématiques, secondaire I, jeux et concours, calculs, histoire des mathématiques.

---

[1] Cette revue destinée aux collégiens, a été présentée dans *Math-Ecole* n°160.

NDLR. Nous remercions la rédaction de *Diagonales* de nous autoriser à publier cet article, paru dans son numéro 6/94.

PARADOXES

Un paradoxe de Zénon, Achille et la tortue.

Achille et la tortue font une course. La vitesse d'Achille est dix fois supérieure à celle de la tortue. C'est pour cela que, généreusement, Achille lui concède un avantage initial. Il partira du point 0 et la tortue du point 1 de la règle. Ils commencent à se déplacer. Quand Achille arrivera au point 1, la tortue sera au point 1,1. Quand Achille arrivera au point 1,1, la tortue sera au point 1,1 + (0,1/10) = 1,11. Quand Achille arrivera au point 1,11, la tortue sera au point 1,111. Ainsi, la tortue va toujours devant Achille, et n'est jamais dépassée.

On sait peu de choses de la vie de Zénon. On situe son activité vers l'an 450 avant J.C. Il fut membre de l'école de Parménide à Elée, dans le golfe de Tarente, et sa méthode de pensée dialectique semble anticiper celle de Socrate, qui préférait lui aussi obliger son interlocuteur à réfléchir et à résoudre les problèmes, plutôt que lui donner les solutions toutes faites.

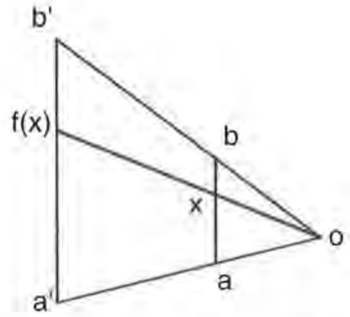
Quelles étaient les intentions de Zénon, en proposant ses paradoxes *extraordinairement profonds* selon Russell, qui semblent prouver l'impossibilité du mouvement? Peut-être pour déranger (ou faire avancer?) les Pythagoriciens, ses contemporains, qui considéraient l'espace et le temps comme des assemblages d'unités infiniment petites.

Le paradoxe de Galilée, ou la partie égale le tout.

Considérons les nombres entiers sans le zéro. Il y a autant de nombres pairs que de nombres impairs. En effet, chaque nombre pair suit un nombre impair. Mais demandons-nous maintenant: de tous les nombres entiers et de tous les nombres pairs, lesquels sont les plus nombreux? J'imagine que vous avez très envie de répondre qu'il y a beaucoup plus de nombres entiers que de nombres pairs, qu'il y en a même le double! Mais réfléchissez un peu... Ne pourrait-on pas, comme ci-dessous, rattacher chaque nombre avec un seul nombre pair? Mais oui, vous avez trouvé, il suffit de diviser chaque nombre pair par deux!

2	4	6	8	10	12	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	
1	2	3	4	5	6	...

Bravo, mais vous venez de prouver qu'il y a autant de nombres pairs que de nombres entiers! Cela vous choque peut-être, comme cela a vraisemblablement choqué Galilée, à qui l'on attribue ce paradoxe. Il le présentait d'une autre manière: il n'y a pas plus de points sur un grand que sur un petit segment de droite. Et il le montrait simplement avec la figure ci-dessous, qui se passe de commentaire.



Ce paradoxe met en évidence la grande difficulté à manipuler logiquement de manière correcte des ensembles contenant une infinité d'éléments.

André Scheibler

Référence:
M. de Guzman, *Aventures mathématiques,* Presses polytechniques et universitaires romandes, 1990.

Réponses aux problèmes

Numéro 162:
Les croquettes (p.18)

Ce problème de la première épreuve du *Rallye mathématique romand* s'était révélé difficile. Seules quelques classes de 5e en étaient venues à bout, par essais et corrections successives. Nous remercions, M. André Daepp, de la Chaux-de-Fonds, de nous avoir envoyé la solution suivante, simple et élégante:

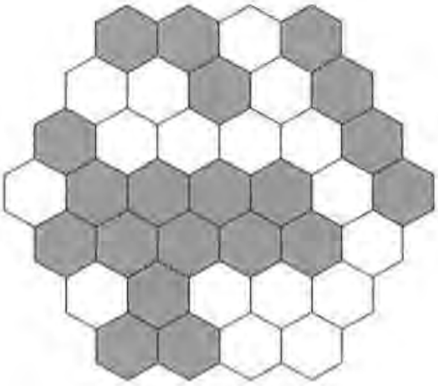
Appelons A, B, C, D et E les nombres de croquettes des cinq assiettes.
S'il y en a 52 dans les deux premières, il en reste 48 dans les trois autres, comme complément à 100, et ainsi de suite:

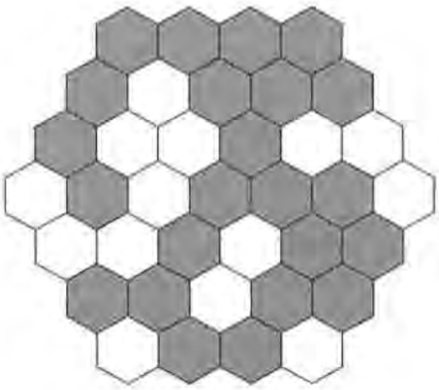
$A + B = 52$ alors $C + D + E = 48$
$B + C = 43$ alors $A + D + E = 57$
$C + D = 34$ alors $A + B + E = 66$
$D + E = 30$ alors $A + B + C = 70$

Par soustraction on obtient successivement:

$E = (A + B + E) - (A + B) = 66 - 52 = 14$
$A = (A + B + C) - (B + C) = 70 - 43 = 27$
$C = (A + B + C) - (A + B) = 70 - 52 = 18$
$D = (C + D + E) - (C + E) = 48 - 32 = 16$
$B = (A + B + C) - (A + C) = 70 - 45 = 30$
total: 100

Numéro 164:
Jeu de l'hexagone et de la marguerite (p.24)





Numéro 164: Grille des moyennes (p.24)

	12	14	
8	12	12	6
30	16	16	19
	6	17	

	6	19	
4	9	18	29
3	8	15	20
	5	14	

Numéro 163:

Problèmes de la demi-finale du 9e championnat de la FFJM

(p.31 à 33)

1. Que d'œufs, que d'œufs.
$14 \times 12 \times 12 - 1994 = 22$

2. Le sort en est jeté.
13 est opposé à 11 car
$13 + 11 = 8 + 16 = 9 + 15 = 24$

3. La chance d'être en forme.
$187 = 19 + 12 \times 14$
(une jolie fonction: $n \rightarrow 19 + (n-1)\times 14$)

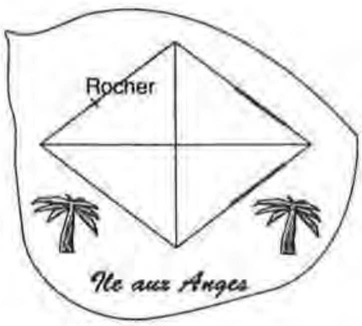
4. Les éléphants, ça trompe!
32 grandes oreilles

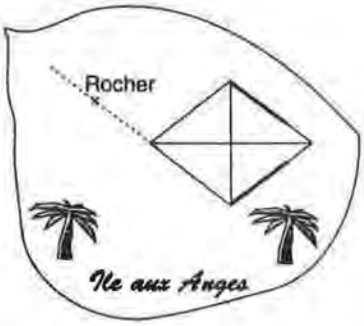
5. Le nombre exact.
Cette phrase a vingt-huit lettres

6. L'arbre des différences.
Le nombre d'Henri est 4. (Point de départ: pour pouvoir placer la différence de 10, le nombre 11 doit être situé directement au-dessus de 1, etc.)

7. Le numérotage des dinosaures.
Il y en a 198 (9 étiquettes «0» jusqu'à 99 et 20 de 100 à 190; 20 étiquettes «9» par centaine. Il faut retirer le 199 pour en supprimer deux.)

8. L'île aux anges.
Il y a deux solutions:





9. Café au lait ou lait au café.
Dès 7 manipulations, le lait l'emporte. (La quantité de café diminue en progression géométrique: $0,9$, $0,9^2 = 0,81$, $0,9^3 = 0,729$; $0,9^4 \approx 0,656$; ...; $0,9^6 \approx 0,53$; $0,9^7 \approx 0,478$.)

10. La limousine du père Cédes
L'angle b vaut $135°$.

11. Le quatuor.
Il y a trois solutions: 1, 44, 45 et 46 ou 1, 44, 45 et 90 ou 1, 44, 45 et 89.

Numéro 164:

L'anniveraire de Jeannot (p.25)

Pâques sera fêtée un 3 avril en 2067. C'était également le cas en 1983, et en 1904.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole.* OUI - NON

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.* (tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom: ☐Mme ☐M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

Date: ____________ Signature:

Veuillez me faire parvenir:

...... exemplaire(s) de «π» (Fr. 42.- l'exemplaire + port)

...... ***Mathématiques du Kangourou*** (Fr. 26.- l'exemplaire + port)

...... ***Actes de la 45e rencontre de la CIEAEM: «L'évaluation centrée sur l'élève»***

(Fr. 35.- l'exemplaire + port)

Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

...... n°10 ***Le serpent numérique*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°11 ***Le pin's tourneur*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

.... n°12 ***Le trésor du vieux pirate*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

.... n°13 ***Le Roi des Nuls*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

les anciens numéros suivants: .... n°4 ..... n°5 ..... n°6 ..... n°7 ..... n°8 ..... n°9
(Fr. 13.- l'exemplaire + port)

Madame N 506
Liliane JAQUET
Recorne 21
2300 la Chaux-de-Fonds

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7