novembre 1994

33e année

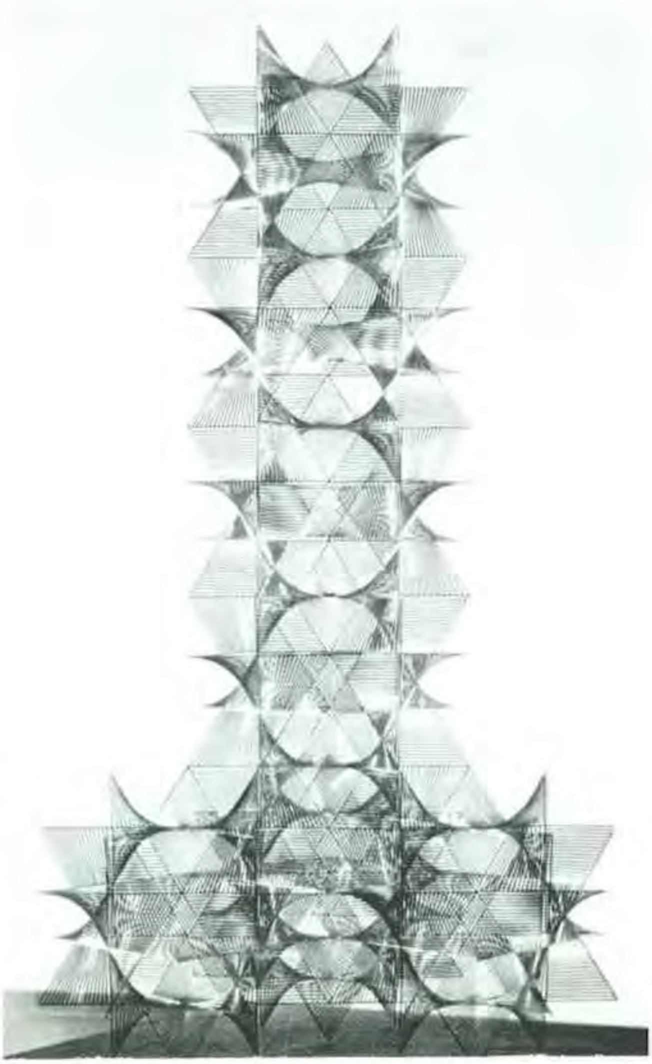
165

MATH ECOLE

3e Rallye mathématique romand

Evaluation d'une situation mathématique

Une clepsydre en fonction ou de l'utilité des fonctions



Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignement les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros): Suisse Fr. 20.- / Etranger Fr.S. 25.- CCP 12-4983-8

Prix au numéro: Fr. 5.-
anciens numéros n°120 à 150: Fr. 1.- / pièce   dès n°151 (n°153 épuisé): Fr. 3.- / pièce

Abonnements collectifs (livraison à une même adresse):
de 5 à 9   Fr. 16.- par abonnement
de 10 à 50   Fr. 15.- par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande)

Pour toute correspondance ou information:
Rédaction de ***Math-Ecole,* Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**

(Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.)

MATH-ECOLE

33e année 5 numéros par an

165

novembre 1994

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
E.4A.1.C.
œuvre d'Angel Duarte
Acier inox, 180 x 98 x 98 cm, 1974

Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

L'heure de vérité

Les finances publiques vont mal. Les économies sont nécessaires, les budgets de l'enseignement public n'y échappent pas. *Math-Ecole* en subit aussi, à son tour, les conséquences. Pendant de longues années, le canton de Genève a offert gratuitement notre revue à tous ses enseignant(e)s primaires. Il n'est maintenant plus en mesure de la faire et notre tirage va ainsi se réduire de moitié, avec les conséquences que l'on imagine sur l'équilibre financier de notre publication.

On pourrait se lamenter, critiquer cette décision, intercéder pour trouver un hypothétique subventionnement public, ou encore, baisser les bras. Mais on peut aussi accepter la réalité et relever le défi! C'est évidemment cette solution que nous adopterons: celle de la clarté des enjeux, celle de la pleine autonomie.

Il était certes agréable le temps où l'institution scolaire assurait la grande part de nos revenus par ses abonnements collectifs. Mais il était dur aussi de voir certains de nos numéros passer directement à la poubelle comme des imprimés publicitaires qu'on n'a pas souhaité recevoir. A l'image de tous ses confrères de la presse écrite, *Math-Ecole* est désormais entièrement régi par les lois du marché: si le produit répond à un intérêt ou à un besoin, on l'achète; sinon ...

C'est l'heure de vérité!

Deux clauses donc: l'intérêt et la nécessité.

Ces trois dernières années, *Math-Ecole* a vu passer de 250 à 900 le nombre de ses lecteurs abonnés individuellement. Un abondant courrier nous parvient régulièrement: demandes de renseignements, commandes d'ouvrages ou de jeux, réponses de lecteurs, inscriptions aux concours, quelques propositions d'articles. Ce sont des éléments de réponse positive à la question de l'intérêt. Mais nous savons aussi que certains lecteurs souhaiteraient plus de pages pratiques, d'autres demandent plus d'articles concernant les degrés de l'école élémentaire, d'autres encore aimeraient des textes plus courts, ou des études plus approfondies ou des articles plus proches de leur pratique.

La nécessité, elle, n'est pas à démontrer. Comme nous le répétons régulièrement, sur notre deuxième page de couverture, *Math-Ecole* se veut une revue pour «professionnels»: ceux qui enseignent les mathématiques. Mais là aussi, nous savons que les besoins sont différents d'un lecteur à l'autre et que notre revue ne peut les combler tous car elle n'est qu'un complément de la formation permanente indispensable pour la profession.

Le comité de rédaction de *Math-Ecole* a envie de relever le défi. Il fera tout pour assurer l'avenir. Il sait cependant qu'il n'y arrivera qu'à l'aide de ses lecteurs actuels et nouveaux! Ce sont eux qui représentent la base, dont l'action et les réactions permettront de confirmer l'intérêt et la nécessité de notre revue. Pour survivre, une publication comme la nôtre doit pouvoir compter sur un soutien de 1500 à 2000 abonnés individuels, c'est-à-dire, à l'échelle de la Suisse romande, d'une personne sur cinq ou six, qui enseigne les mathématiques. C'est beaucoup, mais ce n'est pas impossible!

Rendez-vous est pris pour la fin de l'année 1995 où nous ferons le compte de ceux qui ont choisi de s'engager dans la prise en charge complète de leur revue, *Math-Ecole!*

François Jaquet

3e Rallye mathématique romand

Quarante classes pour le premier essai en 1993, près de pour la deuxième édition de 1994, combien pour la troisième? Au vu de l'enthousiasme manifesté par les participants, maîtres et élèves, et de l'exemple de son grand frère *Mathématiques sans frontières,* on envisage une croissance exponentielle de la participation au *Rallye mathématique romand.*

Math-Ecole en a parlé largement dans ses numéros 155, 159 et 162 par la présentation des deux premières éditions et par un rapport sur la première épreuve de 1994. Les objectifs sont toujours les mêmes:

Pour les élèves:
- Faire des mathématiques en résolvant des problèmes.
- Apprendre les règles élémentaires du débat scientifique en discutant et défendant les diverses solutions proposées.
- Développer la capacité à travailler en équipe, aujourd'hui essentielle, en prenant en charge l'entière responsabilité d'une épreuve.
- Se confronter avec d'autres classes.

Pour les maîtres:
- Observer des élèves (les siens et ceux d'autres classes) en activité de résolution de problèmes.
- Evaluer les productions de ses propres élèves et leurs capacités d'organisation.
- Introduire des éléments de renouvellement dans son enseignement par des échanges avec d'autres collègues, par l'apport de problèmes stimulants.

PRINCIPE ET ORGANISATION DU RALLYE

Le concours est ouvert aux classes de **3e, 4e et 5e primaire**, réparties selon ces **trois catégories.**

Sur les bases des deux premières expériences, la troisième édition se déroulera en **quatre étapes**:

- une **phase «d'entraînement»,** (sous l'entière responsabilité des maîtres, sur la base des informations contenues dans ces pages de *Math-Ecole n° 165,* en **décembre 1994 et janvier 1995**, pour déterminer l'intérêt de la classe et décider de l'inscription définitive, dont le délai est fixé au 30 janvier 1995;

- une **première épreuve** entre le **2 et le 8 mars 1995**, (selon entente entre les maîtres intéressés, titulaires et surveillants);

- une **deuxième épreuve** entre le **27 avril et le 3 mai 1995**;

- une **finale** le mercredi après-midi **31 mai 1995**, regroupant les classes ayant obtenu les meilleurs scores dans les deux épreuves, à Yverdon-les-Bains.

- lors de chaque épreuve (entraînements, épreuves 1 et 2, finale) la classe reçoit une série d'une dizaine de problèmes à résoudre;

- ces problèmes sont choisis, en nombre et en difficulté, de telle façon que chaque élève, même parmi les plus faibles, puisse y trouver son compte et que l'ensemble de la tâche soit globalement trop lourd pour un seul individu, fût-il un bon élève;

- la classe dispose d'un temps limité (1 heure en 4e et 5e, 45 minutes en 3e), pour s'organiser, rechercher les solutions et en débattre;

- pendant ce temps l'enseignant quitte le rôle de «maître» pour celui d'observateur, s'abstenant de toute intervention, de quelque nature que ce soit. Lors des «entraînements», il observe ses propres élèves. Au cours des épreuves comptant pour le classement, il fait un échange avec un collègue, voit d'autres élèves au travail, s'occupe de la remise des problèmes, de la surveillance et du contrôle du temps;

- les élèves doivent produire une solution unique pour chacun des problèmes. C'est la classe entière qui est responsable des réponses apportées;

- il n'y a pas que la «réponse juste» qui compte, les solutions sont jugées aussi sur la rigueur des démarches et la clarté des explications fournies;

- les maîtres sont associés à toutes les étapes, dans la mesure de leurs disponibilités: préparation et choix des problèmes, correction en commun, analyse des solutions, discussion et exploitations ultérieures en classe des problèmes et de leurs solutions.

Le rallye est pris en charge par une **équipe d'animateurs** composée de maîtres participants s'occupant de la préparation des problèmes, de la correction et de l'analyse des épreuves, soutenue par la rédaction de *Math-Ecole.*

Le **bulletin d'inscription** qui suit est à retourner avant le **30 janvier 1995** à:
Math-Ecole, IRDP, Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7

Je souhaite participer avec ma classe au **3e Rallye mathématique romand.**

Nom et prénom du titulaire: ______________________________

Adresse personnelle: ______________________________

____

Téléphone: ______________

J'accepte de m'engager dans l'équipe d'animateurs: OUI ☐ NON ☐

Renseignements sur ma classe:

Classe: ______________ degré (3, 4 ou 5): ____ nombre d'élèves: ____

Collège (nom, adresse): ______________________________

____

Nom de la personne chargée de la surveillance des épreuves 1 et 2 (avec laquelle j'organiserai un échange):

____

Signature: ______________ Date: ______________

PROBLÈMES

Les sujets suivants sont tirés de l'édition 1994 du Rallye.
On peut les utiliser pour organiser une épreuve d'entraînement afin de décider de l'inscription de sa classe au *3e Rallye mathématique romand.* Dans ce cas, on se référera aux modalités pratiques décrites précédemment. On pourra choisir par exemple 8 problèmes, parmi les premiers, en 3e année, de 10 à 12 problèmes en 4e et 5e, parmi les derniers.

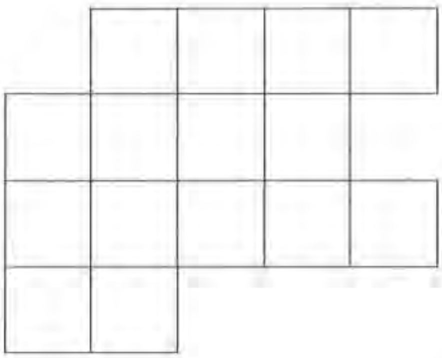
1. *Histoires de chiffres*

Dans le nombre 35, le chiffre des dizaines, 3, est plus petit que le chiffre des unités, 5.

Entre 10 et 99, combien y a-t-il de nombres qui ont un chiffre des dizaines plus petit que le chiffre des unités?

Lesquels?

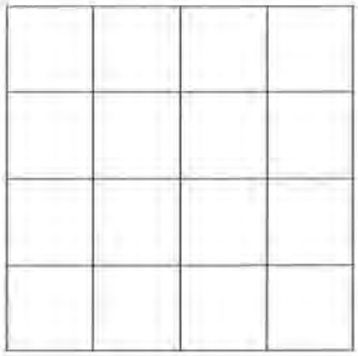
2. *Puzzle*



Ce puzzle est constitué de trois pièces absolument identiques.

Dessinez ces trois pièces, chacune d'une couleur différente.

3. *Carrés*



Il y a beaucoup de carrés dans cette figure.

Combien en voyez-vous?

Expliquez comment vous les avez comptés.

4. *Le livre ouvert*

Sophie ouvre un livre au hasard.

Elle additionne les numéros des deux pages qu'elle voit et elle trouve 145.

Quel est le numéro de la page de gauche qui est ouverte devant-elle?

5. *Avez-vous la monnaie?*

Au kiosque de la gare, Julie a échangé un billet de 10 francs contre 10 pièces de monnaie.
Elle ne reçoit pas plus de deux pièces de la même valeur.

Quelles sont ces dix pièces?

6. *Le classement*

Voici les déclarations de quatre des six finalistes du cross de l'école:

Marcel: «Quand je suis arrivé, Paulette était déjà là.»

Claire: «Je suis arrivée après Jacques, Claude et Marcel.»

Jacques: «Je suis arrivé juste avant Marcel. Françoise était déjà là, mais pas Claude.»

Françoise: «J'aurais bien aimé être la première!»

Quel est le classement de cette course?

7. *Famille nombreuse*

Blaise a le double de sœurs que de frères. Sa sœur Odile a une sœur de plus que de frères.

Combien y a-t-il d'enfants dans la famille de Blaise et d'Odile?

8. *Le tournoi de ping-pong*

32 joueurs sont inscrits pour les huitièmes de finale du tournoi de ping-pong de l'école.

Après chaque partie, le perdant est éliminé, le gagnant est qualifié pour le tour suivant et les deux joueurs reçoivent chacun une boisson.

Combien de boissons seront offertes aux joueurs durant ce tournoi?

Combien le vainqueur en recevra-t-il?

9. *Chiffres impairs*

André pense qu'on peut écrire 50 nombres naturels plus petits que 100 en n'utilisant que les cinq chiffres impairs 1, 3, 5 ,7 et 9. (Par exemple 33, 7, 95, 19, ...)

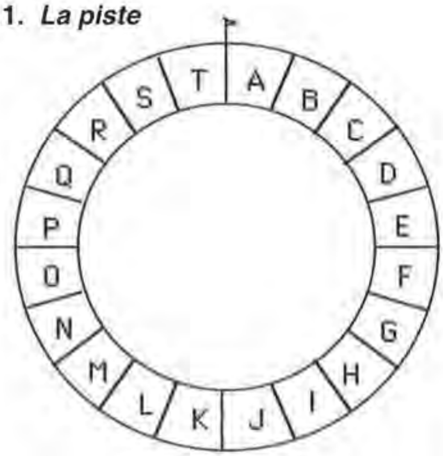
Et vous, qu'en pensez-vous?
Expliquez votre réponse.

10. *Les sportifs*

Dans une classe de 25 élèves, tous pratiquent la natation ou le ski.
14 d'entre eux savent skier, 15 d'entre eux savent nager.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe qui savent à la fois nager et skier?
Expliquez votre réponse.

11. *La piste*



Sur cette piste, vous avancez d'un pas par case, en tournant toujours dans le même sens.

Vous faites le premier pas sur la case A, le deuxième sur B, le troisième sur C, etc.

Sur quelle case serez-vous après 1994 pas?

12. ***Voisins gris***

2	0	1	0
0	2	1	1
1	1	1	1

Les nombres écrits dans les cases de ce rectangle indiquent combien de cases voisines, qui se touchent par un côté, sont grises.
Par exemple, sur la ligne du haut, la case de gauche a deux voisines grises (2). La deuxième est grise mais n'a pas de voisine grise, c'est pourquoi on a écrit 0 dans cette case. La troisième case n'a qu'une voisine grise (1), à sa gauche. La quatrième n'a aucune voisine grise (0).

Dans les cases du tableau suivant, on a écrit les nombres de voisines grises, mais on ne les a pas dessinées.

1	2	2	1
1	2	2	2
0	1	2	0

C'est à vous de marquer les cases grises de ce tableau.

13. ***1994***

Le millésime de cette année est formé d'un chiffre «1», d'un chiffre «4» et de deux chiffres «9».

En plaçant ces quatre chiffres dans un autre ordre, on peut composer d'autres millésimes, comme 1949, 9941, etc.

Combien y a-t-il, en tout, de nombres formés de ces quatre chiffres: «1», «4», «9», «9».

Ecrivez tous ceux que vous avez trouvés.

14. ***Le compte est bon***

Avec les quatre nombres **1**, **2**, **3**, **4**, placés dans cet ordre, on peut construire beaucoup d'autres nombres en utilisant des signes **+** , **-** , **x** , **:** et **des parenthèses**.

Par exemple, 9 et 4:

$$(1 \times 2) + 3 + 4 = 9$$

$$((1 + 2) - 3) + 4 = 4$$

Arriverez-vous à obtenir
24 , 0 , 1 , 36 , 2 , 13 ?

1 2 3 4 = 24

1 2 3 4 = 0

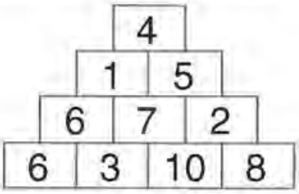
1 2 3 4 = 1

1 2 3 4 = 36

1 2 3 4 = 2

1 2 3 4 = 13

15. *L'escalier des différences*



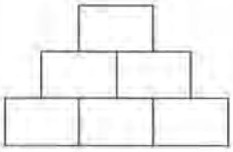
Cet escalier de quatre étages est construit ainsi:

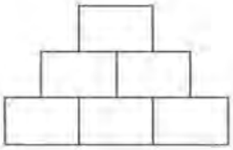
Règle 1
Chaque brique porte un nombre naturel qui est la différence des nombres des deux briques sur lesquelles elle repose.

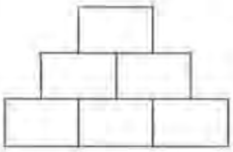
Règle 2
Tous les nombres de l'escalier sont différents.

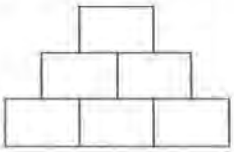
Avec les mêmes règles, construisez des escaliers de trois étages, en utilisant les nombres de 1 à 6.

Combien en trouverez-vous de différents?









16. *Les deux corvées*

Aujourd'hui, Jean a deux corvées qu'il n'aime pas beaucoup: il doit changer l'eau de ses poissons rouges et nettoyer la cage de son cochon d'Inde.

Il change l'eau toutes les deux semaines, mais il nettoie la cage plus souvent, tous les trois jours.

Quelle sera la date de la prochaine fois où il aura ses deux corvées le même jour?

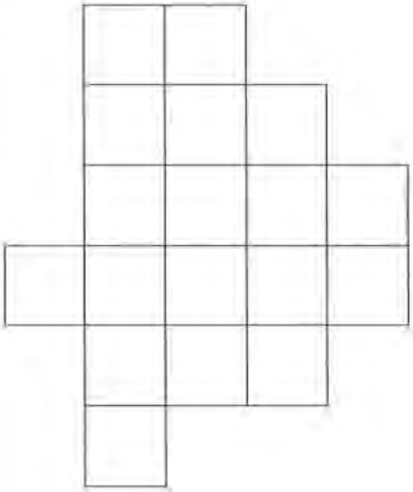
Indiquez le jour et le mois.

17. *Partage*

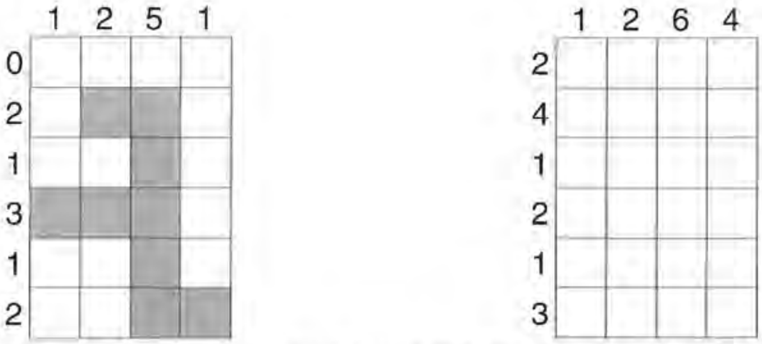
Un paysan partage son champ entre ses trois enfants.

Il tient absolument à ce qu'ils aient tous des parts de même forme, identiques.

Aidez-le à faire son partage en indiquant bien les séparations.



18. *Grille à compléter*



On a indiqué, à gauche, le nombre de carrés gris de chaque ligne de ces deux grilles.

En haut, on a noté le nombre de carrés gris de chaque colonne.

Dessinez les carrés gris de la deuxième grille.

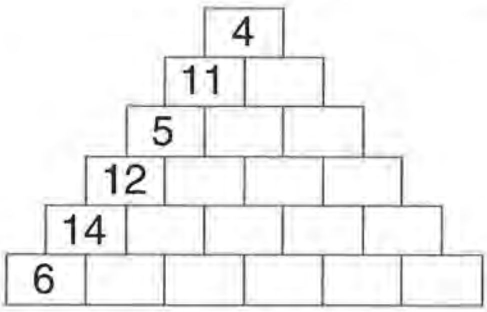
Comment réagissez-vous?

par Luc-Olivier Pochon, IRDP, Neuchâtel

L'intrusion de l'ordinateur modifie l'art de la démonstration ...
Dans *Math-Ecole* n°161 et 163 la question est posée:

Existe-t-il un escalier des différences [1]
utilisant les 21 premiers nombres naturels?

Réponse non! Comment le sais-tu ? J'ai tout essayé (avec l'ordinateur)! Je peux encore te dire qu'il y a vingt et une solutions différentes (à une symétrie près) qui utilisent les nombres jusqu'à 25. Un seul escalier utilise les vingt-deux premiers nombres naturels!
Est-ce une démonstration?
A quelles conditions?



Escalier des différences à 6 étages utilisant vingt et un des vingt-deux premiers nombres naturels (à compléter!).

[1] Chaque brique porte un nombre naturel qui est la différence des nombres portés par les deux briques sur lesquelles elle repose.
Tous les nombres de l'escaliers sont différents.

Evaluation d'activités de recherche

par Maurizio Bertoni et Jean-Daniel Monod, SPES / ENL, Lausanne

Cet article est le texte d'un «atelier» présenté en juillet 1993 dans le cadre de la 45e rencontre de la CIEAEM (Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques) à Cagliari. Il figure dans les actes de la rencontre, présentés dans Math-Ecole n° 164, disponibles auprès de la rédaction (voir page 3 de couverture).

1. Cadre de référence

Notre démarche s'inspire de deux courants:

- le «problème ouvert» dont la théorie didactique est développée à l'IREM de Lyon par G. Arsac, G. Germain et M. Mante,

- les «situations mathématiques» (situations a-didactiques) développées par Gérard Charrière dans le cadre du SRP (Service de la Recherche Pédagogique) de Genève et le Centre Vaudois pour l'Enseignement Mathématique à Lausanne.

2. Problématique

En Suisse, comme dans la plupart des pays du monde actuellement, les élèves reçoivent des notes qui décident de leur promotion. En Suisse romande et dans le Canton de Vaud en particulier, la note a une grosse importance psychologique dans l'esprit des parents, des enfants et des enseignants, à tel point que beaucoup d'élèves «travaillent pour la note». Les autorités scolaires qui ont conçu ce système fixent simultanément des objectifs tels que: «Le maître enseigne les mathématiques pour:
- développer des aptitudes à la recherche
- développer des aptitudes à l'analyse
- développer la logique du raisonnement,...»

Ces derniers mettent l'accent sur l'autonomie et le goût de la recherche, ce qui est contradictoire avec le fait de travailler pour la note.

En plein accord avec ces objectifs officiels, nous avons essayé de dépasser cette contradiction.

Après avoir mené quelques activités de recherche non notées dans des classes, nous avons dû faire face aux protestations des élèves qui nous disaient: «On a fait tout ça pour rien, puisqu'on n'a pas de notes!»

Il est peut-être décevant pour le maître de placer une activité aussi prometteuse sur le plan du sens, aussi formatrice sur le plan psychique, sous le couperet traditionnel des notes. On aurait pu songer à laisser une porte ouverte sur une forme novatrice d'évaluation, espérer même une transformation douce du système scolaire... et bien tel n'est pas notre propos.

Les notes font partie du jeu social - on peut les remplacer d'ailleurs par toute autre appréciation - elles correspondent aux attentes de chaque individu dans un groupe qui souhaite être renseigné sur sa «normalité», voire son insuffisance ou son excellence (relative) dans un domaine donné.

Nous avons donc décidé de noter les travaux de recherche des élèves.

Le jeu social étant admis, il fallait alors préciser le contrat pédagogique avec les élèves. En voici le contenu:

- tout travail de recherche débouche sur un rapport écrit, un poster à exposer ou un transparent à projeter;

- les élèves cherchent en groupe et reçoivent chacun la même note;

- si le groupe a manifestement «empoigné» le problème, l'a fait «sien», il reçoit au moins la note de suffisance (la moyenne);

- cette note peut atteindre l'excellence si le travail vérifie quelques critères annoncés avec la donnée du travail de recherche (elle peut être contestée par les élèves);

- des points sont réservés à «l'impression personnelle du maître», qui assume sa subjectivité (ces points ne peuvent être contestés par les élèves);

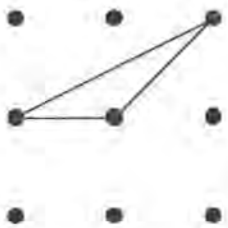
- les notes finales sont intégrées dans la moyenne de promotion, avec les notes portant sur des tests plus traditionnels.

3. Technique d'évaluation

Nous avons développé des grilles de critères, en mettant des accents différents suivant le type de problème posé et suivant l'intention du maître.

Voici deux exemples présentés au congrès et concernant des élèves de 14-15 ans:

a) Thème: «Triangles sur points d'un réseau». Il s'agit de dénombrer des positions différentes de triangles sur un réseau de 9 points et de détecter l'aire maximum de la surface d'intersection de deux de ces triangles.



Accent: obtenir des résultats.

Critères:

• Pour la question: Combien de positions différentes?	
- présence de figures	1 point
- liste complète des figures	1
- comptage correct	1
- présence d'explications	1
- solidité des explications	1
• Pour la question: surface d'intersection	
- présence de figures	1 point
- liste des cas possibles	1
- maximum et minimum	1
Soin et présentation	1
Impression du maître	1
Total:	10 points

b) Thème «Crible de Sundaram». Il s'agit d'un tableau de nombres à compléter dans lequel on observe des régularités, on devine des critères de formation, on découvre des lois qu'on justifie ensuite.

Accent: explorer des pistes.

Critères:

Richesse des idées	6 points
Sûreté des affirmations	2 points
Impression du maître	2 points

Nous avons pris l'option de rester le plus souple possible quant aux critères d'évaluation suivant le type de problème posé, par exemple, on peut mettre l'accent plutôt sur la richesse des idées ou plutôt sur des éléments de preuve et d'autre part augmenter les exigences tout au long de l'année.

De plus, toute évaluation chiffrée de travaux d'élèves, même sur des domaines très techniques, a une part de subjectivité. C'est d'autant plus vrai pour des activités plus ouvertes. Nous avons essayé de limiter les aspects trop subjectifs en nous concertant au moment de mettre les notes.

4. Utilisation de la vidéo

Nous avons filmé des groupes d'élèves au travail pendant certaines activités de recherche.

Les rapports écrits livrent certains résultats trouvés par les élèves, mais ne nous apprennent pas grand chose sur les processus utilisés pour les obtenir.

C'est en regardant et en écoutant les élèves dialoguer qu'on détecte les obstacles et qu'on suit le cheminement de pensée des élèves en temps réel. On est parfois surpris du décalage entre le travail observé et le rapport écrit rendu par un même groupe d'élèves. A partir de ces observations nous pouvons mieux adapter nos explications à la personnalité et à la sensibilité de nos élèves. La vidéo est irremplaçable pour observer précisément les processus d'apprentissage, elle permet de relativiser certaines traces écrites du travail de groupe et donne l'occasion au maître de mieux conduire la suite de son enseignement.

5. Impressions

- les élèves se sentent encouragés à chercher;
- des élèves se révèlent, qui ont des qualités de chercheurs et qui sont, par ailleurs, peu scolaires;
- parfois la réciproque est vraie, certains «bons élèves» sont peu performants en activité de recherche;
- l'image des mathématiques se trouve renforcée positivement dans l'esprit des élèves. Les maths, cela devient «chercher à résoudre des problèmes» et non seulement «appliquer des recettes du livre ou du prof»;
- ils expriment du plaisir à travailler en groupe, à s'expliquer avec leurs mots à eux;
- ils demandent, à la quasi unanimité, de recommencer ce genre d'activités l'an prochain.

6. Confrontation

Attaque: On ne doit pas mesurer un processus d'apprentissage, seule la satisfaction de la résolution personnelle doit compter.

Défense: On ne fait pas une église qu'avec ses saints!

Attaque: Il est injuste de mettre des notes favorables à des gens qui n'ont rien appris, mais qui sont naturellement à l'aise dans la recherche.

Défense: On favorise bien d'autre part les élèves les plus scolaires.

Attaque: En ne mettant que des bonnes notes, on affaiblit le processus de sélection sociale souhaité.

Défense: Réfléchir à un problème est un comportement souhaité, c'est donc au moins suffisant.

Attaque: En mettant des notes de groupe, on n'évalue que les leaders.

Défense: Mais c'est un bon apprentissage social: en se mettant à plusieurs, on produit de meilleurs résultats qu'en travaillant seul dans son coin.

7. Conclusions

Les activités de recherche permettent d'évaluer finement certains processus d'apprentissage des élèves: obstacles, reculs, dépassements, etc.

Elles stimulent l'intérêt des élèves en leur montrant une facette moins habituelle de l'enseignement des mathématiques. La satisfaction des élèves est déjà une évaluation!

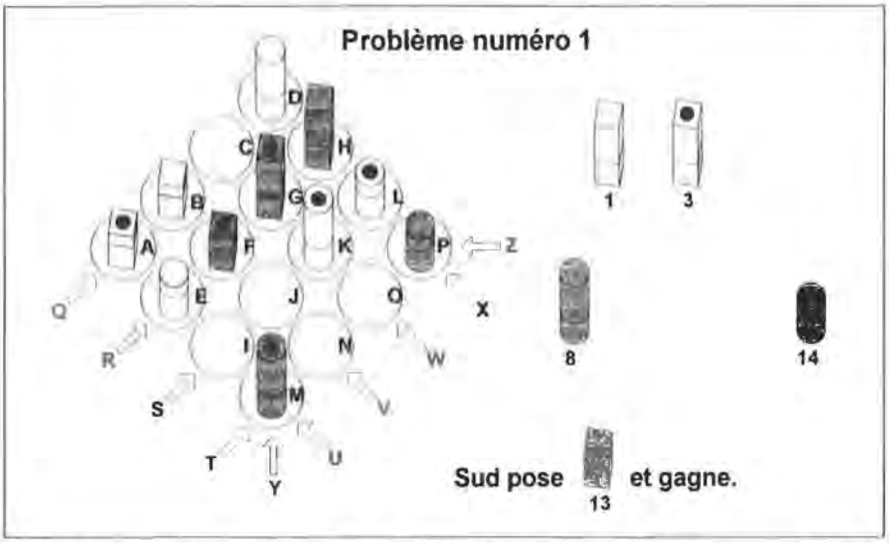
En prenant quelques précautions, (travail de groupe, grilles d'évaluation, exigences annoncées à l'avance,...) on peut évaluer ce type de travail sous forme standard à l'aide de notes. Il est alors essentiel de lui donner une connotation positive avec le contrat: «Si tu cherches, tu auras au moins la moyenne».

Bibliographie:
- Charrière et al., *Sur les pistes de la mathématique*, SRP, Genève
- Arsac et al., *Problème ouvert et situations-problèmes*, IREM Lyon
- Mante et al., *Varier notre enseignement avec les problèmes ouverts*, IREM Lyon
- CVEM, *Liste des situations mathématiques*, CVEM, Lausanne
- Allal, Cardinet, Perrenoud, *L'évaluation formative dans un enseignement différencié*, P. Lang, Berne

QUARTO

NDLR. M. Blaise Müller persiste et signe. Il vient de rédiger un premier fascicule de «problèmes» de QUARTO (voir *Math-Ecole* n° 154 et 157), le jeu de son invention qui connaît un succès toujours grandissant au point de devenir un classique des ... travaux manuels!

Math-Ecole est heureux d'offrir en primeur à ses lecteurs deux de ces problèmes et de leur proposer, à cette occasion, un nouveau défi: trouver les deux solutions et en fournir une justification complète. Un jeu QUARTO de grand format récompensera le premier lecteur qui nous enverra les deux réponses complètes, un autre jeu, de petit format, est offert à l'auteur de la deuxième réponse correcte reçue.



En jargon d'amateurs de problèmes de QUARTO, **«Sud pose 13 et gagne»** signifie que le joueur appelé «Sud» doit poser la pièce 13 et donner l'une des pièces restantes à son adversaire, de façon à gagner à coup sûr.
«Sud» a le choix entre cinq emplacements (C,I,J,N,O) et quatre pièces restantes (1,3,8,14), ce qui représente vingt combinaisons. Par exemple, il pourrait choisir (O;3), c'est-à-dire de poser la pièce 13 en O et de donner la pièce 3 à son adversaire «Nord». Mais celui-ci s'empresserait de la poser en J et d'annoncer «Quarto» de pièces hautes sur la diagonale Y. Il s'agit donc, pour «Sud» de trouver une meilleure solution. **Voir problème n°6 en page 29.**

Evaluation d'une situation mathématique: peut-on, faut-il et comment mettre une note?

par Michel Chastellain, maître de didactique des mathématiques au SPES, Lausanne

A ces trois questions, il y aurait lieu d'en rajouter beaucoup d'autres comme, par exemple, celles qui figurent dans l'éditorial de *Math-Ecole* n° 162. Pour rappel, tout lecteur n'étant pas nécessairement un collectionneur, les questions soulevées à cette occasion mettaient en relation, d'une part, l'évaluation des activités «ouvertes» et, d'autre part, la gestion du temps, l'apprentissage de la rédaction d'un compte rendu, le choix des critères de jugement, l'adéquation de la grille de critères aux travaux présentés, la disparité des productions proposées, l'attribution des notes au sein d'un groupe, la consistance des productions écrites qui ne reflètent souvent que l'étape ultime de la recherche ou encore, la subjectivité du maître!

Parmi la diversité des réponses que toutes ces interrogations suscitent, il en est une qui semble particulièrement adéquate à cette problématique: c'est **la présentation d'un vécu de classe en guise de témoignage d'une pratique effective**. Certes, ce n'est pas parce qu'une démarche a été menée en un lieu déterminé qu'elle peut être sans autre généralisée pour être appliquée ailleurs du jour au lendemain. Mais cette conception offre l'avantage d'éveiller l'intérêt du lecteur, «prof. de math.», car elle se réfère à son expérience. Et plutôt que de chercher à le surprendre par une théorie, dont il pourrait se méfier dans la mesure où elle remet en cause sa manière de faire, il s'avère plus judicieux de recourir à sa propre connaissance de «ce qu'il se passe réellement durant les leçons».

Cet article décrit donc **une** démarche d'évaluation sommative d'activités de recherche. Prétendre que celle-ci représente l'unique manière de procéder serait maladroit et chacun peut recourir à sa pratique personnelle afin d'apporter les multiples améliorations qu'il juge nécessaire.

Contexte

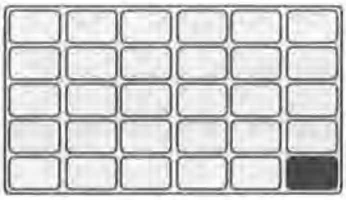
Les productions présentées par la suite proviennent d'une classe de 7e année scientifique, comptant vingt élèves, orientés dans cette section en fonction de leur intérêt pour les mathématiques. Autrement dit, leur nombre relativement restreint ainsi que leur motivation facilitent la gestion de la classe lors d'activités «ouvertes». Chaque semaine, nous nous voyons durant six périodes, équitablement réparties entre l'apprentissage de l'algèbre et celui de la géométrie.

A la suite du travail déjà effectué en sixième année, les élèves possèdent une certaine expérience dans la conduite d'une recherche et dans l'élaboration d'un compte rendu. Ils ont l'habitude de travailler ensemble à deux ou à trois, voire à quatre et ils s'organisent seuls pour modifier, d'une fois à l'autre, la composition des groupes. Grosso modo, nous avons passé de deux à quatre périodes, toutes les deux à trois semaines dans des situations mathématiques, que ce soit lors de problèmes «ouverts», de situations-problèmes, d'ateliers ou, plus généralement, d'activités de recherche.

Un jeu sans prétention?

Il n'est pas possible de présenter ici toutes les évaluations effectuées durant l'année scolaire 93-94 et seule une activité fait l'objet d'une description. Le problème en question figurait dans *Math-Ecole* n°155 sous le doux nom de «Chocolat», accompagné de la consigne suivante:

Prenez une plaque de chocolat et peignez un des quatre carrés d'angles, en vert, pour lui donner un goût et un aspect repoussant.



1. *Les joueurs prennent la plaque à tour de rôle et en détachent une partie en la coupant suivant une seule ligne du quadrillage. Ils mangent le morceau qu'ils ont détaché.*
2. *Celui qui mange le carré vert a perdu!*

Comment allez-vous jouer pour ne pas devoir manger le carré vert?

En vue d'attribuer une note au résultat de cette recherche, cinq critères d'évaluation complétaient la feuille de consigne:

- Qualité de la présentation du compte rendu
- Clarté des explications
- Pertinence des remarques
- Stratégie développée
- Appréciation personnelle

Par ailleurs, chaque groupe disposait, pour manipuler à satiété, de trente petits cubes[1] en plastique dont un «infâme» de couleur verte!

Où la gourmandise devient motivation!

Les quatre productions suivantes, élaborées après deux périodes de quarante-cinq minutes, illustrent, au plan qualitatif, la «fourchette» des résultats obtenus:

Compte rendu n°1

Comment ne pas être «chocolat»! Laurent, Matthieu, Nicolas

Il faut jouer de telle manière a ce qu'il ait le même nombre de carré horizontalement et verticalement.

ex :

//// joueur 1 1,2,3,4 après le "P" = nombre de coup

\\\\ joueur 2

"P"= Player

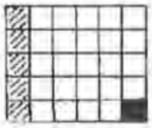
[1] *Cubes Dick*, VIVISHOP, rue Curtat 8, 1005 Lausanne

En jouant plusieurs fois, nous avons remarqué:
que celui qui connaît le "truc" est presque sûr de gagner, à moins que son adversaire connaisse aussi le "truc"!
qu'au début nous avions trouvé une solution mais elle ne marchait pas à tout les coups. Si l'autre en enlevait trois bandes à l'horizontale, on en enlevait trois aussi sauf à la verticale. mais comme il n'y a pas le même nombre horizontalement et verticalement, cela ne peut pas joué!

Compte rendu n°2

Julien / Romain

Pour gagner à coups sûr il faut manger la ligne A sur le tableau x



→ tableau x
▨ = premier joueur

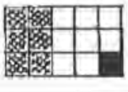
ⒶBCDEF

On obtient alors un carré et s'est à l'adversaire de jouer

▧ = second joueur

ABCDEF

Le premier joueur doit reformer un carré.
L'adversaire mange une autre partie de la plaque et de nouveau le premier joueur reforme un carré jusqu'à ce que le second joueur mange le carré noir

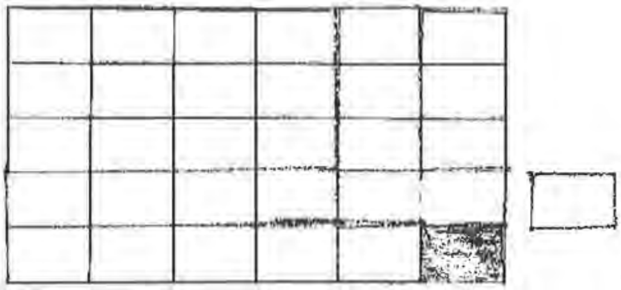


revoila le carré etc
Il faut commencé pour gagner

Compte rendu n°3

Comment ne pas être « chocolat » !

Seymour et Erwan



= lignes qu'il faut manger.

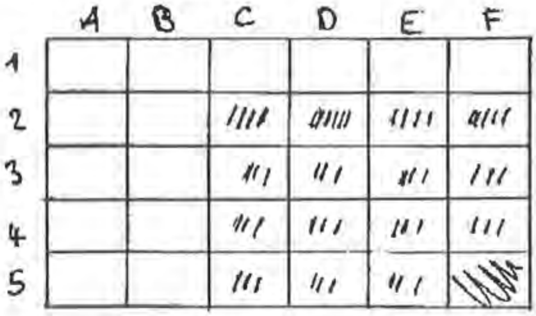
Celui qui commence n'est pas forcément le vainqueur, ça dépend comment il joue.

Quand on arrive dans ce stade, on peut mettre en pratique la stratégie.

	A	B	C	D	E	F
1					///	
2					///	
3					///	
4	///	///	///	///	////	///
5					///	

La stratégie consiste a pousser l'adversaire sur les lignes I et 3. Dans ce cas nous pouvons avaler les lignes E et 4. L'adversaire ne peut rien faire à par manger le chocolat vert.

2ème solutions



A partir de ce stade là l'adversaire est perdu, même si il mange une ou deux ligne(s). C'est à lui de commencer.

/// adversaire

■ moi

il a perdu.

il a perdu

il a perdu

il a perdu

j'ai perdu

j'ai perdu

La tactique consiste à manger l'avant dernière ligne pour que l'adversaire mange la dernière.

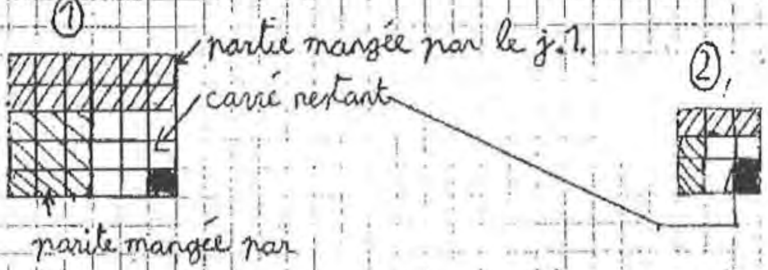
Compte rendu n°4

Samuel - Fabrice   Comment ne pas être « chocolat »

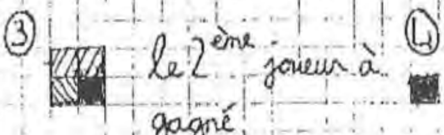
joueur 1 = j 1
joueur 2 : j 2

Solution pour que le 2ème joueur gagne

Pour que le deuxième joueur gagne il faut, chaque fois que le premier joueur enlève une partie de la plaque, enlever une autre partie de manière à ce que la plaque soit carrée ex. joueur 1 / joueur 2

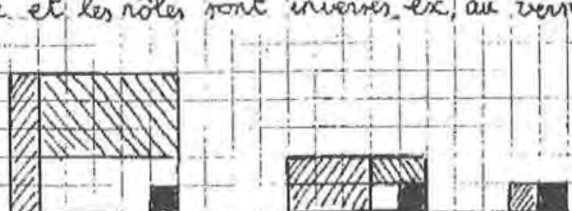


Nous avons trouvé la solution en jouant plusieurs parties.



Solution pour que le 1er joueur gagne

Cette solution est basée sur le même principe que la précédente, si le 1er joueur enlève ~~la~~ une seule colone (verticale), cela fait un carré et les rôles sont inversés ex. au verso : j 1 = //// j 2 = \\\\



Peut-on, faut-il et comment?

«*Deux à quatre périodes, toutes les deux à trois semaines*» pour résoudre des problèmes signifie consacrer environ trois périodes sur dix-huit à de telles activités, ce qui représente 17% de la dotation horaire en mathématiques. Ce laps de temps étant relativement important, il me conduit à valoriser le travail qui s'y fait afin d'en tenir compte dans la moyenne semestrielle.

L'évaluation chiffrée d'une activité de recherche fait plus que d'habitude appel aux critères personnels du maître placé devant des responsabilités pédagogiques. Cette évidence est à l'origine des trois options fondamentales suivantes:

- Une consigne est toujours accompagnée d'une liste de critères d'évaluation afin de clarifier le contrat didactique: les élèves connaissent les éléments sur lesquels ils seront jugés.

- Un groupe qui est entré dans le problème et qui fait preuve de persévérance obtient la moyenne de six. A ce propos, il faut bien constater que le travail scolaire n'est pas mis sur le même pied d'égalité que le travail dans le monde des adultes. Je veux dire par là, que le travail de la vie pratique est une valeur sûre qui est généralement monnayée. J'en veux pour preuve une expression comme: «*gagner sa vie à la sueur de son front,*» ou encore «*tout travail mérite salaire*». En procédant ainsi, j'entends signifier aux élèves que leur assiduité à la tâche est louable et qu'une telle attitude mérite une récompense. Celle-ci est donc offerte sous la forme d'une note égale ou supérieure à la moyenne. D'ailleurs, les élèves investissent toujours une énergie et un enthousiasme réjouissants lors d'activités «ouvertes», de telle sorte que cette option n'a jamais été remise en cause. Par contre, les points attribués à chaque critère figurent en retour sur les comptes rendus. Il arrive donc qu'un groupe obtienne la moyenne de six, en vertu de ce qui vient d'être dit, alors que la somme de ses points est inférieure. C'est le cas du travail de Seymour et Erwan que nous verrons plus loin. Cette manière de procéder présente l'avantage d'informer les élèves sur les améliorations à envisager lors d'une prochaine étude.

- Une part de l'évaluation est réservée à mes impressions personnelles. Celles-ci sont fondées en grande partie sur ce que j'ai vu durant la leçon, sur la collaboration au sein du groupe, l'organisation du travail, le degré d'autonomie ou encore, ce que je connais des élèves. Cette manière de faire est subjective. C'est vrai. Mais que dire de l'attitude du maître de physique qui évalue le rapport d'une expérience de laboratoire ou de celle d'un maître de français lorsqu'il corrige une dissertation? Et faisons-nous toujours preuve d'objectivité lors de l'élaboration puis de la correction d'un travail écrit de mathématiques?

Quant au choix des critères d'évaluation, il varie en fonction des activités et des objectifs que je souhaite atteindre. A titre indicatif, et sans aucune hiérarchie, en voici une liste qui n'est pas exhaustive:

- **Pistes de recherche:** nombre, variété, qualité.

- **Méthode:** exploration, exploitation des idées, rejet d'une piste pour non conformité, inefficience ou impossibilité d'aboutir faute de temps, persévérance.

- **Résultats:** qualité, quantité, adéquation des écritures mathématiques.

- **Commentaires:** résultats bruts ou accompagnés de remarques pertinentes, affirmations justifiées, vérification, généralisation, preuve formelle.

- **Présentation:** clarté, soin, illustrations, utilisation d'outils mathématiques (tableaux, graphiques, ...), précision du langage.

La dégustation du maître!

Dans la phase d'évaluation chiffrée, le travail du maître se révèle considérable car il doit, non seulement chercher à comprendre la procédure, le raisonnement ou la stratégie suivis par tous les groupes, mais encore saisir le cheminement des élèves au travers de la lecture de leur production écrite. Il faut bien reconnaître que le temps de cette «correction» n'est pas comparable avec celui d'une épreuve déterminant les compétences techniques des élèves comme, par exemple, à la fin de l'étude d'un chapitre du programme d'algèbre.

De plus, s'il entend les faire progresser dans l'apprentissage d'un compte rendu de recherche – pour y parvenir, il existe différentes pistes dont quelques-unes sont présentées par la suite, sous le titre de «Et pour aller plus loin?» – le maître devra retourner les informations nécessaires à la bonne évolution de la qualité des productions dans le futur. A titre d'exemples, voici donc le résultat de cette évaluation pour les quatre textes qui précèdent:

Evaluation du compte rendu n°1

Laurent/Matthieu/Nicolas

1 Qualité présentation 1/2

Vous auriez pu présenter votre travail avec un énoncé de la donnée, des marges et un peu plus de soin !

2 Clarté des explications 1

Mettez-vous à la place d'un lecteur qui ne connaît pas le problème. Pensez-vous lui faciliter la compréhension ? Par exemple, vous parlez de "carrés" et vous dessinez des rectangles ! Attention de ne pas tenir des propos qui font référence à des "non-dits" (cf. dernière remarque).

2,5 Pertinence des remarques 2

Vous formulez des remarques et c'est bien. Mais efforcez-vous de justifier vos affirmations ou essayez d'expliquer le pourquoi de vos constatations.
N'y a-t-il véritablement aucun "truc" pour gagner à coup sûr, si les deux joueurs possèdent une bonne stratégie ?

2^5 Stratégie développée 1^5

D'accord, vous en proposez une qui est pratiquement infaillible. Mais il serait judicieux d'éclairer le lecteur sur la manière dont vous avez procédé pour parvenir à ce résultat, sur les obstacles rencontrés et sur les découvertes successives que vous avez vécues.

2 Appréciation personnelle 2

10 7

Note finale : 7

Evaluation du compte rendu n°2

Julien / Romain

1 Qualité présentation 1

2 Clarté des explications 2

2^5 Pertinence des remarques 2

Vous auriez pu développer un peu vos remarques, par ex. en justifiant vos affirmations. Ainsi, en fin de rapport, le lecteur découvre qu'il s'agit de commencer la partie pour gagner. Pourquoi?

2^5 Stratégie développée 2

Vous expliquez la stratégie qu'il faut appliquer pour gagner : bien. Mais, il aurait été intéressant de découvrir votre raisonnement pour parvenir à cette conclusion. N'avez-vous pas remarqué que la position  permettait au joueur qui la "fabriquait" d'être gagnant à coup sûr?

2 Appréciation personnelle 2 Bon travail. 9

Evaluation du compte rendu n°3

Seymour / Erwan

1 Qualité présentation 1/2

2 Clarté des explications 1

Pensez-vous que le lecteur "anonyme" perçoive votre cheminement et comprenne bien les différentes étapes de votre raisonnement ? Vous ne lui facilitez pas la tâche en parlant, par exemple, de lignes D et 3 alors que vous hachurez les lignes E et 4 ! Un choix d'une représentation par petits schémas aurait été meilleur, comme vous l'avez fait par la suite. A propos, êtes-vous certains que dans le premier cas (p. 2) "il a perdu" ?

2,5 Pertinence des remarques 1

D'accord avec votre première remarque bien qu'elle semble triviale ! Par contre, attention à bien vérifier chaque affirmation pour être sûr qu'elle est correcte. C'est le cas des propositions de la page 2, propositions qui n'aboutissent pas nécessairement aux solutions présentées. (à discuter ensemble)

2,5 Stratégie développée 1

Votre démarche est encore mal structurée. Certes, "cela" semblait bien parti mais la suite se révèle moins compréhensible. Quel est le lien entre la première et la seconde partie ? Finalement, quelle stratégie faut-il adopter ? Et si les deux joueurs la connaissent ?

2 Appréciation personnelle 1,5

Note finale : 6

10 5

Je récompense ici votre travail, votre application et votre concentration. Bravo !

Evaluation du compte rendu n°4

1 Qualité présentation 1

Samuel / Fabrice

2 Clarté des explications 2

2⁵ Pertinence des remarques 2⁵

J'apprécie tout particulièrement que votre découverte provienne d'une succession de parties. Mais qu'arrive-t-il si les deux joueurs possèdent la stratégie gagnante ?

2⁵ Stratégie développée 2

Dommage que vous n'ayez pas explicité chaque étape de votre stratégie!

2 Appréciation personnelle 2

Bravo! 9⁵//

Accompagner la correction d'un compte rendu de recherche de quelques commentaires, comme nous venons de le voir, est appréciable si l'on entend guider les élèves vers une amélioration de leurs productions. Mais, c'est insuffisant pour parvenir à un résultat satisfaisant à court ou moyen terme. Il s'agit donc, parallèlement, de mettre en place une méthode d'évaluation formative efficace. Pour y parvenir, il existe plusieurs pistes que le maître a la liberté de suivre indifféremment, d'une situation à l'autre:

• Affichage

Il est profitable que chaque élève puisse prendre connaissance de la réflexion d'un autre groupe afin de découvrir l'intérêt, mais également les limites, de son propre travail. Un affichage de toutes les productions sur les murs de la salle facilite la prise d'informations. Cette manière de faire présente l'avantage de fournir des arguments à tous, pour l'incontournable discussion finale de synthèse.

• Présentation

L'apprentissage d'une bonne expression fait également partie de notre mandat de maître de mathématiques. Mais cet objectif est souvent laissé de côté, par manque de temps. Autrement dit, demander à un élève de décrire l'étude menée par son groupe vise à atteindre ce but. De plus, dans une telle démarche:

- les élèves sont amenés à parler des différentes étapes de leur recherche, des obstacles rencontrés, de la manière dont ils les franchissent, d'où une prise de conscience de l'intérêt à ne pas livrer sèchement que le résultat final de leur réflexion,
- l'élève qui représente le groupe étant «tiré au sort», chacun aura une motivation supplémentaire pour s'investir dans l'organisation et la répartition des tâches communes.

• Entre classes

Quand un élève lit le compte rendu d'une recherche menée par un autre groupe, recherche dans laquelle il s'est lui-même déjà plongé, sa compréhension du texte est grandement facilitée. Dans le cas contraire, la critique devient pertinente, car la qualité de la description prend tout son sens. D'où l'idée de travailler en parallèle avec une autre classe, d'échanger les rapports et de demander un retour par écrit.

• Par groupes

Lorsque le travail d'analyse se poursuit au niveau des groupes, je retiens deux possibilités:

- Le premier groupe, après avoir découvert les résultats du deuxième, formule ses remarques devant la classe. Le deuxième groupe possède alors un droit de réponse. L'échange terminé, les autres élèves de la classe se prononcent sur ce qu'ils ont entendu et critiquent les arguments développés. Ce type de démarche se prête particulièrement bien à un enregistrement vidéo dont le visionnement ultérieur est toujours révélateur de richesses insoupçonnées.
- Chaque groupe est chargé de formuler par écrit un compte rendu de critiques, en se référant notamment aux critères retenus par le maître pour l'évaluation chiffrée. Il ne s'agit pas de demander aux élèves de mettre une note – bien que quelques-uns ne s'en privent pas – mais plutôt de s'exprimer sur la qualité d'une production mise en correspondance avec les critères retenus. A titre d'exemple, voici le résultat de cette démarche pour nos quatre productions:

Critique du compte rendu n°1

Critique de Lionel et Patrick sur le travail de Laurent, Matthieu et Nicolas.

La solution a été trouvé mais pas tellement développer.
Les explications du schéma ne sont presque pas compréhensible.
Le "P" de plage complique sérieusement le schéma déjà peu compréhensible.
~~Petite voix~~
Le mot "presque sur" à la ligne 2 du chapitre ~~à la ligne~~ deux est incorrecte car le joueur qui commence et qui connaît le truc gagne à coup sur même si son adversaire connaît le truc

La bonne stratégie a été très peu dévelopée par rapport à la stratégie que ~~ils~~ élèves avaient trouvé en premier
aviez

Le travail est correct
" " est pauvre en explication schématique qui rendrait le travail déja un peu plus compréhensible.

La stratégie du chap. 2 aux lignes 4 à 8 était surtout à notre avis pour remplir le travail

Critique du compte rendu n°2

Remarque sur le travail de Julien et Romain.

Ils n'expliquent pas très bien leur démarche. Ils ne donnent pas assez de détails. Ils auraient pu employer un langage plus mathématique.
La remarque : « Il faut commencer pour gagner » n'est pas très juste car si l'adversaire ne connait pas le truc ce n'est pas forcément celui qui commence qui gagne. La fin n'est pas très bien expliquée, au lieu de mettre «etc» ils auraient du continuer à expliquer.

Ils auraient du mettre une conclusion.
On ne sait pas très bien quel texte corespond à quel graphique.
Ils auraient pu marquer que c'est un exemple à partie car ça ne se déroule pas forcément comme ça.

1 Qualité... 1
2 clarté d'ex... 1⁵
2⁵ Pertinence 1⁵
2⁵ Stratégie 2
2 Apprét.... 2

En général c'est assez bien présenté.

Samantha et Pamela

Critique du compte rendu n°3

Critique du travail de Seymour et Erwan:

Natalina
Olivia
Alessandra

Clarté d'exercice:	1⁵	/	2
Qualité:	1	/	1
Pertinence:	1	/	2⁵
Stratégie:	2	/	2⁵
Appréciation personnel:	1⁵	/4	2
Total de la note:	7		

Pour la clarté c'est bien mais ils ne se sont pas trop fatigués question coloriage et propreté.
Pour la qualité c'est bien mais ils n'ont pas l'air assez persuadés.

Pour la pertinence ; ils ne font pas assez de remarques.
Pour la stragie ce n'est pas très clair.
Pour l'appréciation personnell ; le tout n'est pas mal mais nous trouvons qu'ils y a certain points à améliorer, par exemple : la propreté, les chemas sont un peu bizarres car ils n'ont dessiné que 4 sur 4 alors qu'il aurait falut faire 5 → sur 5 ↓. cases. Mais par contre ils ont été jusqu'au fond de leurs pensées mais c'est trop vaste pour quelqu'un qui ne connaît pas le sujet. Les 2 solutions sont un peu trop floues.

Critique du compte rendu n°4

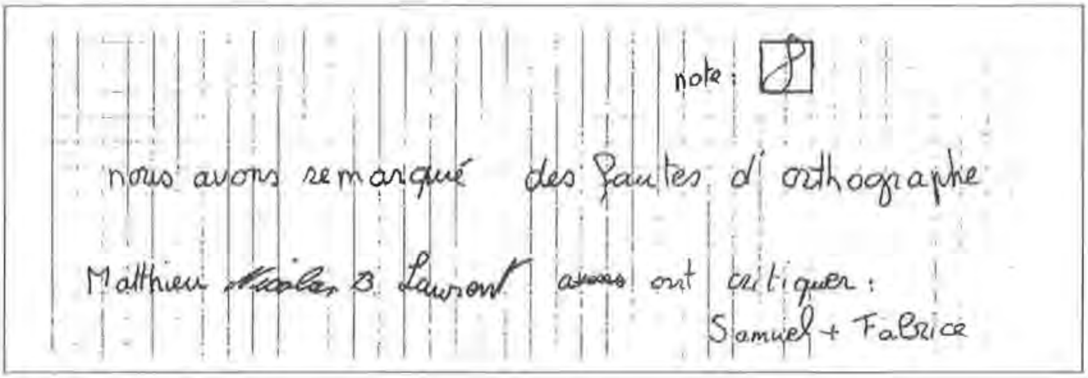
Qualité 1/1
Le travail est bien écrit et bien présenté

Clarté des explication 1.5/2 Ce n'est pas toujours facile de comprendre leur explication du premier coup.

pertinence : 2/2.5 Il y a des remarques inutiles.

Stratégie développée 2/2.5 Bien développé mais il n'explique pas comment ils sont arrivés au résultat

Appréciation personnel : C'est bien présenté, mais dans l'ensemble il y a quelque petite chose que on ne comprend pas.
1.5/2



Pour la bonne bouche.

Il y a encore beaucoup à dire sur le sujet et c'est pourquoi il serait souhaitable que vous, lecteurs, apportiez votre vision de la problématique. Car, présenter le résultat de ses propres cogitations, ça n'est pas vouloir imposer sa démarche personnelle, mais plutôt livrer l'état de sa réflexion à la critique d'autrui afin de susciter l'évolution de tous.

En guise de conclusion, j'ajoute que si toutes les activités étudiées font l'objet d'une évaluation formative, sous une forme ou sous une autre, seules deux à trois d'entre elles sont notées par semestre. Chaque résultat obtenu compte alors pour une note à part entière dans la moyenne.

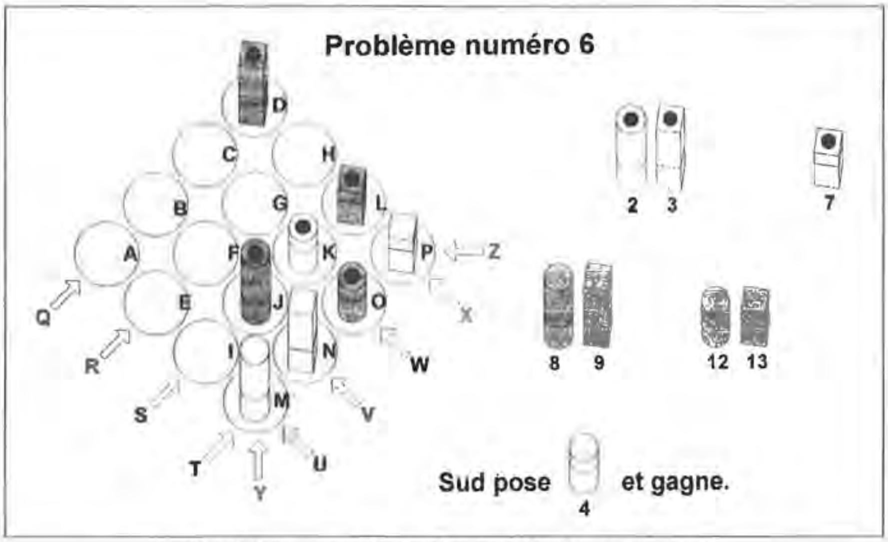
Bien évidemment, la recherche présentée ici s'est achevée en classe dans une pantagruélique orgie de chocolat!

Moralité:

Toute situation mathématique mérite d'être dégustée!

QUARTO

(suite de la page 13)



Il existe aussi des gains en plusieurs coups!

Les réponses complètes: solutions des deux problèmes, avec explications détaillées, sont attendues à la rédaction de *Math-Ecole*, IRDP, CP 54, 2007 Neuchâtel 7.

Réponses dans le prochain numéro, avec informations sur la manière de se procurer le fascicule de problèmes, actuellement encore au stade du «manuscrit».

Une clepsydre en fonction

ou de l'utilité des fonctions pour la conception d'une clepsydre

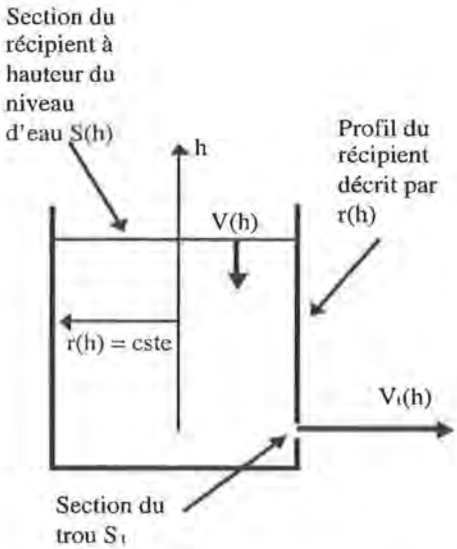
par Bernard Furrer et Eric Laydu, Gymnase du Bugnon, Lausanne

Le but de cet article est de résumer un travail interdisciplinaire mathématique-physique qui s'est déroulé au Gymnase du Bugnon de janvier à avril 1994 dans une classe de 1GS (élèves de 16 à 17 ans, 7 h de mathématiques, 9 h de physique dont 8 h de travaux pratiques par demi-classe).
Pourquoi un tel type de travail? Le cloisonnement naturellement érigé par nos élèves entre les différentes matières suffit à rendre nécessaire notre démarche. Dans cette perspective nous nous sommes fixé plusieurs objectifs; notamment: passer d'une expérience physique à la modélisation mathématique qui la décrit, prédire le comportement de l'expérience en connaissant la représentation graphique de la mesure liée à cette expérience, appréhender le lien entre une fonction mathématique et la représentation graphique décrivant une série de mesures en physique.

De manière plus précise, un phénomène physique est souvent décrit par une fonction. La notion de graphique ou de courbe d'étalonnage est primordiale pour un physicien (et pour tout scientifique en général). Les mathématiciens ont souvent une vision plus théorique de la notion de fonction: c'est pour eux un outil permettant de faire de l'analyse (au sens large bien entendu!). Le transfert de la notion mathématique de fonction à celle de fonction dans le cadre d'un modèle physique constitue donc un pas que doit franchir tout scientifique à un moment donné de ses études. C'est cette notion de transfert que nous allons étudier dans cet exposé.

Le but expérimental que nous nous sommes fixé est la construction par les élèves d'une clepsydre telle que la vitesse de descente de l'eau soit constante. Ce but nous donne un prétexte permettant d'étudier la notion de fonction en faisant un travail suivi et continu transdisciplinaire mathémathique-physique.

Ce travail se déroule selon la progression suivante:



$V(h)$: vitesse de descente du niveau d'eau à la hauteur h

$V_t(h)$: vitesse de sortie de l'eau lorsque le niveau est à la hauteur h .

$$V(h) = \frac{S_t}{S(h)}\sqrt{2gh}$$

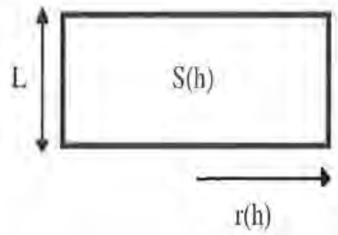
1. Représentation en **mathématique** de graphes de fonctions à l'aide de problèmes bien choisis.

2. En **mathématique**, à l'aide d'un catalogue des graphes des *fonctions utilitaires* $\pm x^n$ pour $n = 1, 2, 3$, rechercher par analogie des graphes de fonctions du type $x^n + c$ ou $(x + c)^n$ ($n = 1,2,3$).

3. Travail pratique en **physique**: on donne un récipient à section constante qui se vide par un petit trou. Défi pour les élèves: *«après x minutes, dites-moi à quelle hauteur est l'eau»*. On procède ensuite à la vérification expérimentale des prédictions des élèves (auto-évaluation).

4. En **mathématique**, analyse par les élèves des courbes $h=h(t)$ (hauteur de l'eau par rapport au temps) et $V=V(h)$ (vitesse du niveau d'eau par rapport à la hauteur) trouvées lors de l'expérience précédente. $h(t)$ se comporte comme t^2, fonction de leur catalogue et $V(h)$ se comporte comme $\sqrt{h}$, fonction qui n'est pas dans leur catalogue. On introduit cette dernière à l'aide de la notion de fonction réciproque.

5. Sachant que $V(h)$ se comporte comme $\sqrt{h}$, on établit *la formule de Torricelli* $V_t(h) = \sqrt{2gh}$. Le maître de **physique**, grâce à la notion de conservation du débit ($S(h)V(h) = S_t(h)V_t(h)$), fait déduire aux élèves la formule $V(h) = \frac{S_t}{S(h)}\sqrt{2gh}$ où S_t est l'aire du trou et $S(h)$ l'aire d'une section du récipient en fonction de la hauteur.



6. «*Jeu*» en **mathématique** avec la formule trouvée pour $V(h)$ en physique. Les élèves testent d'abord des volumes simples puis on leur suggère de poser $V(h)=cste$, et de prendre pour $S(h)$ une section rectangulaire telle que $S(h)=2Lr(h)$ avec $L=cste$. Faire tracer les courbes et faire comprendre aux élèves que ces courbes *«décrivent»* le profil du récipient lié aux conditions données.

7. Construire aux travaux pratiques de **physique** une clepsydre à tranches rectangulaires telle que $V(h)=cste$ et qui mette *un temps donné* pour se vider. Expérimentation pratique et cohérence des prédictions.

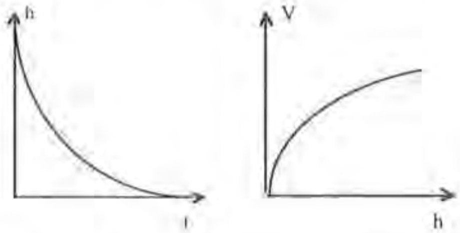
Nous allons développer ce plan plus en détail. Pour les élèves, le point de départ est la notion de comportement d'une fonction par l'étude de son graphe. En effet, une manière intuitive de faire comprendre la notion de fonction est l'identification de la fonction et de son graphe. Il y a là un point de vue qualitatif et dynamique que les élèves comprennent en général très bien. Cet aspect est d'autant plus intéressant que le physicien y voit une manière *«d'exploiter»* une courbe d'étalonnage. Nous pouvons donc utiliser l'intuition et les acquis des élèves pour les rendre attentifs à cette identification.

Nous donnons aux élèves un catalogue de graphes de fonctions *«utilitaires»*. A l'aide de ce catalogue, les élèves devinent relativement facilement l'allure des graphes de fonctions telles que: $f(x)=x+2$, $f(x)=x^2-4$, $f(x)=(x-3)^2$, $f(x)=x^3+1$,.... L'aspect qualitatif est ici le seul utilisé.

Ainsi, munis d'un catalogue étendu de fonctions, les élèves sont mis au défi au cours de physique de prédire le résultat de deux expériences qui consistent à vider un récipient à section constante. Le premier défi est de prédire expérimentalement à quel moment l'eau passe à une hauteur donnée et le deuxième à quelle vitesse elle passe à cette hauteur. Le moyen de répondre à ces défis est de construire une courbe d'étalonnage qui est en fait le graphe de la fonction $h = h(t)$ où h est la hauteur de l'eau et t le temps.
Les élèves pensent très rapidement à cette notion de courbe: ils définissent un système d'axe, ils placent le temps sur l'axe des x et la hauteur sur l'axe des y. Ils obtiennent une série de points qu'ils relient ensuite afin d'obtenir une courbe. Les élèves sont alors

capables de répondre sans difficultés aux défis.

Nous avons remarqué que le transfert de la notion de graphe considéré comme graphe d'une fonction à celle de graphe considéré comme courbe d'étalonnage se fait de manière très rapide. Les élèves voient bien le point de vue dynamique de la fonction, c'est-à-dire le fait qu'à *t* on fait correspondre *h(t)*.



L'aspect qualitatif de la courbe de la première expérience nous donne une fonction du type $f(x) = x^2$ ou $f(x) = x^3$ (fonctions connues des élèves). L'aspect qualitatif de la courbe de la deuxième expérience n'est en revanche pas connu. On trouve en effet une fonction qui se comporte comme $\sqrt{x}$.

Si l'on analyse ces courbes durant un cours de mathématique, les élèves se rendent compte assez vite que la première courbe se comporte comme x^2 ou x^3 (seules fonctions de leur catalogue qu'ils peuvent extrapoler dans le cas présent). Par contre la deuxième leur pose (à juste titre) des problèmes. Le fait de leur dire qu'ils ont fait la mesure dans « *l'autre sens* » débouche très vite sur la notion de fonction réciproque. La fonction réciproque *g* d'une fonction *f* est donc « ce que l'on obtient quand on fait la mesure dans l'autre sens »: *f* fait correspondre *x* à *y* et *g* fait correspondre *y* à *x*.

On découvre là un aspect dynamique de la notion de fonction réciproque. Par extension, les élèves voient alors tout de suite que le graphe de la réciproque *g* d'une fonction *f* (quand elle existe) se trouve en symétrisant le graphe de *f*. Si on esquisse le graphe de la réciproque de *V(h)*, les élèves remarquent qu'il se comporte comme x^2 ou x^3 . Ils en concluent que *V(h)* se comporte comme $\sqrt{x}$ ou $\sqrt[3]{x}$. Grâce à l'expérience, ils ajoutent donc des fonctions supplémentaires à leur catalogue. Les élèves s'interrogent sur le lien qu'il peut y avoir entre une fonction mathématique et la description des phénomènes en physique. Ils posent eux-mêmes le problème du domaine de validité des modèles (notion qu'on a ordinairement beaucoup de peine à rendre concrète).

La connaissance de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ permet alors au maître de physique de trouver un modèle mathématique décrivant les expériences faites et de montrer que la vitesse de sortie de l'eau est $V_t(h) = \sqrt{2gh}$. En utilisant la notion de débit, il établit la formule pour *V(h)* donnée en 5.

Le maître de mathématique pose alors la question suivante aux élèves: « *peut-on construire une clepsydre, c'est-à-dire un récipient où la vitesse de descente de l'eau est constante, et si oui, comment?* »

Il est suggéré aux élèves de considérer des cas de récipients simples, comme un cône ou un cylindre. Ils doivent donc jouer avec la formule précédente pour trouver une forme telle que *V(h)* soit constante et essayer ensuite de donner le profil de la clepsydre. Ils doivent ici faire le transfert d'une fonction considérée du point de vue mathématique (*S(h)*) à une fonction décrivant pratiquement l'aspect du profil du récipient. Ce transfert se passe beaucoup plus difficilement que le premier. Les élèves testent en effet la fonction avec des solides simples et n'arrivent pas à en trouver de tels que *V(h)* soit constante.

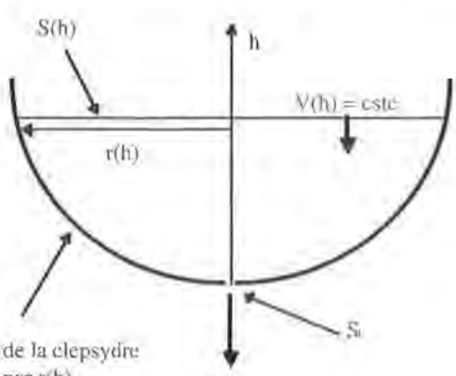
Le maître est obligé à ce moment d'ouvrir une discussion avec les élèves et de faire remarquer que l'on doit écrire la fonction sous la forme

$$S(h) = S(r(h)) = \frac{S_l}{V}\sqrt{2gh}$$

et que l'on peut exprimer facilement *S(r(h))* dans le cas de solides simples. Si l'on prend par exemple un solide à section rectangulaire de côtés *L* (constant) et *2r(h)*, on a

$$2Lr(h) = \frac{S_l}{V}\sqrt{2gh} \text{ donc } r(h) = \frac{S_l}{2LV}\sqrt{2gh}$$

La courbe *r = r(h)* va donc donner le profil de la clepsydre dans le cas envisagé ci-dessus. D'autres sections sont traitées par la suite.



Profil de la clepsydre décrit par r(h). C'est la courbe que les élèves recherchent

Les élèves sont ensuite mis au défi de donner le profil d'une clepsydre se vidant en un temps donné. Ce défi est d'autant plus intéressant qu'on met à leur disposition une clepsydre en partie masquée sur laquelle ils mesurent eux-mêmes le temps et la vitesse de descente de l'eau, ce qui les confronte avec la réalité de leur projet. Ils doivent donc faire ici de nouveau le transfert du graphe mathématique au graphique physique. A l'aide de ce qui a été vu en mathématique et en physique, les élèves arrivent à répondre au défi, avec une satisfaction non dissimulée.

Nous avons constaté que les élèves arrivent à faire de manière très satisfaisante le transfert de la notion de courbe vue comme graphe d'une fonction à celle de courbe vue comme courbe d'étalonnage. On peut avancer comme première explication que le fait de représenter un point dans un système de coordonnées est un automatisme que les élèves ont bien acquis. Un autre exemple est celui de la fonction réciproque: les élèves partent du principe du miroir pour parler de symétrie. Ils se ramènent donc à quelque chose de parfaitement intégré.

Par contre, nous avons constaté que les élèves ont des difficultés à décrire (coder au sens mathématique) un objet dans l'espace. Ils ne voient pas le lien entre la fonction r = r(h) et sa place dans la description du volume considéré. La notion de fonction vue de manière théorique, c'est-à-dire sans faire trop référence au graphe, est enseignée au gymnase. Le recul n'est pas encore très grand et les automatismes ne sont en général pas encore bien intégrés. Nous avons donc dû beaucoup plus guider les élèves. De plus, on associe une fonction à un solide. Ceci est très éloigné des abstractions auxquelles les élèves sont confrontés habituellement. La vision dans l'espace n'est pas chose facile et la « culture » des élèves dans ce domaine est faible.

Malgré ces difficultés, nous avons constaté – à la conclusion du projet – que les élèves étaient capables d'utiliser la notion de fonction dans les deux branches et de faire le passage d'une branche à l'autre. Ils se sont beaucoup décomplexés vis-à-vis de l'utilisations des fonctions. Ils osent en analyser leurs graphes pour essayer de voir ce qu'ils peuvent en tirer afin d'expliquer leur comportement et leur signification physique éventuelle.

A la fin du projet, nous avons demandé aux élèves de nous rendre un rapport concis (4 pages) résumant les étapes principales de leur démarche. Une fois ces rapports rendus, nous leur avons projeté une vidéo tournée durant l'expérience. Après lecture de ces rapports, nous avons constaté que les élèves ne se sont pas du tout souvenus des problèmes liés à la courbe d'étalonnage de leur première expérience en physique. En effet, lors du défi lancé, l'utilisation de graphiques ne s'est pas imposée spontanément; il a fallu que le maître de physique réactive cet outil. Le passage des graphes à leur utilisation pratique nous semblait pourtant non trivial. L'explication donnée par les élèves est la suivante: « on a vu des graphiques depuis la cinquième, c'est pour nous des automatismes ». Ils avaient complètement oublié qu'il fut un temps où ils ne savaient pas utiliser les graphiques.

Nous pensons que les transferts s'appuyant sur des notions bien maîtrisées où des automatismes peuvent s'effectuer sur des situations non nécessairement isomorphes (passage de l'analogie à la « méta-analogie »). Nous avons aussi constaté, lors de la lecture des rapports, que les élèves éprouvent le besoin de consacrer plus de temps à la représentation spatiale.

Lors de la projection de cette vidéo, les élèves ont souligné qu'ils avaient beaucoup apprécié l'auto-évaluation et les situations ouvertes, choses relativement nouvelles pour eux. En effet, ils relèvent les défis en faisant une prédiction qu'ils s'empressent de vérifier, et les situations ouvertes stimulent positivement leur imagination et leur sens de la découverte.

Durant ce projet, ils ne se sont jamais posé la question *«à quoi ça sert?»*, car ils avaient à opérationaliser un objectif concret. Les mathématiques et la physique se mettaient au service d'une réalisation pratique. Ils ont apprécié le fait d'avoir pris le temps de résoudre un problème dans le détail et jusqu'au bout (la réalisation finale de la clepsydre).

Nous aurions pu dégager d'autres pistes de recherche dans notre projet, mais nous ne pouvons pas les développer ici. Nous nous contentons de donner ici quelques remarques qui nous semblent intéressantes.

- L'échange d'informations entre les maîtres concernés est très important: chacun doit être parfaitement au clair sur ce que l'autre a fait. Dans notre cas, l'intervention d'une élève a laissé penser au maître de mathématique que le maître de physique avait déjà traité un sujet précis, alors que ce n'était pas le cas.

- Il est possible de lancer les élèves sur un sujet de « *recherche* » et ensuite interagir avec la classe, de manière à ce que le maître ne soit que le vecteur de transmission de leurs idées. Il ne faut pas hésiter à faire des mises en commun pour que les élèves qui se découragent puissent se réapproprier le problème.

- Il faut essayer d'amener le plus d'objets possible que les élèves peuvent manipuler en classe si la situation s'y prête. Dans notre cas, les élèves ont eu des problèmes avec la représentation spatiale de volumes simples. Nous n'avions pas pensé tout de suite à amener différents récipients en classe.

- Il ne faut pas hésiter à prendre plus de temps que prévu sur le planning de chaque branche. Dans notre cas, le maître de mathématique a un peu précipité l'étude des fonctions $S(r(h))$ alors que les élèves avaient de la peine à s'approprier le modèle. Le maître de physique s'est retrouvé confronté à des problèmes qu'il n'avait pas prévus lors des travaux pratiques. Il peut aussi arriver que l'un des maîtres doive terminer un sujet que son collègue n'a pas eu le temps d'achever.

- Dans une telle activité, les maîtres concernés doivent bien dominer la matière. En effet, les élèves sont souvent placés en situation de recherche par groupes et lors de mises en commun, la discussion va dans n'importe quel sens. Le maître doit donc avoir bien intégré les notions mathématiques et physiques intervenant dans le problème et être capable de décider si une piste proposée par les élèves peut être prometteuse ou non.

Nous tenons à remercier très chaleureusement MM Nicollerat et Boucherle, maîtres de mathématiques au Gymnase du Bugnon, pour leur lecture attentive et critique de ce manuscrit.

Il existe un dossier plus complet de ce travail comprenant les objectifs, le plan de travail, le descriptif des expériences physiques et des problèmes mathématiques, ainsi qu'un journal commenté de la vidéo (qui dure un petit peu plus d'une heure pour presque dix heures de film). Les gens intéressés peuvent nous contacter au:

Gymnase du Bugnon
Place de l'Ours, Case postale
1000 Lausanne 4.

Impressions de congrès

APMEP 1994 - Mathématiques à la pointe - Brest, du 13 au 16 octobre

par Jean Delacrétaz, chef de file math. ES C.-F. Ramuz, Lausanne
Jean-Daniel Monod, maître de math. Ecole normale de Lausanne

Jeudi 1000

Intervention de Nicolas Rouche, professeur à l'université de Louvain-la-Neuve, intitulée «des mathématiques à l'élève ou de l'élève aux mathématiques».

Avec son enthousiasme habituel, il nous a entretenu de H. Freudenthal, par le biais de son point de vue horizontal centré sur l'élève et son point de vue vertical centré sur le savoir, et de Sherman Stein et sa théorie du «three-ex»: exploration - extraction - explication démarche applicable à toute activité mathématique. Il illustre cette théorie par la question suivante: «Quels types de quadrilatères peut-on obtenir en croisant deux bandes de papier?» La richesse de cette question est évidente puisqu'on peut arriver, lorsque les deux bandes sont de même largeur, à effectuer une démonstration (au sens traditionnel du terme) du fait que le quadrilatère obtenu est un losange.

Le centre de gravité de son intervention a été de distinguer avec soin les notions d'illustration et d'application d'une théorie mathématique. Nicolas Rouche définit une illustration comme étant une situation simple qui aide à comprendre la théorie et une application comme une situation difficile que la théorie aide à comprendre. Les frontières entre les unes et les autres n'étant pas toujours définissables avec clarté.

Voici quelques citations:

«La pratique réaliste de l'enseignement des mathématiques consiste à rapprocher l'élève du savoir; mais attention, il n'y a pas de concept séparé, l'élève d'un côté et le savoir de l'autre, l'élève construit son propre savoir.»

«Les mathématiques ne sont pas des connaissances mais un travail du type three-ex. Enseigner les mathématiques c'est faire vivre ce travail et petit à petit enrichir les questions au point d'en faire un corps de doctrines qui se détache peu à peu du réel.»

«Faire des mathématiques, c'est se poser des questions non triviales».

«Les applications donnent du sens à une théorie, les illustrations sont en général plus pauvres car elles ne font que montrer comment fonctionne la théorie.»

«Les mathématiques permettent un regard nouveau sur la réalité, comme le théâtre, elles permettent la distanciation, je rends ici hommage à Bertold Brecht».

Vendredi 0900

Intervention de Alain Menesguen, biologiste, océanographe, intitulée «Les mathématiques, un outil décisif pour une approche dynamique de la biologie marine».

Il s'agit essentiellement de statistique pour dénombrer (par exemple le nombre de dauphins tués par les filets dérivants largués par les thoniers) ou pour tester (par exemple l'étude du plancton à proximité d'une centrale nucléaire à refroidissement par eau de mer). Dans le cas de la centrale nucléaire, l'un des problèmes initiaux était le choix d'une «stratégie d'échantillonnage»: comparer le panache d'eau de rejet de la centrale avec l'état de l'eau au même endroit (10 années) ou le comparer avec l'état de l'eau dans une même région autour du panache. Contrairement à ce que l'on pourrait penser c'est de comparer avec une autre zone en évolution parallèle qui est le plus probant.

Il nous a indiqué l'importance des analyses multivariables à partir de bases de données immenses, par exemple des matrices à 392 lignes et 12 colonnes à diagonaliser, pour observer l'effet des bassins de radoub sur la qualité de l'eau rejetée en mer.

De même pour l'étude de la démographie d'une population (de mollusques, de poissons,...) l'usage d'un vecteur ayant comme composante le nombre d'individus par classe d'âge, d'une matrice de passage avec taux de natalité et taux de mortalité et du vecteur produit «un an de plus».

Il a montré l'importance d'une vision dynamique par l'usage de modèles non linéaires qui aboutissent à des cycles limites (attracteurs) ou des développements fractaux (pour la gorgone et sa structure en branches par exemple). Sous le titre «La vie est belle», Alain M. a mentionné les spirales et hélices de coquillages, la section dorée sans oublier la spirale logarithmique et son angle d'environ 73° qu'on retrouve à quelques centièmes de degrés près sur ces produits d'êtres vivants.

En conclusion, il a fait un appel vibrant à un enseignement des mathématiques du mouvement et du raisonnement différentiel.

Vendredi 1045

Intervention d'Ivar Ekeland intitulée «Méthodes nouvelles en calcul des variations».

Parti de vieux problèmes comme le plus court chemin entre deux points (pour le plan euclidien le segment - 1000 avant J.-C.), il a retracé l'évolution en quelques coups de spots particuliers.
Sur une ligne courbe ou sur une surface courbe le même problème est résolu par Euler vers 1750. Il s'agit de minimiser une intégrale pour obtenir le chemin court ou géodésique.
Vers 1940, un premier résultat s'énonçait ainsi: sur toute surface compacte, il y a 3 géodésiques fermées. En 1993, Klingenberg et Frank ont montré que sur toute surface compacte, il y a toujours une infinité de géodésiques fermées.

Plus récemment, il y a une vingtaine d'années environ, on s'est intéressé au théorème du minimax, soit la recherche du minimum de la valeur maximum d'une fonction sur une surface. Plus concrètement, si vous êtes en montagne dans une cuvette et que vous souhaitez rejoindre la plaine, on sait qu'il existe un col dont la hauteur est le minimum de toutes les hauteurs possibles du relief environnant. Le théorème (théorème du col, Ambrosetti et Rabinowitz - 1974) établit ce truisme pour des fonctions nulles à l'origine, qui ont une clôture et qui prennent des valeurs négatives: il y a un point critique qui minimalise les hauteurs maximum.

Très récemment, on a fait des progrès dans l'étude des vibrations de systèmes non linéaires. On savait que dans le mode linéaire, il y a n mode de vibrations sur un ellipsoïde en dimension $\mathbb{R}^{2n}$. On sait maintenant qu'il y a n modes de vibrations sur un convexe de dimension 2n, s'il est emprisonnable entre deux boules de rapport de rayon $\sqrt{2}$. La conjecture la plus récente est soit il y en a n, soit il y en a une infinité.

Bien sûr, il faudrait creuser les notions pour en déceler tous les contours, mais l'enthousiasme d'Ivar Ekeland suffit à montrer que les mathématiques à la pointe sont extrêmement vivantes et passionnantes.

Un chercheur qui «descend dans l'arène des profs de math.» et qui montre avec finesse, humour et modestie les questions des recherches actuelles, voilà qui devrait donner des idées à certains de nos professeurs d'université.

En plus de cela, de nombreux ateliers ont été proposés certains à tendance philosophique, d'autres plus pédagogiques, d'autres enfin de haut niveau mathématique, de quoi répondre à un besoin de formation continue des enseignants en mathématiques.

Il ne nous paraît pas possible d'en transmettre l'essentiel en peu de mots. Pour ceux que cela intéresse, veuillez vous référer au journal *PLOT* qui donnera un reflet fidèle de ces journées dans le courant de l'an prochain.

Enfin signalons de nombreux stands d'éditeurs et d'IREM de toute la France proposant des ouvrages spécialisés récents, dont certains d'un bon niveau mathématique, d'autres exposant les principes didactiques actuels ou des idées d'activités directement «utilisables» dans notre enseignement quotidien.

A l'année prochaine à Grenoble avec si possible davantage de collègues suisses que cette année-ci: trois Vaudois en tout et pour tout comme délégation helvétique ...

Annonces

PREMIÈRE ANNONCE

Le Centro Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica a le plaisir d'annoncer son **dixième congrès national**, du 7 au 9 avril 1995 à Alghero (Sardaigne), sur le thème:

Dagli ipertesti alla realtà virtuale nella scuola ai vari livelli di scolarità
(Des hypertextes à la réalité virtuelle aux différents degrés de la scolarité)

Renseignements et inscriptions à l'adresse suivante: CRSEM, Viale Merello 92
I - 09123 Cagliari

MEMORY

NDLR. Il n'y a pas que les mathématiques ou l'orthographe qui ont leurs concours. On nous a annoncé, pour le 20 novembre à Lucerne, la finale du Championnat suisse de MEMORY Ravensburger. Les trois vainqueurs représenteront la Suisse au 2e championnat d'Europe, en avril 1995. Le concours est ouvert aux moins de 12 ans, 6000 enfants avaient participé aux phases éliminatoires régionales, d'avril à octobre, dans 109 ludothèques du pays.

Informations pour le championnat de1995 dans un prochain numéro.

Notes de lecture

Tous les ouvrages mentionnés dans cette rubrique *Notes de lecture* sont disponibles à:

IRDP
Secteur de la Documentation
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7
Tél.: (038) 24 41 91
Fax: (038) 25 99 47

et peuvent être empruntés gratuitement pour une durée de 1 mois à raison de 5 documents à la fois.

Le Secteur de Documentation de l'IRDP regroupe, dans sa bibliothèque, des ouvrages (monographies, périodiques, cassettes vidéos) dans les domaines de la pédagogie, de la sociologie et de la psychologie à destination des groupes et des personnes associés à la Coordination scolaire romande, ainsi qu'à la coopération interrégionale.

HISTOIRE D'ALGORITHMES
Du caillou à la puce
Jean-Luc Chabert et all.
Ed. BELIN. Coll. Regards sur la Science

L'ouvrage est impressionnant par son format et son volume. Son titre peut étonner: y a-t-il de la matière pour occuper 600 pages sur ce thème?
La réponse ne se fait pas attendre, elle figure déjà à la première page de l'introduction, par cet extrait de *L'abrégé du calcul par le Jabr et la Muqabala*, de Al Khwarismi (dont le nom est à l'origine du mot algorithme), qui décrit un algorithme de résolution de l'équation $x^2 + 10x = 39$:

فأما الأموال والجذور التى تعدل العدد فمثل قولك
مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أى مال اذا زدت عليه مثل
عشرة أجذاره بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين . فبابه(٢) أن تنصف الأجذار وهى فى
هذه المسألة خمسة فتضربها فى مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة
والثلاثين فتكون أربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف
الأجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذى تريد والمال تسعة .

Quant aux carrés et racines qui égalent le nombre, c'est comme lorsque tu dis: un carré et dix de ses racines égalent trente-neuf dirhams.
Sa signification est que tout carré, si tu lui ajoutes l'équivalent de dix de ses racines [est tel que] cela atteindra trente-neuf.
Son procédé [de résolution] consiste à diviser les racines par deux, et c'est cinq dans ce problème. Tu le multiplies par lui-même et ce sera vingt-cinq. Tu l'ajoutes à trente-neuf. Cela donnera soixante-quatre. Tu prends alors sa racine carrée qui est huit et tu retranches la moitié [du nombre] des racines et c'est cinq. Il reste trois et c'est la racine du carré que tu cherches et le carré est neuf.

L'usage des ordinateurs a ranimé l'intérêt pour les techniques algorithmiques nées en d'autres lieux et en d'autres temps. Le souhait d'intégrer des composantes historiques et épistémologiques dans l'enseignement des mathématiques est très clairement manifesté actuellement. L'ouvrage répond donc à une double demande: offrir un support historique et une épaisseur culturelle aux pratiques algorithmiques contemporaines.

Chaque chapitre s'organise autour de textes originaux, sélectionnés de manière à refléter différentes facettes d'un même thème. Ces écrits sont restitués dans leur contexte et accompagnés d'explications mathématiques. Les textes choisis sont originaux et leur intérêt historique est évident. Ils sont aussi accessibles à des non spécialistes, du moins pour les sept premiers chapitres qui sont abordables avec le bagage de connaissances mathématiques de l'enseignement secondaire. Il faut en être reconnaissant à leurs auteurs: Evelyne Barbin, Jean-Luc Chabert, Michel Guillemot, Anne Michel-Pajus, Jacques Borowczyk, Ahmed Djebbar, Jean-Claude Martzloff.

Les premiers chapitres traitent de questions et de techniques algorithmiques aux origines relativement anciennes et portent pour l'essentiel sur des calculs de nombres: opérations arithmétiques, carrés magiques, méthode de fausse position, algorithme d'Euclide, calcul de π, méthode de Newton, approximations successives, problèmes arithmétiques. Les autres chapitres présentent des algorithmes de calcul d'objets plus complexes que les nombres, à savoir des suites de nombres et des fonctions, résolution de systèmes linéaires, interpolation, intégration approchée, résolution d'équations différentielles, approximation de fonctions.

Destinataires: étudiants, enseignants et, plus généralement, toute personne qui s'intéresse à l'histoire des mathématiques ou à l'analyse numérique.

Mots-clés: mathématiques, algorithmes, histoire, calcul numérique.

La revue des revues

L'Educazione Matematica

Directeur de la publication: O. Montaldo
Adresse de la rédaction, renseignements:
Centro Ricerca e Sperimentazione
dell'Educazione Matematica
Viale Merello 92 I - 09123 Cagliari
Destinataires: enseignants de mathématiques, du primaire au secondaire supérieur
Format: 17x24
Nombre de pages: 200 à 220 par année
Fréquence de parution: 3 numéros par an
Abonnements: en Italie, 25000 Lit / an
à l'étranger, 30000 Lit / an

Depuis cette année, *L'Educazione matematica* a opté pour le bilinguisme: chaque article est publié en italien sur une première colonne et en anglais, français ou espagnol sur la deuxième. Cette revue franchit ainsi les frontières de son pays d'origine pour intéresser un pubic beaucoup plus large d'enseignants de mathématiques.

Cette nouvelle composante, internationale, se combine avec la confirmation d'une option «verticale»: chacun des numéros de la revue comprend des articles pour le primaire, le secondaire inférieur et le secondaire supérieur.

Un coup d'œil sur la table des matières de 1994 (extraits) donne une bonne idée de l'empan et de l'intérêt des contenus proposés:

- Panorama del quadro teoretico delle didattica della matematica in Francia / Panorama des cadres théoriques de la didactique des mathématiques en France (A. Bessot, France)
- Il numero in prima elementare /Le nombre en première année (F. Jaquet, Suisse)[1]
- Approccio alla simmetria nella scuola materna. Descrizione e analisi di un progetto sperimentale / Approaching symmetry in nursery school. A description and évaluation of pilot scheme (M.P. Pinna, Italie)
- Cabri-Géomètre: riflessioni su una sperimentazione / Reflets d'une mise en pratique (M. Chastellain, Suisse)[2]
- Il concetto di funzione: difficoltà e misconcetti / Difficulties ans misconceptions of the concept of fonction (L. Grugnetti, Italie).

[1] Article repris ultérieurement par *Math-Ecole* n°164, septembre 1994.
[2] Article paru dans *Math-Ecole* n°159, octobre1993.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole*. OUI - NON

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole*. (tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom: ☐Mme ☐M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

Date: ____________________ Signature:

Veuillez me faire parvenir:

...... exemplaire(s) de ***Condorcet, moyens d'apprendre à compter sûrement***
(voir n°164) (Fr. 28.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) de *«π»* (Fr. 42.- l'exemplaire + port)

...... ***Mathématiques du Kangourou*** (Fr. 26.- l'exemplaire + port)

...... ***Actes de la 45e rencontre de la CIEAEM: «L'évaluation centrée sur l'élève»***
(Fr. 35.- l'exemplaire + port)

Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

...... n°10 ***Le serpent numérique*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°11 ***Le pin's tourneur*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°12 ***Le trésor du vieux pirate*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°13 ***Le Roi des Nuls*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

les anciens numéros suivants: .... n°4 ..... n°5 ..... n°6 ..... n°7 ..... n°8 ..... n°9
(Fr. 13.- l'exemplaire + port)

Monsieur N 355
Ruhal FLORIS
31 Rue Louis-Favre
1201 Genève

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7