février 1995

34e année

166

MATH ECOLE

Mme Ruth Dreifuss interpelle les mathématiciens

Des chiffres et des lettres ou déchiffrer des lettres

Activité à géométrie variable

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignement les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

MATH-ECOLE

34e année 5 numéros par an

166

février 1995

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
«La Houle», acier et béton projeté, œuvre d'Angel Duarte, 1976-77, Centre scolaire de St-Guérin, Sion

Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

«L'école romande n'existe pas.» C'est le titre d'un article de Philippe Perrenoud paru récemment dans *Synergies.*[1]

A notre connaissance, personne ne s'est insurgé contre cette affirmation, pourtant bien provoquante et cruelle pour ceux qui, au même moment, fêtent les 25 ans de la coordination romande. L'article est repris par *Résonances,* revue mensuelle officielle de l'école valaisanne, dans son numéro de décembre 1994 consacré à la coordination romande. On y lit, entre autres:

« ... L'école est cantonale. Seule la coordination est romande, et on ne l'accepte qu'à condition qu'elle ne porte pas le moindre ombrage à la sacro-sainte autonomie des cantons. ... En allant vite, on pourrait dire que seuls les enseignants du primaire ont cru et ont travaillé sans relâche à une école romande, notamment à travers leur organisation faîtière, la Société pédagogique romande. Ajoutons, pour faire bonne mesure, quelques chercheurs et quelques hauts fonctionnaires égarés dans le camp des naïfs. Et peut-être, avec la prudence qui sied à une telle instance, la Conférence romande des chefs de service de l'enseignement primaire. ...»

L'analyse est rondement menée, dans un style alerte, l'exposé est clair, la démonstration brillante. Au plan de la rhétorique, le discours passe, séduit même.

Et pourtant, ces affirmations fortes et bien argumentées laissent planer le doute. Un sentiment de malaise subsiste, teinté d'amertume. Car on ne peut pas ignorer tous ceux qui, ces dernières années en particulier, se sont engagés dans une réflexion active sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques et doivent bien, quelque part, avoir l'impression de ne pas agir isolément:

- les commissions de rédaction et de lecture romandes et cantonales, les maîtres et élèves de classes de mise à l'épreuve, les groupes de réflexion, qui travaillent dans le cadre de la production des moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4;

- du côté des concours, les 200 maîtres inscrits dans *Mathématiques sans frontières*[2], les milliers de participants au *Championnat international des jeux mathématiques et logiques,* les personnes concernées par le *Rallye mathématique romand* dont la troisième édition est en train de battre de nouveaux records;

- la centaine de participants au colloque romand *MATHÉMATIQUES 93,* dont les actes viennent de paraître[3] et témoignent de l'intensité de leur l'activité;

- dans le domaine de la formation continue, les maîtres de plusieurs cantons, où sont reproduits les ateliers du colloque, sous la direction de leurs animateurs;

- les membres de la Commission de l'enseignement des mathématiques (CEM) et de ses sous-groupes qui ont organisé près d'une cinquantaine de réunions ces trois dernières années;

---

[1] Edition spéciale 1994 de la revue des Hautes Ecoles de Suisse occidentale

[2] Voir l'article de Daniel Voirol en page 42.

[3] Voir encadré de la page 11.

- les maîtres secondaires de quatre cantons qui utilisent des manuels communs aux degrés 7-8-9 et participent aux séquences de formation qui y sont associées, organisées sur la base de collaborations intercantonales;
- les milliers de visiteurs actifs de l'exposition-atelier *Jeu et mathématiques*, qui a tourné dans une cinquantaine d'écoles secondaires romandes et a vu passer de cinq cent à mille classes en trois ans, au point que ses panneaux et matériels de manipulation sont complétement usés;
- tous les maîtres qui ont installé un «coin mathématique» dans leur classe, sur la base d'un document romand[1], best-seller dont le tirage actuel n'est pas loin d'atteindre le millier;
- du côté de la recherche en didactique, tous les maîtres et chercheurs de nos cantons qui ont bénéficié du développement des échanges intercantonaux et internationaux lors de journées d'études, congrès, séminaires;
- dans un domaine voisin, celui de l'informatique, la soixantaine de participants aux journées de pratique et d'information *Ecriture sur ordinateur* un week-end de décembre 1994;
- tous ceux qui, de loin ou de près, sont associés aux réflexions sur l'adaptation de plans d'études cantonaux en fonction des programmes romands.

La liste est déjà longue, on est encore loin de l'exhaustivité, et il faut encore y ajouter les cinq à six cents personnes qui, au cours de ces trois dernières années, ont choisi de s'abonner personnellement à *Math-Ecole*.

Cela fait tout de même beaucoup de monde dans le «camp des naïfs»!

Sur le fond, nous sommes d'accord. Toute cette animation ne crée pas une politique régionale, ne remet pas en question les autonomies cantonales, ne s'érige pas en instances et textes officiels. Mais, par son existence même, elle est en train de créer des liens entre ses acteurs, de développer une identité culturelle à l'échelon de la région chez les maîtres de mathématiques, d'entraîner un renouvellement des conceptions et méthodes pédagogiques, de mêler intérêt et plaisir à l'enseignement d'une discipline réputée dure et austère.

Le débat sur l'existence ou la non existence institutionnelle d'une «Ecole romande» est-il encore opportun ou productif? Nous ne le pensons pas et souhaitons aller au-delà. Il est plus intéressant de rechercher un concept en mesure d'accueillir et d'encourager tous ceux qui, en mathématiques, sont déjà au travail sans trop se soucier de frontières ou de structures politiques.

François Jaquet

[1] Groupe GERME. (1988). *Modalités pour une pratique autonome de la mathématique.* Neuchâtel: IRDP88.204.

La conseillère fédérale Ruth Dreifuss interpelle les mathématiciens

traduction et présentation: André Calame, Sauges (NE)

Zurich, 3 août 1994: début du Congrès international des mathématiciens (ICM'94). La Conseillère fédérale Ruth Dreifuss prononce le discours d'ouverture.

L'originalité de son intervention et la pertinence de ses propos nous ont engagé à en présenter de larges extraits dans notre revue. En ce début d'année, ce texte pourrait susciter de fructueuses réflexions chez tous les enseignants concernés par les mathématiques.

Madame Dreifuss a prononcé son discours en anglais. Elle nous a aimablement autorisé à le traduire en français pour les lecteurs de *Math-Ecole;* nous l'en remercions vivement.

«Mesdames, Messieurs,

Il y a une centaine d'années, en 1897, le premier Congrès international des Mathématiciens se tenait à Zurich. En 1932, le Congrès se réunissait en Suisse pour la deuxième fois. A cette occasion fut instaurée la Médaille Fields, votre équivalent du Prix Nobel. Aujourd'hui, notre pays a l'honneur d'accueillir votre Congrès pour la troisième fois. Aucun pays n'a eu un tel honneur de la part de votre communauté scientifique et je suis certaine que le «genius loci» montrera sa gratitude à votre fidélité et assurera le succès de vos travaux.

Je me sens personnellement très honorée d'ouvrir votre Congrès. C'est une occasion rare d'accueillir les plus éminents mathématiciens du monde et d'entrer en contact avec leurs débats scientifiques. (...)»

Madame Dreifuss se réfère alors à la Conférence de Rio de Janeiro (1992) et cite un extrait de la Déclaration de Rio: «les mathématiques pures et appliquées sont une des principales clés pour la compréhension du monde et de son développement». Elle poursuit:

«Ayant à l'esprit le lien entre la science et la société, j'ai envoyé trois questions à plus d'une douzaine des plus éminents mathématiciens du monde et je leur suis très reconnaissante de toutes les réponses que j'ai reçues. Pour les deux premières questions, je me référais à la distinction entre mathématiques pures et mathématiques appliquées citée dans la Déclaration de Rio.

La première question concerne les mathématiques pures. Elles semblent évoluer dans un domaine de complète indépendance. Leurs résultats se justifient non pas par leur utilité à la société, mais par leur vérité. L'éclat de cette vérité confère une beauté qui élève les mathématiques pures à une forme de l'art. Mais, contrairement à une harpiste qui enchante les auditeurs par sa musique, je crains que le mathématicien pur ne puisse pas rendre son art accessible à un vaste public. Ma question était celle-ci: Comment les mathématiques pures peuvent-elles justifier leur art vis-à-vis de l'Etat qui les finance?

Pour Beno Eckmann, les mathématiques «sont l'étalon de toute pensée objective» et pour Friedrich Hirzbruch, «sans les mathématiques, il n'y aurait aucune pensée logique structurée.»

Pour Raoul Bott, «le trésor que chasse le mathématicien est le cœur même de toute enquête précise sur le monde. Comme telle sa recherche doit être un souci fondamental de tout état éclairé.»

J'approuve et je suis convaincue de la nécessité de la pensée mathématique comme composante fondamentale du monde moderne. Historiquement, les mathématiques ont été une clé pour ouvrir les portes des Lumières. Aujourd'hui, on peut encore considérer les mathématiques pures comme gardiennes du ferment de la pensée logique.

Mais, comme le dit Roland Burlisch, «la mathématique est une culture invisible.» Si cette culture des mathématiques pures est invisible et inaccessible, comment peut-on en montrer l'utilisation pratique et en démontrer les résultats tangibles?

Armand Borel explique que «les mathématiques ressemblent à un iceberg: sous la surface se trouve le domaine des mathématiques pures caché à la vue du public. Audessus de l'eau émerge la pointe , la partie visible que nous appelons les mathématiques appliquées.»

Pour Phillip Griffiths, «un des profonds mystères de la vie est la manière dont les mathématiques les plus pures, étudiées pour elles-mêmes, deviennent utiles de façon inexplicable et imprévisible.»

Jürgen Moser ajoute: «la difficulté de communiquer ce message réside dans le long terme nécessaire pour reconnaître la portée des découvertes mathématiques... Il s'agit parfois de vingt ans ou plus... Malheureusement les politiciens pensent souvent à beaucoup plus court terme.»

Ceci est sans doute vrai non seulement pour les politiciens, mais pour la société en général. Dans les temps modernes, on exige des délais de plus en plus courts. Nous demandons un rendement immédiat des investissements. Nous désirons l'information en temps réel.

La durée de vie des technologies est de plus en plus brève. Le coût de l'efficacité et la vitesse sont devenus les critères de base pour juger de n'importe quelle activité humaine. Ceci est dangereux, parce qu'à courte vue.

Dans un tel environnement, il est très important de continuer à reconnaître que la connaissance est une valeur en elle-même. Mathématiques, philosophie ou toute autre recherche fondamentale ne se développent que grâce à ce principe qui est une part de notre civilisation. Si nous venions à l'oublier, nous mettrions en danger les racines du progrès.

Le futur est imprévisible. Nous ne pouvons juger de la connaissance sur la base de son utilité immédiate. A titre d'exemple, l'œuvre de Vaughan Jones, qui a mis en relation la théorie des nœuds à trois dimensions avec l'analyse fonctionnelle, s'est vue décerner la médaille Fields lors de votre dernier congrès à Kyoto sur la base de ses mérites intrinsèques. Plus tard, sa théorie a servi aux physiciens en mécanique statistique et aux biologistes pour expliquer la structure de l'ADN. Ce n'est qu'en reconnaissant et en soutenant la recherche fondamentale que la société pourra assurer le continu et complet développement du progrès scientifique.

* * *

Tournons-nous vers les mathématiques appliquées. Aujourd'hui, elles sont devenues la base de toutes les autres sciences et ont un formidable impact sur la vie des sociétés modernes. Par là, les mathématiques appliquées sont hautement appropriées et utiles à la société, mais elles ont perdu leur innocence. Cependant, au contraire des débats sur la responsabilité de la physique nucléaire et de la technologie génétique, il me semble qu'il y a eu très peu de discussion éthique sur le rôle des mathématiques dans la société. C'est ici ma deuxième question: Les mathématiques évitent-elles de telles discussions?

Il y a des mathématiciens qui affirment la neutralité morale de leur science. René Thom écrit, par exemple, que «les mathématiques par elles-mêmes sont éthiquement neutres».

Mais, Sir Michael Atiyah me rappelle dans sa réponse que «la bombe atomique ne fut construite qu'après des calculs mathématiques approfondis» et Jürgen Moser ajoute que «les mathématiciens renommés von Neumann et Ulam ont joué un rôle important dans ce projet.»

Armand Borel se demande: «du fait que les mathématiques sont à la base de l'artillerie et des missiles, devrait-on y voir un problème éthique?» Oui, je pense qu'on le devrait.

Il est vrai que «la plupart des mathématiciens sont éloignés des décisions d'application» de leur œuvre, comme le fait remarquer Friedrich Hirzbruch. Beno Eckmann va même plus loin quand il dit: «Pour les mathématiques elles-mêmes, cette discussion (éthique et politique) n'a pas de sens. En tant qu'activité purement intellectuelle, elles ne devraient pas être influencées par une telle discussion. Naturellement, ceux qui appliquent les mathématiques ont à affronter cette discussion.»

Cependant, je ne pense pas que la distinction entre théorie abstraite et application pratique puisse éliminer le problème éthique. Nous devons beaucoup de progrès de la société aux mathématiciens et nous avons à reconnaître leurs mérites, tandis qu'ils ont, dans le même temps, à assumer leurs responsabilités.

Raoul Bott a exprimé son argument contre la neutralité éthique en m'écrivant que «l'âge de l'innocence a pris fin pour nous tous.»

Je suis convaincue que c'est vrai non seulement pour la science, mais pour la plupart des activités humaines. Aujourd'hui, grâce à la science, notre société a développé une énorme puissance pour contrôler la nature. Cette puissance nous rend capables de prendre en mains notre destinée. Mais cette puissance nous oblige à assumer les responsabilités qui lui sont liées. Si l'âge de l'innocence a pris fin, nous devons reconnaître que l'âge de la responsabilité l'a remplacé.

* * *

Abordons maintenant ma dernière question: Si, comme ministre de la Science, j'avais la possibilité de créer dix nouvelles chaires dans les universités suisses, combien d'entre elles devrais-je donner aux mathématiques et pourquoi?

Phillip Griffiths est généreux avec sa science et répond: «elles devraient toutes revenir aux sciences mathématiques.»

Pour Gerd Faltings: «neuf chaires pour les mathématiques,» mais comme il aime la musique, il laisse la dixième chaire aux harpistes.

Sir Michael Atiyah, Friedrich Hirzbruch et Jürgen Moser requièrent quatre à cinq chaires pour les mathématiques. C'est à peu près la moyenne de toutes les réponses. En fait, en Suisse actuellement, il y a seulement une chaire sur vingt en mathématiques.

Quelques-uns se focalisent uniquement sur les besoins en sciences naturelles. C'est surprenant. Quand on considère la complexité des problèmes auxquels doit faire face la société, je suis convaincue que leur solution exigera un effort soutenu et particulier des sciences humaines et sociales en étroite collaboration avec les sciences naturelles.

Au vu de l'importance croissante de la science, je comprends pourquoi les scientifiques demandent plus de moyens, pourquoi ils désirent plus de chaires qu'ils en ont. On attend de plus en plus des scientifiques qu'ils trouvent des solutions à tous nos problèmes. Il est plus que légitime que vous demandiez à la société les moyens nécessaires.

Science et recherche sont cruciales aujourd'hui. Vous n'avez pas à m'en convaincre comme ministre de la Science, mais ensemble nous avons à convaincre le public et le Parlement. Vous avez à convaincre le contribuable. C'est une tâche difficile quand les budgets publics présentent d'énormes déficits.

Quand nous conduisons notre voiture ou employons le téléphone, nous ne sentons pas l'impact croissant de la science dans la société et cela fait problème. La plupart des gens ne sont pas conscients de toute la science cachée derrière chaque chose de la vie courante. Demandez, par exemple, à des Suisses: «Quel est le portrait qui figure sur le billet de dix francs?» Ils ne seront pas capables de vous le dire. Ils n'ont jamais remarqué qu'il s'agissait de Léonard Euler. Probablement qu'ils ne savent même pas qui est Euler.

C'est la tâche de la communauté scientifique de dire au public l'importance de la science. C'est votre tâche et c'est la mienne.

Je vous fais tous mes vœux pour votre Congrès. Je vous remercie.»

Carré panmagique 1995

par Najaros (Francis Perret), Cortaillod

Voici un carré panmagique pour 1995, dédié à *Math-Ecole:*

289	597	355	223	531
443	201	509	267	575
487	245	663	421	179
641	399	157	465	333
135	553	311	619	377

«Pan» signifie qu'en plus des lignes, colonnes et diagonales, on trouve encore la constante 1995 dans les «diagonales brisées».

Les nombres qui constituent ce carré sont en progression arithmétique de raison 22. (Car le rédacteur a son anniversaire un 22, n'est-ce pas?)

La case départ est le 135, en bas à gauche.

Le cheminement se fait selon la marche du cavalier aux échecs, par tranches de cinq sauts, il y a une règle particulière après les 5e, 10e, 15e et 20e sauts.

D'autres grilles sont possibles, avec des progressions de raison 1 à 33.

Exercice pratique: établir une formule permettant de calculer le premier terme de la progression, en fonction de la raison (de 1 à 33).

Appliquez-vous gaiement.

Des chiffres et des lettres ou déchiffrer des lettres

par Cosette Boillat-Juillerat, La Chaux-de-Fonds

ndlr. Dans son numéro 163, *Math-Ecole* a publié le rapport final du colloque «Mathématiques 93» et le premier compte rendu de ses travaux de groupes, *La résolution de problèmes*, de M. Brêchet. Le deuxième de ces rapports des groupes de travail est présenté ici. Les autres suivront, dans les prochains numéros. *Math-Ecole* souhaite ainsi faire bénéficier ses lecteurs de débats et d'expériences qui les concernent directement et auxquels ils n'ont pu être associés à l'époque, vu le principe de délégation qui a présidé au choix des participants à cette rencontre institutionnelle.
Dans le cas présent, l'information est complétée par une proposition d'activité à l'intention des maîtres des degrés 7 à 10 qui souhaiteraient se joindre à la réflexion en apportant les résultats de leur classe.

Idée de base

Dans un premier temps, rappelons l'idée de base qui nous a menés à cet atelier du colloque «Mathématiques 93»: *Des chiffres et des lettres, ou déchiffrer des lettres*:

L'enseignement du calcul littéral dans les degrés 7, 8, 9 et 10 occupe une part non négligeable des heures de mathématiques. Nous proposons peu à peu à l'élève le passage du nombre à la lettre, ou celui de **R** à **R**(x). Nous dotons ainsi l'apprenant d'un outil nécessaire à la poursuite des études au secondaire II. Cette démarche est liée aux objectifs et savoir-faire de nos plans d'études romands et tessinois confondus.

Cependant nous nous heurtons à des problèmes importants lors de cet apprentissage. Nos élèves rencontrent des difficultés à maîtriser ce formalisme nouveau. A force de répétitions, de schémas, de formules, d'analogies nous tentons de baliser au mieux ce parcours. Mais la réussite n'est pas garantie! Preuve en sont les résultats obtenus dans les tests d'admission au secondaire II.

Intentions

Aussi les objectifs «Des chiffres et des lettres, ou déchiffrer des lettres» résidaient dans les points suivants:

- Vérifier, dans **R**, l'acquisition de la commutativité, de l'associativité et de la distributivité.
- Observer comment l'élève transpose ses connaissances dans **R**[x] et déceler les difficultés qu'il éprouve.
- Envisager une remédiation, si elle existe.
- Chercher à faire coïncider les exigences du degré 9 et celles attendues pour le passage vers le secondaire II.

Programme ambitieux... Le colloque de la Chaux-de-Fonds appartient au passé. Qu'est-il advenu des intentions? Où sont les résultats? Quel avenir réservons-nous à ce jour de réflexions liées au calcul littéral? Tels sont les axes qui guideront cette synthèse. Mais en préambule j'ajouterai ceci:

Le résumé suivant est le fruit des échanges que les participants ont eu durant le colloque, des notes qu'ils ont prises, de l'évaluation qu'ils ont faite dans le questionnaire mis sur pied au lendemain de «Mathématiques 93». J'essaierai d'être fidèle à ces sources et j'en remercie cordialement leurs auteurs. L'investissement de chaque participant avant et pendant le colloque a été réel. Preuve en est la richesse des discussions. Ma tâche sera d'en faire écho et mes excuses s'adressent déjà à celles et ceux dont je résumerais par trop les idées.

Quelques chiffres en préambule

- Les participants au colloque ont passé, individuellement, 6 à 10 heures de temps sur leurs documents reçus: lectures, appropriation du sujet, découverte des items proposés à leurs élèves, corrections de ces derniers, analyse des erreurs.

- Ils ont fait passer des items reçus dans une ou deux classes, de 8e, 9e et 10e années (de toutes sections, gymnasiales ou professionnelles). Les résultats portent sur une population d'environ 250 élèves.

- Le temps disponible à la Chaux-de-Fonds pour aborder le sujet est jugé à 50% légèrement insuffisant. Les autres participants l'estiment, pour 20%, très insuffisant, les derniers 30%, suffisant.

- Un tiers des participants souhaiteraient approfondir le sujet avec le groupe constitué lors du colloque, les autres n'en expriment pas la nécessité.

Observations en rapport avec les items proposés

Chaque participant du groupe «Des chiffres et des lettres, ou déchiffrer des lettres» a fait passer une séries d'items à ses élèves (on les trouvera à la suite du rapport du groupe).

A titre indicatif, les maîtres ont noté les taux de réussite de chaque item. Au colloque ils ont comparé leurs résultats et constaté qu'ils avaient obtenu des taux assez semblables.

En moyenne on a:

Numéro des items	Taux de réussite (%)
1	70 - 100
2	50 - 80
3	20 - 60
4	95 - 100
5	80 - 90
6	60 - 80
7	70 - 90
8	90 - 100
9	75
10	50 - 80
11	80 - 90
12	90
13	25 - 50
14	50 - 70
15	40 - 70
16	15 - 70
17	75
18	20 - 40
19	30
20	50 - 70
21	20 - 40
22	10 - 20
23	10 - 50

Les observations suivantes en découlent:

- La présentation des items en «choix multiples» n'était pas habituelle pour une partie des élèves.

- L'élève se satisfait de la première bonne réponse trouvée. Il porte moins d'attention à l'étude des autres cas, même s'il est averti de la possibilité de trouver plusieurs bonnes réponses à un même item.

- L'élève sépare de plus en plus domaine littéral (**R**[x]) et domaine numérique (**R**) au cours de sa scolarité:

  - Les classes de 8e année transposent facilement les propriétés acquises dans **R** sur **R**[x]. Ils ont par exemple bien réussi les items 8, 12 et 25, sans avoir étudié formellement le calcul littéral.

- Les 9e et 10e années réussissent en moyenne plus difficilement les items numériques. Ils oublient les propriétés de **R**, alors qu'ils les appliquent dans **R**[x] (cf. «distributivité» de l'addition sur la multiplication!, items 6 et 11).

- Les éléments les moins bien acquis sont liés:

  - aux propriétés des opérations les unes par rapport aux autres;

  - à l'emploi de la distributivité: la distributivité à gauche est source d'erreurs plus fréquentes que la distributivité à droite (cf. items 4 et 7).

- L'apparition d'un code fractionnaire dans l'énoncé d'un item fait chuter son taux de réussite (items 20 et 21).

Quelques remarques générales

L'échantillon des élèves considérés et des participants au groupe «Des chiffres et des lettres» était varié: provenance des degrés 7, 8, 9 et 10, des sections gymnasiales et professionnelles, des cantons romands et du Tessin. Ajoutons encore que les maîtres étaient de formations diverses: écoles normales, brevets primaires, brevets du secondaire I, licences en mathématiques, brevets du secondaire II,...

Des évidences surgissent cependant:

- Les problèmes liés à l'enseignement du calcul littéral sont partout les mêmes.

- L'inertie domine ce sujet «classique».

- Le calcul littéral semble ne pas avoir été inclus dans le «renouveau» de l'enseignement des mathématiques.

Alors... quels remèdes?

- L'enseignant doit d'abord se situer face à cette matière: quels objectifs veut-il atteindre et pourquoi?

- Il cesse de croire que l'acquisition du calcul littéral se fait par paliers.

- Il accepte que les concepts mathématiques liés à la construction de **R**, puis de **R**[x] ne sont pas simples ni toujours accessibles à l'âge de l'élève auquel il s'adresse.

- Il reconnaît que le sens qu'il attribue au calcul littéral est différent de celui que l'élève y met. Il cherche par quels biais le calcul littéral peut prendre sens auprès des élèves.

- Il propose aux élèves des situations où l'emploi des lettres et de **R**[x] lui facilite la tâche par rapport à l'utilisation des nombres.

- Dès cet instant des règles deviennent nécessaires. L'enseignant aide à les mettre en place. Il formalise.

- Il donne à l'élève le moyen de construire une «caisse à outils» efficace dans laquelle il sait de quels outils il dispose et quand il devient judicieux de s'en servir.
  (Qui utilisera les identités remarquables pour calculer le produit de $(7+4)(7-4)$?!!).
  Nos élèves ont des outils, mais ils ne savent pas quand et où les employer.

Voilà les points essentiels qui ont été abordés à la Chaux-de-Fonds dans le cadre de «Mathématiques 93». Puissent-ils aider chacun dans les questions qu'il se pose et les choix qu'il fait pour l'enseignement du calcul littéral.

Suggestions aux autorités scolaires

- Veiller à ce que le calcul littéral ne prenne pas une place démesurée dans l'enseignement des mathématiques aux degrés 8 et 9.
- Freiner la course aux exigences toujours plus grandes et à l'inflation des programmes dans le domaine du calcul littéral.
- Veiller à ce que le calcul littéral ne soit pas un outil de sélection important pour le passage des degrés 9 à 10.
- Permettre que les tests de passage d'un degré à l'autre soient élaborés, puis corrigés par une équipe d'enseignants regroupant des personnes des deux degrés concernés.
- Asseoir à une même table des enseignants des degrés 8, 9 et 10, des sections gymnasiales et professionnelles pour qu'ils fixent ensemble les seuils de suffisance et les objectifs à atteindre en calcul littéral; qu'ils dissocient les outils indispensables des outils peu utiles à acquérir dans ce domaine.

Pistes de travail pour la CEM

- Proposer une série de problèmes où le calcul littéral prend sens pour l'élève et où les situations abordées rejoignent sa réalité.
- Proposer des situation où l'emploi des lettres et de **R**[x] facilite le travail de l'élève par rapport à l'emploi des nombres uniquement.
- Faire l'inventaire des concepts mathématiques qui sous-tendent l'enseignement du calcul littéral. Voir à quel moment il est judicieux de les introduire dans la construction que l'élève se fait des mathématiques. A la lumière des résultats obtenus, relire les plans d'études, voir s'ils sont conformes à la démarche idoine trouvée, sinon proposer les modifications nécessaires.

Suggestions aux collègues intéressés

- Proposer à ses élèves la série de questions testées dans les classes des participants au colloque «Mathématiques 93» du groupe de travail (voir pages 12 à 14) et envoyer les résultats à l'auteur de l'article (C. Boillat-Juillerat, Rue du Pont 15, 2300 La Chaux-de-Fonds), en indiquant: le nombre des élèves de la classe, le degré et la section et, pour chaque question: le nombre total de chacune des réponses proposées (réponse correcte, distracteurs choisis, détail des «autres réponses» et non réponses).
- Former un groupe d'échanges sur le thème du calcul littéral, qui établit des contacts, diffuse de l'information, organise des rencontres, etc.

MATHÉMATIQUES 93

Les actes du colloque *MATHÉMATIQUES 93* viennent de paraître, sous la forme d'une brochure de 138 pages, dans la collection *Regards* (94.309, novembre 1994), de l'IRDP. On y trouve le rapport final, les comptes rendus de tous les travaux de groupes, l'avis des participants, les propositions de formation continue, les références bibiographiques et autres informations.

On peut se procurer le document auprès de la rédaction de *Math-Ecole* , qui en a déjà publié des extraits et continera à le faire (voir n° 163, 166 et suivants).

Bulletin de commande
en page 3 de couverture.

Des chiffres aux lettres, quelques questions pour évaluer ses connaisances

- Les exercices qui te sont proposés sont de difficulté croissante.
- Il est possible qu'il y ait une ou plusieurs choses que n'auras jamais vues en classe.
- Aussi tu commences ces exercices et **tu t'arrêtes là où les questions te semblent vraiment trop difficiles**,
- **puis tu passes aux questions 24 et suivantes**.
- Chaque fois que tu fais quelque chose par écrit, ou si tu veux donner des explications, écrire des commentaires, tu le fais dans la marge ou au verso de la feuille.
- Il peut y avoir plusieurs bonnes réponses pour la même question!
- Tu fais le mieux possible, **sans calculatrice**. Il n'y aura pas de note pour ce travail.

Complète:

1. $257 \cdot 24 = \ldots\ldots \cdot 257 \cdot 12$

2. $19 \cdot 34 \cdot 5 = \ldots\ldots \cdot 10 \cdot 19$

Mets une croix dans les cases correspondant aux bonnes réponses.
Si tu choisis «autre», tu peux ajouter ta propre solution.

3. $2 \cdot (47 \cdot 81) =$
- ☐ $47 \cdot 81$
- ☐ $47 \cdot 162$
- ☐ $94 \cdot 81$
- ☐ $94 \cdot 162$
- ☐ autre:

4. $2 \cdot (47 + 81) =$
- ☐ $47 + 81$
- ☐ $47 + 162$
- ☐ $94 + 81$
- ☐ $94 + 162$
- ☐ autre:

5. $2 + (47 + 81) =$
- ☐ $47 + 81$
- ☐ $49 + 81$
- ☐ $47 + 83$
- ☐ $49 + 83$
- ☐ autre:

6. $2 + (47 \cdot 81) =$
- ☐ $47 \cdot 81$
- ☐ $49 \cdot 81$
- ☐ $47 \cdot 83$
- ☐ $49 \cdot 83$
- ☐ autre:

7. $(17 + 13) \cdot 45 =$
- ☐ $17 + 13 + 45$
- ☐ $17 \cdot 13 \cdot 45$
- ☐ $(17 \cdot 45) + 13$
- ☐ $17 + (13 \cdot 45)$
- ☐ $(17 \cdot 45) + (13 \cdot 45)$
- ☐ autre:

8. $p \cdot (r + s) =$
- ☐ $p + r + s$
- ☐ $p \cdot r \cdot s$
- ☐ $(p \cdot r) + s$
- ☐ $p + (r \cdot s)$
- ☐ $(p \cdot r) + (p \cdot s)$
- ☐ autre:

9. $(x + 3) \cdot 2 =$
- ☐ $(x \cdot 2) + (3 \cdot 2)$
- ☐ $3x + 6$
- ☐ $x + 6$
- ☐ $2x + 3$
- ☐ $2x + 6$
- ☐ autre:

10. $(x \cdot 2) + 3 =$
- ☐ $(x + 3) \cdot 2$
- ☐ $x + (2 \cdot 3)$
- ☐ $2x + 3$
- ☐ $2x + 6$
- ☐ $(x \cdot 3) + (2 \cdot 3)$
- ☐ autre:

11. $4 + (a \cdot b) =$
- ☐ $(4 + a) \cdot b$
- ☐ $(4 + b) \cdot a$
- ☐ $4a + 4b$
- ☐ $4 + ab$
- ☐ $4 \cdot (a + b)$
- ☐ autre:

12. $(x + y) \cdot z =$
- ☐ $x + (y \cdot z)$
- ☐ $(x \cdot y) + z$
- ☐ $(x \cdot z) + y$
- ☐ $(x \cdot y) \cdot z$
- ☐ $(x \cdot z) + (y \cdot z)$
- ☐ autre:

13. $a^2 + a =$
- ☐ $a \cdot a + a$
- ☐ $2a + a$
- ☐ a^3
- ☐ $a \cdot (a + 1)$
- ☐ $3 \cdot a$
- ☐ autre:

14. $3x^2 - 8x =$
- ☐ $-5x$
- ☐ $x \cdot (3x - 8)$
- ☐ $x \cdot (3x - 8x)$
- ☐ $3x - 8$
- ☐ $-5(x^2 - x)$
- ☐ autre:

Complète:

15. $b + \frac{bx^2}{2} = b \cdot (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

16. $\frac{x^2}{4} - 2x = \frac{x}{4} \cdot (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

17. $(2x - 3)(4x + 7) = 8x^2 \ldots\ldots\ldots\ldots$

18. $(5a + \frac{1}{2})^2 = 25a^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

19. $36x^6 + 120x^5 + \ldots\ldots = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^2$

Mets une croix dans les cases correspondant aux bonnes réponses.
Si tu choisis «autre», tu peux ajouter ta propre solution.

20. $9t^2 - 30t + 25 =$
- □ $(3t + 5)^2$
- □ $(3t - 5)^2$
- □ $(3t + 5)(3t - 5)$
- □ $3t(3t + 10) + 25$
- □ $3t(3t - 10) + 25$
- □ autre:

21. $16x^2 - \frac{1}{4} =$
- □ $4(4x - \frac{1}{16})$
- □ $(4x - \frac{1}{2})^2$
- □ $4x - (\frac{1}{2})^2$
- □ $(4x + \frac{1}{2})(4x - \frac{1}{2})$
- □ $4(2x - \frac{1}{4})(2x + \frac{1}{4})$
- □ autre:

22. $(x + 1)^3 + x^2 - 1 =$
- □ $(x + 1)(x - 1)(x - 3)$
- □ $(x + 1)^2 (x - 1)$
- □ $x(x - 1)(x - 3)$
- □ $x(x + 1)(x + 3)$
- □ autre:

23. $(x + 2)(x - 3)(x + 4) =$
- □ $x^2 - 2x - 24$
- □ $x^3 - 2x^2 - 2x - 24$
- □ $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$
- □ $x^3 - 24$
- □ autre:

Donne la réponse et explique par un dessin , un commentaire comment tu obtiens la solution.

24. $(15 + 3)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

25. $5 \cdot x - x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

26. $(7 + 4) \cdot (7 - 4) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

27. $3 \cdot a + 4 \cdot a = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

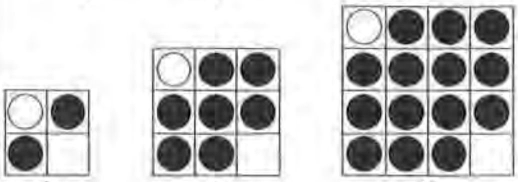
28. $(a - b)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

29. $(x + y) \cdot (x - y) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Activité à géométrie variable[1]

par François Jaquet, IRDP, Neuchâtel

Taquins de pions



A B C

Sur ces grilles, la règle de déplacement des pions est la même qu'au jeu du taquin: on glisse un pion à la fois, horizontalement ou verticalement, sur une case libre voisine.

Le but du jeu est d'amener le pion blanc, de la case supérieure gauche à la case inférieure droite, en un minimum de coups (déplacements de pions).

Pour la grille **A**, il suffit de 5 coups:

1. le pion noir du bas, vers la droite,
2. le pion blanc, vers le bas,
3. le pion noir du haut, vers la gauche,
4. le pion noir en bas à droite, vers le haut,
5. le pion blanc, vers la droite.

En combien de coups, au minimum, amènera-t-on le pion blanc en bas à droite pour la grille B?
pour la grille C?
pour une grille de 1993 carrés de côté?

Dans ses numéros 160 et 161, *Math-Ecole*, présentait le problème *Taquins de pions*, ainsi que quelques solutions proposées par des classes de 4e à 9e. On y relevait l'intérêt d'une comparaison des procédures de résolution en fonction de l'âge des élèves, faisant apparaître une très nette évolution des arguments, des représentations et des outils mathématiques mis en oeuvre. L'activité apparaissait prometteuse sous l'angle de la différenciation pédagogique et riche en développements susceptibles de faire évoluer les instruments de l'élève (les différentes transcriptions des déplacements, le passage de l'addition à la multiplication, l'expression d'une fonction sous forme de règle puis de formule littérale, la naissance d'une nécessité de vérification, en particulier).

Cette activité a été reprise l'été dernier, dans le cadre de la semaine de formation continue des maîtres de mathématiques valaisans centrée cette année-ci sur les innovations proposées par de nouveaux moyens d'enseignement. L'objectif de la séquence d'une demi journée consacrée à cette situation, était une initiation au «problème ouvert», dans le sens défini par M. Mante (1992).

L'énoncé et la présentation étaient presque identiques à ceux de la version d'origine. On s'est contenté de supprimer l'incitation «pour la grille B? pour la grille C?» des dernières ligne et de remplacer 1993 par 1994.

Le contrat suivant, distribué à chaque participant, accompagnait l'énoncé du problème:

1. **travail individuel** (5 minutes)
   lecture, appropriation personnelle

2. **travail par groupes de quatre participants** (20 à 30 mn)
   sous la responsabilité du groupe,
   phase de recherche: essais conjectures, vérifications, ...
   phase de formulation: rédaction d'une affiche-solution à communiquer aux autres

[1] De larges extraits de cet article ont déjà été publiés dans les numéros de *Résonances* de septembre à novembre 1994.

3. **débat en commun** (30 mn)
sous la responsabilité des participants, avec un porte-parole par groupe, l'animateur se contentant de «présider» les débats,
phase de discussion et défense des différentes solutions présentées

4. **synthèse** (10 à 15 mn)
sous la responsabilité de l'animateur, phase d'institutionnalisation

La pratique du «problème ouvert» comme celle de toute situation mathématique exige, de celui qui la propose, une analyse a priori la plus minutieuse possible. En effet, il est nécessaire, avant de lancer l'activité, d'en expliciter les objectifs, de connaître les connaissances, les représentations, les intérêts de ceux qui devront résoudre le problème, de prévoir les relances, de savoir ce qu'on veut exploiter ultérieurement, etc. Ces prévisions seront ensuite confrontées aux observations en cours d'activité puis à une nouvelle analyse, a posteriori, afin de déterminer de plus en plus clairement les conditions optimales pour une reproduction de l'activité.

Il est bon, voire nécessaire, de conserver des traces écrites de ces analyses. Elles constituent une mémoire de la situation en vue de sa reprise, elles sont aussi un support d'information ou de formation des maîtres. Les voici, telles que je les ai établies pour ce cas précis du *Taquins de pions* proposé à un groupe d'enseignants dans le cadre décrit précédemment:

Analyse a priori

1) Avec des adultes, la préparation de matériel de manipulation me paraît superflue. En cas de besoin, sa confection est du ressort des groupes.

2) Le problème me paraît suffisamment intéressant pour motiver les participants, dont j'attends une forte coopération, vu le contexte de cette séquence de formation. Il n'y a donc pas de relance prévue au cours de cette deuxième phase, ni de difficultés de gestion à prévoir.

   La découverte de la fonction est attendue dans de brefs délais, préparée par des tableaux de correspondance.

   L'établissement de la formule, $n \rightarrow an + b$, ne doit pas présenter de difficulté parce qu'il s'agit d'une fonction affine, notion que les participants enseignent à leurs élèves. Un simple système de deux équations à deux inconnues doit permettre de déterminer les coefficients a et b, si le a n'a pas déjà été trouvé par la constatation d'une augmentation constante (de 8) du nombre de déplacements d'une grille à la suivante.

   Pour des maîtres de mathématiques, cette situation doit faire naître clairement la nécessité, non seulement de vérifier la formule trouvée, mais encore de la démontrer. La démonstration est prévue par récurrence, sous une forme «pas à pas» ou sous sa forme «canonique» (vérification pour $n = 1$, hypothèse sur n, vérification pour $n + 1$).

3) La phase de débat n'est pas très prometteuse du point de vue mathématique car les explications attendues ne semblent pas devoir différer beaucoup d'un groupe à l'autre. En revanche, l'analyse de la situation, par des maîtres appelés à la proposer dans un proche avenir à leurs élèves, m'apparaît comme une relance fructueuse.

4) Je prévois, en phase d'institutionnalisation, de relever les notions mathématiques du programme apparues dans la résolution du problème, en particulier la fonction affine, le calcul des coefficients de son expression fonctionnelle et les règles de calcul littéral. Je me propose

également de montrer l'intérêt épistémologique de la démonstration par récurrence, de discuter de son sens pour des adolescents et pour des adultes, de faire parler chacun de son premier «vécu de problème ouvert» et, finalement d'en rappeler les phases et les conditions de réalisation.

Observations en cours d'activité

1) Après les cinq premières minutes de lecture et appropriation personnelle, la plupart des participants étaient déjà entrés dans la recherche du nombre de déplacements pour les premières grilles.

2) La formation des groupes n'a en rien altéré le déroulement des recherches, elle a facilité l'élaboration du matériel: grilles esquissées sur feuilles quadrillées et pièces de monnaie ou petits cubes (apportés, à tout hasard! par l'un des participants).
   Cinq groupes, sur neuf, m'ont demandé si leur réponse, 15941, était juste. J'ai évidemment éludé la question en la leur renvoyant, mais mes piètres talents de comédien ont permis à deux de ces groupes d'interpréter ma réaction comme une réponse affirmative.
   Il a fallu prolonger cette phase de travail par groupes de dix minutes car les trente prévues ont à peine suffi à découvrir la formule et à esquisser une justification. Le temps a manqué pour la rédaction de l'affiche.
   La gestion de la pose des affiches et de leur lecture a posé quelques problèmes. Alors que certains rédigeaient encore, d'autres avaient déjà parcouru tous les textes affichés.

3) Le débat a été très animé, ses règles bien respectées: prise de parole, écoute des autres, clarté et brièveté des interventions, etc. L'intérêt s'est concentré sur la variété des stratégies de dénombrement des déplacements et sur la comparaison des formules obtenues. La démonstration formelle par récurrence n'est pas apparue, mais son besoin a été exprimé par quelques groupes.

   L'inventaire des formules proposées par les dix affiches est le suivant:

(1 fois)	$5 + 8\cdot(n - 2) = 8n - 11$
(2 fois)	$2n - 2 + 3(2n - 3) = 8n - 11$
(1 fois)	$2\cdot n + 1 + 6\cdot(n - 2) = 8n - 11$
(1 fois)	$(n-2)\cdot 2 + 5 + (n - 2)\cdot 6$
(3 fois)	$5 + (n - 2)\cdot 8$ ou $(n - 2)\cdot 8 + 5$
(1 fois)	une «règle»: $(1994 - 2)\cdot 8 + 5$ et la question: «Pourquoi?»
(1 fois)	ni formule, ni réponse

Des observations complémentaires, de H. Schild (1994), font apparaître par le détail les différentes stratégies de dénombrement mises en œuvre par les dix groupes.

Analyse a posteriori

1) L'absence de matériel de manipulation n'a effectivement pas posé de problème aux adultes Pour des élèves, on serait tenté de penser que la mise à disposition de grilles et de jetons à déplacer est plus importante. Mais rien n'est moins sûr. La construction ne prend pas beaucoup de temps, elle ne demande pas une grande précision et elle peut parfaitement s'inscrire dans la phase d'appropriation du problème. Un matériel bien préparé permet évidemment un léger gain de temps mais il incite aussi l'élève à manipuler sans savoir si c'est vraiment nécessaire.

2) Le problème s'est avéré très motivant. Pour des adultes, il n'y a aucune difficulté de gestion. Pour de jeunes élèves il faut peut-être envisager des moments de synthèse et de comparaisons des démarches en cours, en particulier pour

éviter les minutieux reports de grilles décrivant les déplacement successifs, longs et peu fructueux.

La découverte de la fonction est effectivement apparue rapidement. Le tableau de correspondance figure sur les affiches de six des dix groupes. Comme chez les élèves, il ne va pas au-delà des cas $n = 2, 3, 4, 5$, rarement 6.

3) Contrairement aux prévisions de l'analyse a priori, le débat s'est développé autour des notions mathématique mises en jeu et de leur disponibilité. Comme prévu, le passage à la généralisation n'a pas présenté de difficulté pour les maîtres, mais, en revanche, la diversité des formules obtenues a suscité beaucoup d'étonnement et d'interrogations. La forme «canonique» $n \rightarrow an+b$ n'apparaît en effet que dans quatre affiches sur dix, comme simplification d'une écriture rendant compte des comptages de déplacements. Elle ne s'avère donc pas nécessaire car les autres expressions littérales permettant de trouver l'image de 1994 sont tout aussi efficaces.

Le besoin de démontrer la formule trouvée est loin d'être aussi manifeste que ne le prévoyait l'analyse a priori. Mais ici il faut distinguer deux cas bien différents, issus de deux méthodes d'élaboration de la formule.

La première, adoptée par quelques groupes de maîtres (et par tous les élèves), consiste à travailler sur les données relevées dans le tableau de correspondance entre la mesure du côté de la grille (n) et le nombre de déplacements. (voir page 19). On y découvre un opérateur (+8) permettant de passer d'une ligne à la suivante et une «constante de départ». On émet l'hypothèse, implicitement ou non, que la fonction est affine, d'opérateur (+8) et on adapte le nombre de fois qu'il intervient en fonction de la première ligne du tableau. Si la vérification (pour le cas de départ où n = 2) est faite en général, il faudrait compléter la démonstration, par induction, en examinant le passage d'une grille (de côté n) à la suivante, (de côté $n + 1$).

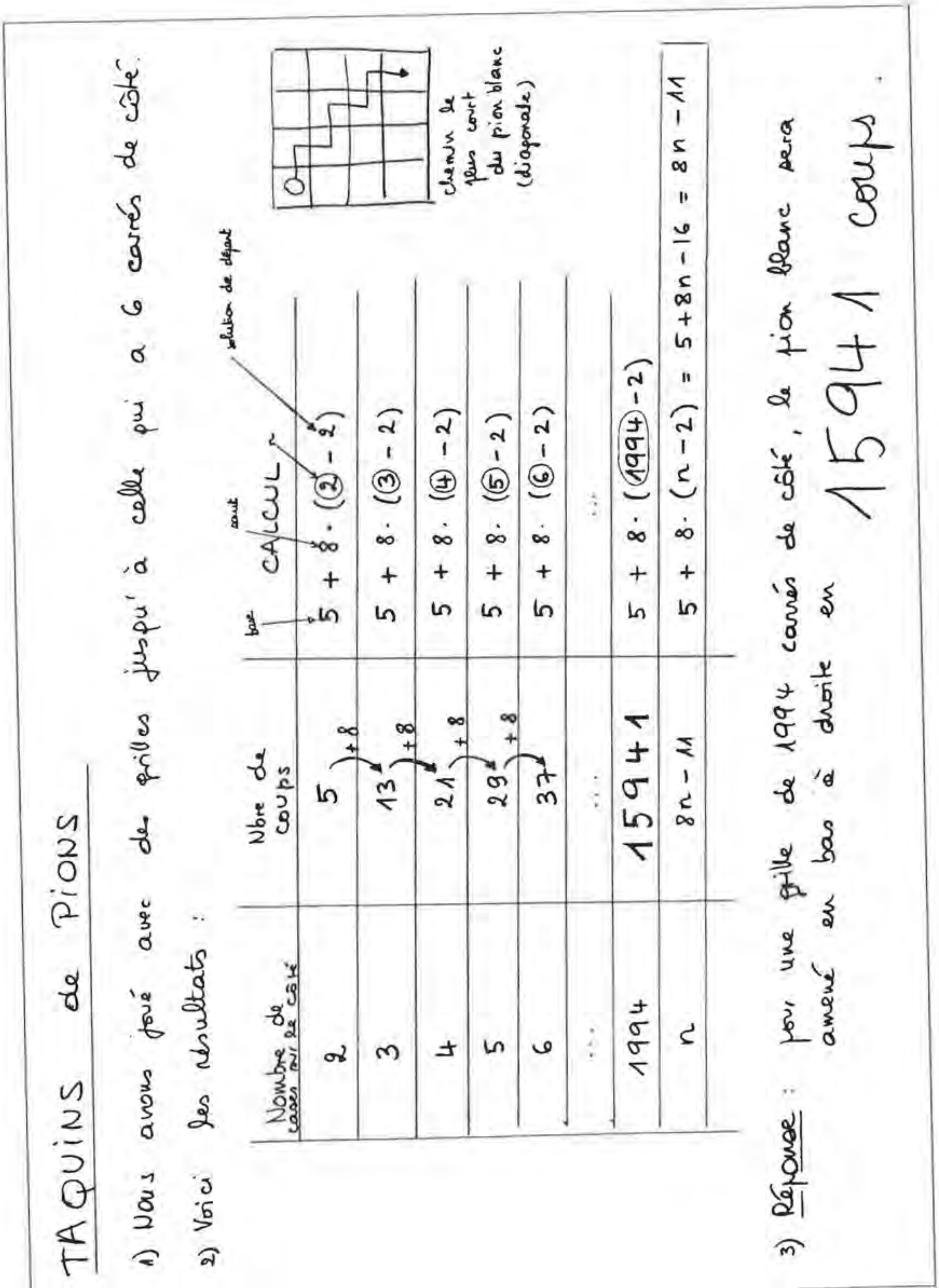
La deuxième méthode consiste à transcrire directement les déplacements par une expression littérale. On analyse ainsi le passage d'une grille à l'autre, en général par une prise en compte séparée des déplacements du «trou» et du pion blanc. La démonstration, par induction, est ainsi comprise dans le procédé d'élaboration de la formule. (voir page 20).

4) Les constatations se rapportant à la notion de fonction affine remettent en cause les objectifs de la phase d'institutionnalisation définis a priori. A l'évidence, la situation du *Taquins de pions* peut parfaitement se résoudre sans que la forme canonique de l'expression fonctionnelle ne s'impose ni sa recherche à l'aide d'un système de deux équations à deux inconnues. C'est au maître que revient le choix de faire le lien entre les connaissances mobilisées ici et les chapitres du programme se rapportant aux fonctions, aux équations et au calcul littéral.

Toutes les réflexions sur le besoin et le sens de la démonstration ont, en revanche, montré l'intérêt et la pertinence de traiter de cet objet à ce moment.

Conclusion

Le problème *Taquins de pions* est présenté ici comme une «activité à géométrie variable» en raison de l'étendue du champ de connaissances qu'elle permet de mobiliser et de la variété des publics qu'elle est susceptible d'intéresser. On l'a envisagée jusqu'ici comme «problème ouvert» pour développer le débat scientifique en forma-



TAQUINS de PIONS

1) Nous avons joué avec des grilles jusqu'à celle qui a 6 carrés de côté.

2) Voici les résultats :

Nombre de cases sur le côté	Nbre de coups	CALCUL
2	5	$5 + 8 \cdot (2 - 2)$
3	13	$5 + 8 \cdot (3 - 2)$
4	21	$5 + 8 \cdot (4 - 2)$
5	29	$5 + 8 \cdot (5 - 2)$
6	37	$5 + 8 \cdot (6 - 2)$
...	...	...
1994	15941	$5 + 8 \cdot (1994 - 2)$
n	$8n - 11$	$5 + 8 \cdot (n - 2) = 5 + 8n - 16 = 8n - 11$

+8 +8 +8 +8

base saut solution de départ

chemin le plus court du pion blanc (diagonale)

3) Réponse : pour une grille de 1994 carrés de côté, le pion blanc sera amené en bas à droite en 15941 coups.

Tableau de correspondance permettant la détermination de la formule.

* ESSAIS

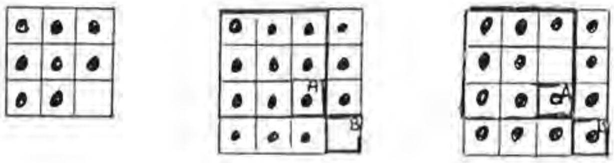
CARRÉ : 2 × 2 → 5 coups
3 × 3 → 13 coups
4 × 4 → 21 "
5 × 5 → 29 "
6 × 6 → 37 "

+ 8
+ 8
+ 8
+ 8

CONSTATATION

POURQUOI ?

Situation n   Situation n+1



1) Pour revenir de la situation n+1 à la situation n (Soit le pion en A ou en B) ou (Case A = vide et case B = pleine) il faut 2 coups

2) Situation n → (3×3 → 13 coups)

3) Pour avancer le pion bleu en B il faut 6 coups

$\boxed{\text{Donc}}$ 8 coups chaque fois qu'on rajoute une rangée

Formule : $(1994 - 2) \cdot 8 + 5 = 15\,941$ cqfd

Analyse du passage d'une grille à la suivante.

tion continue de maîtres de mathématiques ou comme problème de concours par classes. Mais on pourrait l'utiliser dans d'autres contextes, plus proches de la pratique de classe. Elle pourrait figurer par exemple dans les activités du GERME (1988) pour une pratique autonome de la mathématique, dans le chapitre «ateliers» de manuels scolaires (Calame et all 1991, Chastellain et all. 1985), dans des brochures de sensibilisation aux situations mathématiques (SRP, 1991).

Cette activité s'inscrit parfaitement dans les objectifs de «catégorie I» de CIRCE III (1986).

Les premières expérimentations sont positives, les conditions sont favorables à une poursuite des essais. Il ne reste plus qu'à passer aux actes et recueillir des comptes rendus de nombreuses pratiques de ce problème en classe. C'est un des défis de l'innovation dans l'enseignement des mathématiques: pratiquer des situations de ce genre, échanger les expériences faites à leur propos afin de les améliorer et en faire des activités reproductibles à une large échelle.

Bibliographie

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème.* IREM de Lyon.

CALAME J.-A., JAQUET F. (1989 - 1991). *Mathématique 7e, 8e et 9e.* Neuchâtel: Office du matériel scolaire.

CIRCE III (Commission intercantonale romande de coordination de l'enseignement) (1986). *Programmes-cadres,* CDIP.

GERME (1988). *Modalités pour une pratique autonome de la mathématique.* Neuchâtel: IRDP (Pratiques 88.204)

CHASTELLAIN M., JAQUET F., MICHLIG Y. (1985). *Mathématique 5e, Mathématique 6e.* Office romand des éditions scolaires.

Groupe mathématique du Service de la recherche pédagogique (1991). *Sur les pistes de la mathématique en division moyenne.* Genève: SRP n°40.

MANTE M. (1992). La pratique des problèmes ouverts dans l'enseignement. *Actes du XIVe Forum mathématique suisse.* CDIP.

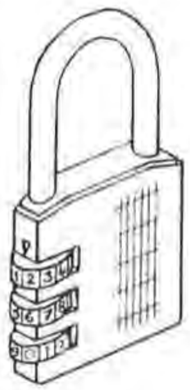
JAQUET F. (1994) Taquins de pions. *Math-Ecole* n°161, 29-31.

SCHILD H. (1994). Taquins de pions. *Résonances* (octobre - décembre 1994).

Mathématiques sans frontières

Trou de mémoire

Chantal a oublié la combinaison de trois chiffres de l'antivol du vélo que son amie lui a prêté.
Aussi s'arme-t-elle de patience et procède-t-elle méthodiquement par essais successifs pour retrouver cette combinaison. Chaque essai lui demande environ 2 secondes.



Chantal peut-elle raisonnablement espérer avoir trouvé la bonne combinaison en moins de trente minutes?
Expliquer la réponse.

Jeu de l'oie, une activité ludique au collège

par François Drouin[1]

ndlr. Nos collègues de l'IREM de Lorraine viennent d'éditer une brochure décrivant par le détail comment fabriquer un *Jeu de l'Oie* , dont les possibilités d'exploitation ou de développement pour des classes du primaire ou du secondaire nous paraissent intéressantes. Leur but: varier les activités, changer les attitudes et les pratiques pédagogiques, «jouer en faisant des mathématiques ou faire des mathématiques en jouant». Cette brochure peut être obtenue auprès de la rédaction de *Math-Ecole* au prix de 8 Fr. l'exemplaire.

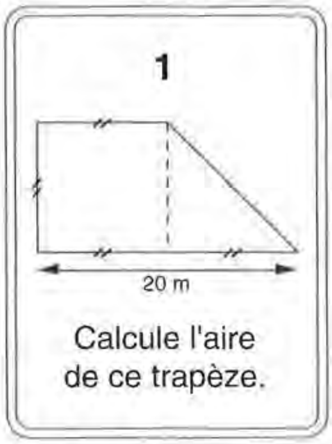
Quel matériel ?

- Un plateau sur lequel sont dessinées les 63 cases du jeu, les cases étant repérées par des gommettes de couleurs.
- Un dé dodécaédrique ou deux dés cubiques - un pion par joueur.
- 40 cartes (32 cartes «questions»; 4 cartes «Joker»; 4 cartes «Surprise».
- Une feuille «RÉPONSES».

Déroulement du jeu:

Comme lors du jeu traditionnel, le pion avance du nombre de cases indiqué par le dé.
Suivant la couleur de la case atteinte, plusieurs possibilités:

- JAUNE:
  le joueur tire une carte parmi les 40
  - carte SURPRISE: il réalise l'instruction de la carte
  - carte JOKER: il la conserve, elle servira à racheter une mauvaise réponse.
  - carte QUESTION: l'élève répond oralement ou par écrit.
    Il corrige avec l'aide de ses camarades et de la feuille réponse.
    Il avance de 2 cases si la réponse est exacte, et recule de 2 cases si elle est fausse.



RÉPONSE **1:**
Aire du trapèze, en m^2:
$10 \times 10 + (10 \times 10):2 = 150$

[1] Adresse de l'auteur: François DROUIN, Collège LES AVRILS, F - 55300 SAINT-MICHEL

- OR (ou VIOLET): deux cartes sont tirées.
- VERT: le joueur passe son tour.
- ROSE: c'est la prison, le joueur passe 3 tours.
- BRUN: le joueur recule de 5 cases.
- BLEU: le joueur avance de 5 cases.
- ROUGE: c'est le puits. Retour à la case départ.

Tout comme dans le jeu traditionnel, le but est de parvenir à la case 63.

E 11

Résoudre mentalement

$$\frac{x+3}{2} = 1$$

10

Une cassette vaut 35 Fr. et un CD 70 Fr.

Quel est le prix de ***X*** cassettes?

Quel est le prix de ***Y*** CD?

ALGÉBRISATION

Possibilités offertes par le fonctionnement du jeu:

- Le temps passé par le groupe pour la correction de la réponse est primordial. Le groupe débat, la feuille réponse n'étant qu'une solution possible.
- La progression du pion dépend essentiellement du résultat obtenu par le dé. L'écart de plus ou moins deux points par réponse ne pénalise pas trop les élèves en difficulté, qui peuvent être aidés par les aléas du dé.
- L'aspect ludique encore peu répandu dans nos classes, permet aux élèves de faire des mathématiques en jouant (ou de jouer en faisant des mathématiques).

Possibilités offertes par le contenu des cartes:

- Révision de notions déjà rencontrées.

  RÉPONSE **E 11**:

  $$\frac{x+3}{2} = 1 \quad \text{x 2}$$
  $$x + 3 = 2 \quad \text{- 3}$$
  $$x = -1$$

  Ce jeu a été créé spécialement à la demande d'élèves de 3ème (degré 8 en Suisse) éprouvant des difficultés sur ce sujet.

- Travail sur des difficultés rencontrées régulièrement en cours d'année.

  RÉPONSE **10**:
  Une cassette vaut 35 Fr.
  x cassettes valent (en Fr.) 35 x ***x*** = 35 ***x***.
  Un CD vaut 70 Fr.
  y CD valent (en Fr.) 70 x ***y*** = 35 ***y***.

21

Le quotient de mille par cent.

RÉPONSE **21**: Le quotient de mille par cent s'écrit:
1000 : 100

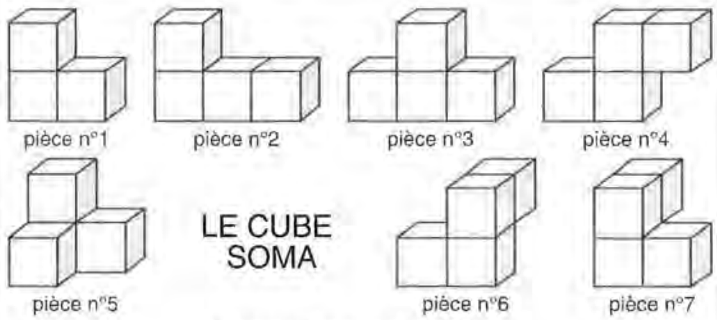
FRANÇAIS - MATHS

29

Avec les pièces 5, 3 et 7 réalisez un parallélipipède.

(2 minutes)

- Utilisation de la manipulation d'objets (pratique qui se développe petit à petit dans le cadre d'un groupe de recherche de l'IREM de Lorraine).



Chaque élève a un cube SOMA.
La manipulation des pièces du jeu est vivement conseillée.

RÉPONSE **29**: Les dimensions du parallélépipède obtenu sont 2, 2 et 3.

D'autres activités mathématiques à partir de ce jeu:

- Dans la brochure, la règle du jeu est présentée sous forme d'organigramme. Un temps passé à son étude est utile.
- Dessin du plateau dans un rectangle de dimensions données.
- Construction du dé dodécaédrique en carton. (Attention aux difficultés de collage).
- Création par les élèves des 32 cartes «questions» d'un nouveau jeu.

T 1

Dans un triangle rectangle ABC, rectangle en C, [BC] est le côté opposé à l'angle ... .

RÉPONSE **T 1**:
Dans le triangle ABC, rectangle en C, le côté [BC] fait «face» à l'angle Â. [BC] est donc le côté opposé à l'angle Â.

Ce jeu a été créé par des élèves du Collège de Saint Mihiel, leurs camarades l'ont testé à leur retour de séjour linguistique. Des modifications furent alors apportées.

Quelques remarques concernant l'utilisation du jeu:

- Nos classes de collège pouvant comporter jusqu'à 30 élèves, nous ne faisons fonctionner qu'au maximum deux jeux, les autres élèves réalisant des activités moins «dynamiques». Le fonctionnement par demi-classe est évidemment le bienvenu.
- Ce jeu n'est pas une réponse au fonctionnement de groupes d'élèves en grande difficulté mais utilise l'hétérogénéité des groupes comme aide à ces élèves (rappel du rôle important de l'élève «meneur»).
- L'enseignant est avant tout observateur ne relançant le débat qu'à la demande.
- La brochure éditée par l'IREM de Lorraine ne représente que quelques exemples des jeux utilisés. D'autres sont échangés entre collègues ou élaborés lors de stages.
- Les feuilles réponses sont très dépendantes des habitudes de l'enseignant dans sa classe. Celles présentées dans la brochure ne sont que des copies de celles que nous utilisons. Nous incitons les enseignants à les modifier (tout comme les cartes QUESTIONS) et corriger les fautes que nous avons laissé passer, malgré la relecture du document!
- Les jeux de l'oie sont repris avec plaisir par les élèves en Club Mathématique, ce qui nous a fait vérifier que l'aspect ludique était apprécié des élèves.
- Des collègues d'Histoire / Géographie du collège ont utilisé le concept et ont créé des jeux correspondants à leur matière.
- En une heure, il arrive qu'aucun joueur n'ait atteint la case 63. Le vainqueur est alors le joueur le plus avancé sur la piste.

Je souhaite à mes collègues beaucoup de satisfaction dans l'élaboration et l'utilisation de ce type de jeu!

Moyens d'enseignement romands *Mathématiques 1 à 4:*
D'une édition à l'autre[1]

par François Jaquet, IRDP, Neuchâtel

L'édition d'aujourd'hui des moyens d'enseignement romands *Mathématiques 1 à 4* peut paraître bien différente de celle des années septante mais elle ne doit pas lui être opposée. On est en présence d'une évolution, déterminée par un long processus d'évaluation et de réflexion. Certaines options prises il y a vingt ans sont confirmées, d'autres sont adaptées, d'autres encore sont abandonnées au profit des conceptions méthodologiques et didactiques actuelles. La prochaine édition apportera, elle aussi, des innovations et des changements.

Sans entrer dans une critique stérile, il paraît toutefois important d'analyser les options précédentes et de justifier les adaptations proposées, afin de mieux guider et maîtriser l'évolution nécessaire de l'enseignement de mathématiques.

Considérations historiques

Vers la fin des années soixante, une quadruple pression a conduit à une réforme de l'enseignement des mathématiques, qui n'avait que très peu évolué en un siècle, depuis l'introduction de l'école obligatoire.

- Pressions sociales et politiques: tout le monde a accès à l'école secondaire; l'enseignement n'est plus conçu seulement en fonction des besoins de la catégorie privilégiée d'élèves qui poursuivront des études; l'algèbre et la géométrie sont enseignées à tous; il est nécessaire de trouver une motivation intrinsèque à la discipline pour pallier l'absence de contraintes de «l'environnement social sur l'élève; c'est la naissance de la coordination romande qui appelle une refonte des programmes et objectifs; etc.

- Pressions techniques et économiques: la société de la fin du XXe siècle ne peut plus se contenter de n'enseigner que le calcul à la majorité de ses élève; l'ordinateur, la calculatrice, les machines se chargent des tâches répétitives et algorithmiques; les besoins en mathématiques des différentes activités professionnelles se diversifient; quelques règles et automatismes ne suffisent plus; etc.

- Pressions pédagogiques: le développement de la psychologie génétique, les théories de l'apprentissage, la prise en compte de la personnalité de l'élève font sauter le modèle de la «tête vide» à remplir; de multiples expérimentations proposent des nouvelles méthodes d'enseignement et d'apprentissage en mathématiques ou pour l'ensemble des disciplines: école active, écoles Freinet et Decroly, utilisation de matériels ou de modèles (réglettes Cuisenaire, blocs logiques de Dienes, flèches et diagrammes, «machines», ...); etc.

- Pression scientifique: la formidable avancée des mathématiques du XIXe et du début du XXe siècles exigent une adaptation des programmes scolaires; on demande de mettre en évidence les structures communes aux différents cha-

[1] Ce texte est tiré des futurs moyens d'enseignement romands de mathématiques pour l'école primaire: *MATHÉMATIQUE première année. LIVRE DU MAITRE.* Edition de «mise à l'épreuve» 1994, COROME.

pitres des mathématiques; on propose une construction axiomatique de la discipline dès les premiers degrés de la scolarité; le «savoir savant» est nouveau, l'école ne peut l'ignorer; etc.

Dans ce contexte, les choses sont allées vite. En quelques années, les plans d'études romands sont en place. Leurs objectifs généraux rompent avec ceux du passé. Leurs contenus mathématiques innovent. Les moyens d'enseignement deviennent un instrument clé de la réforme, chargés de la faire pénétrer dans l'ensemble des classes. Ce sont eux qui doivent introduire dans la pratique les changements souhaités: notions mathématiques nouvelles pour les élèves, maîtres et parents; variété dans la gestion de la classe, évolution des conceptions de l'apprentissage, prise en compte de l'activité de l'élève, nouvelles approches méthodologiques, etc.

Vingt ans plus tard, la situation s'est sensiblement modifiée:

- Le nouveau curriculum romand a fait l'objet de nombreuses évaluations: enquêtes auprès des maîtres, interrogations des élèves, analyse systématique des moyens d'enseignement, travaux de la Commission d'évaluation de l'enseignement des mathématiques (CEM), rencontres ou séminaires intercantonaux, etc. Les résultats de ces investigations font apparaître un grand intérêt des maîtres et des élèves et un degré d'acquisition des connaissances en général satisfaisant. On relève aussi, au plan méthodologique, quelques dérives et excès ainsi que la nécessité de reconsidérer l'approche méthodologie proposée par les premières éditions des moyens d'enseignement.[1]

- La recherche en didactique des mathématiques est contemporaine des réformes des années 70. En vingt ans d'existence, elle a produit des résultats de plus en plus concordants qui confirment ceux des évaluations du curriculum romand. Elle a mis en évidence la nécessité de partir des représentations de l'élève, de lui faire résoudre des problèmes porteurs de sens, d'analyser préalablement les situations d'apprentissage, etc.

- Les savoirs mathématiques continuent à évoluer, à un rythme soutenu, et créent un volume important de nouvelles connaissances et notions. De plus en plus de mathématiciens s'intéressent à l'enseignement de leur discipline dès les premiers degrés de la scolarité. Les tendances «structuralistes», encore très fortes il y a vingt ans, dont s'inspiraient certaines réformes dites des «maths modernes» s'atténuent au profit de visées plus pragmatiques.

- L'évolution des techniques et des besoins de la société ont des incidences certaines sur les objectifs de l'enseignement des mathématiques: l'usage de la calculatrice en classe ouvre le champ à de nouveaux problèmes et réduit la part de l'entraînement des techniques d'opérations, la mobilité professionnelle du futur citoyen du XXIe siècle exige des aptitudes nouvelles dans le traitement de l'information et la prise de décision, le travail en équipe demande le respect et l'écoute de l'autre, etc.

Devant cette situation, le curriculum de mathématiques ne peut pas rester figé. Les plans d'étude ont été remis à jour; la conduite de la classe, les pratiques d'évaluation, les conceptions des maîtres sont en évolution permanente. Il faut donc aussi réécrire les moyens d'enseignement afin de les rendre plus conformes aux nécessités de l'apprentissage.

[1] Ces évaluations ont été conduites par l'Institut romand de recherche et de documentation pédagogique (IRDP) de 1975 à 1982. Elles ont donné lieu à de nombreuses publications dont quelques-unes sont mentionnées dans les pages suivantes.

Les adaptations essentielles

Les lignes suivantes présentent les données les plus significatives qui fondent les adaptations introduites par cette nouvelle édition des moyens d'enseignement de mathématiques pour les degrés 1 à 4. Quatre thèmes y sont traités:

- le symbolisme ensembliste,
- la pertinence de certains «outils»,
- la numération dans les bases différentes de dix,
- les «scénarios» et l'ordonnance des apprentissages.

On trouvera les autres innovations ou options prises par cette édition dans les autres chapitres du livre du maître ainsi que dans les documents pour l'élève.

Le symbolisme ensembliste

Les ensembles et les relations sont caractéristiques de ce qu'on a appelé - de manière fort inopportune - les «maths modernes». Les plans d'études et les textes officiels de l'époque justifiaient ainsi leur introduction par les objectifs généraux suivants, qui subsistent dans les programmes actuels, avec quelques aménagements mineurs:

«L'enseignement de la mathématique à l'école primaire doit:
- *favoriser une bonne structuration mentale, c'est-à-dire développer le raisonnement logique, la capacité de situer, de classer, d'ordonner, celle aussi de comprendre et de représenter une situation;*
- *donner une bonne connaissance intuitive des notions fondamentales: les ensembles, les relations, les opérations, les structures;*
- *...»*[1]

Mais les buts généraux doivent ensuite se traduire en termes plus précis de notions à étudier ou de «savoirs à enseigner». A propos de ce thème des ensembles et des relations, le plan d'études de 1972 propose, entre autres:

«...
- *Relations entre ensembles.*
  En particulier, les relations «... a plus d'éléments que ...»; «... a autant d'éléments que ...».
  Essai de représentation de ces relations par un ensemble de flèches.
- *Ensembles dont les éléments ont une propriété commune.*
  La relation «... a autant d'éléments que ...» entre ensembles.
  Correspondance ensemble - nombre (notion de cardinal).
  Introduction des signes $<$, $>$, $=$, $\neq$.

...»

Ces objectifs subsistent dans les programmes de 1989 (GRAP)[2] sous une forme tout à fait analogue: *«découvrir des relations d'un ensemble A vers un ensemble B»* et *«représenter ces relations par un diagramme sagittal ...»* ou *«former des ensembles d'objets possédant les mêmes attributs, utiliser des représentations symboliques de ces attributs (étiquettes), ...»*

Dans les moyens d'enseignement, chaînon supplémentaire entre les «savoirs savants» des mathématiques et les «savoirs enseignés» en classe, s'opère une nouvelle adaptation des objectifs. Les finalités initialement décrites dans les buts généraux, déjà transposées en langage ensembliste au sein même des programmes, sont remplacées par quelque chose de plus facile ou plus pratique à enseigner: les différents diagrammes qui leur servent de représentation graphique. On en vient alors à

---

[1] CIRCE I. (1972). *Plans d'études pour l'enseignement primaire, de Suisse romande.* [S.L.]: Commission intercantonale romande de coordination de l'enseignement: années 1 à 4.

[2] Plan d'études romand pour les classes de 1re à 6e année, nouvelle présentation, mars 1989.

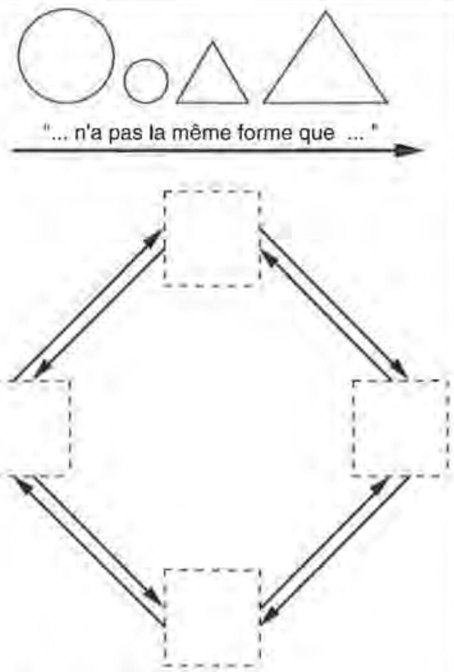
créer des activités sur ces nouveaux objets (passer d'un diagramme à un autre), à introduire un vocabulaire spécifique, à faire apprendre les notations qui s'y rapportent, etc.

On assiste ici à un **glissement des «savoirs»** que la recherche en didactique des mathématiques a bien mis en évidence, par les travaux de Chevallard sur la transposition didactique[1] et de Guy Brousseau sur les effets du contrat didactique[2]. La forme se substitue au fond, les notions fondamentales cèdent le pas à quelques-unes de leurs illustrations.

Ainsi, par exemple, une activité de sériation (ER 5 1e année) - qui pourrait avoir du sens si elle était issue d'une situation où le classement est nécessaire - dérive rapidement sur les diagrammes «sagittaux». L'enfant est conduit à dessiner des flèches (signifiant «... est plus grand que ...»), à compter qui «en envoie le moins», qui «en reçoit le plus», etc. Or, il connaît déjà l'ordre des éléments à sérier et sait parfaitement que le plus grand d'entre eux est plus grand que tous les autres.

Dans une autre activité, sur les relations d'équivalence (ER 6), où il s'agit de regrouper des maisons de même couleur, la tâche initiale (trop simple) est remplacée par l'élaboration d'un diagramme et l'interprétation de ses symboles: les enfants se déplacent d'une maison à une autre, de même couleur, et notent leurs déplacements par des flèches qu'on leur demande ensuite d'interpréter comme une illustration du lien verbal («... a la même couleur que ...») et non comme une représentation d'un déplacement» (sic)! Là aussi, toute l'activité est centrée sur le tracé de flèches, l'existence de «boucles», etc. Les fiches correspondantes renforcent encore l'attention sur les aspects formels et conventionnels des diagrammes sagittaux.

L'évaluation a montré que les élèves réussissaient parfaitement à compléter ces diagrammes dans le cas de relations symétriques et de situations «bien préparées», mais que l'échec est important pour les relations non symétriques[3]:



En haut, il y a quatre formes: un grand rond, un petit rond, un petit triangle et un grand triangle. Les flèches veulent dire «... n'a pas la même forme que ...». Recopiez ces quatre formes dans les bonnes cases.

figure 1

[1] Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée sauvage.

[2] Brousseau, G. (1991). *Utilité et intérêt de la didactique*. Grand N, 47, (pp 93-114). IREM de Grenoble.

[3] Jaquet, F., George, E., Perret, J.F. (1988). *Connaissances mathématiques à l'école primaire*. Vol 2. *Bilan des acquisitions en fin de deuxième année*. Neuchâtel: IRDP; Berne: Peter Lang.

Dans l'exemple de la figure 1 (voir page précédente), 93 % des élèves (en début de 3e année) réussissent à placer les quatre formes dans les bonnes cases du diagramme sagittal - tout préparé - de la relation «... n'a pas la même forme que ...». Mais ils ne sont plus que 49 % à dessiner le bon nombre de carrés dans le diagramme de la relation «... a moins de carrés que ...» (figure 2). Ce dernier résultat relativise la réussite de la première tâche et on est en droit de penser que toute l'activité réelle de l'enfant se concentre sur les modalités de remplissage des diagrammes plutôt que sur les objectifs se rapportant aux relations et au raisonnement.

Il manque les carrés du second ensemble. C'est à vous de les dessiner. Mais attention, la flèche veut dire « ... a moins de carrés que ... ». Regardez bien la flèche et dessinez les carrés du second ensemble.

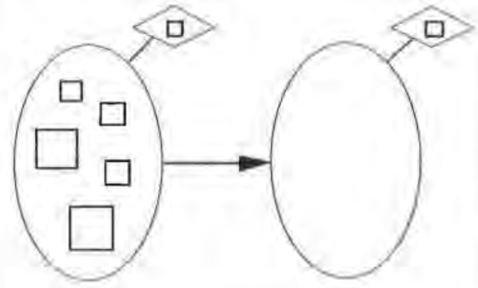


figure 2

Dans le même ordre d'idées, l'exemple de la figure 3 montre que les élèves, en début de troisième, sont capables de grouper des objets «qui vont bien ensemble» puisque 92% d'entre eux réussissent correctement cette tâche en utilisant un diagramme de Venn. L'objectif général est donc atteint (pour autant qu'il ait un sens dans cette situation d'évaluation a fortiori caricaturale). Ce sont les objectifs «dérivés» comme «établir un diagramme» qui posent problème, puisque la réussite tombe à moins de 50 % lorsqu'il s'agit d'utiliser les modèles de l'arbre ou de Caroll.

Dans un premier temps, l'élève, interrogé individuellement, effectue un classement «libre» de ces quinze images:

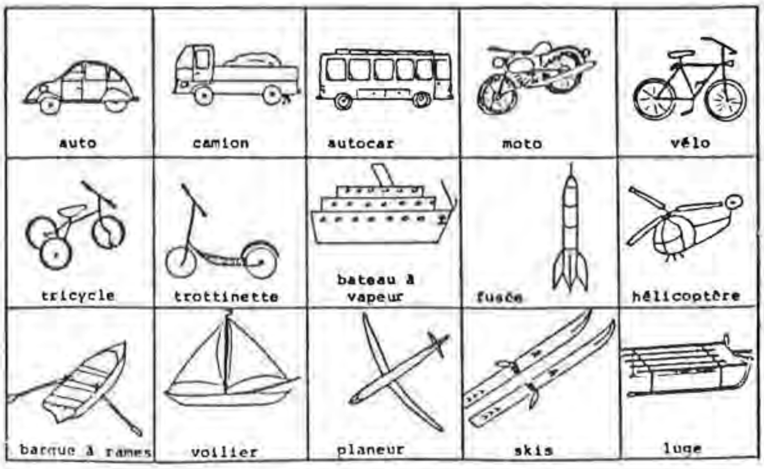


figure 3

Puis, on lui donne la consigne suivante:

Tu vas maintenant classer les images dans l'un de ces diagrammes, celui que tu préfères:

Voici des étiquettes. Ne les prends pas toutes, car il y en a trop. Utilise seulement celles dont tu as besoin.

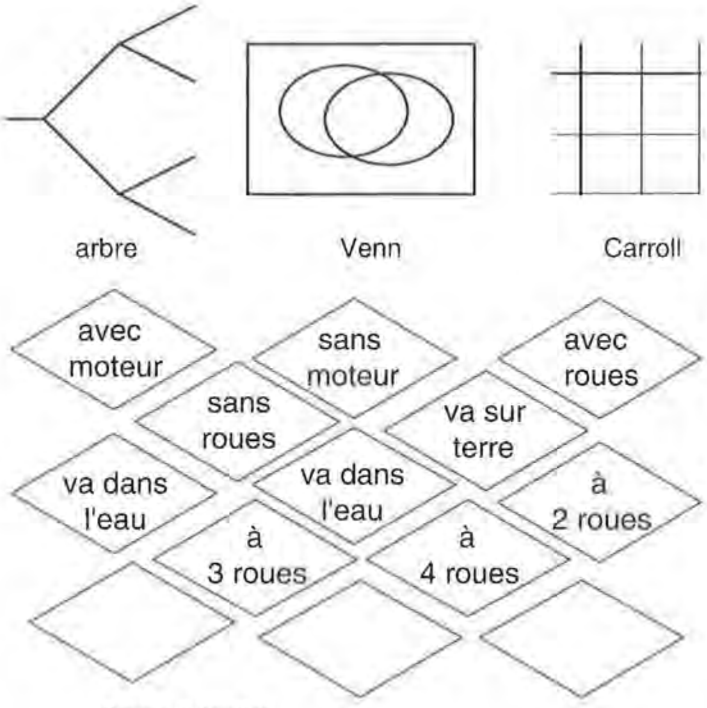


figure 3 (suite)

Résultats:

Diagramme:	choix des élèves:	utilisation correcte:
Venn	33 %	92 %
Caroll	38 %	48 %
en arbre	29 %	42 %

Si l'on ne se soucie pas, constamment, des finalités et du sens des activités de classement, on prend l'habitude de travailler sur les aspects formels de leurs représentations et on évalue l'aptitude des élèves à remplir des diagrammes et à utiliser des symboles recouvrant des notions dont la complexité leur échappe totalement.

La pertinence de certains «outils»

Une autre constatation issue de l'évaluation du programme des années septante se rapporte au bien-fondé de certaines connaissances qu'on imaginait devoir devenir des outils à disposition de l'élève. On avait pensé que certains d'entre eux, les diagrammes en particulier, lui seraient nécessaires pour résoudre ses problèmes de classement. Mais cette nécessité n'a pas été vérifiée par les enquêtes. Celles-ci ont établi clairement que les élèves utilisent d'autres méthodes de résolution ou de représentation que les diagrammes des programmes[1]. Ceux-ci peuvent même être une difficulté supplémentaire et artificielle du problème d'origine, comme l'a montré l'exemple précédent (3). Par conséquent, il y a absence de sens dans les activités destinées à inculquer certaines connaissances qui ne peuvent accéder au statut d'outil, en raison de leur inadéquation ou de leur trop grande complexité.

[1] Hutin, R., Pochon, L.O., Perret, J.F. (1991). *Connaissances mathématiques à l'école primaire.* Vol 4. *Bilan des acquisitions en fin de deuxième année.* Neuchâtel: IRDP; Berne: Peter Lang.

Les deux exemples suivants, tirés de l'enquête auprès des élèves en début de 5e année, sont révélateurs à ce propos:

> *Combien de nombres de trois chiffres peux-tu écrire en n'utilisant que le chiffre 2 et le chiffre 4 (tu peux les utiliser plusieurs fois)?*
> *Fais-en la liste (tu peux faire un diagramme).*

Résultats:
38 % des élèves dressent la liste complète des huit nombres, 19 % donnent une liste incomplète ou avec répétition, 11 % font une autre erreur, 32 % ne donnent aucune liste.

Dans 85 % des cas, aucun diagramme n'apparaît, 8 % des élèves utilisent un diagramme en arbre et 7 % un autre type de diagramme.

> *Dans une classe de 25 élèves, tous pratiquent la natation ou le ski. 14 d'entre eux savent skier; 15 d'entre eux savent nager.*
> *Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe qui savent à la fois nager et skier?*
> *Aide-toi d'un diagramme.*

Résultats:	réponse juste (4):	62 %
	réponse 29:	8 %
	autre erreur:	23 %
	non réponse:	7 %

diagramme établi:

Venn:	36 %
tableau cartésien:	5 %
autre diagramme ou schéma:	6 %

aucun diagramme: 53 %

	juste:	fausse:
réponse avec diagramme:	33 %	16 %
réponse sans diagramme:	34 %	17 %

L'utilisation d'un diagramme n'a aucun effet sur le taux de réussite.

Dans un autre exemple, tiré d'une épreuve plus récente[1], des enfants de 3e, 4e et 5e primaire résolvent avec succès le problème suivant:

> *Marie est plus jeune que Paul.*
> *Luc est plus âgé que Sylvie.*
> ***Qui sont les jumeaux ?***
> *Sylvie a un an de plus que Marie.*
> *Personne n'a le même âge que Luc.*
> (Justifiez votre solution.)

L'analyse des justifications fait apparaître une très grande diversité des procédures utilisées pour résoudre le problème:

- la liste des six couples à envisager, au sein de laquelle les enfants procèdent par élimination,
- des séquences de justifications attestant d'une bonne maîtrise des expressions de liaison comme *«Luc n'a pas le même âge que ... parce que»*, *«... c'est pour ça que ...»*, *«vu que ...»*, *«... alors ...»*, etc.,
- une procédure, fréquente, consistant à attribuer un âge fictif à chacun des enfants,
- une autre revenant à classer les quatre noms, dans l'ordre des âges, avec ou sans l'aide de symboles montrant la sériation.

Les représentations graphiques peuvent être aussi une aide efficace, comme dans les deux exemples suivants, mais la relation «est plus âgé (plus jeune) que» ne suffit pas pour décider. Dans le premier cas (figure 4 de la page suivante), la justification de la phrase «Luc est le plus âgé» n'est pas satisfaisante (la flèche de Luc à Paul vient d'un raisonnement non explicité). Dans le

[1] Jaquet, F. (1994) *Rallye mathématique romand.* In *Math-École* n°162.

deuxième cas (figure 5), c'est l'introduction de la seconde relation, «... n'a pas le même âge que...», qui permet de décider.

Une autre explication, apparue une seule fois sur quarante, présente un tableau à double entrée - tel que le proposent les moyens d'enseignement actuels - représentant la relation «... a le même âge que ...». Mais il n'est là que pour «résumer» la situation et n'a pas de valeur pour la recherche de la solution (qui doit obligatoirement passer par la relation «... n'a pas le même âge que...»).

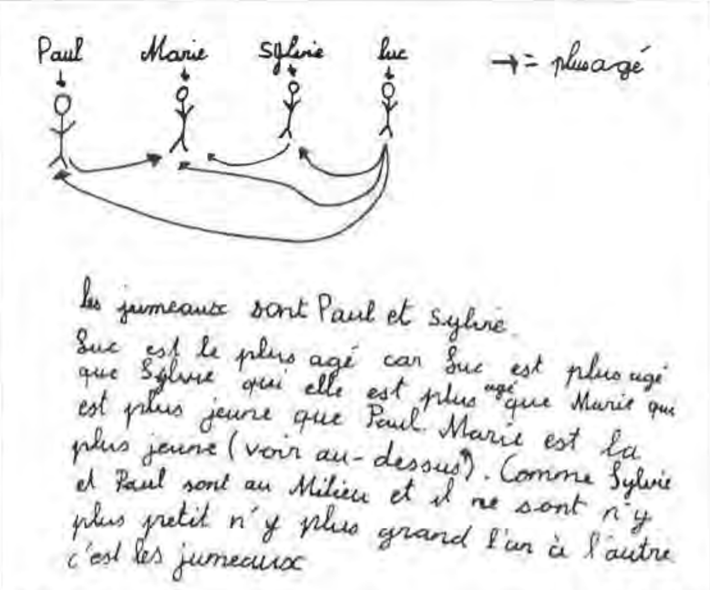


figure 4 classe de 5e

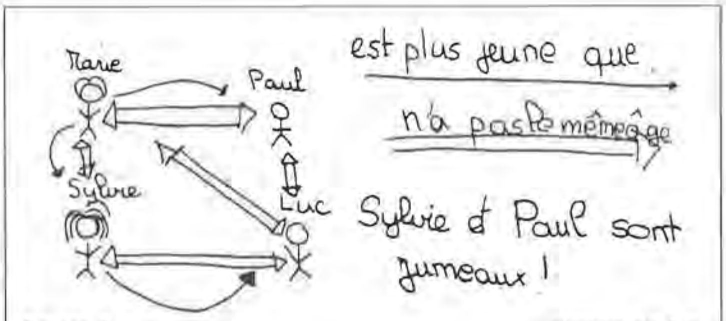


figure 5 classe de 5e

D'une part, ces exemples montrent que les diagrammes ou représentations conventionnelles étudiées en classe n'atteignent pas un statut d'outil puisque les élèves n'éprouvent pas la nécessité de les utiliser. D'autre part, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, de telles représentations ne sont pas des notions mathématiques mais le produit d'un «glissement des savoirs». Par conséquent, la nouvelle édition des moyens d'enseignement renonce à en proposer une étude systématique.

En revanche, chaque fois que des tableaux à double entrée, des schémas, des diagrammes ou d'autres représentations graphiques sont des outils appropriés pour résoudre un problème, ils seront introduits ou leur utilisation sera suggérée par les moyens d'enseignement. Dans ces cas, où la clause de nécessité est établie, on se gardera toutefois de tomber dans le formalisme et de confondre les notions mathématiques avec certaines de leurs représentations graphiques.

La numération dans les bases différentes de dix

Lors des réformes des années soixante et septante, deux arguments ont été invoqués pour introduire la numération dans des bases inférieures à dix dès les premières années de l'école primaire:

• la réduction du nombre d'objets à regrouper, pour faciliter les comptages et les manipulations,

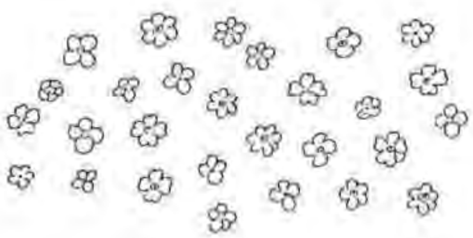
• l'intérêt d'étudier le fonctionnement dans le cas général de la numération de position avant d'aborder le cas particulier de la base dix.

Si le premier de ces arguments n'est pas contesté, son poids n'en demeure pas moins insignifiant par rapport au premier, qui n'a pas résisté à l'analyse issue de la pratique et des nouvelles conceptions de l'apprentissage.

En pensant que l'élève de première année pouvait concevoir les principes de la numération avant d'accéder à une certaine maîtrise du système décimal, on oubliait ses connaissances préalables et son expérience. On surestimait aussi ses capacités à abstraire les analogies et structures de quelques pratiques scolaires, pour les réinvestir dans la numération de sa vie quotidienne et sociale.

Par exemple, si l'on demande aux élèves, en début de 3e année, de «coder» une collection de vingt huit objets en base cinq, puis en base dix, 61 %, respectivement 56 % y parviennent (figure 6). Mais le fait d'avoir noté correctement, dans le tableau de codage de base dix, les 2 «groupements de dix» et les 8 «isolés» ne signifie pas toujours que ce «code» a un statut de nombre. En effet, un tiers des élèves doivent recompter les objets remis en tas lorsqu'on leur demande combien il y en a!

Comptez ces fleurs en base dix et écrivez votre réponse dans le premier tableau.
Comptez aussi ces fleurs en base cinq et écrivez votre réponse dans le second tableau.



base dix

base cinq

Après correction des quelques erreurs, tous les élèves se trouvent devant les deux codes obtenus:

base dix

	2	8

base cinq

1	0	3

Les 28 objets remis en un seul tas donnent alors lieu à la question suivante:
Combien y a-t-il de fleurs ici ?

figure 6

Même s'ils savent parfaitement compléter des «tableaux de codage», les mêmes élèves sont incapables de compléter correctement la suite des nombres de la figure 7.

Consigne: *«On compte en base quatre et on écrit les nombres dans des petits tableaux. Ecrivez les nombres dans les deux tableaux qui sont encore vides.»*

0 0 1	0 0 2	0 0 3	0 1 0	0 1 1
0 1 2	0 1 3		0 2 1	0 2 2
0 2 3	0 3 0	0 3 1	0 3 2	0 3 3

figure 7

Résultats:

code intermédiaire

réponses correctes (020):	52 %
réponses 014:	19 %
autres réponses:	25 %

code final (100)

réponses correctes (100):	26 %
réponses 40 ou 34:	36 %
autres réponses:	31 %

J.-F. Perret arrive aux même conclusions après avoir étudié systématiquement la compréhension de l'écriture des nombres par les élèves[1]:

«Le processus d'abstraction sur lequel repose tout l'enseignement de la mathématique ne fonctionne pas, dans le domaine de la numération, aussi automatiquement que les auteurs du curriculum rénové ont pu le penser. C'est ainsi par exemple que les élèves maîtrisent très tôt les règles de formation d'un code numérique à partir d'une activité de groupement en diverses bases; de manière à bien marquer la signification positionnelle des chiffres (à l'aide de tableaux).

Cette pratique, bien rodée, risque cependant de ne former qu'un isolat. Nous avons en effet observé qu'il ne va pas de soi pour de nombreux élèves que le code obtenu corresponde à un nombre et non simplement au codage de l'action de grouper.» ...

«Le cadre que nous proposons se résume aux options suivantes: en 1e et 2e années, le travail dans le domaine de la numération devrait être limité à la base dix. Les activités de groupement par dix, sous les formes les plus diverses, et de codage numérique s'inséreraient aussi bien dans un contexte «naturel» de dénombrement et de comptage.

...

En 3e et 4e années, les activités de numération en base dix seraient poursuivies. Afin de provoquer la prise de conscience du système de règles qui régit l'écriture des nombres, des activités en diverses bases pourraient être introduites. Leur but ne serait pas de développer chez les élèves des savoir-faire en matière de groupements, de codage ou de décodage. Elles viseraient par «touches» à susciter chez les élèves des réactions d'étonnement et de curiosité face à la possibilité de faire fonctionner la numération en bases autres que dix.»

[1] Perret, J.F. (1985) *Comprendre l'écriture des nombres.* Berne: Peter Lang.

Les «scénarios» et l'ordonnance des apprentissages

Depuis la plus haute Antiquité, les nombres naturels étaient, avec les figures géométriques, les éléments de base de l'édifice des mathématiques. Ce n'est qu'au début de notre siècle que les mathématiciens ont élaboré des théories, par lesquelles les nombres ne sont plus des données premières, mais le fruit d'une construction axiomatique reposant sur des concepts «antérieurs» comme les ensembles et les relations.

Les réformes des années soixante, sous l'influence de certains pédagogues comme Dienes en particulier, ont pris en compte ces théories des mathématiciens et ont tenté de les relier aux résultats des recherches en épistémologie génétique afin de les intégrer dans les propositions méthodologiques pour les premières années d'école. C'est ainsi que le concept de classe d'équivalence est apparu à la base de la construction axiomatique du nombre, que la notion de groupe est intervenue dans l'étude des isométries, que des connaissances d'ordre topologique ont été introduites comme pré requis aux travaux géométriques, etc.

Sans renier l'existence des fondements sur lesquels l'enfant construit ses connaissances mathématiques, on sait aujourd'hui qu'il est illusoire de croire que les structures abstraites de plusieurs situations vont devenir opératoires par leur seule mise en évidence. Par exemple, ce n'est pas parce que l'enfant a rencontré de nombreux cas d'intersection en travaillant avec des ensembles d'objets qu'il en déduira automatiquement qu'un carré est à la fois un rectangle et un losange ou que tous les multiples communs de 6 et 9 sont les multiples de 18.

La diversité des contextes dans lesquels apparaissent les différents concepts et notions mathématiques ne peut être sous-estimée. Les expériences et les pratiques antérieures de l'enfant doivent aussi être prises en compte, ainsi que le sens qu'il attribue à son activité mentale dans une résolution de problème. On ne peut plus imaginer un moyen d'enseignement qui cherche à «repartir de zéro» comme si le cerveau de l'enfant était considéré comme une cire vierge qu'il va réorganiser selon un ordre «logique» défini par l'adulte.

Selon la «conception d'ensemble» de la nouvelle édition des moyens d'enseignement, on «renoncera à fractionner un nouvel apprentissage en petites étapes» dont les scénarios sont bien programmés et dont les difficultés sont savamment ordonnées ou hiérarchisées. On évitera également «les exercices dont le but consiste à justifier les notions enseignées et à démontrer certaines propriétés d'un point de vue d'adulte», comme le proposent toutes les constructions axiomatiques. Comme c'est «l'enfant qui construit lui-même ses connaissances mathématiques à partir des éléments mis à sa disposition», on lui «proposera le plus grand nombre d'activités permettant cette construction.»

Que savent les élèves?

Etude du système scolaire suisse

par Urs Moser, Amt für Bildungforschung, Berne

Traduction: Elisabeth Egger

ndlr. Nous remercions notre collègue Urs Moser, de l'Office pédagogique de Berne, de nous avoir autorisé à reprendre cet article, publié dans la NZZ / n° 275 du 24.11.94. Pour la Suisse romande, l'enquête TIMSS, dont il est question ici, sera passée en mars prochain, dans une soixantaine de classes auprès d'étudiants et apprentis de 18 ans et,en mai, d'autres questions seront proposées à des élèves de 13 ans (degrés 7 et 8) des cantons de GE, BE et VS.

La Suisse investit 15 milliards de francs par année pour son système éducatif, ce qui représente environ un cinquième des dépenses publiques totales. La formation est souvent désignée comme notre richesse, en l'absence de matières premières. Toutefois ce qui est effectivement dispensé dans nos écoles est pratiquement inconnu. Il en va tout autrement dans des pays comme la France, l'Espagne, la Grande-Bretagne ou les Etats-Unis, où des enquêtes scientifiques sur les performances des élèves sont habituelles, qui jouent un grand rôle dans la planification de l'enseignement. Les principales informations sur les connaissances de base des jeunes Suisses proviennent jusqu'à aujourd'hui essentiellement des examens pédagogiques des recrues. Aussi ne concernent-elles qu'une partie de notre population et ne peuvent-elles guère être analysés en rapport avec le contexte scolaire.

Avec l'intégration croissante de la Suisse à l'Europe, l'intérêt pour des indicateurs pédagogiques internationalement reconnus a augmenté chez nous. Dans le cadre du PNR 33 (programme national de recherche) sur l'*Efficacité de nos systèmes de formation*, la Suisse participe à un projet international de recherche en éducation. Cette étude, *TIMSS* (Third international Mathematics and Science Study), a pour but de comparer les systèmes éducatifs de plus de 50 pays, en particulier leurs effets sur les performances des élèves dans ces domaines.

En Suisse, on va d'une part tester les performances des élèves de 13 ans, aux niveaux 7 et 8 du secondaire I et, d'autre part, celles des étudiants et apprentis de 18 ans. A ce dernier niveau, on fera passer deux tests différents. Les connaissances des étudiants des sections gymnasiales seront contrôlées par une épreuve spécifique qui correspondra à peu près aux matières de la maturité en mathématiques et en physique. Une deuxième épreuve portant sur les connaissances de base en mathématiques et en science naturelles sera proposée à tous, étudiants des gymnases et des écoles professionnelles.

La mission de notre école de fournir une capacité professionnelle aux élèves n'est pas remise en cause. Mais les aptitudes professionnelles, pour une vie entière, ne peuvent être prévues que dans une mesure réduite. A côté des savoir-faire, on demande de plus en plus à l'école de transmettre des compétences plus générales, des «qualifications-clés». Les connaissances scolaires ou savoirs ne sont suffisants que quand on peut les organiser dans le cadre des données reçues. Celles-ci appartiennent au flux d'information qui implique actuellement, comme qualifications-clés, d'être capable d'en saisir la structure et de l'organiser. Et il s'agit non seulement de pouvoir tirer le sens et la valeur d'exemple de l'information, mais aussi d'acquérir des méthodes d'apprentissage et de travail. Ces considérations ont conduit à étendre *TIMSS*, prévue comme une étude de compétences purement disciplinaires, à un examen sur le plan national de ces qualifications-clés. Il est, en outre, aussi intéressant de déterminer les compétences qui caractérisent les «apprenants» autonomes, c'est-à-dire ceux qui disposent de méthodes de travail et de techniques d'apprentissage permettant des apprentissages efficaces et rationnels, ou ceux qui font preuve de confiance en eux-mêmes et d'une appréciation réaliste de leurs propres capacités.

Au printemps 1995, plusieurs centaines de classes suisses, de différents niveaux, seront testées et interrogées en mathématiques, en sciences et sur leurs compétences-clés. Ce projet est conduit pour la Suisse par l'Office de la recherche pédagogique du Département de l'instruction publique du canton de Berne, par l'institut de pédagogie de l'Université de Zurich, le service de l'enseignement supérieur de l'Université de Berne, par l'Institut romand de recherches et de documentation pédagogiques à Neuchâtel et par l'Ufficio studi et ricerche à Bellinzone. On attend les résultats pour fin 1996.

Mathématiques sans frontières

Question à creuser

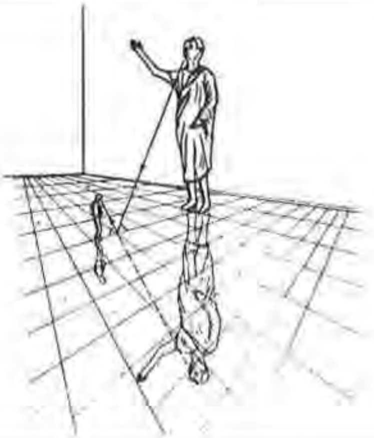
A la fin de leur journée de travail, des ouvriers doivent recouvrir entièrement un trou circulaire fait sur un chantier. Pour cela, ils disposent de plaques carrées de 1 mètre de côté.
Deux plaques ne suffisent pas, mais avec trois plaques qui ne se chevauchent pas, ils y parviennent tout juste : le trou est ainsi le plus grand disque pouvant être recouvert par les trois carrés.

Faire un dessin à l'échelle 1/20, puis calculer le diamètre du trou.
(D'après le Rallye du Centre 1991)

Réflexion faite...

«Ah qu'elle est grande,» se dit Rémy en admirant la statue de Thalès! «Je me sens bien petit avec mes yeux à 1,72 mètres du sol ... Tiens, je vois le reflet de sa tête dans le marbre brillant du dallage et, en comptant, je peux dire que ce reflet atteint la troisième dalle, à 3 mètres du pied de la statue et à 80 centimètres de mes pieds.»

Calculer la hauteur de la statue.



Le jeu de GO

par Luc-Olivier Pochon

A l'intention des collègues qui se seraient intéressés à la présentation des règles du GO dans le numéro 164 de *Math-Ecole*, voici les solutions aux «problèmes» posés. Les règles du jeu seront complétées en évoquant deux situations qui peuvent se présenter assez souvent en cours de partie. Finalement quelques formes géométriques seront étudiées selon le point de vue du GO.

Solutions aux «problèmes»
(voir *Math-Ecole* 164 pages 21 et 22)

1. Le groupe blanc est mort: si blanc conteste ce fait, noir place une pierre à l'intérieur du territoire (diagramme 1). La groupe blanc est en ATARI. Si blanc prend la pierre, le groupe est à nouveau en ATARI (diagramme 2)!

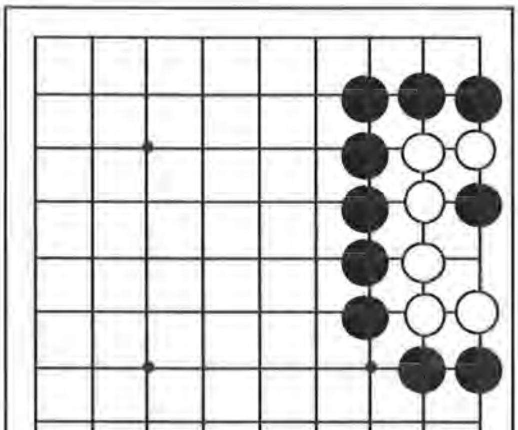


diagramme 1

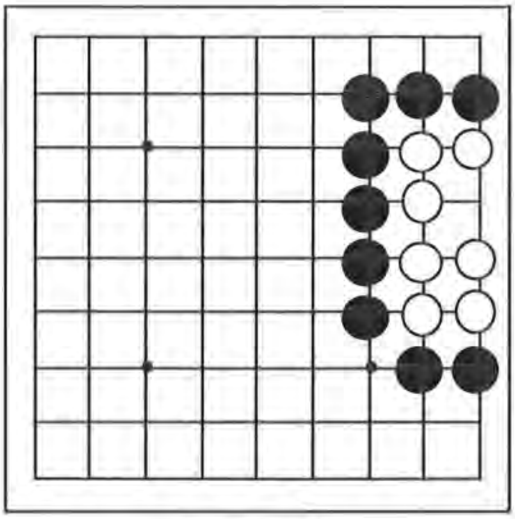


diagramme 2

2. Noir abandonne son groupe sud-est: en effet la place manque pour créer deux yeux. De plus, une des pierres est en ATARI. Si noir joue en 1, par exemple, blanc peut jouer en 2 pour lui prouver que le groupe doit être abandonné (diagramme 3).

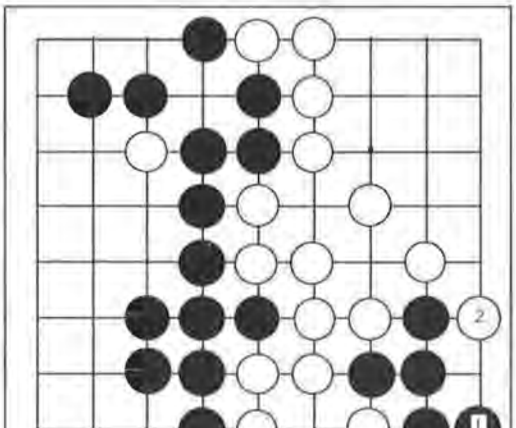


diagramme 3

La règle du KO

KO signifie éternité en japonais. La règle qui porte ce nom permet de s'en sortir de séquences sans fin. Dans la situation du diagramme 4a, la pierre noire est ATARI. Blanc peut la prendre (diagramme 4b). Mais, la pierre blanche est alors en ATARI et noir pourrait la reprendre et ainsi de suite. La règle du KO empêche ce genre de séquence en inter-disant les coups qui mènent à une dispositon du jeu identique après deux coups. Noir est donc obligé de jouer ailleurs avant de re-prendre la pierre blanche, à moins que, dans l'intervalle blanc n'ait «comblé» le KO (diagramme 4c). L'utilisation tactique de cette règle est délicate.

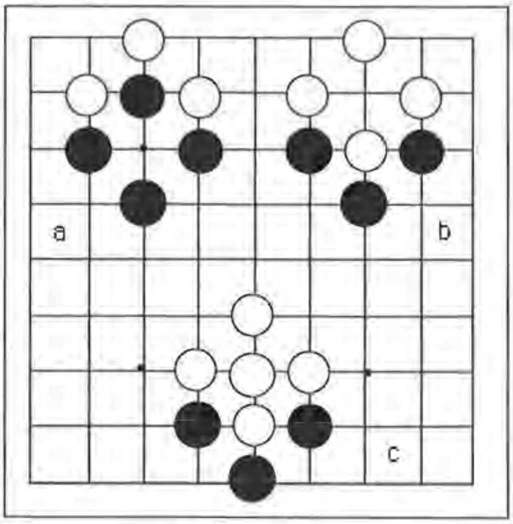


diagramme 4

SEKI

C'est une situation d'impasse d'un autre type. Elle apparaît lorsque chaque joueur est, à propos d'un ensemble de pierres, dans la situation suivante: quelque soit le coup d'un joueur pour prendre un groupe adverse, ce coup permettrait à l'adversaire de lui prendre son groupe. Dans ce cas, les deux groupes sont saufs et les intersections vides entre les groupes ne sont à personnes. Elles n'interviennent pas dans le décompte final. Le diagramme 5 présente une telle situation.

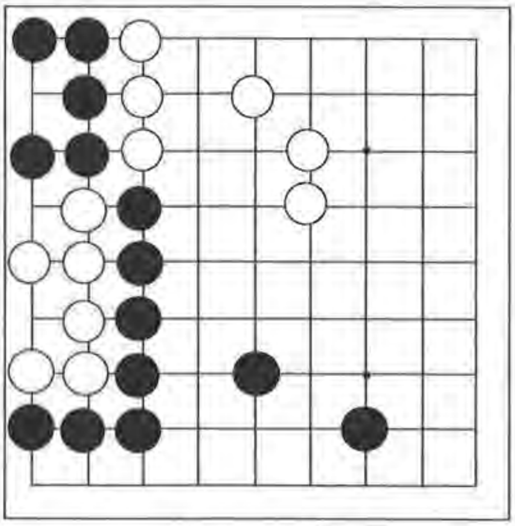


diagramme 5

Groupes vivants et groupes morts

Lorsqu'un groupe a deux yeux, il est vivant. Il peut être intéressant d'étudier quelles formes de territoire permettent de loger deux yeux.

Formes à 2: un groupe de pierres entourant un territoire connexes de deux espaces est mort. On l'a vu ci-dessus.

Formes à 3: deux sont possibles (diagramme 6). Si noir joue au point marqué d'une croix, le groupe est vivant. Si c'est blanc qui y joue, le groupe est mort.

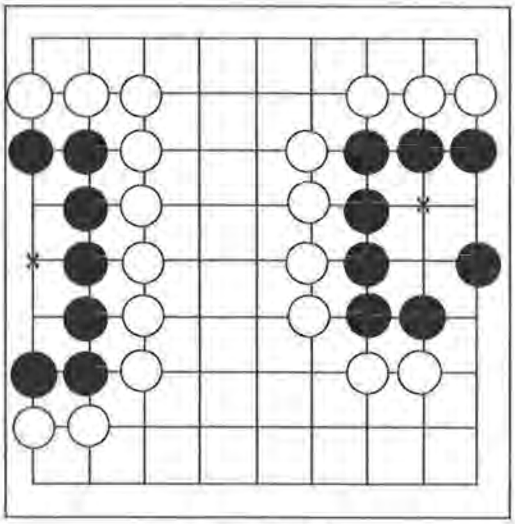


diagramme 6

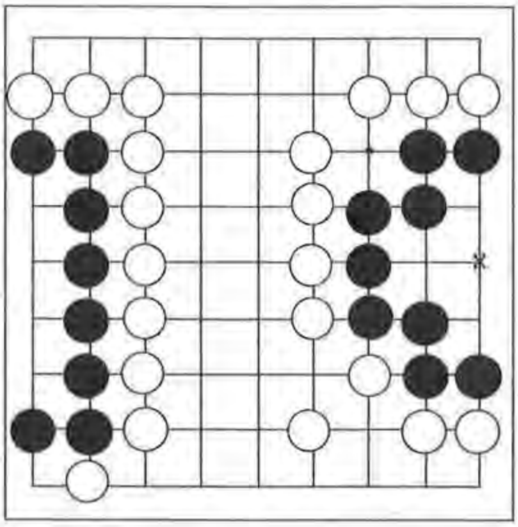


diagramme 7

Formes à 4: cinq formes existent. Les trois premières sont équivalentes. Il s'agit de quatre espaces en ligne à quelques plis près (diagramme 7, groupe de gauche). Elles sont vivantes sans condition. Que blanc place une pierre sur n'importe quel emplacement, noir a toujours la possibilité de former deux yeux (mais il ne doit pas laisser jouer blanc deux fois dans ce territoire, cela va de soi). La forme suivante (diagramme 7, groupe de droite) est vivante ou morte selon lequel des deux joueurs joue le premier sur le point central. La cinquième est le carré, elle est morte sans condition.

Formes à 5: il y en a douze, les lecteurs de *Math-Ecole* le savent bien. Il s'agit des pentaminos. Le lecteur pourra vérifier que dix sont vivantes sans condition et que la vie des deux autres va dépendre de qui joue le premier au centre de l'espace. Voyez-vous lesquelles et comment?

Pour la suite

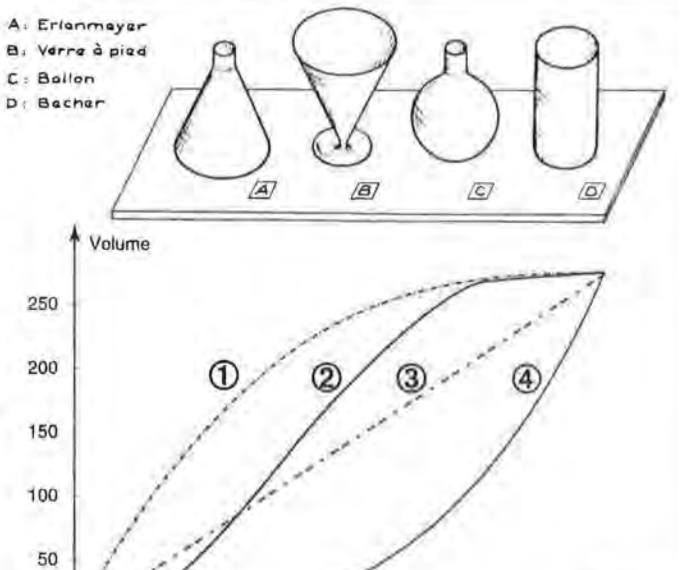
Toutes les règles ont été énoncées, l'étude des problèmes de vie ou de mort, élément de tactique, a été amorcée. La prochaine rubrique montrera que la stratégie du GO transpose certaines règles de conduite et que, dans une certaine perspective, le jeu est revêtu d'une grande valeur éducative.

Mathématiques sans frontières

Ras le bol

Les 4 récipients ci-contre ont la même hauteur et contiennent le même volume lorsqu'ils sont remplis à ras-bord.
Pour chacun d'eux, on a tracé la courbe représentant le volume de liquide versé en fonction de la hauteur atteinte.

Rendre à chaque récipient le numéro de la courbe qui lui correspond.



Mathématiques sans frontières

par Daniel Voirol, Bassecourt

Ce championnat interclasses de mathématiques connaît un essor fantastique en Europe, et en Suisse pour ce qui nous concerne. Alors que l'édition 1994 a réuni cent quarante classes de Suisse romande et du Tessin, la prochaine cuvée a déjà pulvérisé le record de participation. Près de 210 classes se sont en effet inscrites pour cette compétition originale qui aura lieu le 16 mars prochain. L'entrée en lice très sérieuse des établissements scolaires fribourgeois, valaisans et vaudois a permis de passer le cap des «200». Un défi enthousiasmant pour l'équipe d'organisation romande, agrandie, et sérieusement restructurée il y a peu.

Mais de quoi s'agit-il exactement? *Mathématiques Sans Frontières* propose chaque année aux élèves des degrés 9 et 10, à l'articulation entre le secondaire I et le secondaire II, un concours de jeux mathématiques à résoudre par classe. A une date précise de la mi-mars, toutes les classes participantes s'enferment durant deux heures dans leur salle, se répartissent les douze problèmes (ou quinze selon la catégorie) sortis d'une grande enveloppe cachetée, recherchent ensuite individuellement ou par mini-groupes les solutions, et enfin en rédigent une par problème. *Mathématiques Sans Frontières* a eu aussi la fine idée de composer un exercice plus simple en langue étrangère: ainsi, les littéraires de la classe trouvent leur compte, car il s'agira pour eux de comprendre, résoudre et formuler la réponse en langue étrangère également.

Si ce genre de concours plaît de plus en plus, c'est peut-être parce qu'il fait appel à la collaboration au sein de la classe, et parce que le problème en langue étrangère et la participation à un même concours, en même temps, aux quatre coins de l'Europe, correspond à la volonté, en cette fin de siècle, de tendre vers une unité à l'échelle continentale, voire planétaire.

Et puis, quoi de plus intéressant pour un maître de mathématiques, que de donner à ses élèves une motivation à courte échéance, qui en plus sort du schéma traditionnel «étude du chapitre, puis contrôle». La dernière édition a confirmé que les élèves se piquent au jeu, et que l'absence, durant l'épreuve, de leur prof' de maths est un véritable dépaysement. D'ailleurs, il est évident que des adolescents sont plus motivés s'ils doivent gérer seuls le déroulement de ce genre de concours.

Au niveau administratif, Strasbourg, centre de *Mathématiques Sans Frontières*, a su suffisamment tôt confier l'organisation du concours dans chaque pays à un groupe de maîtres convaincus, chargés de la prospection, du sponsoring, de la correction des épreuves et de la remise des prix. Ainsi, il n'existe pas, et c'est tant mieux, de classement européen qui permettrait des considérations de mauvais goût sur les différences de niveaux entre les pays. Le seul sentiment d'avoir dû résoudre les mêmes problèmes que plus de 1500 autres classes en Europe, pour un total de près de 40000 élèves concernés (!) devrait suffire dans l'esprit de *Mathématiques Sans Frontières*.

Pour la Suisse romande et le Tessin, le petit groupe d'organisateurs a failli se faire déborder par l'engouement pour ce concours. Il s'est donné maintenant une structure solide: un comité, entouré d'»antennes cantonales», c'est-à-dire un enseignant par canton chargé de gérer la phase initiale de la compétition (voir encadré). Le flux des participants peut maintenant croître: les organisateurs sont prêts.

Pour l'instant, l'heure est à l'entraînement, pour les classes, et à la recherche de généreux mécènes, pour le comité de *Mathématiques Sans Frontières - Suisse romande*. Car il est indispensable aux yeux de ceux-ci de pouvoir continuer à primer les classes méritantes ... Avis aux amateurs!

ndlr. Quelques sujets de l'épreuve d'entraînement 94-95 figurent dans les pages 21, 38, 41, 44 et 45 de ce numéro de *Math-Ecole*. Ils permettent de se faire une idée de l'intérêt des problèmes choisis, de la qualité de leur rédaction et de la somme considérable de travail de l'équipe des rédacteurs qui les a élaborés.

Les «antennes cantonales»

de *Mathématiques Sans Frontières - Suisse romande*, à qui chacun peut s'adresser directement pour obtenir des renseignements complémentaires concernant son canton:

BE	GÜNTER François	Petit-Bâle 4	2710	TAVANNES
FR	BORALEY Alain	Route Villars-Vert 12	1752	VILLARS/GLÂNE
GE	BAUD Susan	Puits Ballant 4	1295	TANNAY
JU	VOIROL Daniel	Primevères 35	2854	BASSECOURT
NE	JEANDROZ Françoise	Allées 32	2300	LA CHAUX-DE-FONDS
TI	BARENCO Jean-Charles	Via Respini 7	76500	BELLINZONA
VD	BOURQUIN Viviane	La Sauge A	1607	PALÉZIEUX-GARE
VS	GEORGES Jean-Claude	Boîte postale 264	3960	SIERRE

3615 MSF

Alors que Jean pianote sur son Minitel, il voit apparaître sur l'écran une suite de nombres. Pressentant un message chiffré, il murmure soudain : «Mais bien sûr! On a choisi un nombre entier, puis on a remplacé chaque lettre par son rang dans l'ordre alphabétique, augmenté de l'entier choisi.»

Ecrire le texte en clair sur la feuille-réponse.

13-10-23-28 23-24-29-27-14 22-24-23-13-14
12-24-23-29-14-22-25-24-27-10-18-23 27-14-16-18
25-10-27 30-23-14 14-33-29-27-14-22-14 18-23-29-
14-27-13-14-25-14-23-13-10-23-12-14, 21-14-28
18-23-13-18-31-18-13-30-28 23-14 25-14-30-31-14-
23-29 25-21-30-28 27-14-28-24-30-13-27-14
28-14-30-21-28 21-10 25-21-30-25-10-27-29 13-14
21-14-30-27-28 25-27-24-11-21-14-22-14-28.

28-18-16-23-14 13-10-21-10-18 21-10-22-10.

Avec frontières

Versions allemande et italienne du problème en langues étrangères.
La solution doit être rédigée en allemand,anglais, espagnol ou italien.

Baron Münchhausen wurde für seine Heldentaten mit Grundbesitz belohnt. Er liess einen Plan machen, auf dem sein Schloss und die Grenze gezeichnet waren, die seinen Besitz von dem des Königs trennte. Der Geometer des Königs bestätigte, dass dieser Plan richtig sei.
Während eines Bauernaufstandes brannte das Schloss nieder; nur das abegebildete Dokument blieb übrig.
Für die Einwohner des Dorfes ist dieses Kartenstück der Beweis, dass ihr Dorf nicht dem Baron gehöre, und sie wollen ihm nun keine Steuern bezahlen.
Der Baron ist nicht damit einverstanden.

Wer hat Recht? Begründe deine Antwort.

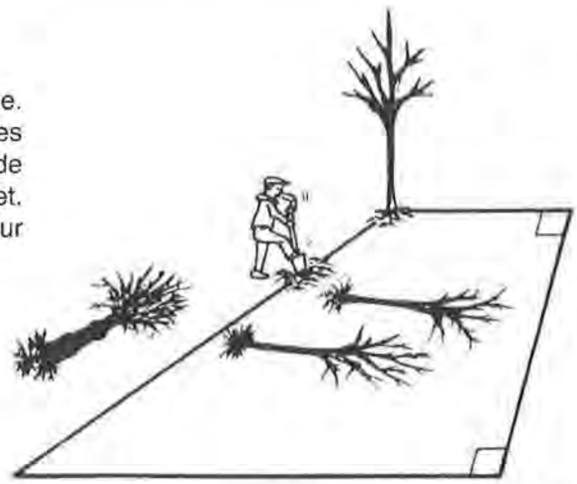
Il barone di Münchhausen fu ricompensato dei suoi successi con l'assegnazione di terreni. Egli fece predisporre una pianta con il disegno del suo castello e del confine tra la sua proprietà e quella del re. Il Geometra reale confermò l'esattezza della pianta.
A causa di una rivolta degli abitanti del villaggio il castello fu incendiato e non restò che il documento qui sotto.
In base a questo frammento di carta i paesani ritenevano che il loro villaggio non appartenesse alla proprietà del barone e si rifiutarono di pagargli l'imposta.
Il barone era di parere contratio.

Chi aveva ragione? Si spieghi la riposta.

16 trous

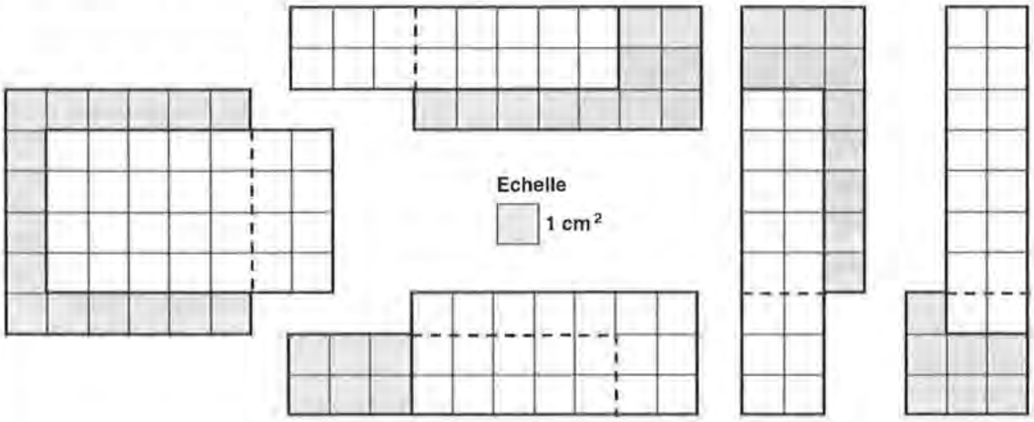
Un champ a la forme d'un trapèze rectangle. Sur les côtés, on a planté, en tout, 16 arbres régulièrement espacés d'un décamètre de sorte qu'il y ait un arbre à chaque sommet. Il y a un nombre d'arbres différent sur chacun des côtés.

Quelles sont les dimensions des côtés de ce champ? Justifier.



Sans trou

Voici les cinq pièces d'un puzzle formées chacune par deux rectangles collés l'un sur l'autre. Chaque pièce a donc deux étages de la même épaisseur.



Construire, puis assembler ces 5 pièces de manière à obtenir deux carrés superposés de 10 centimètres de côté.
Coller cet assemblage sur la feuille-réponse.

Sans queue ni tête

Dans une île lointaine, un vaillant chevalier doit affronter des dragons à plusieurs têtes et plusieurs queues. D'un coup d'épée, le chevalier peut leur couper soit une tête ou deux têtes, soit une ou deux queues.
Les dragons ont des pouvoirs magiques: coupez-leur une tête, il en repousse une autre instantanément; coupez-leur une queue, il en repousse deux!
En revanche, si on leur coupe deux têtes d'un seul coup d'épée, rien ne repousse ... mais deux queues coupées d'un seul coup sont remplacées par une nouvelle tête. Naturellement, un dragon n'est tout à fait mort que lorsqu'il n'a plus ni tête ni queue.

Comment faut-il procéder pour tuer un terrible dragon à 5 têtes et 7 queues?

Existe-t-il des dragons immortels? Lesquels?

Courrier des lecteurs

A propos des problèmes de QUARTO du numéro 165

ndlr. Voici les premières solutions reçues à nos problèmes du dernier numéro, correctes, complètes et détaillées. Comme promis, leurs auteurs ont reçu un jeu Quarto, grand format.

Monsieur le rédacteur,

Nous nous permettons de vous envoyer nos solutions aux deux problèmes publiés dans le numéro 165 de votre excellente revue.

Problème n° 1

Sud joue (J ; 8) et gagne car:

- si Nord joue la pièce 8 sur C (resp. O), Nord ne pourra donner ni une **grande** pièce (Sud terminant la ligne W sur la case O (resp. C) selon le critère **grand**), ni une **petite** pièce (Sud terminant la ligne V sur la case N selon le critère **petit**).
- si Nord joue la pièce 8 sur N, Nord ne pourra donner ni une pièce **claire** (Sud terminant sur la ligne Q sur la case C selon le critère **clair**), ni une pièce **sombre** (Sud terminant la ligne T sur la case O selon le critère **sombre**).
- si Nord joue la pièce 8 sur I, Nord ne pourra donner ni la pièce 1, ni la pièce 3 (Sud terminant la ligne Q sur la case C selon le critère **clair**), ni la pièce 14 (Sud terminant la ligne V sur la case N selon le critère **petit**). Nord n'a pas d'autres pièces àdisposition.

Nous avons ainsi passé en revue toutes les cases sur lesquelles Nord peut poser la pièce 8.

Problème n° 6

1) Sud joue (E ; 12) et gagne.

Il est à noter que Sud est obligé de donner la pièce 12. En effet, les **grandes** pièces sont interdites à cause de la diagonale T, les pièces **carrées** sont interdites à cause de la ligne X, les pièces **percées** sont interdites à cause de la ligne S. L'idée de poser la pièce 4 en E est de menacer l'utilisation d'un nouveau critère sur la ligne U (soit **clair**, soit **non percé**).

2) Nord est obligé de jouer la pièce 12 sur la case H, car:

- s'il pose en A (resp. F), Sud terminera soit en posant une **grande** en G, soit une **petite** en F (resp. A).
- s'il pose en A (resp. C, resp. G, resp. I), Sud terminera soit en posant une pièce **carrée** en H, soit une **ronde** en I (resp. G, resp. C, resp. A).
- s'il pose en B, Nord ne pourra donner aucune des pièces 3, 7, 9 ou 13 (Sud terminant la ligne X selon le critère **carré**), ni les pièces 2 ou 8 (Sud terminant la diagonale Y selon le critère **grand**).

Il ne reste donc que H.
Nord ne peut donner aucune des **grandes** pièces restantes (2, 3, 8 ou 9) car Sud terminerait en posant une de ces pièces sur la case G de la diagonale Y). Nord ne peut pas non plus donner la pièce 7, car Sud la poserait sur la case I, terminant la ligne S selon le critères **percé**. Il s'ensuit que Nord est obligé de donner à Sud la pièce 13.

3) Sud joue (I ; 7)

4) On voit que Nord ne peut pas terminer de lignes. De plus, il sera obligé de donner une **grande** pièce (il ne reste plus de petites). Il est obligé de jouer la pièce 7 sur la case G, sinon Sud pose une **grande** pièce sur cette case au coup suivant terminant la diagonale Y selon le critère **grand**.

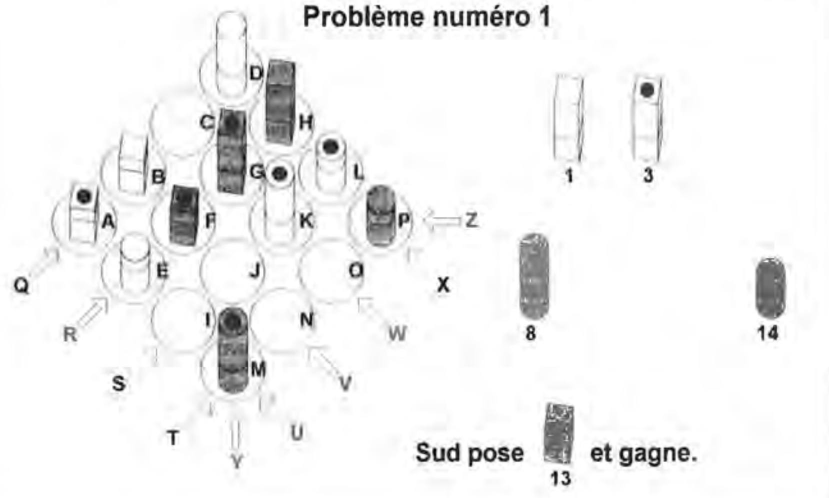
C'est alors que l'on remarque que, sur la ligne U, se trouvent 3 pièces **non percées** et sur la ligne W, se trouvent 3 pièces **percées**. Nord ne sait donc plus quelle pièce donner à Sud pour éviter une défaite.

En résumé, le problème 6 se termine ainsi: (E ; 12) - (H ; 13) - (I ; 7) et abandon sportif de Nord.

En espérant que nos solutions soient correctes, complètes et les explications suffisamment détaillées, nous vous prions de recevoir, Monsieur le Rédacteur, nos meilleures salutations.

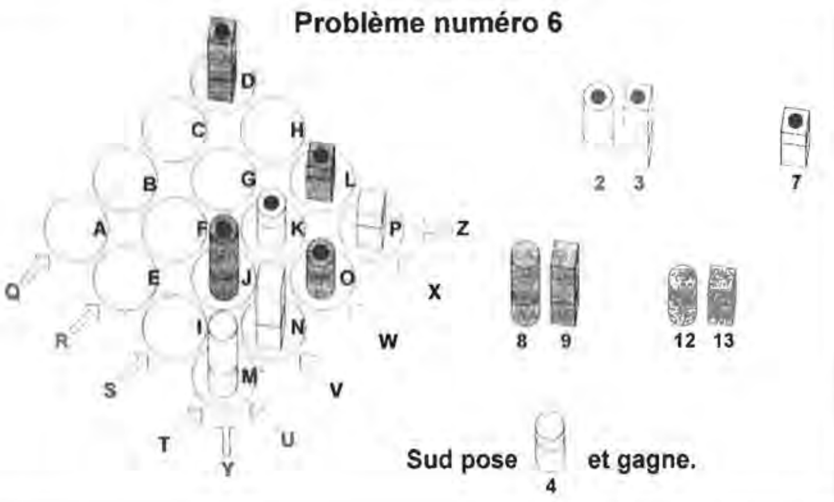
Nadia et Nicolas Dreyer, Posieux

Problème numéro 1



Sud pose [13] et gagne.

Problème numéro 6



Sud pose [4] et gagne.

Annonce

AVVISO, per i nostri lettori di lingua italiana

X Convegno Didattico Nazionale del CRSEM
Alghero 7 - 9 Aprile 1995
«Dagli ipertesti alla realtà virtuale. Implicazioni didattiche in particolare sull'Educazione Matematica».

Il convegno, rivolto ad insegnanti di tutti gli ordini scolari, prevede:

- Quattro conferenze generali:
  - Gianni degli Antoni (Milano) «Visualizzazione e conoscenza: verso una diversa didattica?»
  - Silvano Tagliagambe (Roma) «Realtà virtuale: potenzialità e rischi»
  - Martin Dodman (Varese) «Tessere la realtà: ipertesti e inter-testualità»
  - Pietro Zanarini (Cagliari) «Navigazione ipermediale in rete internet»
- Lavori di gruppo per i diversi livelli scolari:
  - **Scuola elementare**: Giampaolo Chiappini (Genova) «Nuove potenzialità di apprendimento offerte dai sistemi ipermediali nel campo dell'aritmetica (analisi del sistema ARI-Lab)»
  - **Scuola media**: Francesco Natale (Roma) «Sviluppo di sistemi ipermediali per l'istruzione e la formazione»
  - **Scuola superiore**: Anna Rosa Scarafiotti «Micromondi e realtà virtuale: l'ipertesto come mediazione»
- Comunicazioni
- Attività dimostrativa riguardante la navigazione in internet e la realtà virtuale con possibilità di intervento interattivo dei partecipanti.

L'apertura del convegno è prevista per le ore 9.30 del giorno 7 e la chiusura per le ore 13 del giorno 9.

La quota di iscrizione, da versare al CRSEM entro il 15 marzo 1995 tramite:

- Versamento postale sul c.c. postale n. 19490093 intestato a Centro di Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica, Viale Merello 92, 09123 Cagliari;
- Versamento sul c.c. n. 101141 della BANCA NAZIONALE DEL LAVORO, intestato a Centro di Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica, **è di 80000 lire; per i soci del CRSEM la quota di iscrizione è di 64000 lire.**

E' stato richiesto al Ministero della Pubblica Istruzione l'esonero dagli obblighi scolastici.

La scheda di prenotazione alberghiera va inviata direttamente all'Hotel Carlos V, Lungomare Valencia, 24 - 07041 Alghero (SS) - fax 079 980298 - entro il 31 marzo 1995. Entro la stessa data va versata la caparra pari al 30% della spesa alberghiera totale: mezza pensione in camera doppia, 90000 lire al giorno; pensione completa in camera doppia, 100000 lire al giorno; mezza pensione in camera singola, 110000 lire al giorno; pensione completa in camera singola,120000 lire al giorno.

Si prega di effettuare il versamento della caparra mediante vaglia telegrafico indirizzato all'Hotel Carlos V (si pregano le partecipanti coniugate di usare il cognome che figura nel proprio documento di riconoscimento, al fine di evitare eventuali disguidi di prenotazione).

Schede di iscrizione e di prenotazione alberghiera sono disponibili presso il
Centro di Ricerca e Sperimentazione
dell'Educazione Matematica
Viale Merello 92
09123 Cagliari - Fax 070 2000420
o presso la
Rédaction de *Math-Ecole,* IRDP,
CP 54, 2007 Neuchâtel

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole*** **- CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole*. OUI - NON

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole*. (tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom: ☐Mme ☐M. ______________________

Adresse (rue et numéro): ______________________

Localité (avec code postal): ________ ______________

Date: ______________ Signature:

Veuillez me faire parvenir:

...... exemplaire(s) des ***Actes du colloque MATHÉMATIQUES 93***
(Fr. 16.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) de ***Condorcet, moyens d'apprendre à compter sûrement***
(voir n°164) (Fr. 28.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) de «π» (Fr. 42.- l'exemplaire + port)

...... ***Mathématiques du Kangourou*** (Fr. 26.- l'exemplaire + port)

...... ***Actes de la 45e rencontre de la CIEAEM: «L'évaluation centrée sur l'élève»***
(Fr. 35.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) du ***Jeu de l'oie*** (IREM de Lorraine) (Fr. 8.- l'exemplaire + port)

Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

...... n°10 ***Le serpent numérique*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°11 ***Le pin's tourneur*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°12 ***Le trésor du vieux pirate*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°13 ***Le Roi des Nuls*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

les anciens numéros suivants: ...... n°8 ...... n°9 (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7