avril 1995

34e année

167

MATH ECOLE

Lente approche de la numération

Activités en laboratoire de mathématiques

Faire des mathématiques... et apprendre

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignement les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

MATH-ECOLE
34e année 5 numéros par an

167
avril 1995

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Comité de rédaction
Michel Brêchet
Jacques-André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Serge Lugon
Yvan Michlig
Luc-Olivier Pochon
Chantal Richter
Janine Worpe

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
E.7A.P. Polyester blanc armé
œuvre d'Angel Duarte
Schulhaus Eichholz, Grenchen

Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

EDITORIAL:
Entre formation théorique et stage pratique... il y a l'enfant. Ne l'oublions pas!
Jacques-André Calame 2

Lente approche de la numération
Chantal Richter 4

Faire des mathématiques... et apprendre
Michel Brêchet 7

Activités en laboratoire de mathématiques
Gianfranco Arrigo 16

Raymond Queneau revu par des élèves de 6e
Daniel Surchat 23

Paradoxe géométrique? Tour de magie, ...
Francis Perret (Navajos) 27

Travail à la chaîne
René Mayor 29

«*Pythagore* vous tend les bras.»
Yvan Michlig 31

Jeux pour tous 33

La revue des revues 36

Annonce:
Concours d'enseignement mathématique 39

Editorial

Entre formation théorique et stage pratique... il y a l'enfant. Ne l'oublions pas!

L'activité proposée aux élèves, ouverte de surcroît, éprouvée, par d'autres, avait été très bien préparée, le plan de la leçon était cohérent, la rigueur des termes mathématiques assurée, et le langage apparemment choisi pour être bien compris des élèves! Bref, tout aurait dû fonctionner à merveille!

Et pourtant, ce matin-là était-ce le vent, était-ce la bise, était-ce le froid ou l'heure matinale, était-ce..., tout ne se passa pas comme prévu!

Pour compliquer encore l'analyse de cette leçon pas comme les autres, ajoutons que les trois adultes partie prenante, maître-stagiaire, maîtresse de stage et maître de méthodologie venu exprès assister à la leçon, n'interprétèrent pas de la même façon la qualité des événements. Et pourtant tous les critères d'évaluation avaient été sélectionnés d'un commun accord: impression générale, contact maître-élèves, contact élève-élève, apprentissage des élèves, qualité de la relance par le maître-stagiaire.

Leçon qui, vraiment aurait dû... pardon aurait pu passer comme une lettre à la poste!

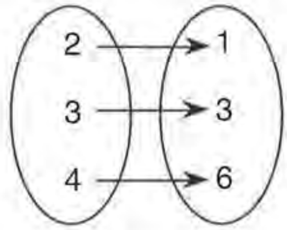
Mais c'était oublier le trouble-fête, l'empêcheur de tourner en rond, bref, ce fameux élève, puisqu'il faut l'appeler par son nom. Il avait passé par là, mettant non seulement les deux pieds dans le plat mijoté par l'adulte, mais encore se plaisant à les agiter vigoureusement!

Et comme si de voir l'adulte décontenancé par tous ses efforts l'apitoyait, l'élève voulut faire un pas à sa rencontre et proposa une stratégie toute à lui, qui ne figurait pas au programme!

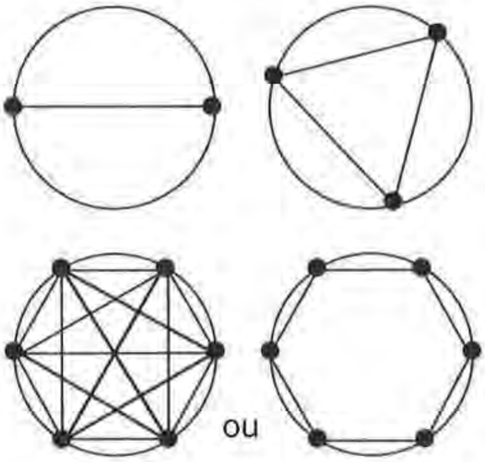
Allons... vous brûlez d'impatience... quelle était au fait la question posée aux petits groupes d'élèves ce matin-là?

«Sur un cercle se trouvent n points, tous différents. Combien de cordes pouvez-vous dessiner, qui relient ces points entre eux?»

Sans attendre une réponse d'adulte ou d'adolescents avertis, du genre:
$n \rightarrow (n-1)/2$ ou $n\,(n-1)-(n-2)-\ldots-(n-(n-1))$,
conjonctures à discuter et qui témoignent d'un d'assez grand pouvoir d'abstraction, ou qui résultent d'un effort de généralisation, on s'attendait au moins à un de ces célèbres diagrammes sagittaux du type:



accompagné de dessins:



Or, voici trois réponses de groupes qui frisèrent la provocation:

«Une infinité de cordes!» (groupe 1)

«Ça dépend de la grandeur du cercle!» (groupe 2)

«On en dessinera plus si la mine du crayon est plus fine.» (groupe 3)

Que devait faire le maître-stagiaire:

• devait-il sanctionner et donner une bonne réponse?

Certainement pas! Car alors, toute l'approche du type essais-erreurs eût été disqualifiée en une fraction de seconde, induisant du coup chez les élèves l'idée qu'il n'y a qu'à attendre la réponse du maître-qui-sait-tout finissant bien par arriver un jour ou l'autre!

• devait-il relire la donnée du problème pour mettre en évidence tous les implicites qu'elle contient?

Mais alors, c'eût été s'exposer à une remarque du genre: *«vous n'auriez pas pu le dire plus tôt?»*... qui n'est pas forcément agréable à entendre, et surtout si d'autres adultes sont de surcroît présents dans la salle de classe.

Non... le maître-stagiaire se tut... un long silence s'installa, en même temps que le regard interrogateur de plusieurs élèves. Puis vint cet encouragement: *«je trouve vos réponses fort intéressantes: pouvez-vous me dire pourquoi vous avez écrit cela?»* Et les élèves de répondre presque en chœur: *«parce que comme ça, c'est juste!»*

Débat clos, parachevé par la sonnerie annonçant la récréation... et chacune des équipes fut renvoyée au vestiaire sur le score final de 1 à 1!

Interprétation:
Et vous fidèles lectrices et lecteurs de *Math-Ecole,* qu'auriez-vous dit aux élèves? Quelle aurait été votre technique de relance?

Pensez-vous, en outre, que les trois groupes d'élèves avaient raison, partiellement raison, qu'ils s'étaient trompés?

En fait... peut-être suffit-il de réaffirmer que malgré toutes les précautions prises par l'adulte, l'élève seul lui révélera ses propres modes de représentations, et que la logique suivie par l'enfant, quoique différente de celle du maître, a tout de même sa raison d'être et quelle fait partie intégrante de son apprentissage.

Conclusion 1: un problème ouvert peut en cacher un autre!

Conclusion 2: la leçon fut considérée comme réussie (malgré trois interprétations différentes des trois adultes), car les élèves avaient été respectés, ils avaient suivi les étapes d'une démarche scientifique et surtout la leçon fut édifiante pour tous!

Jacques-André Calame

Lente approche de la numération

par Chantal Richter, Lausanne

Une de plus direz-vous! Et pourtant: autant d'élèves passant devant nos yeux, autant de façons différentes d'intégrer des apprentissages. Chaque enseignant émettant un message suscite chez l'enfant des images intérieures diverses qui complètent ses raisonnements et ses formes de pensées. D'où l'importance... une fois encore... d'être à l'écoute des besoins de chacun et surtout de varier les formes de transmissions afin d'atteindre le plus d'élèves possible. Une bonne écoute signifie rester proche de l'enfant, accompagner sa demande, ses suggestions et ses raisonnements. Cela peut parfois vouloir dire, au risque de choquer certains puristes de méthodologie, accepter parfois le «sans-filet» sans crainte de perdre la face aux yeux de l'enfant. Accepter parfois de démarrer sans programme préalable, sans objectif écrit noir sur blanc.

Transmettre une connaissance peut partir de l'enfant et pas forcément du professeur. Chaque élève a lui aussi un bagage à partager. En gardant des structures mobiles, ouvertes, ce «vide imprécis» du départ devient alors espace et il est possible d'y faire naître l'échange. C'est dans cet échange que l'enfant peut prendre sa place, il devient un acteur respecté et valorisé, prêt à donner le meilleur de lui-même!

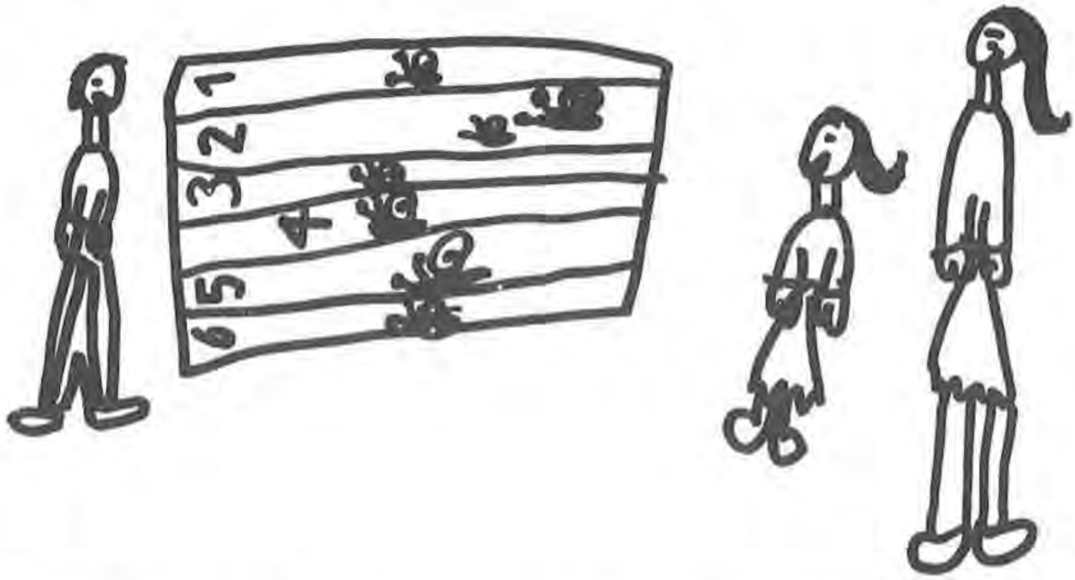
C'est dans cette optique-là que par les jours gris d'automne, nous sommes partis à la chasse aux escargots... à défaut de bisons dans la région! Il est vrai qu'en classe enfantine, il n'est pas rare de se trouver avec deux ou trois escargots dans les mains en fin de récréation. Profitant de cette aubaine et ne pouvant plus tenir toutes ces petites bêtes dans mes mains, j'achetai une sorte d'aquarium en plexiglas. A partir de ce moment, tout un enchaînement de situations se produisit spontanément, jour après jour!

Evidemment, il fallut les nourrir et les compter chaque matin, couvrir l'aquarium le soir pour ne pas qu'ils s'échappent. Puis il devint nécessaire de vérifier si chacun avait sa propre feuille à grignoter. Mais comment faire avec une trentaine d'escargots? Plusieurs hypothèses jaillirent, une fut retenue par le groupe: sortir tous les escargots et les déplacer chacun sur une feuille (ce qui me permit de vérifier ou d'introduire le terme à terme, autant, plus que ..., moins que ..., etc). La suite de l'expérience ne se fit pas attendre: le temps que chaque élève vienne disposer un escargot sur une feuille... le premier avait déjà quitté son petit paradis de nourriture fraîche pour goûter aux poils chaleureux de la moquette! Eclat de rire général et épisode

suivant! Ce fut alors la mise sur pied, si j'ose dire, d'une course aux escargots! Je prétendis n'avoir jamais joué à ce jeu et comptais bien sur eux pour les préparatifs et l'établissement des règles de la compétition.

Sophie et Priscilla allèrent chercher des grandes feuilles de papier à dessin, les déposèrent sur le sol. Sam et Alexandre s'occupèrent des feutres indélébiles pour tracer des colonnes. Thomas se proposa pour écrire les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 à l'arrivée. Mais il fallut de l'aide pour trouver la bonne orientation pour les écrire et l'ordre dans lequel on allait les placer. Puis choisir comment sélectionner les escargots dignes de participer aux joutes. Les critères de la couleur et de la taille des concurrents parurent évidents. Il serait tout de même inacceptable de faire courir un tout petit mollusque contre un gros. Pas d'apartheid ici s'il-vous-plaît! Le départ fut donné en comptant à rebours 10 - 9 - 8 - 7 - ... pas évident du tout, mais bref! au coup de sifflet, les escargots s'élancèrent. Et là... je vis les enfants réagir comme des adultes pour le PMU: «Le quatre, le quatre,...», «Non, le six, le six,... » Les paris étaient ouverts et tous reconnaissaient sans faute les chiffres inscrits! Il y eut des petits problèmes de parcours à régler parce que certains colimaçons étaient incapables de rester dans leur colonne et allaient gaillardement dans celle du voisin. Il fallait donc les remettre sous le bon numéro. Constatations diverses notamment parce que le trois dépassait le deux alors qu'il était petit et finalement il y eut la remise de la «feuille d'or» au premier et la «feuille d'argent» au second et le bronze au troisième!

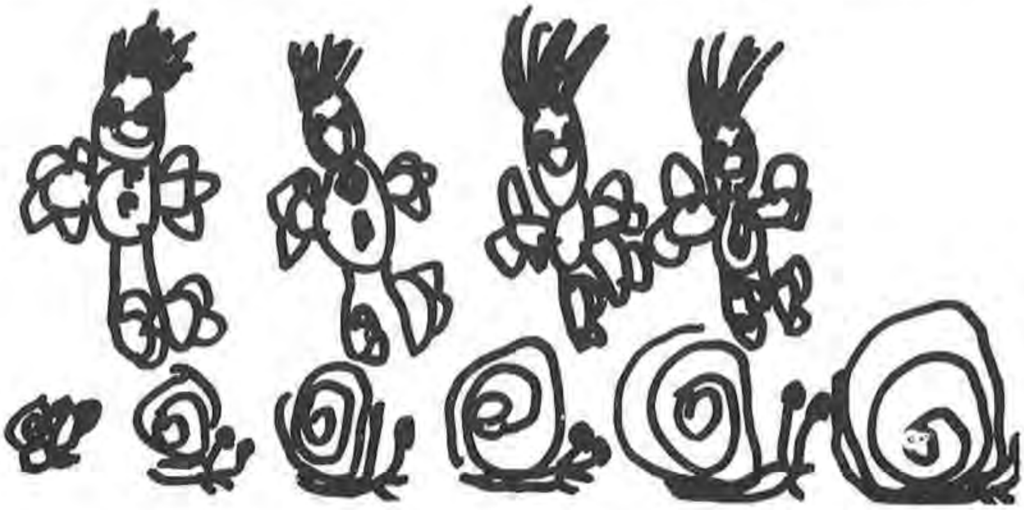
Cette activité intense pour les enfants, parce qu'inspirée par eux, laissa longtemps des traces non seulement sur la moquette de la classe mais encore dans leurs souvenirs et leur cerveau! Pour mieux intégrer ces premiers chiffres et la forme de déplacement dans l'espace utilisé par nos petites bêtes à cornes, nous reproduisîmes le jeu en salle de gymnastique. Chaque enfant, métamorphosé en escargot, une coquille sur le dos, dû reconnaître le numéro de sa colonne et



la suivre correctement: mathématiques en trois dimensions, possibilité de ressentir la théorie dans son propre corps pour faire naître des références et, bien entendu et tout simplement, le début d'une course d'estafette en classe enfantine!

En encourageant leurs initiatives, en acceptant leurs apports et en essayant d'être à l'écoute de leurs expériences, je me suis rendue compte qu'ils avaient non seulement regroupé les escargots par familles selon des critères précis, mais qu'ils avaient également dû utiliser des quantificateurs pour les nourrir, les récolter, les classer par ordre de grandeur et qu'en plus, une approche de la numération les avait enthousiasmés!

Aurais-je osé noter tant d'objectifs sur mon registre? Toute ces expériences auront atteint un ou plusieurs enfants à des degrés différents et nous savons tous qu'il faudra y revenir bon nombre de fois pour que les bases soient acquises pour chacun d'eux, là où il peut les entendre! Que d'échanges ensoleillés au milieu de cette grisaille automnale!

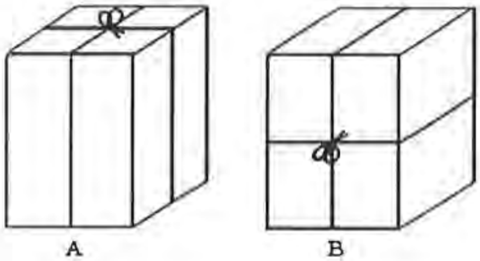


Faire des mathématiques... et apprendre

par Michel Brêchet, Delémont

Le paquet

Le paquet ci-contre a la forme d'un prisme à base carrée.
Pour le ficeler selon la manière A, il faut une ficelle de 220 cm.
180 cm suffisent pour le ficeler selon B.
A chaque fois, on compte 20 cm pour le nœud.



Trouve les dimensions de ce paquet.[1]

Organisation du travail

Recherche individuelle: 10 minutes

Recherche en groupes (3-4 élèves): 35 minutes

Au terme de la leçon, chaque élève présente un compte rendu écrit au maître, contenant:

- les essais successifs; préciser à chaque fois:
  - la démarche suivie;
  - les opérations effectuées;
  - les schémas réalisés;
- une appréciation à propos du résultat trouvé ...
  ou un aveu de non-aboutissement accompagné d'un bref commentaire;
- l'objectif poursuivi par cette activité.

Le problème ci-dessus a servi de point de départ pour l'étude des équations à deux variables. Cet article présente une analyse de ce problème, le comportement des élèves durant leurs recherches et quelques extraits de leurs comptes rendus.

[1] Jacques-André Calame, François Jaquet, *Mathématiques, Neuvième année*, Département de l'Instruction publique du canton de Neuchâtel, 1989.

Objectifs spécifiques

Les objectifs spécifiques visés par la réalisation de cette activité sont les suivants:

- découvrir la nécessité d'utiliser un système d'équations à deux variables pour trouver la solution de ce problème;
- traduire la situation donnée par un système d'équations;
- chercher la solution de ce système.

Durant toute la leçon, le maître, aussi discret que possible, se contentera d'intervenir uniquement à la demande des élèves. Il veillera à renforcer leur autonomie et à pratiquer une pédagogie de l'encouragement. Il évitera de classer un résultat en «juste» ou «faux» et s'efforcera de faire découvrir comment un résultat même partiellement erroné peut faire progresser les élèves dans leurs travaux.

Pourquoi avoir choisi ce problème?

- Lors de la recherche de ce problème, le système d'équations à deux variables apparaît comme un outil permettant de trouver la solution demandée. De ce fait, la motivation et l'intérêt des élèves pour l'étude de cette nouvelle notion se trouveront renforcés.

- Le problème est concret, l'énoncé est court et les schémas explicites.

- Une solution trouvée pourra facilement être vérifiée. Les élèves auront donc l'occasion d'évaluer eux-mêmes leur travail.

- La donnée du problème induit quelque peu le procédé à utiliser: on demande de trouver deux dimensions et deux schémas sont présentés.

Contexte

Cette activité a été réalisée en février 1995 avec une classe prégymnasiale, option scientifique, de 20 élèves de neuvième année. J'y enseigne les mathématiques depuis trois semestres. Formellement, les systèmes d'équations à deux variables n'ont jamais été abordés, mais le «terrain» a été préparé. Au cours de l'année, l'outil «équation», à une variable certes, a été utilisé dans diverses situations décontextualisées: problèmes de concours, de géométrie, ... A chaque fois, il a montré son efficacité. De plus, les élèves m'avaient interrogé à propos du champ d'application des polynômes à deux indéterminées, alors que nous étions en train de les étudier. Je leur avais répondu: «Plus tard, vous verrez que le calcul polynomial vous permettra de résoudre des problèmes concrets !» Je pense qu'une telle réponse a contribué à orienter les élèves dans la bonne direction lors de leurs recherches.

Analyse possible du déroulement de la leçon

Les hypothèses suivantes ont été faites:

- Les élèves éprouvent peu de difficultés à se construire une représentation correcte de la situation rencontrée et tous pourront s'engager dans une recherche.

- La mise en oeuvre d'une méthode numérique (opérations avec les nombres de l'énoncé, tâtonnement, ...) aboutira rapidement à une impasse. Les élèves constateront alors qu'un procédé différent est nécessaire pour résoudre ce problème.

- Certains élèves traduiront spontanément la situation par un système d'équations à deux variables dont la résolution présentera des difficultés. Des procédés divers leur permettront toutefois de trouver la solution: essais successifs, méthodes proches de l'addition, de la substitution ou de la comparaison, représentation graphique.

Comportement des élèves lors de l'activité

Au terme du temps consacré à la recherche individuelle, une douzaine d'élèves avaient posé le système d'équations correspondant à ce problème. La leçon se déroulait heureusement telle que je l'avais prévue. Quelle remédiation apporter en effet si seule une petite partie de la classe s'était lancée dans la direction voulue? Un des objectifs poursuivis par cette activité était de faire découvrir aux élèves par eux-mêmes la nécessité d'utiliser un système d'équations. Par conséquent, mettre les élèves en difficulté sur la bonne piste ou leur dire comment résoudre le problème, c'était perdre ses chances d'obtenir l'apprentissage visé. On constate ici à quel point il est important de bien choisir le problème que l'on proposera aux élèves.

Il m'est arrivé souvent de constater que l'appréhension à utiliser un nouvel outil mathématique lors de la recherche d'un problème est bien présente chez certains élèves. Le nouveau, l'inconnu génèrent des inquiétudes. Lors de cette leçon, l'utilisation, la transformation et la manipulation d'un système d'équations à deux variables n'ont engendré ni «craintes», ni retenues.

Les groupes se sont formés librement. Le choix du procédé à mettre en œuvre n'a pas été une source de débats, car, dans chaque groupe, un élève avait débuté sa recherche à l'aide de deux équations. Un élève, Thomas, avait trouvé la réponse après les 10 minutes de travail individuel, et trois autres, Pascale, François et Manuel en étaient tout proches. Ces quatre élèves se sont répartis dans deux groupes distincts, à l'intérieur desquels les échanges n'ont pas été très animés. Les autres membres de ces deux groupes se sont contentés de recopier la démarche qui leur était proposée. Cette attitude est compréhensible: d'une part, la solution est facilement vérifiable et d'autre part, Thomas, Pascale, François et Manuel réalisent d'excellentes performances scolaires tout au long de l'année. Si je reproduisais cette activité, je veillerais à ce que les élèves ayant fortement progressé lors de la recherche individuelle forment un seul groupe.

Dans les autres groupes, le choix du système d'équations n'a pas été discuté. Par contre, comme nous le verrons plus loin, la résolution de ce système a posé passablement de difficultés et a donc provoqué des débats animés.

Analyse des comptes rendus

Si l'on appelle *x* la mesure du côté de la base carrée du paquet et *y* la mesure de la hauteur de ce paquet, tous les troupes ont trouvé le système d'équations correct:

$$4x + 4y + 20 = 220$$
$$6x + 2y + 20 = 180$$

A partir de là, tous les groupes (il y en avait cinq), sauf un, ont effectué la transformation suivante:

$$4x + 4y + 20 = 220$$
$$4x + 4y = 200$$
$$4(x + y) = 200$$
$$x + y = 50$$

Ensuite, les procédés se sont diversifiés. Les cinq comptes rendus suivants (un par groupe) en témoignent (en raison de la longueur des travaux, seuls quelques extraits significatifs sont présentés dans les pages suivantes).

Thomas

Le paquet

Equation

1) $4b+4a+20=220$	-20
$4a+4b=200$	réduction
$4(a+b)=200$	$\cdot\frac{1}{4}$
$\boxed{a+b=50}$	$-a$
$\boxed{b=35}$	

2) $6a+2b+20=180$	-20
$6a+2b=160$	réduction
$2\cdot(a+b)+4a=160$	réduction
$100+4a=160$	-100
$4a=60$	$\cdot\frac{1}{4}$
$\boxed{a=15}$	

Réponse: Les dimensions de ce paquet sont égales à 35 et 15 cm.

Démarche: On pose deux équations correspondant aux deux situations données. Après, on commence par avancer dans la première. On aboutit à "a+b=50". Comme il est impossible d'aller plus loin, on passe à la suivante que l'on résout grâce à la première équation. On arrive à "a=15cm". Grâce à cela, on peut résoudre la première équation, et les dimensions du paquet nous sont connues. Notons que "a" est la mesure du petit côté du paquet et "b" le grand côté du paquet.

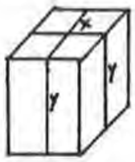
Analyse du travail de Thomas: sans commentaires!

Le Paquet

Manuel

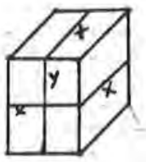
A

$$4x + 4y = 200$$
$$4(x+y) = 200$$
$$x + y = 50$$



B

$$6x + 2y = 160$$
$$2(3x+y) = 160$$
$$3x + y = 80$$



$$3x + y = x + y + 30 = 80$$
$$3x = x + 30 = 80 - y$$
$$3x = x + 30 \quad \Big| \ -x$$
$$2x = 30 \quad \Big| \ \cdot \tfrac{1}{2}$$
$$\underline{\underline{x = 15}}$$

$$15 + y = 50 \quad \Big| \ -15$$
$$\underline{\underline{y = 35}}$$

Réponse: la hauteur du paquet est de 35 cm et la largeur de 15 cm

Analyse du travail de Manuel

Il est intéressant de constater que Manuel, faisant appel à une règle d'équivalence connue, a transformé l'équation x + y + 30 = 80. Il a ensuite utilisé, sans jamais l'avoir étudiée en classe, la méthode de comparaison.

Le Paquet | Problème | Diane 9C

a = côté de la base carrée

b = côté d'un rectangle

Paquet A. $4a + 4b = 200$ cm

Paquet B. $6a + 2b = 160$ cm

$8a + 4b$ = longueur des arêtes du cube

Paquet A		Paquet B	
$a=20$	$b=30$	$a=20$	$b=20$
$a=15$	$b=35$	$a=15$	$b=35$

A $\quad 4(a+b) = 200 \quad | \cdot \frac{1}{4}$

$a+b = 50$

B $\quad 6a+2b = 160 \quad | \cdot \frac{1}{2}$

$3a+b = 80$

Il y a plusieurs possibilités

Analyse du travail de Diane

Le compte rendu montre que Diane pense qu'il y a deux paquets et non un seul ficelé de deux manières différentes. Les deux équations sont donc examinées séparément. Le lien existant entre elles n'est pas établi, alors même que la solution exacte apparaît.

Le paquet — Vincent

A : $4X + 4Y = 200$ B : $2X + 6Y = 160$

X : la longueur
Y : la largeur

Poser une équation

$160 - 2X + 160 - 6Y = 180$

$2X + 6Y = 160$

$X = 30 \quad Y = 20$

$X > Y \quad X = > 25$

$4X + 4Y = 200 \quad \Big| \cdot \frac{1}{4}$

$\frac{4(X+Y)}{4} = 50$ simpl.

$X + Y = 50$

Essaies

$X > Y \;/\; X + Y = 50 \quad X =$ plus de 25

$X = 26 \quad Y = 24 \quad 4 \cdot 26 + 4 \cdot 24 = 200 \quad 2 \cdot 26 + 6 \cdot 24 = 196 \neq 160$

$X = 27 \quad Y = 23 \quad A = 200 \quad B = 192 \neq 160$

$X = 28 \quad Y = 22 \quad A = 200 \quad B = 188 \neq 160$

$X = 29 \quad Y = 21 \quad A = 200 \quad B = 184 \neq 160$

On enlève chaque fois 4 pour B alors que A est toujours égal à 200.

$184 - 4 = 180 \quad X = 30 \quad Y = 20$

$180 - 4 = 176 \quad X = 31 \quad Y = 19$

$176 - 4 = 172 \quad X = 32 \quad Y = 18$

$172 - 4 = 168 \quad X = 33 \quad Y = 17$

$168 - 4 = 164 \quad X = 34 \quad Y = 16$

$164 - 4 = 160 \quad X = 35 \quad Y = 15$

Réponse : Dimensions du paquet = 35 cm longueur et 15 cm de largeur

Analyse du travail de Vincent

La méthode des essais successifs montre à Vincent à quel point elle peut être longue et fastidieuse. Il sera intéressant par la suite de présenter ce travail aux élèves de la classe, pour les convaincre que, sans algorithme efficace, la résolution d'un système d'équations peut prendre un certain temps.

Le paquet | problème | Régis F.

$4p + 4G + 20 = 220$ B. $6p + 2G + 20 = 180$

$4p + 4G = 200$ $6p + 2G = 180$

$$
\begin{array}{rcl|l}
4p + 4G & = & 6p + 2G \cdot \frac{200}{160} & \text{simp.} \\
4p + 4G & = & 6p + 2G \cdot \frac{5}{4} & \text{simp.} \\
4p + 4G & = & \frac{15}{2}p + \frac{5}{2}G & -4p \\
4G & = & \frac{7}{2}p + \frac{5}{2}G & -\frac{5}{2}G \\
\frac{3}{2}G & = & \frac{7}{2}p &
\end{array}
$$

$p = 1{,}5$ $G = 3{,}5$

je ne sais pas pourquoi?

Analyse du travail de Régis

Les règles d'équivalence, la distributivité, les opérations dans l'ensemble des monômes et dans l'ensemble des codes fractionnaires sont maîtrisées par Régis. Bien qu'il ait trouvé la réponse correcte, la méthode de comparaison, mal exploitée, montre ses limites.

Réactions des élèves à propos des objectifs poursuivis

Voici ce que les groupes ont répondu:

- résolution de problèmes par équations,
- tester notre capacité à résoudre des problèmes différents du thème traité en classe,
- équations à deux variables,
- bon exercice d'occupation.

Un groupe n'a pas fourni de réponse.

Les objectifs poursuivis par la réalisation de cette activité ont été relativement bien perçus par les élèves. Toutefois, lors de la présentation et de la restitution des travaux, ceux-ci ont été clairement exposés et nous avons eu une brève discussion à leurs propos.

Conclusion

Cette activité stimulante et porteuse de sens, a permis aux élèves de s'investir pleinement dans une recherche, de se poser des questions, de mettre en œuvre une stratégie, de vérifier son adéquation à la situation, bref de faire des mathématiques. Elle leur a également montré que leurs connaissances étaient insuffisantes pour fournir la réponse demandée et les a par conséquent obligés à construire un nouvel outil. Toutefois, les mécanismes d'une telle construction présentent encore bien des mystères: quelles sont les conditions indispensables à sa réalisation et quels sont les effets de l'aide apportée aux élèves en difficulté?

Pages «PRATIQUES» extraites de *Grand N* n°52 1992-1993
(Voir *Revue des revues,* pages 37 et 38.)

Les téléphones

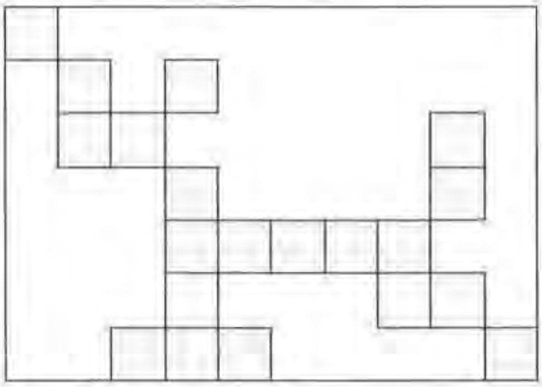
Sur le bureau d'un homme d'affaires très occupé, il y a cinq téléphones placés comme le montre le dessin.

Chacun d'eux est d'une couleur différente.
Le téléphone blanc n'est ni à côté du bleu, ni à côté du rouge, ni à côté du gris.
Le téléphone jaune n'est ni à côté du bleu, ni à côté du gris.
Le téléphone bleu n'est pas à côté du rouge.
Le téléphone gris est à droite du rouge.

A quel numéro correspond chaque couleur de téléphone?

Carreaux

Pour fabriquer le dessus d'une table en mosaïque, j'ai utilisé des carreaux blancs et des carreaux colorés. Voici, ci-contre, le dessin de ma table où ne sont représentés que les carreaux colorés.
Combien ai-je utilisé de carreaux blancs pour fabriquer le dessus de cette table?



Activités en laboratoire de mathématiques

par Gianfranco Arrigo, Lugano

ndlr. *Math-Ecole* poursuit ici la publication des comptes rendus des travaux de groupes du colloque *Mathématiques 93* (voir n°163 , *La résolution de problèmes,* par M. Brêchet et n°166, *Des chiffres et des lettres ou déchiffrer des lettres,* par Cosette Boillat-Juillerat).

1. La tâche du groupe

Les membres du groupe avaient pour tâche de choisir dans la «banque de situations»[1] une ou plusieurs activités en laboratoire de mathématiques et de les proposer à leur classe. L'objectif principal de la tâche qui leur avait été confiée était d'observer le comportement des élèves, afin de déterminer, dans la mesure du possible, quelles opérations mentales sont le plus souvent sollicitées en situation de recherche. Une tâche quelque peu difficile qui ne peut être accomplie sans un minimum de préparation. Il convient en effet de disposer d'un système de référence, ou au moins de quelques critères de classification des différentes opérations mentales mises en œuvre par les élèves.

2. Les instruments d'observation

A un niveau élémentaire (macroscopique), il faut distinguer les moments d'activité *reproductive* des moments de travail *productif*, qui sont sans doute plus importants. Si dans les premiers l'élève se limite surtout à reproduire des concepts, des procédés ou des principes appris auparavant, il construit la connaissance par ses propres moyens dans une phase d'apprentissage productif.

Les activités en laboratoire de mathématiques ont une double finalité, à savoir:

- mettre l'élève en situation active face à l'objet mathématique à saisir (objet sous-jacent à la situation présentée);

- permettre à l'élève de prendre l'habitude d'affronter de nouvelles situations (ce qui peut devenir avec le temps une véritable méthode de travail en situation de recherche) et de développer les facultés intellectuelles liées aux apprentissages supérieurs convergents (capacité d'analyse, de synthèse, de déduction) et divergents (capacité d'intuition, d'invention).

Si l'on souhaite approfondir davantage l'analyse, il faut s'appuyer sur un support théorique que nous proposent par exemple les diverses théories d'apprentissage élaborées par les psychologues durant ce siècle et disposer d'un instrument taxonomique.

La table taxonomique de Frabboni-Arrigo[2] a été élaborée précisément pour permettre aux enseignants de procéder à une classification des divers types d'apprentissage et des opérations mentales qui y sont liées. Elle présente un édifice à trois niveaux: apprentissages élémentaires (le plus souvent occasionnels, instables, de brève portée); apprentissages intermédiaires et apprentissages supérieurs, plus complexes et plus structurés (de type systématique, stable, permanent). Les apprentissages supérieurs

---

[1] *Banque de situations pour le laboratoire de mathématiques,* Ufficio dell'insegnamento medio, Bellinzona. Des extraits de cette banque figurent dans les pages de ce numéro 167 de *Math-Ecole*.

[2] Pour obtenir cette table d'objectifs, s'adresser à l'auteur: Gianfranco Arrigo, Via Maraini 20b 6900 Lugano

se subdivisent à leur tour en deux classes: apprentissages convergents et divergents. L'édifice taxonomique intègre les apports des quatre théories de l'apprentissage les plus connues: le comportementalisme, le structuralisme, la psychologie de Piaget et le gestaltisme. Des théories qui ont été disséminées à l'intérieur des formalisations taxonomiques de Bloom (fondateur de la théorie hiérarchique des apprentissages), Gagné, Guilford, Sullivan, De Block, D'Hainault.

Je souligne en particulier:

a) Les apprentissages élémentaires

Ils sont dédiés au savoir. Celui-ci regroupe les connaissances occasionnelles, de brève portée, passagères : des connaissances acquises surtout par mémorisation-reproduction par le biais du mécanisme de stimulation-réponse. La compétence intellectuelle à laquelle elles aspirent est celle de savoir se rappeler et reconnaître un contenu sous la forme identique à celle sous laquelle il a été présenté à l'origine. En d'autres termes: savoir mémoriser et savoir acquérir des automatismes disciplinaires et cognitifs relatifs à plusieurs contenus; connaissance et usage de termes, symboles, concepts, principes; capacité d'exécuter des opérations élémentaires et des procédés automatisés; capacité de classifier et d'ordonner selon des critères connus.

b) Les apprentissages intermédiaires

Ils sont dédiés à la catégorie de la compréhension. Les processus cognitifs en question consistent précisément à savoir comprendre, exécuter et appliquer les connaissances acquises (sous forme reproductive) au moyen des apprentissages élémentaires. La compréhension englobe la capacité d'exécuter des procédés et la faculté d'appliquer et de contrôler des procédés.

c) Les apprentissages supérieurs

Ils comprennent des prestations intellectuelles convergentes et divergentes.

c1) La convergence (savoir démonter et reconstruire une série de situations et de procédés selon un module prévu, selon la logique qui préside une structure donnée) tend vers une double compétence: l'analyse-synthèse et la méthode.

L'analyse est définie comme capacité de savoir:

- classifier des éléments (réalité, faits, concepts) et décoder des communications;
- confronter des relations réalité-faits-concepts, en soulignant les caractéristiques non connues;
- saisir et choisir les critères déterminants pour l'organisation de principes et structures;
- mener un raisonnement par induction.

La synthèse est définie comme capacité:

- de savoir produire des communications, raconter des expériences, faire des comptes rendus, etc.;
- de savoir prévoir des procédés;
- importante dans la *résolution de problèmes;*

- de savoir mener un raisonnement par déduction.

La méthode est définie comme capacité de saisir les noyaux conceptuels d'une situation-problème et de maîtriser le pensée mathématique.

c2) La divergence (dont l'objectif est d'habiliter l'élève à savoir trouver diverses solutions nouvelles à des problèmes nouveaux) comprend deux compétences cognitives: l'intuition et l'invention.

- L'intuition comme capacité d'anticiper, de saisir et de déceler le problème-clé d'une situation;

- l'invention comme capacité de trouver des solutions originales, de formuler des stratégies, de créer des idées et des matériels.

3. La présentation des travaux par les participants du cours

Les participants ont tous pris au sérieux la tâche qui leur avait été confiée et les diverses expériences qu'ils ont présentées se sont entrecroisées, conférant chacune de nouveaux éléments stimulants à la discussion. L'observation en classe était surtout basée sur la capacité d'intuition et sur l'expérience professionnelle dont les enseignants du groupe ont fait preuve. Même en groupe, il n'a pas été possible de procéder à l'approfondissement taxonomique, car le temps a été à peine suffisant pour prendre connaissance des travaux faits dans les différentes classes. Néanmoins, l'analyse intuitive (dont le modèle taxonomique est excellent) a permis de soulever une série de problèmes que je me propose de synthétiser. L'ordre dans lequel ils seront présentés découle du procès-verbal de la réunion (choisi par commodité rédactionnelle et également parce qu'il n'existe pas de critère d'organisation logique et univoque).

3.1 Le problème du langage

Le premier aspect du problème réside dans la communication entre l'enseignant (celui qui propose le travail) et l'élève (celui qui doit l'effectuer). L'élève doit être en mesure de comprendre pleinement la signification du travail qui lui est confié. La difficulté de comprendre correctement la situation (ou le problème ouvert, ou l'énigme, ou le casse-tête) dépend principalement de la manière selon laquelle celle-ci est présentée aux élèves. S'il s'agit d'un texte écrit, la difficulté réside fondamentalement dans le décodage du texte même; s'il s'agit d'un dessin (par exemple de la représentation d'une figure géométrique), elle est d'ordre graphico-géométrique et touche par conséquent une sphère différente de la perception. Mais la situation peut être introduite de différentes manières: par exemple au moyen d'une discussion, d'un jeu, d'une activité de manipulation ou autres. Pour être compréhensibles, ces manières requièrent toutes, au moins en partie, des compétences différentes. De toute façon, il est indispensable que l'enseignant s'assure que la stimulation initiale soit reçue de manière correcte par tous les élèves.

Il existe, en outre, le problème inverse: à savoir la communication des résultats (de l'esprit de l'élève) à l'enseignant et aux autres groupes. La présentation des résultats dépasse la simple description de ce qui a été fait dans les groupes: le colloque, qui donne lieu à la confrontation et à la défense orale des propres connaissances acquises, devient un moment de synthèse ainsi que de réflexion sur les méthodes adoptées par les divers groupes. Les résultats peuvent également être présentés à l'aide de supports graphiques (affiches, plans, tableaux, etc.) ou d'objets manipulables. L'importance nécessaire conférée à la présentation des résultats peut stimuler l'élève à préciser davantage ce qu'il a compris par intuition, à structurer mieux ses conclusions et même, dans quelques cas, à transformer l'intuition en connaissance fondée.

3.2 Le rôle de l'enseignant pendant les travaux de recherche en classe

En général, on dit que lorsque le professeur pratique un enseignement basé sur des situations-problèmes (ou sur des problèmes ouverts), il doit travailler beaucoup dans la phase de préparation et beaucoup moins pendant la phase d'exécution en classe. Ceci n'est que partiellement vrai. En réalité, le comportement de l'enseignant lors du déroulement des travaux en classe est décisif, afin d'atteindre tous les objectifs fixés auparavant. Par conséquent, la tâche du professeur en classe est pour le moins délicate. Celui-ci doit agir simultanément en conseiller, sans pour autant donner des informations importantes qui pourraient faciliter le chemin des élèves vers une solution du problème, en stimulateur, sans que les stimulants ne se transforment en véritables impulsions vers une solution ne serait-ce que partielle du problème, en régulateur, sans devenir un simple indicateur de la voie à suivre (mais en intervenant avec beaucoup de précaution, par exemple lorsque des élèves se trouvent dans une sérieuse d'impasse ou qu'un groupe est en train de s'éloigner du travail proposé et d'emprunter un chemin aride). Enfin, l'enseignant doit être un observateur discret et attentif (en tant que tel il doit toujours être au courant de l'état des travaux et de la dynamique des divers groupes).

Contrairement aux stratégies didactiques le plus souvent pratiquées, selon lesquelles le professeur tend à mettre l'élève dans des conditions de grande sécurité et de secours continu («si tu ne sais pas, je te le dis», «si tu fais une erreur, je te corrige», etc.), dans l'enseignement basé sur des situations, le professeur doit agir en semeur de doutes. Par exemple, face à un résultat partiellement correct démontré par un élève, le professeur doit avoir le réflexe d'en mettre en doute l'exactitude, afin de stimuler l'élève à défendre sa propre idée et par conséquent à fonder davantage la connaissance acquise.

Si l'activité de conseiller/stimulateur/régulateur a des finalités immédiates - afin que le travail se déroule dans les conditions les meilleures pour l'apprentissage - l'activité d'observateur a pour but d'acquérir un ensemble d'informations qui peuvent en partie avoir un impact direct sur les travaux en cours, mais qui serviront surtout à améliorer la qualité du travail ultérieur.

3.3 «Bons» élèves et «mauvais» élèves

Les élèves qui se distinguent le plus pendant la pratique des situations-problèmes, tant par leur engagement que par leurs intuitions adéquates de même que par une certaine désinvolture dans l'approche de nouveaux arguments, ne sont pas nécessairement ceux qui excellent dans les devoirs de mathématiques. Le phénomène peut être expliqué par deux raisonnements convergents.

D'un côté, l'élève «bon en mathématiques» se sent déstabilisé face à une situation-problème, parce que toute sa connaissance (et compétence technique) en mathématiques ne lui sert à rien pour accomplir les premiers pas (et souvent même pas par la suite). Par conséquent, son avantage initial par rapport aux autres copains s'anéantit. Habitué à briller en classe, il se retrouve dès lors dans une situation de non-connaissance qui ne lui est pas familière et finit par s'énerver.

De l'autre côté, l'élève qui est d'habitude en difficulté, à cause de ses lacunes techniques dues à son engagement insuffisant plus qu'à un manque de facultés mentales, n'est point déconcerté face à une situation-problème et prend plus d'assurance en voyant les habituels «premiers de la classe» dans de sérieuses difficultés. Cet état d'âme le mène à oser davantage et il est donc fort probable que ce soit ce type d'élève qui réussisse à surmonter les obstacles les plus ardus d'un pareil travail.

Cette réflexion aboutit à une hypothèse importante: l'enseignement basé sur des situations doit être appliqué également aux classes dites «difficiles». Dans ces cas, il faudrait même que cette stratégie didactique devienne avec le temps le mode de travail habituel. La nécessité de créer des problèmes ouverts ou des situations-problèmes spécifiques pour ce type d'élèves est évidente.

3.4 Comment former les groupes?

Lorsqu'il s'agit de former des groupes, le professeur dispose de deux procédés opposés:

- la formation spontanée (les élèves se regroupent selon leurs affinités et intérêts communs);

- l'intervention autoritaire et la composition imposée de chaque groupe.

Dans le second cas, deux critères contraires déterminent la formation des groupes:

- formation de groupes hétérogènes (selon Bloom);

- formation de groupes à niveaux homogènes (selon Keller).

Ces solutions sont toutes applicables. L'enseignant doit être conscient des avantages et des inconvénients de chacune de ces solutions et opter pour l'une ou l'autre, suivant la classe devant laquelle il se trouve et du type de travail qu'il a l'intention de lui faire faire.

Si le contenu mathématique de la situation qu'il propose est limité (par exemple *Le problème de la couturière* - voir page 22), alors il est préférable de laisser les élèves former les groupes spontanément. Ainsi, les élèves peuvent trouver plus facilement la bonne dynamique de groupe leur permettant d'élaborer tous ensemble une solution au problème.

Si, par contre, le contenu mathématique de la situation est important, alors la formation des groupes s'avère plus problématique. En optant pour les groupes hétérogènes, il est nécessaire que dans aucun groupe il n'y ait des élèves qui se font prendre à la remorque. En choisissant les groupes à niveaux, il faut faire en sorte que les groupes de niveau inférieur aient eux aussi suffisamment de possibilités pour arriver à une solution, à la rigueur partielle, ou ayant trait à des cas particuliers plus simples.

3.5 Le moment de la présentation des résultats des groupes

Ce moment est important pour différentes raisons:

- il permet de mettre en évidence les connaissances mathématiques acquises pendant les travaux;

- il valorise le travail fait en groupes, à condition que chaque élève puisse considérer avec satisfaction le travail effectué par son propre groupe et se sentir vraiment coauteur; la présentation peut être faite par l'intervention frontale des porte-parole de chaque groupe ou par la préparation d'une exposition des travaux;

- il stimule les élèves à exprimer de manière claire et précise leurs propres résultats;

- il permet aux élèves des autres groupes de soulever des critiques face au travail présenté;

- il oblige les élèves qui présentent à argumenter, à éclaircir certains points, à approfondir le discours, à accepter ou à refuser de façon nuancée et consciente les diverses critiques soulevées par les copains des autres groupes;

- il permet à l'ensemble de la classe de profiter d'un maximum d'informations sur toute la problématique affrontée;

- il facilite la tâche de l'enseignant dans l'évaluation du travail effectué ainsi que des prestations de chaque élève;

- il peut donner à l'enseignant des idées importantes qui lui permettent de continuer et de parfaire l'apprentissage.

3.6 Développement successif du contenu mathématique en classe

Les situations-problèmes, dont le contenu mathématique est plus riche, sont exploitées dans des moments d'apprentissage successifs. De nombreuses intuitions des élèves ainsi que plusieurs de leurs acquisitions partielles peuvent être changées et développées de façon à devenir des connaissances fondées. De cette manière, non seulement l'activité en laboratoire permet-elle d'atteindre les propres objectifs, mais elle se transforme en stimulation importante pour l'apprentissage de contenus mathématiques.

Suggestions aux autorités scolaires

Le groupe a pu observer dans quelle mesure la réalisation en classe d'activités en laboratoire de mathématiques conférait à la formation intellectuelle des élèves de l'école obligatoire précisément les qualités requises par le monde du travail, à savoir: faculté d'adaptation, souplesse, capacité de se mouvoir dans des situations inconnues.

En effet, pendant les travaux de laboratoire:

a) l'élève est mis en situation active face à l'objet mathématique à saisir (qui est sous-jacent à la situation présentée);

b) l'élève est stimulé à prendre l'habitude d'affronter des situations nouvelles (il s'agit donc d'une véritable méthode de travail) et à développer les facultés intellectuelles liées aux apprentissages supérieurs convergents (capacité d'analyse, de synthèse, de déduction) et divergents (capacité d'intuition, d'invention).

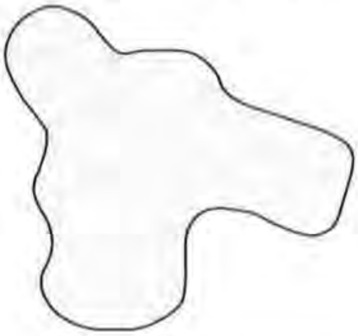
Par conséquent, il est important de recommander à chaque canton de promouvoir l'introduction de ces activités dans les programmes officiels de mathématiques de l'école obligatoire et de préparer les enseignants de manière à ce qu'ils soient en mesure de mener à bien ces activités.

L'opération peut avoir des répercussions importantes également sur la manière de percevoir les mathématiques comme matière scolaire, en modifiant au moins en partie sa mauvaise réputation en tant que discipline sélective et adaptée uniquement à quelques élus et en initiant tout le monde au plaisir d'affronter des problèmes ouverts, des énigmes mathématiques, des casse-tête et tout ce qui fait l'enthousiasme d'un esprit ouvert et d'un intellect éveillé.

Problèmes extraits de *Banca di situazioni per il laboratorio matematico* pour le colloque romand ***Mathématiques 93.***

Le problème de la couturière

Trouve la plus petite pièce circulaire qui peut recouvrir entièrement cette tache.



Simplification de fractions

Voici une simplification absolument «non réglementaire» dont le résultat est cependant curieusement correct:

$$\frac{2\cancel{6}}{\cancel{6}5} = \frac{2}{5}$$

Existe-t-il d'autres fractions qui peuvent être simplifiées de cette façon?

Construire des nombres naturels

Détermine l'ensemble de tous les nombres naturels qui peuvent s'écrire comme une somme d'au moins deux nombres naturels consécutifs.

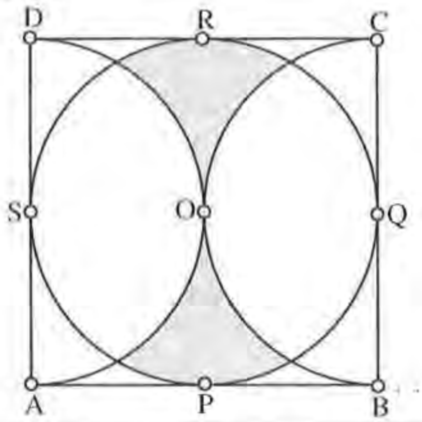
Exemple et contre-exemple:

$$3 = 1 + 2 \qquad 4 = ?$$

Lunules et compagnie

A, B, C, D sont les quatre sommets d'un carré donné. P, Q, R, S sont les points milieux des quatre côtés. O est le centre. On peut partager la surface du carré en différentes parties par des cercles de diamètre égal au côté du carré ayant pour centre l'un de ces neuf points.
Est-il possible de calculer exactement l'aire de chacune des parties obtenues ainsi?

Exemple:



Transformations conservant l'aire

Comment transformer un triangle en un parallélogramme de même aire?

Comment transformer un quadrilatère quelconque en un rectangle de même aire?

Est-il possible de transformer un polygone quelconque en un rectangle de même aire?

Sur la base de ces questions, recherche des méthodes de construction rigoureuses te permettant de transformer des polygones donnés en d'autres polygones de même aire.

Raymond Queneau revu par des élèves de 6e

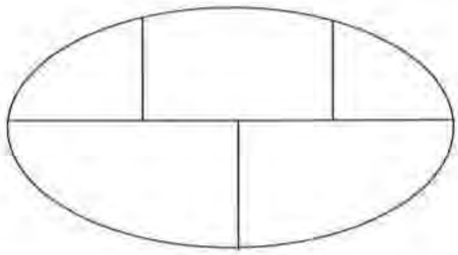
par Daniel Surchat, stagiaire SPES, Collège Arnold Reymond, Pully

ndlr. Les moyens d'enseignement romands actuels de mathématiques proposent, dès la troisième année, des recherches analogues à celle qui est présentée dans cet article. Il nous semble pourtant intéressant de publier ce travail pour trois bonnes raisons au moins. La première est de montrer qu'il n'est pas nécessaire d'avoir de longues années de pratique pour oser proposer un texte à *Math-Ecole*. La deuxième est de s'interroger sur les finalités du travail sur le thème des graphes, en fonction de l'âge des élèves qu'on y engage c'est-à-dire, pour le cas précis: quand est-ce que la solution du «problème de l'enveloppe» dépasse le stade du simple «truc» pour répondre à un besoin réel d'explication, de justification, voire d'esquisse de démonstration. La troisième raison concerne le rôle du maître dans ce type d'activité . On se pose en effet beaucoup de questions, actuellement, sur la répartition des charges entre l'élève, le maître et l'énoncé du problème, dans la démarche de recherche et de découverte.

Dans son journal[1], Raymond Queneau (1903-1976), romancier, philosophe et mathématicien à ses heures, énonce un problème sans en donner de solution. Il est intéressant de proposer cet exercice à des élèves de 6ème année, d'observer et de comparer leurs démarches à celles d'adultes.

Le «*Journal*» raconte la vie des soldats en France pendant «la drôle de guerre». Voici un extrait des pages 64 et 65:

10 oct. Hier pluie toute la journée. Un type présent (se nomme Bataille) propose le problème suivant: tracer la figure suivante en 3 coups de crayon sans passer 2 fois sur le même trait:



Tous les types s'y mettent. Ensuite on propose d'autres problèmes. Saines distractions.

Ce problème a donc été posé sous cette forme à une demi-classe de 6ème, de huit élèves. Après quelques minutes, plusieurs d'entre eux ont proposé des «solutions en 3 traits».

A chaque fois en y regardant bien, le dessin était réalisé en 4 traits. L'erreur provenait de la difficulté à compter les traits. Pour y remédier, les élèves ont été invités à chercher une façon de coder les solutions.

Grégoire me propose alors un problème du même genre. Pouvez-vous dessiner une maison ou une enveloppe en un seul coup de crayon? Les élèves abandonnent le problème Queneau et résolvent celui de Grégoire. Une solution en un trait est rapidement trouvée. En discutant avec les élèves il est convenu qu'en nommant les sommets, on peut plus facilement coder les solutions sans recourir à un dessin. Une

[1] Raymond Queneau, « *Journal 1939-1940, suivi de philosophes et voyou*», Paris, Gallimard 1986.

solution possible en un trait est:

a - e - c - d - e - b - a - d - c - b.

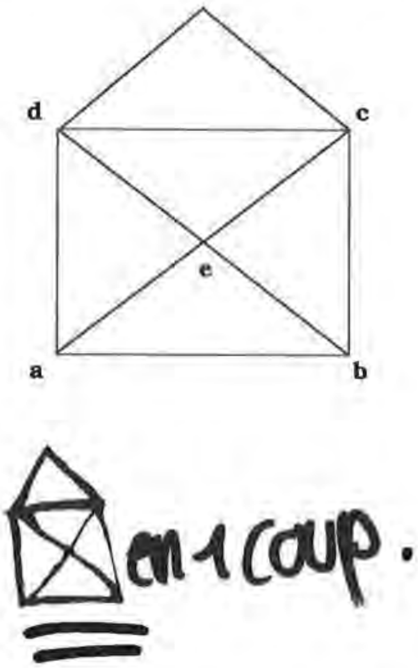


Figure 1: Le problème de «l'enveloppe» de Grégoire, et une solution d'un élève.

Il est assez amusant de noter que contrairement à Queneau, les élèves ont d'abord proposé et résolu un problème du même genre avant de répondre au problème initial.

Aurélie demande s'il n'est pas possible de «juste déplacer un peu un trait» qui le rend réalisable en trois coups (voir figure 2). C'était le bon moment d'observer les trois graphes de Queneau, Grégoire et Aurélie, et d'introduire un peu de vocabulaire.

Les notions de graphes, graphes connexes, sommets, arêtes ainsi que le degré d'un sommet sont présentés. Le graphe de Queneau possède 8 sommets de degré 3, celui de Grégoire 3 de degré 4, 2 de degré 3 et celui d'Aurélie 6 de degré 3, 1 de degré 4.

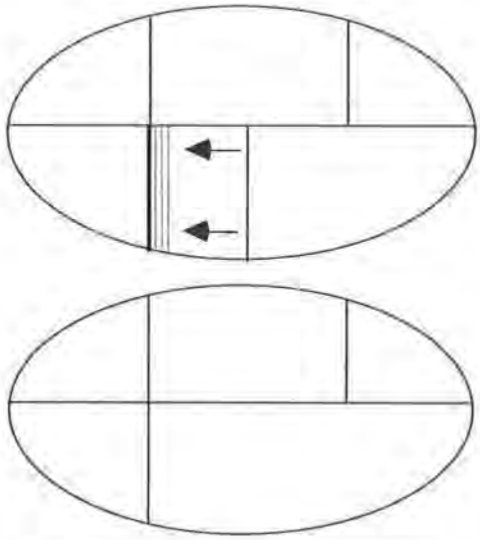


Figure 2: Variante du problème Queneau proposée par Aurélie.

Le matériel apporté par les élèves est riche et permettra effectivement de résoudre le problème Queneau avec bien sûr un peu d'aide de la part du maître. La période touchant à sa fin, il a été décidé avec les élèves de continuer à réfléchir à cette question lors de la prochaine période.

Un des objectifs de la deuxième période a été de dessiner des graphes dont tous les sommets sont de degré 4, en un seul coup de crayon, en partant et revenant sur un même sommet. Les élèves ont laissé libre cours à leur imagination, les graphes avaient à peu près tous l'allure de ceux de Julia (voir figure 3 à la page suivante).

Après quelques essais les solutions en un trait étaient trouvées. Si tous les graphes réalisés par les élèves sont réalisables en un trait, est-ce toujours vrai? C'est une question qui laissa ces élèves de 6ème perplexes. Le mathématicien Léonard Euler[1] a donné une réponse très précise à cette question:

[1] Léonard Euler, Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis, *Commentarii Academiae Petropolitanae*, 8 (1736), 128-140.

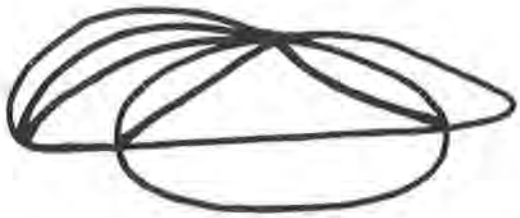


Figure 3: A gauche une proposition de graphe par Julia dont tous les sommets sont de degré 4. A droite un graphe avec des sommets de degré impair involontaires.

> Il existe un chemin, partant et revenant d'un même sommet, passant une seule fois par toutes les arêtes d'un graphe connexe *si et seulement si* le degré des sommets est toujours pair.

Le résultat d'Euler n'a bien sûr pas été présenté sous cette forme, mais le but est, à partir de ce résultat, de trouver une façon de répondre au problème Queneau.

Il est donc important de regarder le nombre de sommets de degré impair. Luc fait alors remarquer que Julia a réussi à dessiner en 1 coup un graphe ayant un seul sommet de degré impair! Personne n'a été choqué par cette remarque, j'ai alors demandé s'il était possible d'avoir un graphe avec un seul sommet de degré impair? Mais où va donc l'arête qui quitte ce sommet de degré impair? En regardant plus attentivement le dessin, Luc remarque qu'il y a un autre sommet de degré impair. On en déduit ensemble que le nombre de sommets de degré impair est toujours pair.

Pour un graphe connexe de *2k* sommets de degré impair, le nombre de chemins est au moins *k*, car par minimalité, il faut commencer et finir chaque chemin par un sommet de degré impair.

Dans l'exemple de Grégoire, on a 2 sommets de degré impair et ce graphe est réalisable en 1 trait. Le graphe d'Aurélie qui possède 6 sommets de degré impair est réalisable en 3 coups. On convient que le nombre de chemins nécessaires pour réaliser un graphe avec des sommets de degré impair est simplement la moitié du nombre de sommets de degré impair.

Ainsi le graphe de Queneau n'est pas réalisable en 3 traits.

On montre[1], mais cela n'a pas été fait avec les élèves, qu'on peut toujours dessiner un graphe fini et connexe, possédant *2k* sommets de degré impair avec *k* traits. On illustre la démarche avec le graphe de Queneau.

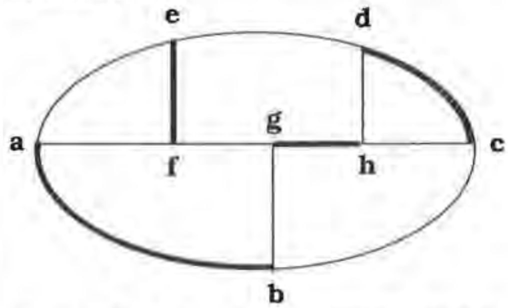


Figure 4: 4 traits en gras reliant deux à deux des sommets de degré impair. En enlevant ces arêtes, on obtient un graphe ne possédant que des sommets de degré pair.

[1] Je tiens une démonstration rigoureuse de cet énoncé pour les lecteurs intéressés.

On dessine en gras 4 chemins qui relient deux à deux les sommets de degré impair. Si l'on se place au point **a** on trouve d'après le théorème d'Euler un chemin partant de **a** et retournant en **a**, par exemple: **a - e - d - h - c - b - g - f - a**. On peut prolonger ce chemin en le continuant jusqu'à **b**. On a ainsi réalisé ce graphe en 4 traits, ce qui est le minimum.

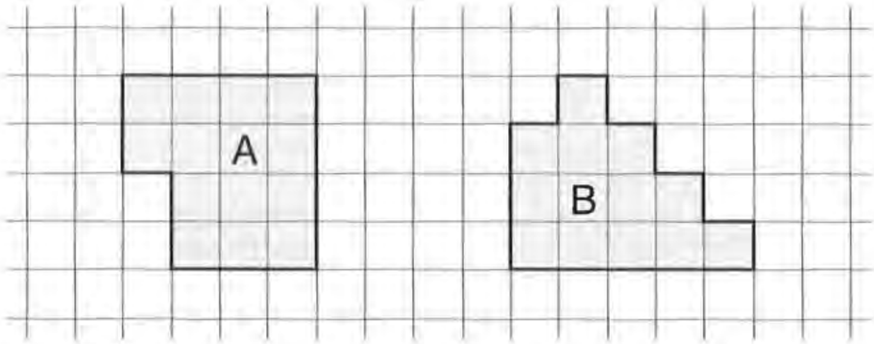
Les élèves ont beaucoup aimé ces deux périodes qui ont aussi permis d'introduire quelques notions de graphes. Queneau n'a pas donné de réponse à son problème, mais concluons avec une jolie question qu'il fait poser à Odile[1]: «Quelle satisfaction peut-on bien éprouver à ne pas comprendre quelque chose?»

[1] Raymond Queneau, *Odile*, Paris, Gallimard 1947.

Page «PRATIQUE» extraite de *Grand N* n°53 1993-1994

(Voir *Revue des revues*, pages 37 et 38.)

Modifier la figure



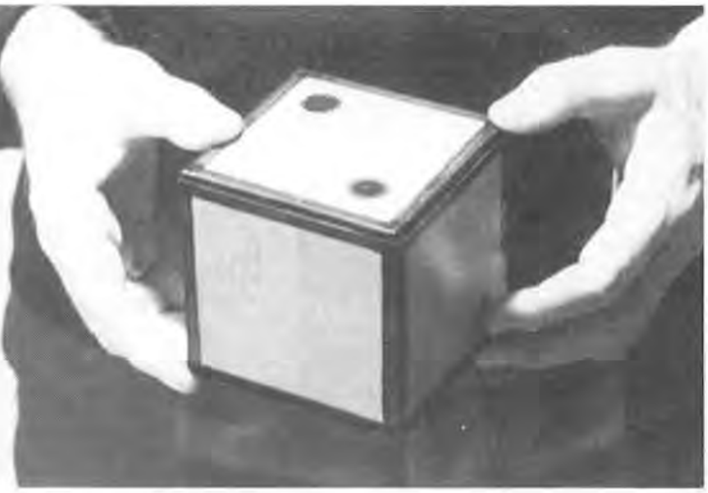
Construis plusieurs figures ayant à la fois **même aire que A et même périmètre que B.**

Construis plusieurs figures ayant à la fois **même périmètre que A et même aire que B.**

Paradoxe géométrique? Tour de magie, ... ou
... quand le contenu devient le contenant!

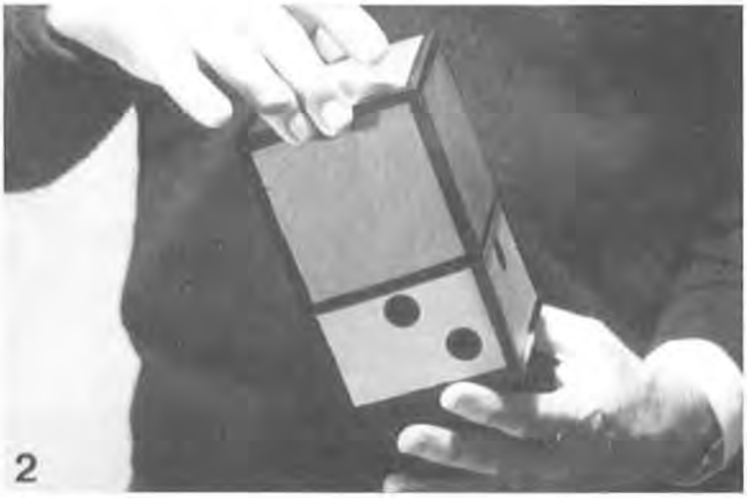
par Francis Perret (Navajos)

ndlr. *Math-Ecole* offre un prix au premier lecteur qui lui envoie le développement précis de ces deux objets insolites, le dé et l'étui, avec les instructions de montage et de manipulation. Un second prix est offert à une solution susceptible d'intéresser l'ensemble des lecteurs et prête à la publication (dans le prochain numéro).



1

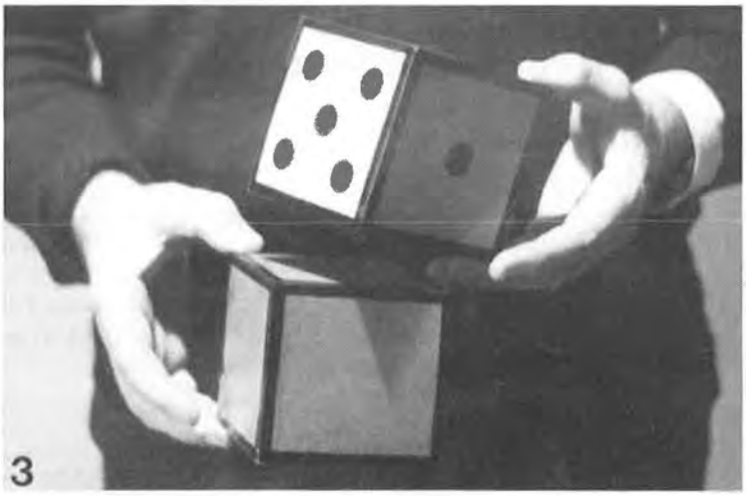
Le dé est dans son étui.

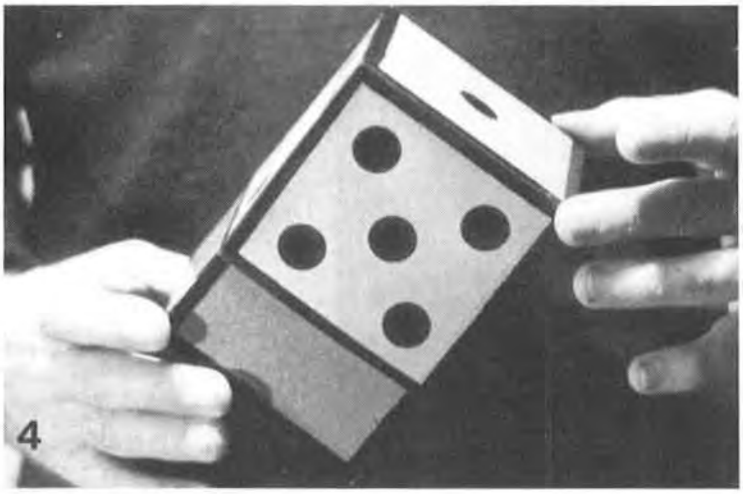


2

Le dé est glissé lentement hors de son étui.

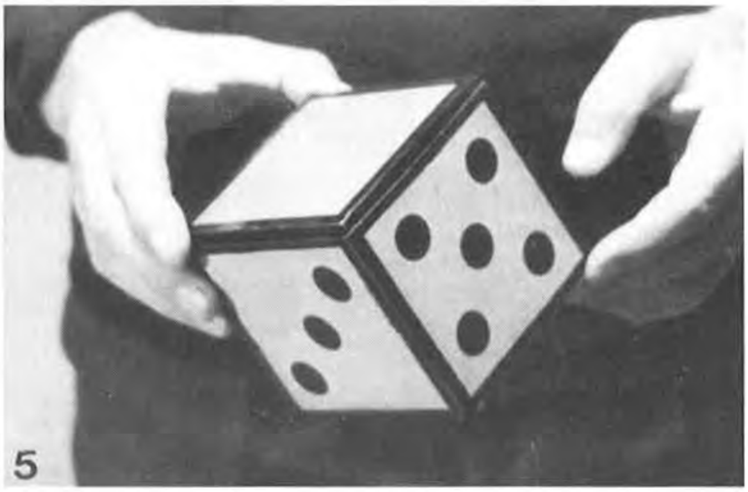
Les deux objets sont
présentés, séparés.





L'étui glisse lentement
à l'intérieur du dé.

L'étui est dans le dé.



Photos: Daniel Perret

Travail à la chaîne[1]

par René Mayor, CESSEV, Montreux

Voici de quoi faire réfléchir et calculer nos élèves, grands ou petits. Sans doute ont-ils déjà reçu un maillon de ces fameuses chaînes qui leur promettent cartes postales, livres ou cadeaux de toute sorte, quand ce n'est pas la malédiction s'ils l'interrompent...
A deux semaines de Noël, une de mes filles ouvre son courrier:

Salut!

Ceci est une chaîne de lettres commencée par 6 enfants allemands. Elle dure depuis 1989 et si elle continue jusqu'à la fin 1994 elle paraîtra dans «le livre des records». Elle n'a jamais été interrompue. S'il te plaît, ne gâche pas tout! Suis bien les consignes suivantes:

⇒ *(1) Il faut que tu recopies ou photocopies **6 fois** cette lettre et que tu l'envoies à **6 personnes** de ton choix. Il faut absolument que la lettre passe par **la poste**, car c'est elle qui organise la chaîne.*

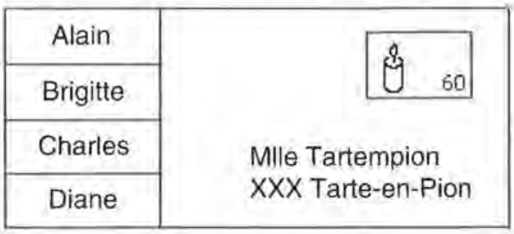
⇒ *(2) Tu enverras une carte postale à la 1ère personne inscrite sur l'enveloppe en haut à gauche.*

⇒ *(3) Sur l'enveloppe que tu as reçue, il y a 4 noms. Décale-les d'un cran vers le haut et inscris ton nom et ton adresse à la 4e position. Normalement il sera inscrit en bas à gauche.*

ATTENTION: *s'il te plaît fais cela au plus tard **4 jours** après avoir reçu cette lettre, sinon la chaîne sera rompue.*
Dans les 16 jours suivants tu recevras 240 cartes du monde entier.

A bientôt!

Excepté le fait que ce texte était manuscrit, vous en avez ici la reproduction fidèle. Quant à l'enveloppe , elle avait l'allure que voici:



On peut commencer par discuter certaines des affirmations, par exemple la mise en garde, ou *il faut absolument que la lettre passe par **la poste***, ou encore *c'est elle qui organise la chaîne.*

On peut ensuite faire quelques calculs pour vérifier si c'est bien 240 cartes que l'on recevra, même si les 16 jours indiqués ne doivent rien au courrier A...

On peut aussi se demander comment les 6 enfants allemands, qui semblent d'ailleurs avoir écrit en français..., ont amorcé la chaîne: ont-ils mis sur l'enveloppe 4 fois leur nom? ou leur nom et celui de trois des leurs? ou même de trois personnes au hasard? celles-ci auront alors pu se demander pendant longtemps qui pouvait bien leur avoir envoyé ces cartes, et pourquoi...

Plaçons-nous, par amusement, dans cette dernière perspective en désignant ces personnes par X, Y et Z, et en convenant de symboliser chaque lettre par la liste des 4 noms , écrits de gauche à droite plutôt que de bas en haut: [Diane Charles Brigitte Alain].

- **Etape 1.** Chacun des 6 enfants envoie une lettre du type [**i** Z Y X] à 6 personnes P_{i1}, $P_{i2}, \dots, P_{i6}$, d'où $6 \cdot 6 = 36$ lettres. X recevra donc $6^2 = 36$ cartes.

[1] **ndlr.** Nous remercions la rédaction de *Diagonales* qui nous autorise à publier cet article, paru dans son numéro 7/95.

• **Etape 2.** Chacun des 36 P_{ij} envoie une lettre du type [P_{ij} **i** Z Y] à 6 personnes $P_{ij}1$, $P_{ij}2$,...,$P_{ij}6$, d'où $36 \cdot 6 = 216$ lettres. Y recevra $6^3 = 216$ cartes.

• **Etape 3.** Chacun des 216 P_{ijk} envoie une lettre du type [P_{ijk} P_{ij} **i** Z] à 6 personnes $P_{ijk}1$, $P_{ijk}2$,...,$P_{ijk}6$ d'où $216 \cdot 6 = 1296$ lettres. Z recevra $6^4 = 1296$ cartes.

• **Etape 4.** Chacun des 1296 P_{ijkl} envoie une lettre du type [P_{ijkl} P_{ijk} P_{ij} **i**] à 6 personnes $P_{ijk}11$, $P_{ijkl}2$,...,$P_{ijkl}6$ d'où $1296 \cdot 6 = 7776$ lettres. **i** recevra $6^5 = 7776$ cartes.

• **Etape 5.** C'est ici qu'apparaît la régularité du processus car chacun des P_{ijklm} envoie une lettre du type [P_{ijklm} P_{ijkl} P_{ijk} P_{ij}] à 6 personnes, d'où $7776 \cdot 6 = 46656$ lettres. Les 36 P_{ij} recevront donc chacun $\frac{46656}{36} = \frac{6^6}{6^2} = 6^4 = 1296$ cartes.

• **Etape n.** Chacune des 6^n personnes envoie 6 lettres, d'où 6^{n+1} lettres donnant lieu à 6^{n+1} cartes postales adressées aux 6^{n-3} destinataires dont le nom figure au haut de la liste: ceux-ci en reçoivent donc chacun $\frac{6^{n+1}}{6^{n-3}} = 6^4 = 1296$ cartes.

A raison de 3 jours pour la distribution et de 2 pour réception et envoi, disons que tous les 5 jours un maillon de la chaîne s'ajoute aux autres: l'étape n se déroule ainsi du 5(n-1)-ième jour au 5n-ième.

Exemple. Pour n = 11, c'est-à-dire après 50 jours (même pas 2 mois!), 6^{11} = 362'797'056 personnes expédient au total

6^{12} = 2'176'782'336 cartes!

Comme 6^{13} dépasse 10 milliards, en moins de deux mois la chaîne amènerait chaque être humain à écrire 6 nouvelles lettres , et encore 6, etc., le rythme augmentant de manière effrénée: les facteurs et les employés des PTT étant eux-mêmes en train d'écrire à longueur de journée, la chaîne s'arrêtera d'elle-même...Mais il est vrai qu'à raison de 80c par lettre la poste pourrait être tentée d'en organiser une... **Une condition très nécessaire pour que la chaîne dure depuis 1989 est que beaucoup aient renoncé!**

Même si 2 personnes seulement envoient les 6 copies à chaque étape, avant 6 mois la chaîne s'arrêtera:

en effet, $2^{(6 \cdot 30)/5} = 2^{36} > 2^{33} \cong$ 8 milliards!

Enfin, pour homologuer une chaîne dans le «livre des records», on doit être en mesure d'établir que chaque étape a bien été franchie: ne suffit-il pas de relancer la chaîne à l'époque désirée pour faire croire qu'elle dure toujours?

Il y a certainement bien d'autres choses à tirer de cette situation tout ce qu'il y a de plus concrète, en particulier pour des élèves étudiant les fonctions *puissance* ou *logarithme*. Pour les maîtres, c'est la possibilité de transformer un énervement légitime en une activité positive!

«*Pythagore* vous tend les bras.»

un jeu pour le *Coin mathématique* en 1P et 2P

par Yvan Michlig, Sion

Pense-bête, faire-part, coffrets en bois, articles en tissu et en cuir, verres décorés,... les produits artisanaux réalisés par les foyers-ateliers Saint-Hubert sont multiples. L'une de leurs dernières créations est un jeu mathématique dénommé *Pythagore.* La notice qui l'accompagne le présente ainsi:

> «Sorti des mathématiques fondamentales, *Pythagore* vous tend les bras, à vous les petits, pour que vous fassiez connaissance avec le monde des chiffres, qui vous suivra votre vie durant.
> Pour vous, les adultes, il sera un auxiliaire précieux dans le cadre de vos moments de détente instructive avec vos chers petits.»

Exécuté en bois peint, le plateau de jeu séduit d'entrée par ses finitions soignées. A chacun des deux joueurs se présente une rangée de languettes portant les nombres de 0 à 12 et pouvant pivoter autour d'un axe. Le centre du plateau est aménagé pour les lancers de deux dés (de la feutrine a été placée pour réduire le bruit).

Les règles de jeu sont simples et les parties ont l'avantage d'être courtes. A tour de rôle, chaque joueur lance les deux dés, calcule la somme ou la différence des points apparus et retourne la languette correspondante. La victoire revient au joueur qui a retourné en premier toutes ses languettes.

On voit bien que *Pythagore* est un moyen motivant d'exercer les premiers calculs additifs et soustractifs. Mais il peut aussi permettre, à des élèves plus âgés (et aux adultes), d'élaborer certains éléments de stratégie reposant sur les probabilités. Ainsi, si 5 et 5 apparaissent au premier lancer, quelle languette est-il préférable de retourner: celle du 10 (5 + 5) ou celle du 0 (5 - 5) ? (Pour l'analyse de spéculations de ce type, il est conseillé d'utiliser des dés de couleurs différentes. En effet, le lancer *6 bleu/4 rouge* est distinct du lancer *4 bleu/6 rouge*.)

Signalons aussi que les règles de jeu peuvent être aisément modifiées, selon l'âge des élèves ou les objectifs visés. Quelques exemples:

- pour favoriser la décomposition des nombres, en plus de la soustraction, autoriser le retournement d'un nombre quelconque de languettes pour autant que le total corresponde à la somme des points apparus;
- permettre de doubler d'abord les points de l'un des deux dés et procéder ensuite par addition ou soustraction;
- après avoir lancé les deux dés, on est autorisé à relancer l'un d'eux;
- jouer avec trois dés (de couleurs différentes): on additionne les points de deux d'entre eux puis, de cette somme, on soustrait les points du troisième.

En résumé:

Pythagore, un jeu d'une grande souplesse d'adaptation, livré avec une garantie de succès illimitée auprès de vos élèves, et méritant assurément une place de choix dans le *Coin mathématique* de votre classe. Comment vous le procurer ? En retournant le bulletin de commande ci-dessous.

Bulletin de commande à retourner à: **Atelier Saint-Hubert**
rue de Bellevue 3
1920 MARTIGNY

Veuillez me faire parvenir

...... exemplaire(s) du jeu *Pythagore* (à Fr. 65.- l'exemplaire + port).

Nom et prénom : ....

Adresse : ....

Localité : ....

Date : .... Signature :

(délai de livraison: un mois)

Jeux pour tous

proposés par *Interlude*

ndlr. Nous remercions la maison Interlude, (rue André Piller 33B, 1267 Givisiez tél: 037 / 26 71 10) de nous avoir sélectionné quelques jeux qui pourraient parfaitement figurer dans le «coin mathématique» de nos classes, des premiers degrés de l'école primaire au secondaire.

La tête à Toto

Voici une combinaison astucieuse d'un «jeu à une ou plusieurs différences» et du *Mastermind:* il s'agit de retrouver Toto au moyen de portraits robots plus ou moins ressemblants.

Le jeu comprend 18 pièces représentant des têtes d'enfants stylisées par leur pourtour, leurs yeux et leur bouche, de trois couleurs: bleu rouge, vert, (la bouche et les yeux d'une même figure sont de couleurs différentes).

Un des joueurs, le meneur du jeu, en tire une au hasard, Toto, qu'il est le seul à connaître. Il dispose ensuite six autres têtes, sur trois rangs, selon leur degré de ressemblance avec la pièce à découvrir par les autres joueurs: dans la première rangée les deux têtes ont deux caractères communs avec Toto (ou une différence), dans la deuxième rangée, elles n'en ont plus qu'un seul (ou deux différences), et aucun dans la troisième (trois différences).

[1] On peut également se procurer certains de ces jeux dans les rayons «jouets» de grands magasins ou dans les commerces spécialisés comme:
Le Joueur à Genève (tél. 022/7364856)
Sola Didact à Martigny (tél. 026/225464)
Vivishop à Lausanne (tél. 021/3123434)

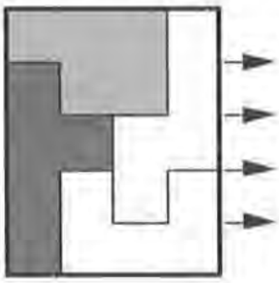
Au moyen de déductions logiques, les autres joueurs doivent déterminer le vrai visage de Toto. Il s'agit aussi d'aller vite pour arriver le premier. Et gare aux critiques pour le meneur, si celui-ci commet une erreur en disposant ses personnages.

Le créateur du jeu est un peu optimiste lorsqu'il annonce 222768 parties possibles en pensant que les six têtes du portrait robot peuvent être choisies au hasard. Mais, même avec les 34020 possibilités effectives , on a peu de chances de tomber deux fois sur une même partie.

Editeur: POINT A POINT 78200 Boinvilliers
Prix: Fr.15.-
(Exclusivité Interlude, pour la Suisse)

Katamino

Chacun connaît les 12 pentominos et le problème consistant à les arranger en un rectangle de 5x12. Le jeu *Katamino* en propose 12 constructions progressives en 8 étapes chacune, c'est-à-dire 96 puz-zles rectangulaires différents de 5x4 à 5x12. Les quatre premiers pentominos de chacune des 12 séries sont donnés, sans leur disposition évidemment. Puis à chaque étape suivante, on indique la pièce à ajouter, qu'il s'agira de placer après avoir réarrangé les précédentes.



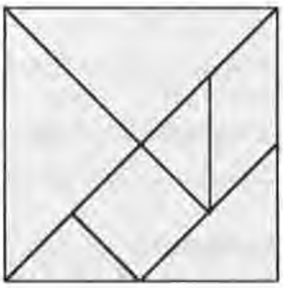
Les flèches symbolisent une réglette mobile qui permet, d'une étape à la suivante, d'allonger le rectangle pour offrir la place à un pentomino supplémentaire.

En soi, le jeu n'apporte pas de grande nouveauté dans le domaine des recherches avec les pentominos, l'innnovation vient du dispositif. On propose ainsi une progression qui sera sans doute très appréciée des «accros» de défis géométriques en solitaire.

Le matériel se compose des 12 pentominos, d'un plateau de jeu muni d'une réglette mobile permettant «l'allongement» progressif des rectangles et d'une tabelle proposant les pièces à placer aux étapes successives des 12 séries.

Editeur: Jeux PMB (France) Prix: Fr.30.-

Tangoes



Le *Tangram* est proposé ici sous forme de défi personnel ou de jeu à deux joueurs.

Deux ensembles des sept pièces du tangram sont présentés sous une forme compacte, en format de poche, dans une boîte qui sert de support de jeu. Un ensemble de cartes proposant une soixantaine de modèles en silhouette à réaliser, avec solutions au verso, complète le tout.

A un joueur, on tente de résoudre le plus grand nombre de puzzles en un minimum de temps.

A deux joueurs ou en équipes, le premier qui résoud le puzzle gagne la carte. On décide auparavant du nombre de cartes qu'il faut gagner pour être le vainqueur.

Les problèmes de gestion du *Tangram* dans la classe sont ainsi entièrement réglés, en ce qui concerne le déroulement du jeu. Son exploitation en fonction des objectifs de géométrie reste du ressort du maître.

Editeur: Abalone S.A. (France) Prix: Fr.24.-

Tantrix

Il nous vient des antipodes et a déjà atteint une bonne notoriété sous sa première forme, le *Crazy Tantrix* où il s'agit de connecter 10 pièces hexagonales ornées de trois chemins de couleurs différentes, sans laisser de trous, en formant une boucle avec l'une des couleurs, et en faisant correspondre entre elles les autres couleurs.

La nouvelle version de *Tantrix* apporte des composantes intéressantes à cette activité géométrique de connexion. Ses 56 pièces, réparties en cinq jeux, offrent de nouvelles possibilités de casse-tête, de difficultés progressives («étudiant», «familial», «prof», «maître», «génie»); elles permettent également des combinaisons et des recherches libres; elles permettent enfin de passer de l'activité individuelle au jeu de stratégie pour 2, 3 ou 4 joueurs.

Dans ce dernier type de jeu, chacun doit essayer de constituer la ligne la plus longue de sa couleur ou de créer des courbes fermées qui comptent double, il faut aussi respecter la connection de toutes les couleurs, contrecarrer les plans des adversaires, etc.

Les maîtres qui souhaiteraient défier leurs élèves à ce jeu doivent savoir que les enfants réussissent en général mieux que les adultes.

Editeur: Mind Games
Christchurch (New Zeland)

Prix: Fr. 12,50 pour le petit puzzle
(10 tuiles, 3 couleurs)

Fr. 45.- pour le grand jeu
(56 tuiles, 4 couleurs)

Pyraos

Par sa simplicité, sa beauté et sa richesse de situations, ce jeu d'empilement de sphères est en passe de devenir un des classiques du jeu de stratégie à deux joueurs.

Deux joueurs, avec une réserve de quinze billes chacun, constituent une pyramide de quatre étages à partir d'un plateau de 16 emplacements disposés en carré de 4x4. Le but du jeu est de poser la bille du sommet de la pyramide. Si chacun posait à tour de rôle une bille de sa réserve, le jeu n'aurait aucun intérêt car c'est celui qui joue en second qui gagnerait à coup sûr en plaçant la 30ème. Mais il y a deux règles complémentaires fort subtiles:

- on peut choisir, lorsque c'est possible, de «monter» l'une de ses billes déjà posées plutôt que d'en tirer une de sa réserve;
- on peut chercher à former un carré de sa couleur et être ainsi autorisé à retirer deux de ses billes.

Il y a des variantes possibles pour jeunes enfants ou pour des joueurs avertis, en supprimant la règle des carrés ou en ajoutant la possibilité de retirer des billes en cas d'alignements également.

Editeur: Gigamic (France)

Prix:	Fr. 39.-	avec plateau et boules en plastique
	Fr. 59,90	avec plateau et boules en bois

La revue des revues

Maths & Malices n°20

Carrés scissipares

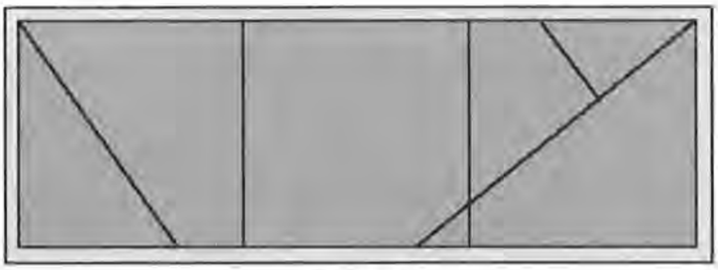


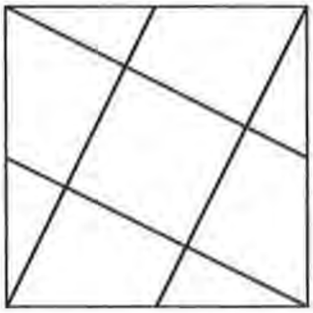
figure 1

Fabriquez un tel puzzle et proposez-le à vos amis. Il n'est pas aussi simple que ça de reconstituer un carré à partir de sept pièces rangées dans une boîte en trois carrés.

Ce puzzle est proposé par le dernier numéro de *Maths & Malices* (n°20, janvier-mars 1995). Mais, pour le construire précisément, afin d'obtenir exactement un carré, il y a toute une recherche à conduire.

Ceci est fort bien fait, dans une présentation plaisante, en cinq pages. Outre l'intérêt du puzzle en lui-même, indépendant de l'âge ou du niveau scolaire, il y a une démarche très efficace qui permet de découper tout carré en **n** petits carrés égaux, et ceci pour un nombre n absolument quelconque. Les constructions sont particulièrement faciles pour certains cas (voir figure 2), la justification fait appel aux propriétés du triangle rectangle et aux similitudes abordées dans les programmes de 8e et 9e années.

partage en 5 carrés



partage en 17 carrés

figure 2

Autres articles intéressants de ce numéro 20 de *Maths & Malices*:

- *Les carrelages du Sphinx:* pavages tirés du numéro 1 de la revue *SPHINX*, de 1931!
- *La planète OG:* devinettes de Raymond Smullyan;
- *Zéro, rien et moins que rien*: avec texte de R. Devos et notes historiques sur le zéro dans les systèmes de numération;
- *Les grains de sable d'Archimède:* texte du fameux savant grec qui, il y a 2300 ans s'intéressait à un nombre plus grand que celui de tous les grains de sable que pourrait contenir l'Univers;
- des problèmes de lecteurs, les cahiers traditionnels pour collèges et lycées (12 à 18 ans), des jeux et des informations sur le

concours du *Kangourou* dont l'édition 95 semble devoir battre de nouveaux records.

Le tout dans l'excellente veine des articles et activités d'A. Deledicq: une très solide culture historique et mathématique, du dynamisme, de l'humour, de la couleur.

Abonnements: ACL Editions
50, rue des Ecoles
F-75005 PARIS
158 FF (+ 30 FF de port pour l'étranger)

L'ouvrage *Mathématiques du Kangourou* est diffusé en Suisse par *Math-Ecole* (voir en page 3 de couverture).

Grand N

Secrétariat de rédaction: Madeleine Eberhard

Adresse de la rédaction, renseignements:
I.R.E.M. de Grenoble B.P. 41
F - 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex

Destinataires: enseignants de mathématiques du primaire et chercheurs en didactique

Format: A4

Nombre de pages: environ 120 par numéro

Fréquence de parution: 2 numéros par an

Abonnements:
France: 130 FF/ an; 230 FF pour 2 ans
Etranger: 170 FF/ an; 300 FF pour 2 ans
payables à M. l'agent comptable de l'Université Joseph Fourier, CCP Grenoble 5400 08Y

C'est en 1973 que parut un bulletin *destiné à des enseignants n'ayant aucune connaissance particulière en mathématiques* et qui reçut au troisième numéro le nom de *Grand N*. La revue en est maintenant au numéro 55 et se veut un instrument de travail pour les maîtres et les formateurs, un lieu d'échange entre praticiens et chercheurs. Elle propose des questions sur l'enseignement, travaux pour les classes, travaux dans les classes, communications et analyses d'expériences passées ou en cours.

Son comité de rédaction est formé de maîtres formateurs, de professeurs de mathématiques et maîtres de conférences liés aux Instituts universitaires de formation des maîtres (IUFM) de toute la France.

D'une lecture en général aisée, les articles de *Grand N* sont d'un excellent niveau de réflexion didactique et d'un grand intérêt pour la classe. Incontestablement, la revue a atteint son but et s'y maintient. Elle est même «en plein dans le mille» et contribue à élargir cet espace de véritables échanges où se retrouvent chercheurs et praticiens de l'enseignement des mathématiques.

Voici à titre d'exemple, quelques-uns des thèmes présentés dans les derniers numéros et d'un grand intérêt pour les maîtres de Suisse romande, au moment où l'on élabore une nouvelle génération de moyens d'enseignement de 1P à 4P:

N°49 Calculer et compter de la petite section à la grande section de maternelle
pp 37-48, *Rémi BRISSIAUD*
Quelques remarques sur les tests nationaux d'évaluation en CE2
pp 49-59, *Denis BUTLEN*
A propos de la mise en place des cycles à l'école primaire
pp 61-69, *Roland CHARNAY*

N°50 Calcul ou comptages?
Calcul et comptage!
pp 11-20, *Roland CHARNAY*
Dominique VALENTIN
Elèves en difficulté - situation d'aide et gestion de classe
pp 29-58, *Denis BUTLEN*
Monique PEZARD

Le poids d'un récipient - étude par les élèves du CM des problèmes de mesurage
pp 69-87, *Nadine et Guy BROUSSEAU*
Lecture d'énoncés et progression thématique
pp 89-101, *Robert NEYRET*

N°51 Du rite de l'appel... à des activités mathématiques en grande section d'école maternelle
pp 13-23, *Catherine HOUDEMENT*
Marie-Lise PELTIER
Situations d'apprentissage, actions et rétroactions: une expérience au CP
pp 29-49, *Marie-Claude CHEVALIER*
Un peu de dénombrement au CM
pp 51-53, *Robert PROSPERINI*
Jan RUCKA
Vers une pratique collective des mathématiques. Le rallye de Maine et Loire.
pp 55-65, *Hervé PEAULT*
Problème ouvert, problème pour chercher
pp 77-83, *Roland CHARNAY*

N°52 Livres à compter
pp 11-21, *Dominique VALENTIN*
Distribuons des perles
pp 23-38, *Guy BROUSSEAU*
Rose FOUCAUD
Le nombre décimal n'existe pas: théorie et applications
pp 43-47, *Michel TANNER*
L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire
pp 49-79, *Jeanne BOLON*

N°53 Le jeu de la banque des billes
pp 11-26, *Guy BROUSSEAU*
Rose FOUCAUD
Elaborer une démarche d'enseignement par l'observation de la formation et l'évolution d'un concept: la multiplication
pp 27-37, *Jean-Michel FAVRE*
L'enseignement de la géométrie à l'école primaire
pp 39-57, *René BERTHELOT*
Marie-Hélène SALIN
Une calculatrice pour l'école primaire... ou quelles compétences en calcul aujourd'hui
pp 59-61, *Roland CHARNAY*
Une calculatrice: position et positionnement officiels
pp 63-66, *Jeanne BOLON*
Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école
pp 67-78, *Eric BRUILLARD*

N°54 Deux fois trois et trois fois deux sont-ils égaux?
pp 21-25, *Jeanne BOLON*
Un exemple d'utilisation des calculatrices au CE1
pp 27-30, *Roland CHARNAY*
Partager c'est compter
pp 31-50, *R. SCHUBAUER, J. BRUN, F. LEUTENEGGER*

N°55 Calculette et numération en CE1
pp 17-24, *Dominique VALENTIN*
Mireille GUILLERAULT
Les solides et les surfaces cylindriques à l'école élémentaire
Jean-François FAVRAT

Et à ces articles, il faut ajouter encore les pages pratiques de chaque numéro, stimulantes, riches d'idées et prêtes à l'emploi. (On en trouvera quelques exemples aux pages 15, 26 et 40 de ce numéro.)

En bref: *Grand N* est à sa place, bien en évidence, dans toute bonne bibliothèque fréquentée par ceux qui cherchent à améliorer l'enseignement des mathématiques.

F.J.

Annonce

Concours d'enseignement mathématique

Depuis quelques années, les concours de mathématiques se sont multipliés: championnats, rallyes, *Mathématiques sans frontières*, etc. Il était temps de penser aux enseignants de mathématiques, qui souvent débordent d'ingéniosité pour transmettre leur matière préférée à leurs chers élèves! Voici donc le premier concours d'enseignement mathématique. Il est organisé par le Centre vaudois pour l'enseignement mathématique.

Objet du concours

Il s'agit d'élaborer une séquence d'enseignement mathématique de une à quatre périodes, remplissant les conditions suivantes:

- Sa forme de présentation est celle d'une valise, dite valise mathématique, contenant le matériel nécessaire à une classe de 20 élèves et les instructions indispensables au maître.
- La séquence enseignée entre dans le cadre d'un programme scolaire officiel romand, degré -2 à +12. Elle concerne donc un de ses éléments, dans une phase d'introduction, ou de développement, ou de renforcement.
- Le projet présenté doit faire preuve d'originalité. Il doit être fonctionnel, soit pouvoir être exploité dans une classe par un maître en l'absence de l'auteur.
- Le projet doit être accompagné de commentaires didactiques justifiant sa pertinence et doit avoir fait l'objet d'une première expérimentation, également présentée.
- Le projet ne doit comporter aucun élément informatique.

Inscriptions et délais

Chaque concurrent doit retourner le bulletin d'inscription de la page suivante avant le 1er juillet 1995. Il recevra alors le réglement détaillé du concours.

Le projet complet (valise mathématique et documents annexes) doit parvenir au Centre vaudois pour l'enseignement mathématique au plus tard le 1er juin 1996.

En septembre 1996, une grande exposition de tous les projets sera organisée, au cours de laquelle le palmarès sera proclamé.

Prix

- Les cinq meilleurs projets, désignés par un jury d'experts pédagogiques, seront récompensés d'un prix en espèces de frs 600.- pour le premier, 300.- pour le deuxième et troisième, 150.- pour le quatrième et cinquième.
- Lors de l'exposition des projets, des marchands de matériel didactique seront invités.

Conditions du concours

Toute personne enseignant en Suisse romande peut participer au concours, à l'exception des membres du CVEM et du jury. Le projet doit cependant être présenté en français.

Aucune décharge ni financement ne seront accordés aux concurrents, pour la réalisation de leurs projets.

Bulletin d'inscription Centre vaudois pour l'enseignement mathématique

Concours d'enseignement mathématique

Nom, prénom: ____________________

Adresse: ____________________

____

Degré d'enseignement concerné par le projet: ____________________

La personne soussignée s'engage à respecter le règlement du concours.

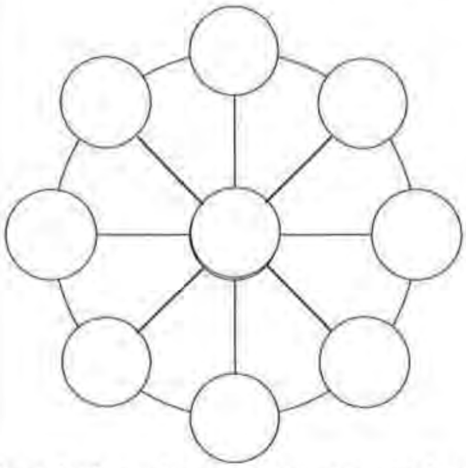
Date: __________ Signature: ____________________

A renvoyer à: Centre vaudois pour l'enseignement mathématique
Ecole normale
Avenue de Cour 33
1007 Lausanne

Page «PRATIQUE» extraite de *Grand N* n°54 1993-1994

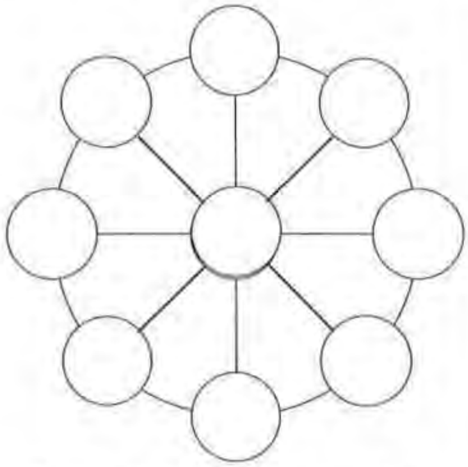
(Voir *Revue des revues,* pages 37 et 38.)

Roue magique



Inscris dans chaque disque un nombre de 1 à 9: utilise tous les nombres de 1 à 9 et débrouille-toi pour que la somme sur chaque diamètre du grand cercle soit 15.

Peux-tu trouver une autre solution?



Explique pourquoi tes solutions sont différentes.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole.* OUI - NON

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.* (tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom: ☐Mme ☐M. ______________________

Adresse (rue et numéro): ______________________

Localité (avec code postal): ________ ______________________

Date: ______________ Signature:

Veuillez me faire parvenir:

...... exemplaire(s) des ***Actes du colloque MATHÉMATIQUES 93***
(Fr. 16.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) de ***Condorcet, moyens d'apprendre à compter sûrement***
(voir n°164) (Fr. 28.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) de «π» (Fr. 42.- l'exemplaire + port)

...... ***Mathématiques du Kangourou*** (Fr. 26.- l'exemplaire + port)

...... ***Actes de la 45e rencontre de la CIEAEM: «L'évaluation centrée sur l'élève»***
(Fr. 35.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) du ***Jeu de l'oie*** (IREM de Lorraine) (Fr. 8.- l'exemplaire + port)

Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

...... n°10 ***Le serpent numérique*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°11 ***Le pin's tourneur*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°12 ***Le trésor du vieux pirate*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°13 ***Le Roi des Nuls*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

les anciens numéros suivants: ...... n°8 ...... n°9 (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7