Octobre 1995

34e année

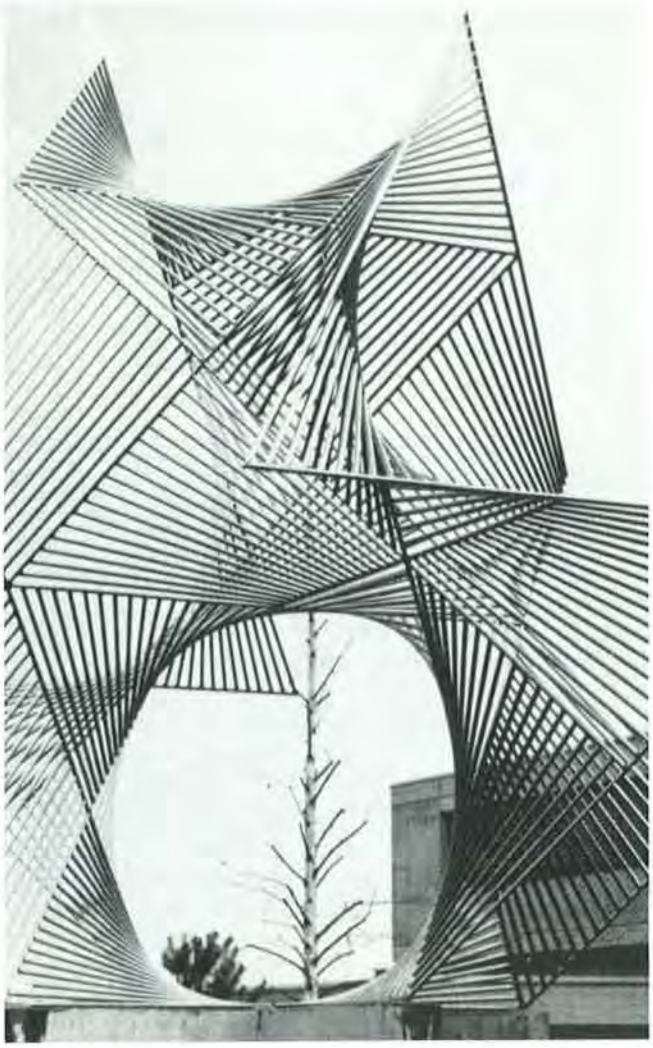
169

MATH ECOLE

CIEAEM 47

Rallye mathématique romand

De la pub pour le cube



Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros): Suisse Fr. 20.- / Etranger Fr.S. 25.- CCP 12-4983-8

Prix au numéro : Fr. 5.-
anciens numéros n°120 à 150 : Fr. 1.- / pièce dès n°151 (n°153 épuisé) : Fr. 3.- / pièce

Abonnements collectifs (livraison à une même adresse) :
de 5 à 9 Fr. 16.- par abonnement
de 10 à 50 Fr. 15.- par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande)

Pour toute correspondance ou information :
Rédaction de ***Math-Ecole,*** **Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**

(Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.)

MATH-ECOLE

34e année 5 numéros par an

169

octobre 1995

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
E.71A.I. Acier inoxydable, 1977
œuvre d'Angel Duarte
(complexe scolaire, Avenches)

Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

EDITORIAL :
Pilotage et professionnalisme
François Jaquet 2

3e Rallye mathématique romand
Reportage dans une classe de «mordus»
V. Ledermann, J.-A. Calame, C. Kunzi
et la classe de 4e des Hauts-Geneveys 4

3e Rallye mathématique romand
Problèmes de la finale 12

De la pub pour le cube (suite du n°168)
André Calame 18

Le vertigineux paradoxe du contenu plus grand que le contenant ...
Blaise Müller 21

Solutions des problèmes
Augustin Genoud 23

La revue des revues 26

CIEAEM 47
André Scheibler et Berthe-Hélène Balmer 29

Editorial

Pilotage et professionnalisme

Y a-t-il un pilote dans l'avion ? C'est le titre d'un article récent de l'*Educateur* (n°13) consacré à l'introduction prochaine des nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire. Dans un style imagé et accrocheur, on y juge le projet *«absolument génial.. mais inapplicable»*.

Génial ?

Il est vrai que les principes organisateurs des nouveaux ouvrages - largement débattus dans tous les milieux concernés avant leur adoption - proposent de confier à l'enfant une grande responsabilité dans la construction de ses connaissances, de tenir compte des rythmes individuels d'élaboration des concepts mathématiques, de travailler dans une perspective interdisciplinaire, de favoriser la différenciation par des activités à «niveaux multiples», de s'adresser véritablement à l'élève et de lui proposer des activités qui ont du sens pour lui, etc.

Mais ces principes sont établis depuis longtemps, par de nombreux pédagogues de ce siècle, voire des précédents. Ils sont aussi reconnus par tous ceux qui, depuis une trentaine d'année, approfondissent le champ de la didactique des mathématiques. On ne peut donc plus s'étonner de les voir apparaître dans des textes officiels, ni user de superlatifs à leur endroit, ni encore en tirer des extrapolations hasardeuses.

Dire que *«l'enfant construit lui-même ses connaissances mathématiques à partir des éléments mis à sa disposition»*[1] ne signifie pas qu'on lui demandera de refaire le chemin suivi par les mathématiciens de l'Antiquité à nos jours, seul, de surplus. Cela signifie simplement - du moins dans l'esprit de ceux qui le disent - qu'on le placera en face de situations qui, de son point de vue, constitueront de véritables problèmes et à propos desquels il pourra mobiliser ses acquisitions antérieures pour en faire des outils plus efficaces.

Un exemple, actuellement proposé en début de deuxième année[2] : plus de cent cinquante petites taches sont dessinées sur une feuille, dans une disposition tout à fait désordonnée, sous la question : *«Combien y a-t-il de confettis ?»* Les élèves s'approprient aussitôt le problème, qu'ils pensent être en mesure de résoudre facilement, et se mettent au travail : l'un d'eux biffe les objets déjà comptés, un autre écrit la suite des nombres en correspondance terme à terme avec les confettis, un autre dessine un «chemin» passant par chaque objet au fur et à mesure de son comptage, un autre encore groupe les objets par zones, etc. La tâche requiert patience et méthode, sa durée et sa difficulté dépendent des stratégies mises en œuvre, certains enfants doivent recourir à la «bande numérique»[3] car ils ne maîtrisent pas encore le passage de la centaine, mais dans l'ensemble chacun se tire d'affaires. C'est de la mise en commun que vient la surprise : les résultats sont presque tous différents ! Les procédures de comptage un à un, efficaces avec de petites collections, ne sont plus fiables dans ce cas. Il faut donc se

---

[1] L'un des «fondements» de la *«Conception d'ensemble pour une nouvelle collection de moyens d'enseignement de mathématiques destinée aux degrés 1 à 6 de la scolarité obligatoire»* adoptée par la Commission romande des moyens d'enseignement (COROME) en février 1992.

[2] *«Mathématique, deuxième année»* Edition de mise à l'épreuve 1995, tirage limité.

[3] Modèle de suite écrite et ordonnée des nombres naturels, mise à disposition de l'élève par les nouveaux moyens d'enseignement.

remettre à l'ouvrage, vérifier, améliorer l'organisation du dénombrement, déterminer qui a raison. Car il faudra bien s'entendre, se convaincre mutuellement qu'il y a bien 157 confettis et non pas 154 ou 158 !
L'adulte, lui, ne se lancerait pas aveuglément dans un comptage un à un, sans adopter une méthode rigoureuse et efficace. Il travaillerait peut-être par sous-ensembles plus faciles à dénombrer, ou par groupements de dix, car il a construit antérieurement cette connaissance d'une stratégie de dénombrement.

Ainsi, l'approche méthodologique n'est «géniale» que dans la mesure où l'on ne s'est pas encore rendu compte que c'est «naturel» ou «normal» de proposer à l'enfant d'appliquer ses procédures personnelles, qui ont parfaitement fonctionné précédemment, et d'en reconstruire de nouvelles.

Inapplicable ?

Certes, la réécriture des moyens d'enseignement de mathématiques a des ambitions d'ordre pédagogique. C'est d'ailleurs le cas de toute innovation. Mais de là à penser que l'entreprise est vouée à l'échec, à égratigner au passage les «penseurs» ou les «chercheurs» qui l'ont imaginée ou encore à prophétiser son prochain «crash», c'est faire bien peu de cas de toute son histoire, des travaux et réflexions qui ont conduit à son élaboration, de ses premières réalisations :

- la «conception d'ensemble» de la nouvelle collection a été l'objet d'intenses discussions et de consultations au plan romand, dans les cantons, les associations ;

- elle s'inspire des courants actuels de la recherche en didactique des mathématiques et se fonde sur des résultats largement validés ;

- des commissions de lecture romande et cantonales suivent et contrôlent de très près l'avancement des projets ;

- 15 classes ont mis à l'épreuve les nouveaux moyens d'enseignement de première au cours de l'année scolaire 1994-95, poursuivent actuellement en deuxième année et montrent ainsi la «praticabilité» de l'innovation ;

- une offre de formation, à grande échelle, est mise en place actuellement afin d'épauler les maîtres qui, dès 1997, seront confrontés à l'application généralisée de l'innovation.

Personne ne nie l'ampleur des changements. Les titulaires des classes de mise à l'épreuve ont pu s'en rendre compte, ils le disent clairement mais ils s'en déclarent tous très satisfaits.

Par exemple dans la situation mentionnée précédemment, il serait tentant de demander à l'enfant de grouper les confettis par dix, ou d'aménager un «tableau de codage» qu'il lui suffirait de compléter. On gagnerait ainsi beaucoup de temps, on pourrait s'assurer que chacun a terminé sa fiche et qu'il a «la bonne réponse» mais on manquerait la cible. Le maître devra au contraire gérer l'organisation du débat entre ses élèves, en régler la durée, relancer la recherche, différencier la tâche afin que chacun en tire le profit optimum à ce moment précis, en fonction des activités ultérieures conçues, elles, dans le but d'introduire la numération de base dix.

La nouvelle collection des moyens d'enseignement sera exigeante, c'est vrai. Comme toute réforme, elle fera appel au métier du maître, à sa mobilité, à ses capacités d'observer les apprentissages de chacun de ses élèves. La déclarer «inapplicable», d'emblée, ce serait faire peu de cas de toutes ces qualités professionnelles. Tentons plutôt de réunir toutes nos potentialités et de relever ensemble le défi.

François Jaquet

Rallye mathématique romand : reportage dans une classe de "mordus"

par Valérie Ledermann, étudiante de 3ème année à l'Ecole normale de Neuchâtel
Jacques-André Calame, maître de méthodologie à l'Ecole normale de Neuchâtel
Christian Künzi, instituteur, Les Hauts-Geneveys (NE)
la classe de 4ème année des Hauts-Geneveys

Tout est parti d'un coup de fil !

Valérie : «Salut, Jacques-André ! Je travaille actuellement aux Hauts-Geneveys, chez Christian. Tu avais écrit aux étudiants pour qu'on te signale ce qui se passe d'intéressant à observer ici et là ! Alors j'ai pensé que tu pourrais venir voir comment les enfants travaillent pendant le *Rallye mathématique romand*. Ils ont la deuxième manche mercredi prochain.»

Jacques-André : «C'est très sympath. Attends... bon, je vais pousser un rendez-vous un peu plus tard, car là, on tient à coup sûr une excellente idée. C'est d'accord, à mercredi, et merci encore !»

Le jour "J" aux Hauts-Geneveys

7h50 : Christian et Valérie ont préparé le matériel utile aux élèves, pour que la classe vive le rallye selon les consignes : pas d'aide des surveillants (Valérie et Jacques-André), pas de présence du titulaire (Christian frustré accepte le règlement en rongeant son frein en salle des maîtres).

8h00 : Christian montre à Valérie et à Jacques-André le contenu des problèmes (voir pages suivantes).

Les trois adultes trouvent les problèmes apparemment très intéressants, variés, ouverts, et au passage, griffonnent rapidement des esquisses de solutions : «bon, l'histoire des moutons noirs et des moutons blancs, ça va faire des dégâts, ce sera vraiment la nuit noire !». Sans parler de la drôle de machine où on ne voit pas véritablement de tactique à première vue.

8h10 : Tous en piste : les élèves entrent en classe. Un leader, vite repérable, se précipite au tableau, s'empare prestement de la craie et note en colonne 1, 2, 3,... 11, 12. (Il sait qu'il y aura 12 problèmes à résoudre collectivement et qu'il faut faire vite !)
A noter que cette manière de procéder découle des enseignements tirés après la passation de la première session.

8h15 : Tous les énoncés sont en possession des élèves. Valérie et Jacques-André vont au fond de la salle, s'installent à la table de mathématique et prennent des notes... par exemple celles qui figureront dans un article de *Math-Ecole*, plus particulièrement celles-ci :

- Tous les élèves semblent travailler très «traditionnellement» (par deux) et sans se consulter. Etonnant si l'on sait que les résultats doivent émaner de la classe entière et si possible avec l'adhésion de tous.

- Et voilà que, comme pour renforcer le sentiment des observateurs, les premiers tandems se lèvent, vont biffer le numéro de leur problème... et retournent tranquillement à leur place.

- Mais au fur et à mesure que le temps passe, les choses changent ! On passe à la rédaction, on vérifie sa solution en se déplaçant vers un groupe de vérificateurs... et on vient même provisoirement au tableau

3e Rallye mathématique romand

Epreuve 2 **avril - mai 1995** **Catégories 3, 4 et 5**

Problème n° 1 *A la ménagerie*

A la ménagerie, vous êtes devant cinq cages, alignées les unes à côté des autres.

- La cage du singe n'est ni à côté de celle de l'ours, ni à côté de celle de la panthère.
- Il y a deux cages entre celle du tigre et celle de l'ours.
- La cage de la panthère est à droite de celle de l'ours; elles sont l'une à côté de l'autre.
- La cage du lion est à côté de celle du singe.

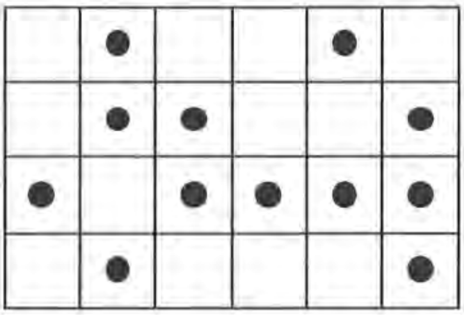
Dessinez les cinq cages et notez dans chacune d'elles le nom de l'animal qui l'occupe.

Problème n° 2 *Partage*

Essayez de trouver toutes les façons de partager ce puzzle en quatre pièces de même forme, composées chacune de 6 carrés.

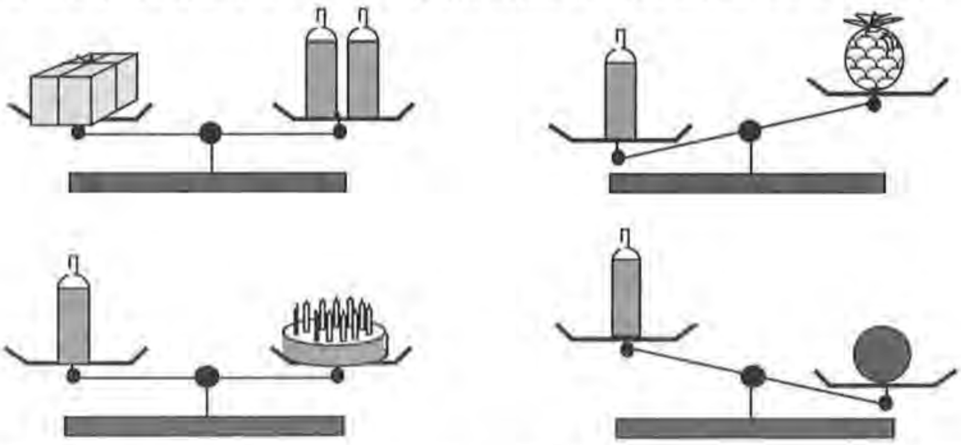
Dessinez vos solutions.

Y en a-t-il une dans laquelle chaque pièce a le même nombre de points noirs ?
Si oui, indiquez-la



Problème n° 3 *Les balances*

Sur sa table, Julie a deux bouteilles de même poids, un paquet, un ananas, un gâteau, une boule. Elle place quatre fois certains de ces objets sur les plateaux d'une balance :



Julie pense que c'est possible de classer tous ces objets, du plus léger au plus lourd, à l'aide de ces quatre pesées seulement. Et vous, qu'en pensez-vous ?
Expliquez votre réponse.

Problème n° 4 *Nombres consécutifs*

34 est la somme de quatre nombres naturels qui se suivent : $34 = 7 + 8 + 9 + 10$

Trouvez deux autres nombres, entre 40 et 50, qui sont aussi la somme de quatre nombres naturels qui se suivent. Expliquez votre réponse.

Problème n° 5 *La main dans le sac*

Dans un sac, il y a 5 billes bleues et 5 billes rouges.
On plonge la main dans le sac, les yeux bandés.

a) **Combien faut-il prendre de billes au minimum, pour être sûr(e) d'en avoir 2 de la même couleur ?**

b) **Combien faut-il prendre de billes au minimum, pour être sûr(e) d'en avoir 2 de couleurs différentes ?**

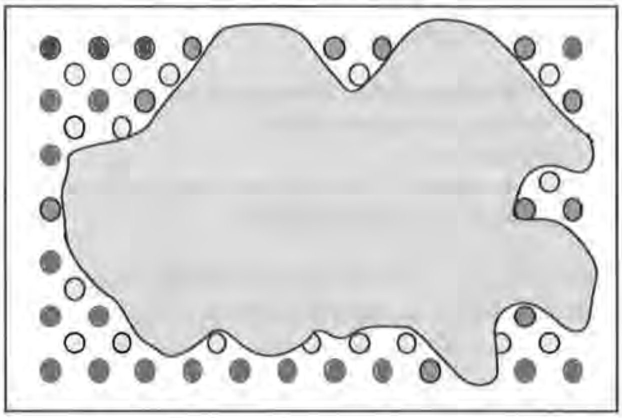
Expliquez vos réponses.

Problème n° 6 *La tache*

Toto a renversé la marmite de confiture sur la belle nappe à pois de la cuisine.

Combien y a-t-il de pois entièrement recouverts par la confiture ?

Indiquez comment vous avez trouvé votre solution.



Problème n° 7 *Les colliers de Sophie*

Sophie a préparé des colliers qu'elle a offerts à ses amies à Pâques.
Chaque collier a 20 perles de couleurs verte ou blanche.

Voici les 4 colliers qu'elle a faits:

- Dans le collier d'Anne, 1 perle sur 4 est verte.
- Dans le collier de Béatrice, 2 perles sur 5 sont vertes.
- Dans le collier de Chloé, 2 perles sur 10 sont vertes.
- Dans le collier de Denise, 2 perles sur 20 sont vertes.

Qui recevra le collier contenant le plus de perles vertes ? Expliquez votre réponse.

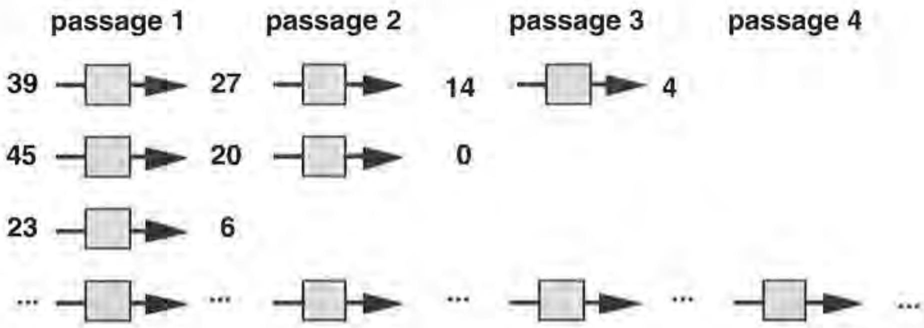
Fin pour la catégorie 3

Problème n° 8 *Drôle de machine*

Catégories 4 et 5

Chaque fois qu'on introduit un nombre dans cette machine bien particulière
elle le remplace par le produit de ses chiffres,
puis elle reprend le nouveau nombre et recommence,
et elle ne s'arrête que lorsqu'elle obtient un nombre à un seul chiffre.

Voici trois exemples : Avec **39**, il faut trois passages dans la machine pour aboutir à un nombre à un seul chiffre : **4.**
45 devient **0** après deux passages.
Un seul passage suffit pour transformer **23** en **6.**



a) Quel est le plus grand nombre naturel inférieur à 100 qui ne nécessite qu'un seul passage dans la machine pour aboutir à un nombre d'un seul chiffre ?

b) Y a-t-il des nombres inférieurs à 100 qui nécessitent plus de trois passages dans la machine pour aboutir à un nombre d'un seul chiffre ? Combien ? Lesquels ?

Problème n° 9 *Moutons noirs et moutons blancs*

Dans l'enclos du Père Leblanc, il y a 100 moutons, tous blancs.
Dans l'enclos du Père Lenoir, il y a 200 moutons, tous noirs.
Un beau jour, 25 moutons blancs du Père Leblanc sautent les barrières et vont se mêler aux moutons noirs du Père Lenoir.
Le soir, lorsqu'il compte ses moutons, le Père Leblanc constate qu'il lui en manque 25.
Il décide aussitôt d'aller rechercher ses moutons blancs.
Mais quand il arrive devant l'enclos du Père Lenoir, il fait nuit noire.
Et chacun sait que la nuit, tous les chats sont gris, et les moutons aussi.
Le Père Leblanc compte à tâtons 25 moutons et les ramène dans son enclos.
Et le lendemain, évidemment, il y a quelques moutons noirs parmi les 100 moutons dans l'enclos du Père Leblanc, et des moutons blancs parmi les 200 moutons dans l'enclos du Père Lenoir.

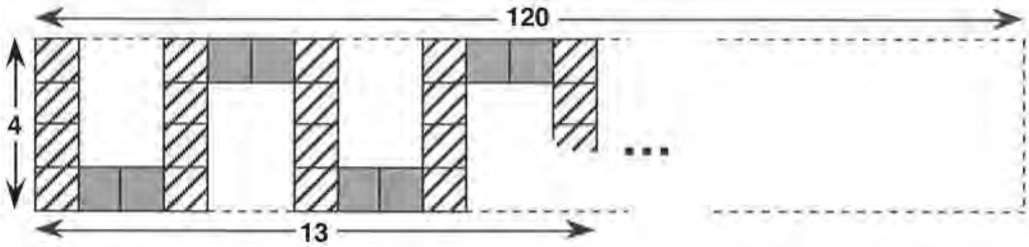
Selon vous, petits bergers, y a-t-il plus de moutons noirs dans l'enclos du Père Leblanc que de moutons blancs dans l'enclos du père Lenoir ? Expliquez votre réponse.

Problème n° 10 ***Catelles***

Dans une salle de bains, un carreleur a décidé de créer une frise de 120 carrés de long et de 4 carrés de large, avec deux sortes de catelles :

- les unes, grises, composées de 2 carrés,
- les autres, rayées, composées de 4 carrés.

Voici le début de cette frise, qui n'a encore que 13 carrés de long :



a) Combien de catelles de chaque sorte faudra-t-il pour réaliser la frise entière, de 120 carrés de long ?

b) Dessinez les trois dernières catelles de la frise.

Fin pour la catégorie 4

Problème n° 11 ***Treize à table***

Voici treize nombres : **19 23 34 14 37 17 21 32 16 25 30 28 26**

Avec douze de ces nombres, on peut arriver à former six couples de même somme :

.... + ... = ... + ... = ... + ... = ... + ... = ... + ... = ... + ...

Quel est le nombre qui restera seul ? Expliquez comment vous l'avez trouvé.

Problème n° 12 ***La caravane***

Trois chameliers conduisent chacun trois chameaux.
Sur chaque chameau, il y a trois paniers.
Dans chaque panier, il y a trois chattes.
Et chacune des chattes est accompagnée de trois chatons.

Cela fait beaucoup de pattes ou de jambes.
Combien en comptez-vous, en tout, dans cette caravane ?

Expliquez votre réponse.

Fin pour la catégorie 5

effacer un numéro de problème biffé, pour le remettre en circulation auprès de tous, car la solution ne semble pas avoir été agréée par le comité central !

- En outre, deux problèmes résistent manifestement aux efforts louables de la classe: «la drôle de machine» et «la caravane».

- Jusqu'au bout des 60 minutes... des essais jugés infructueux seront tentés pour résoudre ces deux problèmes.

9h15 : les 60 minutes sont écoulées, veuillez s'il vous plaît rendre les feuilles indiquées. Et, le cri du coeur de la classe : «C'était vraiment dur, beaucoup plus dur que la dernière fois.»

Encouragement des deux surveillants, on se rappelle que l'important c'est de participer, on se souhaite une agréable journée ensoleillée, et les trois adultes, copies des élèves en mains, regardent les solutions apportées par les élèves.

Parmi elles, trois sont gardées pour figurer dans *Math-Ecole* : nous les avons discutées entre adultes, et les erreurs détectées permettent de réaliser que les représentations des enfants ne sont pas les nôtres, que leurs outils ne sont pas non plus ceux que l'enseignant utiliserait spontanément.

Ainsi, plusieurs maîtres de stages chevronnés ont spontanément travaillé dans un cadre de journée de formation permanente avec les fractions pour résoudre le problème des colliers. «Deux perles du collier sur cinq sont vertes» se traduit par 2/5 et bien sûr les 2/5 de 20 donnent 8. Les élèves eux, doivent dessiner, fabriquer les colliers... et le lecteur comprendra vite que les «2 sur 5» deviennent 2 pour 5, et donc en réalité 2/7... pas étonnant ensuite que les réponses divergent, et que les élèves aient eu de la peine à terminer un collier de 20 perles.

L'erreur commise par la classe dans le problème de la tache est aussi intéressante. En fait, une bonne partie de la démarche de la

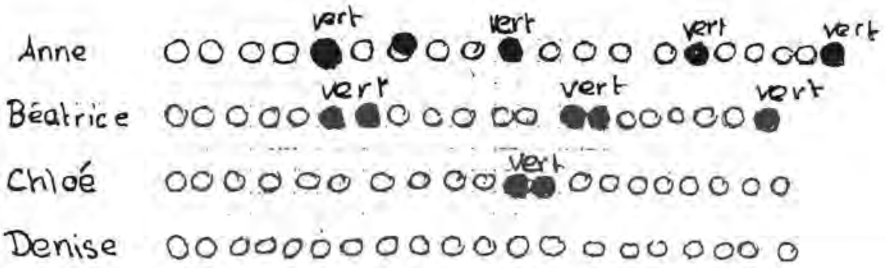
1ère situation, *Les colliers de Sophie* : voici la solution de la classe.

Nous avons fait 7×12 = 84 et nous avons compté tous les points il y en avait 48 donc il en manque 36

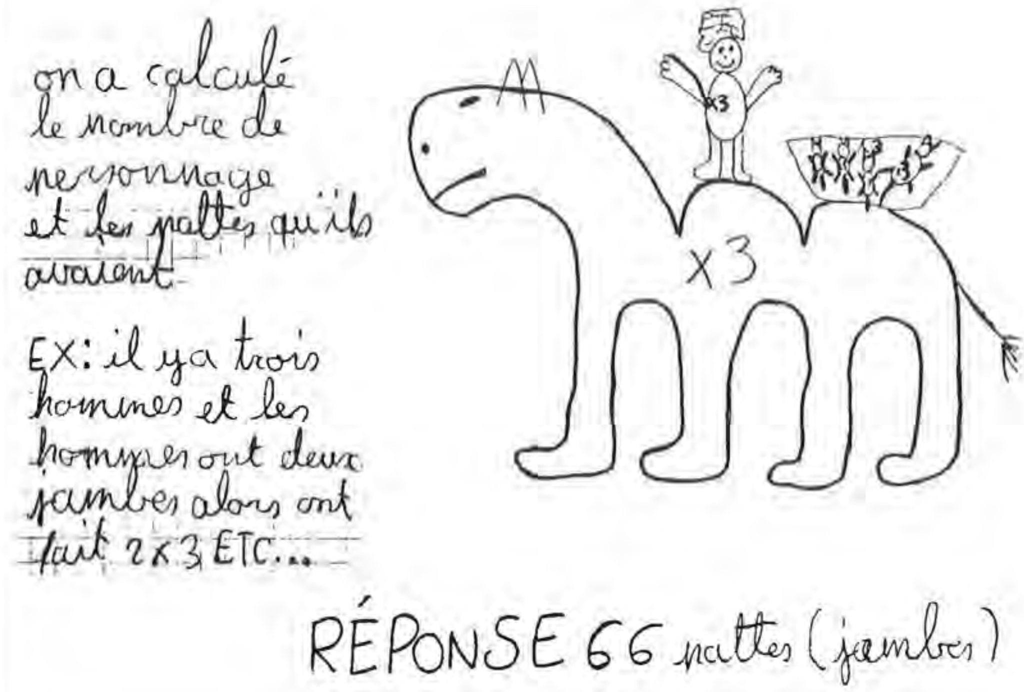
Réponse 36

2ème situation, *La tache* : voici la solution de la classe.

C'est le collier de Béatrice qui à le plus de perles vertes.



3ème situation, *La caravane* : voici la solution de la classe.



classe est bonne, mais les élèves ont oublié les points blancs dans la somme des points noirs ou blancs. Il y fort à parier que certains élèves auraient aussi pu doubler la somme obtenue par les points noirs, puisqu'il y a deux couleurs et que le type de disposition est le même. Enfin, relevons que ce problème est intéressant car des pois se trouvent à cheval sous la frontière délimitée par la tache.. comment les compter ? En fait c'est un problème de lecture : il n'y aucune ambiguïté si l'on comprend le mot «entièrement».

Le dessin de la caravane est à lui seul un exemple typique de représentation d'enfants : le soin apporté au dessin, au chameau et à tout ce qu'il porte de pattes et de jambes est génial... le lecteur verra cependant rapidement pourquoi la réponse associée ne pouvait être celle attendue. Dans ce problème, les adultes ont relevé une difficulté de lecture. Il y a des «supports distracteurs», comme les paniers. Ensuite, il faut utiliser un modèle additif et non pas multiplicatif pour trouver la solution.

Il faut retourner voir ces «mordus d'élèves» !

Les premières constatations faites, on convient de retrouver les élèves pour un entretien libre sur le rallye. Ils sont très coopérants... et l'espace d'une bonne demi-heure, nous avons recensé quelques idées des élèves, répertoriées par catégories :

a) Autour de l'organisation

Dans la phase d'entraînement au rallye, les élèves se sont groupés séparément entre 4ème et 5ème et par équipes de 4-5 élèves. Les numéros de problèmes ont déjà été notés au tableau.

Lors de la première manche du rallye, les élèves ont avoué avoir perdu du temps dans la répartition des problèmes. Les groupes étaient formés de 2 élèves seulement et la moitié de la classe était désœuvrée après une demi-heure.

Lors de la deuxième manche, celle observée, les élèves se sont répartis les numéros de problèmes par tandems... avant même d'entrer dans la classe. On comprend mieux alors notre sentiment de démarrage assez rapide et un peu individualiste, de même que la grande diversité de rythme d'un tandem à l'autre... quelle difficulté si un tandem détestant la logique tombe sur les moutons noirs et les moutons blancs !

b) Autour des problèmes réels pour les élèves :

Ici nous avons abordé la question des deux problèmes 10 et 12, non résolus mais fruit de recherches non livrées en fin de rencontre :

Dans le problème 8 (la drôle de machine), les élèves ont procédé au hasard... mais n'ont pu dresser une liste exhaustive, ils ont eu des problèmes de gestion de temps. Ils ont par exemple privilégié les nombres qui se terminent par 0.

c) Autour de la présentation des données:

Lorsque le texte est long, on a plus d'informations (c'est positif) mais dès qu'on arrive à la fin de la lecture, il faut tout relire pour être encore sûr qu'on a lu juste avant ! La représentation par un schéma semble favoriser la compréhension de certains élèves.

Il faut encore mentionner la difficulté et parfois l'ambiguïté dans la formulation de certains énoncés. Le problème 3 des balances et le 10 sur les catelles sont révélateurs... il serait intéressant de savoir tous les objectifs visés par les concepteurs des problèmes.

d) Autour des points positifs du rallye :

- le travail en groupe, avec ce «bémol» très lucide : mais on ne pourrait pas travailler toujours comme cela !
- la liberté de s'organiser seuls;
- les élèves réalisent qu'il y a plusieurs manières différentes d'apprendre;
- les élèves sont conscient que chacun n'apporte ni ne reçoit la même chose dans l'opération rallye. Ainsi une très bonne élève en mathématique préférerait-elle des concours individuels comme ceux de la FFJM.

e) Au chapitre enfin des motivations, relevons la fierté, l'envie de gagner, la participation à une activité qui regroupe des élèves d'ici et d'ailleurs, la possibilité d'être ensemble, la satisfaction de réussir qui pousse à aller plus loin.

Concluons rapidement :

- les élèves jouent le jeu à merveille, ils trouvent un sens aux rallyes mathématiques, c'est évident.
- les maîtres qui ont eu l'occasion de résoudre ces problèmes et en ont discuté avec les élèves réalisent qu'ils sont en plein programme et non en marge de celui-ci !
- les liens avec une classe autour d'une activité permettent aux élèves de découvrir notre intérêt d'adultes pour les démarches plus que pour le résultats final. Et donc aussi de découvrir le sens qu'il y a donner des détails de ces démarches.

Alors... à toutes les classes, en route pour le Rallye 95-96... c'est tout bientôt. Un moment phare de l'apprentissage véritable, où l'état d'esprit ouvert et de solidarité entre tous les élèves de la classe est une condition indispensable à la réussite !

n.d.l.r. A l'heure où paraît cet article, Valérie Ledermann n'est plus étudiante... elle est devenue institutrice à la Chaux-de-Fonds et nous nous en réjouissons vivement !

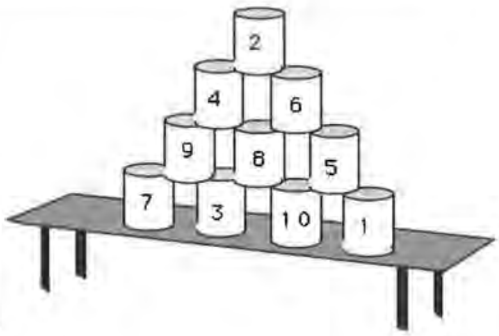
3e Rallye mathématique romand

31 mai 1995 Les problèmes de la finale Catégories 3, 4 et 5

La pluie était au rendez-vous de la finale du *3e Rallye mathématique romand,* le 1er juin 1995, à Yverdon-les-Bains, mais elle n'a altéré en rien l'enthousiasme des 12 classes retenues - sur les 82 ayant participé aux deux premières épreuves - de leurs maîtres et des parents accompagnants. Ces problèmes feront office d'*épreuve d'entaînement* pour la quatrième édition, dont l'annonce officielle et les instructions paraîtront dans le prochain numéro de *Math-Ecole.*

Problème n°1 ***La noce à Thomas***

A ce jeu, on lance des balles pour faire tomber des boîtes.
Lorsqu'une boîte tombe, elle entraîne dans sa chute toutes celles qui sont posées sur elle.
A la fin du jeu, on compte tous les points marqués sur les boîtes qui sont tombées.

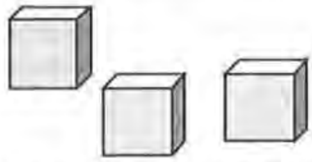


a) **Thomas a obtenu exactement 33 points. Quelles boîtes a-t-il fait tomber ?**

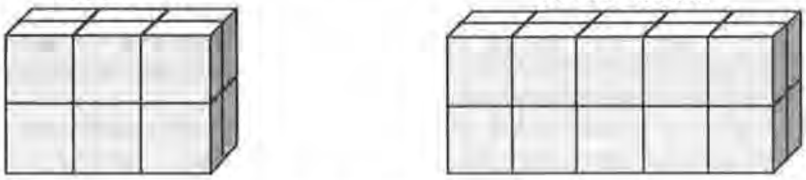
b) **Thomas dit qu'il a obtenu ses 33 points en lançant deux balles seulement. Quelles sont les deux boîtes qu'il a touchées avec ses deux balles ?**

Problème n°2 ***Construction de briques***

Vous disposez de 150 cubes, tous de ce type :



A l'aide de ces cubes, vous devrez construire des briques de l'un ou l'autre de ces deux modèles :



Il faut essayer d'utiliser le plus grand nombre possible de vos 150 cubes.

Combien de briques complètes de chaque modèle devrez-vous construire pour qu'il vous reste le moins possible de cubes non utilisés ?

Expliquez votre réponses et indiquez combien il vous reste de cubes non utilisés.

Problème n°3 *Déplacements*

Huit pions sont alignés côte à côte :

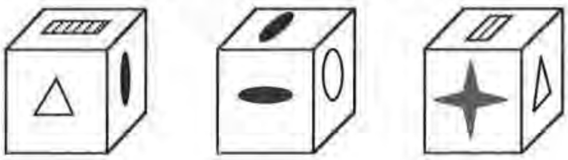
But du jeu :
Former 4 piles de 2 pions chacune.

Mouvements autorisés :
Prendre un pion, qui n'a pas encore été déplacé, et le faire sauter par dessus deux autres (deux pions encore seuls ou une pile de deux pions), pour le déposer sur le pion suivant. On peut sauter vers la gauche ou vers la droite.

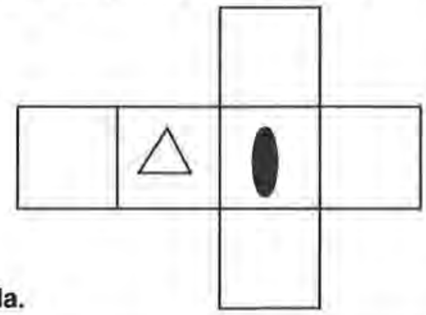
Comment ferez-vous pour arriver à former les 4 piles ?
Indiquez précisément tous les mouvements nécessaires.

Problème n°4 *Le cube*

Voici trois photos d'un même cube :

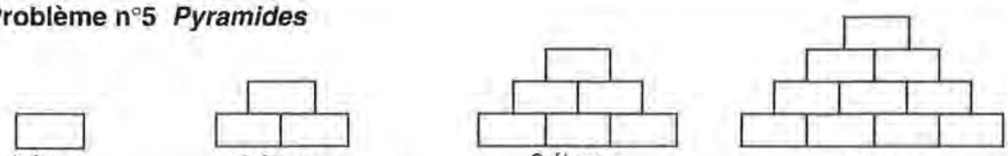


a) Complétez le cube déplié :



b) Y a-t-il une autre solution ? Si oui, dessinez-la.

Problème n°5 *Pyramides*



Il faut 10 briques pour construire une pyramide de 4 étages.

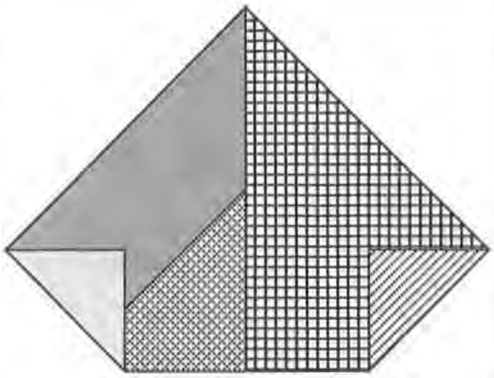
a) Combien en faudra-t-il pour construire une pyramide de 12 étages ?

b) Est-ce vrai que pour construire une pyramide de 24 étages, il faudrait le double de briques que pour une pyramide de 12 étages ?

Expliquez votre réponse.

Problème n°6 ***Le puzzle***

A l'aide des cinq pièces de ce puzzle, il est possible de reconstituer exactement une lettre majuscule de ce type d'écriture, sans parties arrondies :



A, E, F, H, I, K, L, M,
N, T, V, W, X, Y, Z

Pour y arriver, il faudra retourner l'une des cinq pièces.

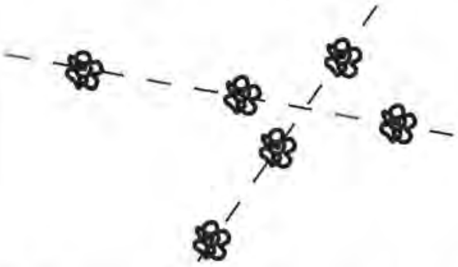
Dessinez la lettre que vous avez formée avec ce puzzle et marquez en couleur la pièce que vous avez retournée.

Fin catégorie 3

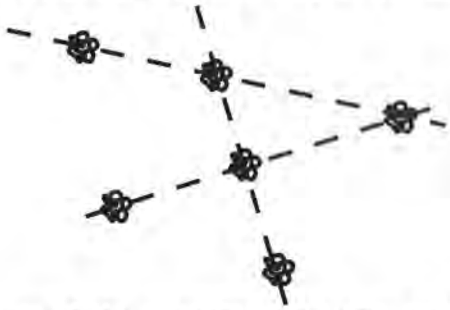
Problème n°7 ***Savez-vous planter des choux ?***

Les choux de Monsieur Jardinier ne poussent que lorsqu'ils sont disposés par trois sur une même ligne droite.
S'ils sont moins de trois ou plus de trois sur la même ligne, ils refusent absolument de pousser. Et ils poussent mieux s'ils sont sur plusieurs lignes à la fois !

Par exemple :
Ces 6 choux-ci sont sur 2 lignes de trois et ne poussent pas aussi bien que ...



... ces 6 choux-là, qui sont sur 3 lignes de trois :



a) **Monsieur Jardinier arriverait-il à faire pousser 4 choux seulement en lignes de trois ? Comment ?**

b) **Arriveriez-vous à planter exactement 6 choux sur quatre lignes de trois ? Comment ?**

c) **Indiquez à Monsieur Jardinier comment il pourrait planter 7 choux sur un maximum de lignes de trois.**

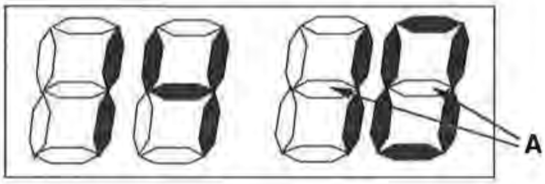
Problème n°8 ***La collection***

Otto, le fils de Mme et M. Coland, collectionne les autocollants.
Il demande à ses camarades de deviner combien il en possède et leur donne les informations suivantes :
- J'en ai moins de 100.
- Si je les mettais par paquets de six, il m'en resterait trois.
- Si je les mettais par paquets de cinq, il m'en resterait aussi trois.
- Et si je les mettais par paquets de quatre, il m'en resterait toujours trois.

A vous de trouver combien Otto possède d'autocollants. Expliquez votre réponse

Fin catégorie 4

Problème n°9 ***Montre digitale***



Votre montre indique 14h10. C'est le début de la finale du *3ème Rallye mathématique romand.*

Les deux segments horizontaux situés au milieu des chiffres des minutes sont en blanc (invisibles). (Ces segments sont désignés par la lettre **A** sur la figure ci-dessus.)

Durant combien de minutes ces segments seront-ils en noir (visibles) les deux à la fois au cours de l'épreuve qui se termine à 15h00 ?

Problème n°10 ***La partie de cartes***

Cinq personnes jouent aux cartes, à une table ronde.
Madame Dufour est assise entre Monsieur Nicod et Madame Pont.
Franck est assis entre Jean et Madame Lebrun.
Monsieur Nicod est entre Franck et Maude.
Aline a Monsieur Raton à sa gauche et Madame Pont à sa droite.
C'est à Louise de jouer.

Placez les cinq personnes autour de la table et notez pour chacune son nom et son prénom.

Fin catégorie 5

3e Rallye mathématique romand	**FINALE**		**Yverdon-les-Bains, le 31 mai 1995**	
Classes	**Nombres d'élèves**	**Catégorie**	**Total des points obtenus**	**Rang**
Riaz (H. Jaquet)	22	3	11	**1**
Satigny (M. Genoud)	18	3	4	**3**
Bienne (E. Pfander / F. Villars)	15	3	8	**2**
Yverdon-les-Bains (F. Gianferrari)	14	4	16,5	**2**
Genève (EC. Bertrand, L. Kuster)	21	4	14.5	**3**
Le Valanvron (Chx-Fds, M. Schenk)	9	4	17	**1**
Montmollin (J. Croci / J.-B. Vermot)	13	5	20,5	**4**
Blonay (L. Berruex)	20	5	23	**2**
St-Légier (C. Messeiller)	22	5	23,5	**1**
La Tour-de-Peilz (C. Codourey)	15	5	19,5	**5**
Aubonne (C. Scalisi)	18	5	22,5	**3**
Vuisternens-en-Ogoz (V. Clément)	20	5	18,5	**6**

Reportage

par la classe 4 P de M. Schenk, Le Valanvron/La Chaux-de-Fonds
(1ère de la finale en catégorie 4)

Le rallye mathématique romand

Un stagiaire, Nicolas Girarbille, nous a proposé de faire un concours de maths. Nous avons accepté mais nous ne nous faisions aucune illusion. Ce concours se passait en deux manches et si on avait bien réussi on allait en finale à Yverdon.

Durant la première manche, nous n'étions pas très bien organisés et sommes arrivés dixième. Mais nous nous sommes rattrapés dans la deuxième manche où nous avons fait 23 points et sommes arrivés troisième.

Un matin, le prof nous a dit qu'il avait une bonne nouvelle à nous annoncer. Nous avons tous écouté et il nous a expliqué que nous irions en finale à Yverdon le 31 mai, que nous mangerions ce jour là à l'école à midi pour ne pas être en retard. Le mercredi matin nous sommes venus à l'école comme d'habitude. A 11 heures et demie nous avons mangé tous ensemble et nous avons pris le train à midi vingt. Nous sommes arrivés à Yverdon trop tôt alors nous avons fait un petit tour dans le parc. Quand nous sommes entrés dans le collège les autres classes étaient déjà là. Nous étions tous un peu tendus. Chaque classe est allée dans une salle différente, Les professeurs n'osaient pas nous aider. Le prof nous a mis en route et il est parti. Nous avions une heure pour faire huit problèmes. Un quart d'heure avant que nous ayons fini nous avons entendu la classe d'à côté crier :

- On a fini !

Nous avons pu faire tous les problèmes. Un monsieur est venu chercher les feuilles. En attendant les résultats, nous avons eu un goûter. Nous nous sommes beaucoup tenu les pouces. Cinq minutes plus tard, un monsieur est venu proclamer les résultats. Il a commencé par la catégorie 3 et il commençait par les derniers. Puis il est arrivé à la catégorie 4, la nôtre. Notre cœur battait très vite. Il a annoncé :

- La troisième classe de la catégorie 4 est la classe de Genève.

- Ouf !

- La deuxième est... la classe d'Yverdon !

Alors là, nous avons sauté en l'air nous étions 1er.

Nous avons reçu des pulls trop petits pour nous, un jeu de cartes, un pins et un jeu pour toute la classe. En rentrant Audrey n'arrêtait pas de répéter :

- Quand ils ont dit que la deuxième classe était Yverdon ça ma fait chaud au coeur !

C'était une super journée.

Problèmes

par Augustin Genoud, Savièse

Tournoi de football

Les cinq équipes A, B, C, D E disputent un tournoi de football dans lequel chacune joue une seule fois contre les quatre autres équipes. On sait que l'équipe A a battu C par 3 à 2 et qu'il n'y a pas eu deux scores identiques sur toutes les parties du tournoi. (4 à 2 est identique à 2 à 4).

Pour chaque match, on a attribué 2 points à l'équipe gagnante, 0 point à la perdante, 1 point à chacune en cas de match nul.

Voici le classement final :

Rang	Equipe	Buts marqués	Buts reçus	Points
1	E	6	5	5
2	C	8	4	4
3	A	6	7	4
4	B	4	6	4
5	D	4	6	3

Quels sont les résultats de tous les autres matches ?

Qui pair gagne

Francis et José se mesurent à un jeu de nombres. Il y a 1995 pions sur la table devant eux. Chacun, à tour de rôle, doit en prendre 1, 2, 3, 4 ou 5, à son choix. Le but du jeu est pour chaque joueur, d'avoir pris, lorsque tous les pions sont ôtés, un nombre pair de pions.

C'est Francis qui joue le premier.
Peut-il gagner ? Dans l'affirmative, quelle doit être sa première prise s'il veut être sûr de gagner quel que soit le jeu de son adversaire ?

L'origine du premier de ces problèmes est incertaine. Il nous a été transmis par des collègues tessinois. Le second est le quinzième problème de la demi-finale du 9ème championnat international des jeux mathématiques et logiques, du 18 mars 1995.

Je les ai trouvés particulièrement intéressants car leur résolution exige une démarche systématique. On trouvera mes solutions, qui me semblent correctes et qui sont susceptibles d'intéresser les lecteurs de *Math-Ecole* en pages 23 à 25.

De la pub pour le cube (suite) *

par André Calame, Sauges, NE

* La première partie de cet article a été publiée dans le numéro 168.

Dans le précédent numéro de *Math-Ecole,* nous avons abordé le problème suivant :

Est-il possible de placer les nombres de 1 à 8 aux sommets d'un cube de telle manière que la somme des nombres soit la même dans chaque face ?

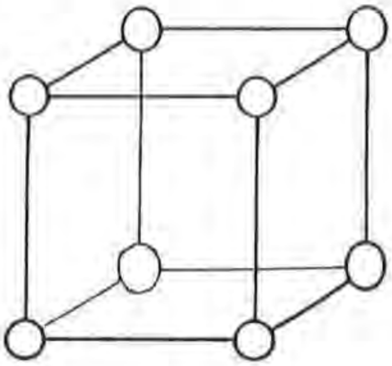


figure 1

Première étape :

Demandons-nous d'abord quelle doit être la somme constante dans chaque face. La somme des huit premiers nombres naturels est :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

Or, chaque sommet du cube appartient à trois faces. Donc, la somme totale T pour les six faces du cube sera :

$$T = 3 \cdot 36 = 108$$

Ce qui donne, pour chaque face :

$$S = \frac{108}{6} = 18$$

Deuxième étape :

Comment obtenir la somme 18 en additionnant quatre nombres de 1 à 8 ?

(I)

1 + 2 + 7 + 8	2 + 3 + 5 + 8
1 + 3 + 6 + 8	2 + 3 + 6 + 7
1 + 4 + 5 + 8	2 + 4 + 5 + 7
1 + 4 + 6 + 7	3 + 4 + 5 + 6

Parmi ces huit possibilités, six seulement seront utilisées pour une solution donnée, puisque le cube a six faces. Ceci permet de penser qu'il y aura plusieurs solutions non équivalentes. Encore faut-il remarquer que la disposition du cube impose certaines contraintes.

Troisième étape :

Soyons attentifs au fait que deux nombres placés aux extrémités d'une même arête forment une paire qui intervient dans deux sommes distinctes puisque cette arête appartient à deux face du cube. Il convient donc de recenser la fréquence de toutes les paires dans les sommes (I). Par exemple, la paire 1 - 2 intervient seulement dans la somme

$$1 + 2 + 7 + 8$$

tandis que la paire 2 - 7 apparaît dans les sommes

$$1 + 2 + 7 + 8$$
$$2 + 3 + 6 + 7$$
$$2 + 4 + 5 + 7$$

Voici en détail le tableau des fréquences :

p	f	p	f	p	f	p	f
1 - 2	1	2 - 3	2	3 - 5	2	4 - 8	1
1 - 3	1	2 - 4	1	3 - 6	3	5 - 6	1
1 - 4	2	2 - 5	2	3 - 7	1	5 - 7	1
1 - 5	1	2 - 6	1	3 - 8	2	5 - 8	2
1 - 6	2	2 - 7	3	4 - 5	3	6 - 7	2
1 - 7	2	2 - 8	2	4 - 6	2	6 - 8	1
1 - 8	3	3 - 4	1	4 - 7	2	7 - 8	1

On constate que 12 paires sur 28 n'apparaissent qu'une fois. Ces paires ne peuvent pas figurer sur une même arête du cube.

Quatrième étape :

Nous voici à même de construire les solutions de notre problème. Compte tenu des 48 isométries du cube détaillées dans le précédent article, on peut toujours placer le nombre 1 au sommet A. Alors, selon ce qui vient d'être dit, le nombre 2 ne saurait se trouver en B, en D ou en E. Il reste deux cas distincts (voir figure 2) :

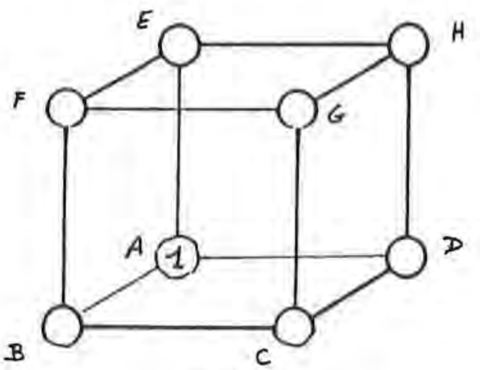


figure 2

1°) Soit 2 se trouve en C, en F ou en H, à l'extrêmité de la diagonale d'une face issue de A. On peut choisir de mettre 2 en C, car les deux autres possibilités s'y ramènent par une symétrie planaire :

Si 2 est en F, on l'envoie sur C par la symétrie de plan ABGH;

si 2 est en H, on l'envoie sur C par la symétrie de plan AFGD.

2°) Soit 2 se trouve en G, le sommet opposé de A.

Examinons en détail ces deux cas.

Premier cas :

La seule somme qui contient 1 et 2 est 1 + 2 + 7 + 8. On peut choisir de placer 7 en B et, en conséquence, 8 en D. Le choix contraire se ramène au précédent dans une symétrie planaire de plan ACGE.

Il reste deux possibilités pour l'arête AE : 1 - 4 et 1 - 6. Ce qui nous donne les deux solutions non équivalentes 1.1 et 1.2 des figures 3 et 4.

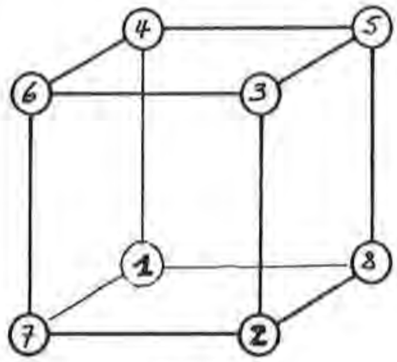


figure 3

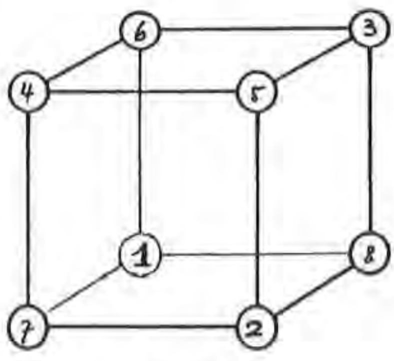


figure 4

Second cas :

Si 2 est en G, il y trois sommes possibles pour la base du cube :

2.1 $1 + 3 + 6 + 8$

2.2 $1 + 4 + 5 + 8$

2.3 $1 + 4 + 6 + 7$

Pour 2.1, les nombres 1 et 3 ne doivent pas être sur la même arête, d'où la solution suivante, en choisissant de mettre 6 en B (figure 5) :

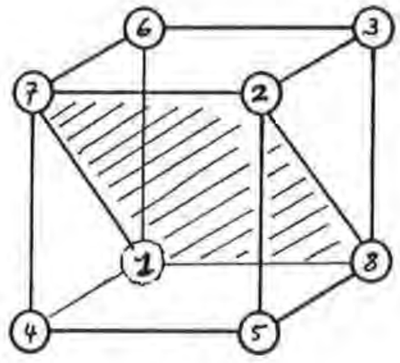


figure 6

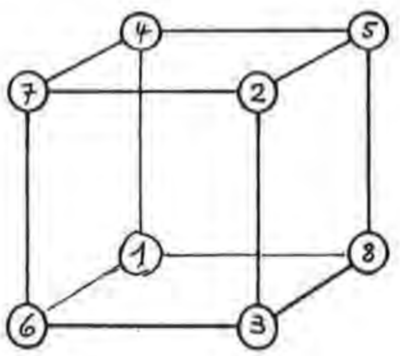


figure 5

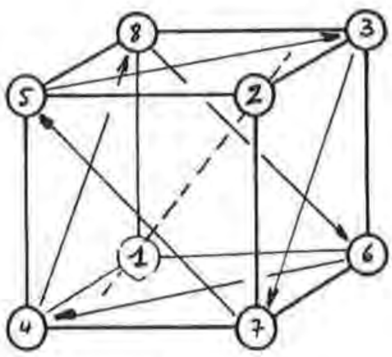


figure 7

Pour 2.2 et 2.3, on ne peut pas mettre 4 en C, car l'arête CG comprendrait la paire 2 - 4 dont la fréquence est 1. On placera 4 en B. Si on plaçait 4 en D, on se ramènerait à notre choix par une symétrie de plan vertical ACGE. On constate alors que les deux solutions obtenues sont équivalentes à 2.1 (figures 6 et 7). En effet, on passe de la solution 2.2 à 2.1 par la symétrie planaire de plan AFGD et de 2.3 à 2.1 par la rotation d'axe AG qui envoie B sur E.

En résumé, il existe seulement trois solutions non équivalentes. Chacune donne lieu à 48 dispositions différentes en tenant compte des 48 isométries du cube. On arrive ainsi à 144 possibilités pour le nombre total des solutions de notre problème.

A propos des cubes mystérieux du n°167 de *Math-Ecole*

Le vertigineux paradoxe du contenu plus grand que le contenant...

par Blaise Müller, Neuchâtel[1]

Un raisonnement pas à pas qui mène droit à la solution :

1) La solution doit être purement géométrique, sans aucune astuce relevant de la mécanique élastique...

2) Les deux positions «le dé dans l'étui» et «l'étui dans le dé» ont l'air tellement semblables qu'on peut subodorer que les deux objets sont de même forme. Faisons cette hypothèse et cherchons la forme commune de ces deux objets. Nous l'appellerons «boîte». Elle est formée d'un «fond» et de quatre «murs».

3) Afin de simplifier la recherche, supposons que la boîte soit parallélépipède. (Si nous ne trouvons pas de solution, il sera toujours temps de se pencher sur des quadrilatères plus exotiques que des rectangles).

4) De toute évidence, la boîte n'est pas un cube, puisqu'il n'y aurait alors pas d'emboîtement possible.

5) Quelle que soit la forme (carrée ou rectangulaire), l'emboîtement ne peut pas se faire sur le modèle d'une boîte et d'un couvercle, puisque l'ouverture a la même dimension que le fond. Donc, chaque fois qu'on encastre les boîtes, c'est un mur de la boîte intérieure qui se place au fond de la boîte extérieure.

6) Le fond ne peut pas être carré: en effet, la boîte aurait alors huit arêtes identiques (le carré du fond et le carré de l'ouverture) et même en diminuant la hauteur des boîtes, chaque mur serait un rectangle dont le plus long côté empêcherait l'encastrement. Donc: **le fond est un rectangle.**

7) Le mur de la boîte intérieure qui se place au fond de la boîte extérieure doit avoir chacun de ses côtés plus petit que le côté du fond qui lui est parallèle. Il est donc nécessaire que notre boîte ait 3 mesures différentes. **Toutes les faces sont donc des rectangles et la hauteur de la boîte est forcément sa plus petite dimension.** Comme l'illusion doit être donnée qu'il s'agit d'un cube, la différence d'une mesure à l'autre doit être minimisée. On la prendra égale au double de l'épaisseur du matériau, augmenté d'une marge légère facilitant la mobilité du dispositif.

Fabrication :

Les cotes sont données pour un bristol d'une épaisseur d'un demi-millimètre (voir fig.1 en page suivante). Les arêtes du fond seront assouplies avec le dos d'un cutter, pour permettre un pliage net. Toutes les arêtes doivent être soulignées d'une bande relativement large de peinture, ou plus simplement d'un ruban de papier collant qui assurera en même temps l'assemblage des murs des boîtes. Si les arêtes ne sont pas soulignées l'illusion fonctionne moins bien, car on voit alors trop nettement que le «contenu» dépasse du «contenant».

---

[1] **[Ndlr]** Nous remercions Monsieur Blaise Müller de sa réponse et, comme convenu, il se verra offrir un jeu (autre que le QUARTO, dont il est l'inventeur) par la rédaction de *Math-Ecole*.

Manipulation :

Une face de l'étui qui vous est proposé sur la planche est marquée d'un point (voir fig. 2). Quant on place le dé dans l'étui, le «deux» est mis dessus et l'ouverture du dé sous la face marquée de l'étui. Quand on place l'étui dans le dé, la face marquée est mise sous le «deux». Comme les faces opposées sont interchangeables, on peut varier l'effet en plaçant le dé dans l'étui avec le «cinq» dessus. Si on exagère la différence entre les mesures des boîtes, l'explication devient évidente (voir fig. 3).

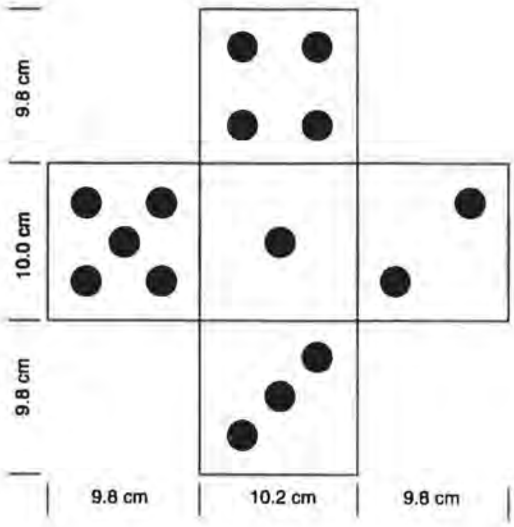


figure 1

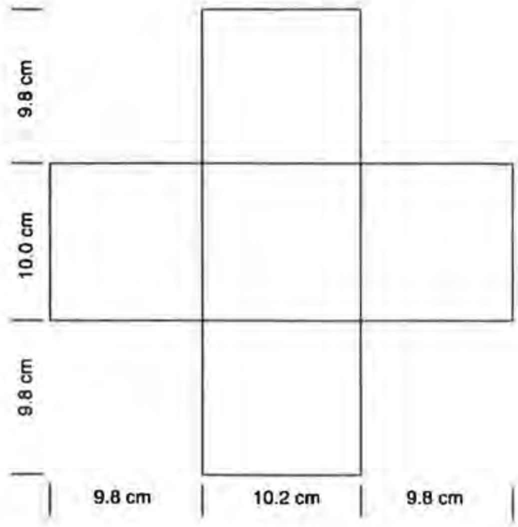


figure 2

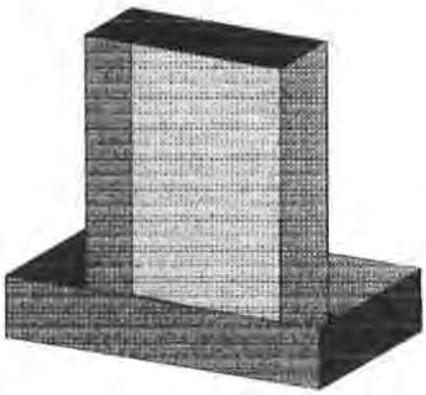


figure 3

Solutions des problèmes de la page 17

par Augustin Genoud, Savièse

Tournoi de football

Dans ce tournoi simple, il y a eu (4x5) : 2 = 10 matches, au cours desquels ont été marqués (et reçus) 28 buts, selon les données du tableau.

Les scores possibles, tous différents, et le nombre de buts correspondants sont :

0-0 → 0	1-1 → 2	2-2 → 4	3-3 → 6
0-1 → 1	1-2 → 3	2-3 → 5	...
0-2 → 2	1-3 → 4	...	
0-3 → 3	1-4 → 5		
0-4 → 4	...		
0-5 → 5			
...			

La somme des dix plus petits scores possibles est 0 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 = 28
Le «5» peut provenir des scores 0-5, 1-4 ou 2-3. Comme A a battu C par 3 à 2, c'est ce dernier qu'il faut choisir.

On arrive donc aux dix scores des parties : (0-0), (0-1), (0-2), (0-3), (0-4), (1-1), (1-2), (1-3), (2-2), (2-3).

1. En comptant les buts (marqués et reçus) et les points de l'**équipe C**, il ne reste que deux scores avec 1 but «reçu», 1 à 1 (I) ou 0 à 1 (II). D'autre part, pour obtenir les 4 points manquants, l'équipe doit obtenir deux nuls et une victoire ou deux victoires et une défaite.

(I)	C - A	(2-3)	0	(II)	C - A	(2-3)	0
	C - ?	(1-1)	1		C - ?	(0-1)	0
	C - ?	(0-0)	1		C - ?	(4-0)	2
	C - ?	(imp.)			C - ?	(2-0)	2
	Total :	(8-4)	4		Total :	(8-4)	4

La première possibilité entraînerait un deuxième match nul, 0 à 0, suivi d'un 5 - ..., pour le dernier match, ce qui est impossible.
La deuxième possibilité conduit obligatoirement aux scores de 4 à 0 et 2 à 0 pour les deux derniers matchs.

2. Pour les trois matches restants de l'**équipe A**, il ne reste que les six scores suivants : (0-0), (0-3), (1-1), (1-2), (1-3), (2-2).

Pour obtenir les deux points qui manquent, l'équipe a droit soit à une victoire et deux défaites, soit à deux partie nulles et une défaite. Chacune des deux solutions doit présenter un total de 8 buts : la différence entre 13 (6 + 7) et 5 (3 + 2).

Les trois scores non nuls à disposition, (0-3), (1-2) et (1-3) présentent un total de 10 buts. Il faut donc écarter le premier volet de l'alternative et s'en tenir aux deux parties nulles et à la défaite.

Il faut choisir les deux scores nuls sur les trois existants, (0-0), (1-1) et (2-2), ce qui conduit à trois possibilités.

Le décompte des buts montre que le seul choix possible doit écarter (1-1) et conserver (0-0) et (2-2), ce qui conduit au tableau suivant :

(III)	A - C	(3-2)	2
	A - ?	(2-2)	1
	A - ?	(0-0)	1
	A - ?	(1-3)	0
	Total :	(6-7)	4

3. Pour l'**équipe B**, il reste trois scores à disposition contre les équipes D ou E : (0-3), (1-1), (1-2).
Pour obtenir ses 4 points, elle a droit soit

à deux victoires et deux défaites, soit à quatre nuls, soit encore à deux nuls, une victoire et une défaite.

La première solution écarte le match nul (1-1) contre D ou E. Les deux scores (0-3) et (1-2) contre ces équipes représentent déjà 6 buts. Contre A , il ne reste que le (1-3) de possible, ce qui porte la somme des buts à 10 et épuise ainsi le total disponible. Il faudrait donc que la partie contre D ait un score vierge, ce qui est contraire à l'hypothèse de départ.

La deuxième solution est aussi à rejeter car il n'y a pas quatre scores nuls dans le tournoi.

Par conséquent, B fait une première partie nulle, 1 à 1, contre D ou E, une autre partie nulle: 0 à 0 ou 2 à 2 contre A (voir tabl III), une troisième partie, contre D ou E qui est un match à 3 buts: (0-3) ou (1-2) et une quatrième partie, contre C, (voir tableau II) qui peut être une victoire par 1 à 0 (1 but), une défaite par 0 à 2 (2 buts) ou par 0 à 4 (4 buts).

Le 0 à 0 contre A et le 1 à 1 contre D ou E entraînerait un total de 8 buts en deux parties, dont 5 contre C, ce qui n'est pas possible.

L'équipe B obtient donc le score de (2-2) contre A et, compte tenu de ses deux parties contre D et E, doit faire un seul but contre C, c'est-à-dire (1-0).

Son tableau de résultats se présente ainsi et permet d'opérer le choix entre les score (0-3) et (1-2) qui étaient encore à disposition contre D ou E.

(IV)	B - A	(2-2)	1
	B - C	(1-0)	2
	B - ?	(1-1)	1
	B - ?	(0-3)	0
	Total :	(4-6)	4

4. Pour le match entre les **équipes D et E**, il ne reste plus que le score (1-2) à disposition.
   Chacune d'elles a un nombre impair de points et, par conséquent, un nombre impair de matches nuls. Sur les trois parties nulles du tournoi, le 2 à 2 a été obtenu entre A et B. D et E ont donc l'une le 0 à 0, contre A et l'autre le 1 à 1, contre B.

   Si c'était D qui obtenait le nul contre B, son tableau (V) et, par conséquent celui de E (VI) s'établiraient ainsi et conduiraient à une double impossibilité :

(V)	D - A	(3-1)	2	(VI)	E - A	(0-0)	1
	D - B	(1-1)	1		E - B	(3-0)	2
	D - C	(imp.)	0		E - C	(imp.)	0
	D - E	(1-2)	0		E - D	(2-1)	2
	Total :	(4-6)	3		Total :	(8-4)	5

   Il faut donc en conclure que D a joué la partie nulle sur le score de 0 à 0, contre A et que E a fait match nul, 1 à 1, contre B. Les deux tableaux précédents doivent donc être modifiés et permettent de reconstituer l'ensemble des résultats :

A-B : 2-2	A-C : 3-2	A-D : 0-0	A-E : 1-3
B-C : 1-0	B-D : 0-3	B-E : 1-1	
C-D : 4-0	C-E : 2-0	D-E : 1-2	

Qui pair gagne

1. Le nombre de pions qu'il faut retirer à chaque prise est déterminé par le nombre total de pions restant en jeu (reste) et le nombre déjà en sa possession (total pair ou total impair).

2. On appelle P une situation perdante (qui ne permet pas de gagner). Comme dans le jeu de *Fan Tan* (appelé parfois jeu de *Marienbad*), on ne peut passer d'une position perdante (P) à une position gagnante, alors qu'il est toujours possible de passer d'une position gagnante à une autre, à condition de jouer correctement.

Reste	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	... 1995
Total pair	P	2	2	4	4	P	1	1	3	3	5	5	P	2	2	2
Total impair	1	1	3	3	5	5	P	2	2	4	4	P	1	1	3	3

3. Le tableau ci-dessus est valable quel que soit le nombre impair de pions mis en jeu au départ. Il indique, pour celui dont c'est le tour de jouer, le nombre de pions à prendre, en fonction du reste et de la parité du total déjà en sa possession.
   Il a été construit de gauche à droite, par une analyse pas à pas :

   • reste 1
   total pair — On perd (P) car il faudra prendre le pion restant et obtenir un total final impair.

   total impair — On prend le pion (1) et le total final devient pair.

   • reste 2
   total pair — On prend les deux pions (2)et le total final reste pair.

   total impair — On ne prend qu'un seul pion (1), c'est l'adversaire qui prendra le dernier.

   • reste 3
   total pair — On ne prend que deux pions (2), c'est l'adversaire qui prendra le dernier.

   total impair — On prend les trois pions (3) et le total final devient pair.

   ...

   • reste 6
   total pair — (P), qu'on en prenne 2 ou 4, l'adversaire s'arrangera pour en laisser un seul.
   Si l'on en prend 1, 3 ou 5, l'adversaire prendra le reste.

   total impair — (5) On obtient un total pair et l'adversaire doit prendre le dernier.

   etc.

4. Les solutions du tableau se répètent par périodes de 12 colonnes. La situation est la même avec un reste de 1, 13, 25, 37, 49, etc. Alors, 1992, multiple de 12, aura la même solution que 12, et 1995 la même que 3.

   Avec 1995 pions, Francis, qui commence et qui a donc un total pair (0) en sa possession, gagne en prenant 2 pions. Mais encore faut-il qu'il ne commette pas d'erreur lors des coup suivants et qu'il ait toujours son tableau sous les yeux.

   En modifiant, dans les règles du jeu, le nombre de pions que chacun peut prendre, on peut trouver une situation répétitive de période 10, plus facile à mémoriser.

La revue des revues

TANGENTE

Publié par : Les Editions Archimède
Directeur de la publication :
Francis Dupuis
Comité de rédaction : Elisabeth Busser, Joseph Cesaro, Gilles Cohen, Francis Dupuis, Daniel Tenam, René Vellet
Adresse de la rédaction :
Les Editions Archimède,
5, rue Jean Grandel, F - 95100 Argenteuil
Destinataires :
Lycéens (élèves du secondaire II), tous les maîtres et amateurs de mathématiques
Dimensions : Format A4 (21x28)
Nombre de pages :
magazine 50 pages quadrichromie
Fréquence de parution :
8 numéros par an
Abonnements :
220 FF / 8 numéros, 380 FF / 16 numéros (+ 60 FF / an pour l'étranger), (réductions à partir de 2 abonnements)
Mode de paiement :
En France, par chèque bancaire ou postal.
A l'étranger, par mandat ou Eurochèque

Nous n'avions pas encore présenté la revue *TANGENTE* dans cette rubrique, ouverte il y a bientôt trois ans, car nous souhaitions donner la priorité aux publications destinées aux maîtres et élèves de l'enseignement obligatoire. Mais, de nombreux collègues de Suisse romande la connaissent bien et y sont abonnés depuis longtemps.

Le lancement de *TANGENTE*, en 1987 a peut-être paru ambitieux à certains : une revue destinée aux lycéens, en quadrichromie et à grand renfort de publicité, un style et une présentation en rupture avec l'uniformité et l'austérité de nombreuses publications mathématiques «classiques», des contenus interdisciplinaires, des actvités inédites, une volonté d'ouverture permettant à un public plus large d'accéder au monde des mathématiques.

Sept ans plus tard, il faut bien reconnaître que le pari a été tenu et que *TANGENTE* tient la route. La parution est régulière et va passer de 6 à 8 numéros par année ; le contenu est consistant, intéressant, varié ; le style s'est affirmé tout en restant plaisant et attractif; la présentation est d'un excellent niveau professionnel. L'arrivée d'un nouveau numéro est toujours un grand plaisir et, si l'on ne dispose pas du temps nécessaire pour s'y plonger immédiatement, on peut très bien le laisser sur un coin de table, pour les vacances prochaines, car *TANGENTE* ne vieillit pas. En huit ans, elle n'a pris aucune ride et ne semble pas prête à s'essoufler.

Pour donner une idée plus précise des contenus de la revue, voici quelques extraits des tables des matières de ses derniers numéros :

- Sous la rubrique *Passerelles*, on trouve des articles sur les rapports entre les mathématiques, la littérature, la poésie, la musique, la peinture. Dans le numéro 43, par exemple, les *Suites de Queneau* nous font découvrir, derrière l'auteur de *Zazie dans le métro* et des *Exercices de style*, un mathématicien amateur, au sens noble du terme, dont un texte important, *Sur les Suites S-additives*, a paru en 1972 dans le très sérieux *Journal of Combinatorial Theory*.

  Dans cet article, en quatre pages, Michel Criton permet au lecteur non seulement de se faire une bonne idée de la théorie des «suites de Queneau» mais encore de se mettre dans le rôle du chercheur et d'apporter son éventuelle contribution à la démonstration de l'une des nombreuses conjectures encore ouvertes à propos de ces suites. Pour le maître de mathématiques, il y a là une activité intéressante à la portée d'élèves du secondaire, moyennant quelques adaptations simples en fonction du degré de sa classe (voir encadré).

• La rubrique *Actions* traite des mathématiques en prise sur notre époque. Par exemple l'article : *Souvent saisons varient*, du numéro 41, qui aborde le problème des variations saisonnières dans les séries statistiques, en particulier celui des

Les suites non-additives (les plus simples des «suites de Queneau»)

Définition :

Une suite non additive (ou O-additive) est constituée de la façon suivante :

- On part d'une base de k nombres entiers strictement positifs rangés dans un ordre croissant $(a_1, a_2, a_3, \ldots a_k)$.
- On poursuit la construction de la suite en respectant la règle suivante : pour tout $n > k$, a_n est le plus petit entier supérieur à a_{n-1}, et ne pouvant pas s'écrire comme une somme de deux termes distincts de la suite, de rangs inférieurs à n.

Par exemple, en partant de la base (1, 6, 8), on constate que 9 ne peut pas figurer dans la suite car 9 = 1 + 8.
En revanche 10 y sera car il ne peut s'écrire comme une somme de deux termes distincts pris dans l'ensemble {1; 6; 8}. 11 n'y sera pas car 11 = 1 + 10. 12 y figurera car il n'est pas la somme de deux termes distincts de {1; 6; 8; 10}.
On obtient ainsi la suite : (1, 6, 8), 10, 12, 15, 17, 19, 24, 26, 28, 33, 35, 37, 42, 44, ...

En examinant les écarts entre les termes successifs:

termes :	1		6		8		10		12		15		17		19		24		26		28		33	...
écarts :		5		2		2		2		3		2		2		5		2		2		5		...

on voit apparaître, à partir d'un certain rang, les répétitions de 5, 2 et 2 et l'on constate que, à l'exception de 12, les termes appartiennent à trois progressions arithmétiques de raison 9 : 1 + 9p, 6 + 9p, et 8 + 9p.

Raymond Queneau a commencé par observer un certain nombre de suites non additives parmi les plus simples. La base (1,3), par exemple, engendre tout simplement la suite des nombres impairs, progression arithmétique de raison 2.

Puis il a démontré la périodicité des différences successives des suites non additives de bases (1, n) et (2; n). Pour d'autres valeurs du premier terme, et pour des bases plus compliquées, on conjecture que c'est toujours périodique, mais rien n'a pu être prouvé et le problème est toujours ouvert. Car ce n'est pas si simple ! Un chercheur américain a trouvé une base de six termes (3, 4, 6, 9, 10, 17) qui ne permet pas de trouver une période, après calcul par ordinateur de plus d'un million de termes.

Le lecteur est invité à étudier les suites de base (1, 2) et (1, 6) puis à démontrer que les différences sont bien périodiques, après d'éventuelles «perturbations» en début de la suite, dues à des termes en surnombre ou des termes manquants. Les passionnés de programmation peuvent aller plus loin.

«corrections qui gomment des chômeurs dès que le temps commence à fraîchir», ou le reportage du numéro 42 sur une initiative originale : une *Université mathématique d'été* pour collégiens, lycéens et étudiants.

- La rubrique *Histoires* reste l'un des points forts de *TANGENTE*. Norbert Verdier et Elisabeth Busser y ont présenté récemment : Gerbert d'Aurillac, alias Sylvestre II, «le pape qui savait tellement bien compter qu'il n'avait pas peur des chiffres arabes» et qui a largement contribué à leur introduction en Europe à la fin du 10e siècle (n°41) ; Gérard Desargues, un des fondateurs de la géométrie projective au 17e siècle (n°42) ; Claude-Alexis Clairaut, savant universel du 18e siècle dont les intérêts allaient de la prévison des comètes, à la mesure du méridien en passant par les équations différentielles (n°43).

- Avec *Jeux & Problèmes,* la revue apporte régulièrement son soutien à tous les rallyes et concours francophones qui se développent à un rythme soutenu. Chaque numéro présente plusieurs pages de problèmes et jeux et le numéro 44 propose, pour les vacances de 1995, des «heures de recherches passionnantes à brûler sur la plage».

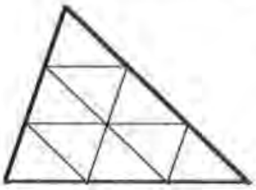
- La rubrique *Savoirs* se présente ainsi : «des maths buissonnnières, où les idées priment les calculs». Elle est très représentative de la conception de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques que *TANGENTE* cherche à développer, depuis sa création, auprès de ses lecteurs. Par exemple, J. Lubczanski y montre (n°43), avec son aisance habituelle, comment *Couper les cheveux en trois* par une jolie progression en trois petits problèmes qui plairont aussi sans doute aussi aux lecteurs de *Math-Ecole* (voir encadré)
et Benoît Rittaud (n°42) présente une manière plaisante d'apprivoiser *Le monstre de Cantor.*

D'autres rubriques encore, comme *Dossiers, Bricomath, Recherches,* complètent le menu de *TANGENTE* et en font un instrument qu'on devrait trouver dans toutes les bibliothèques de ceux qui s'intéressent aux mathématiques et à leur enseignement.

F.J.

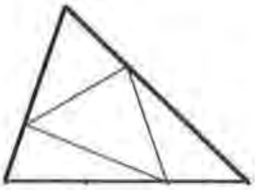
Trois questions identiques

Extrait de l'article *Couper les cheveux en trois* de J. Lubcsanski (*TANGENTE* n°43)



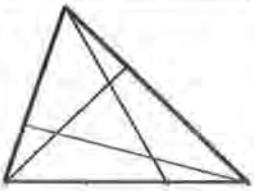
TRISECTIONS DANS UN TRIANGLE (1)

Chaque côté du grand triangle est partagé en trois parties égales. Calculer l'aire des petits triangles à partir de celle du grand.



TRISECTIONS DANS UN TRIANGLE (2)

Chaque côté du grand triangle est partagé en trois parties égales. Calculer l'aire du petit triangle à partir de celle du grand.



TRISECTIONS DANS UN TRIANGLE (3)

Chaque côté du grand triangle est partagé en trois parties égales. Calculer l'aire du petit triangle à partir de celle du grand.

Solutions en page 32.

CIEAEM 47

(Education) mathématique et sens commun.
Le défi du changement social et du développement technologique.

par André Scheibler, Aigle

Common sens, sens commun, bon sens répondent à des interprétations différentes, ce qui rend très délicat toute traduction, même si l'on se limite aux deux langues officielles de la *47e Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement mathématique*, qui vient de se dérouler à Berlin. Cependant, les organisateurs ont présenté, dans le document d'annonce, un remarquable travail d'approche de la notion de sens commun.

Le sens commun est basé sur l'évidence donnée par les cinq sens. Cette évidence est à considérer comme la base du raisonnement logique. C'est l'outil puissant de l'homme de Neandertal tout comme le contemporain de nos rues. Le sens commun est aussi le moyen par lequel un individu maintient ses revendications envers les autres et négocie l'équilibre entre elles.

Bien qu'historiquement, sens commun et mathématiques puisent à la même source, les exigences de ces dernières, rationalisme, universalité, les conduisent à s'éloigner du sens commun, voire à le traquer comme sempiternelle cause d'erreurs.

Se développe alors une mathématique du mathématicien, qui triomphe sur le plan technologique et dans ses exploitations sociales, mais qui, par la distance qu'elle prend vis-à-vis du sens commun, se place hors de portée du grand public.

Plusieurs questions se posent alors :

- Le sens commun doit-il (peut-il) effectivement être abandonné comme un instrument désuet, ou possède-t-il un caractère dynamique, qui l'adapte toujours et même très efficacement à toute nouveauté, toute avance technologique ?

- L'impressionnante efficacité du sens commun utilisé par un enfant, pour s'adapter à un système scolaire, mais aussi pour jongler très vite avec un grand nombre de défis technologiques contemporains ne devrait-il pas nous inciter à une reconsidération ?

- Le choix des programmes de mathématiques, les méthodologies choisies, ne sont-elles pas sous-tendues d'un sens commun qu'il faudrait exhiber ?

- De nouveaux logiciels éducatifs (enseignement programmé, LOGO, CABRI, calculatrice, etc.), en cherchant une convivialité toujours plus grande, ne font-ils pas appel à un certain sens commun ?

- Les bouleversements sociaux et politiques récemment vécus par différentes régions du monde ont modifié les exigences traditionnellement imposées à l'enseignement mathématique. Elles se portent alors vers des éléments plus proches de l'individu, dans un esprit démocratique. Comment les connaître et les contrôler ?

- Une nouvelle branche de la recherche en éducation mathématique se développe, en particulier, qui considère une intelligence basée sur la région, la culture et le social. Peut-on l'identifier au sens commun ?

* * *

Pour baliser cette semaine de réflexion, les organisateurs avaient fait appel à 4 conférenciers, dont voici un bref apercu des productions :

M. Philip Davis, Brown University, département des mathématiques appliquées, Providence, USA.

A l'aide de quelques exemples présentés avec beaucoup d'humour, Philip Davis démontre que les mathématiques se situent en fait comme des amphibies vivant entre le sens commun, soit un monde fait d'évidences, d'éléments concrets, d'intuition, et l'opposé du sens commun, monde du rationnel, du formalisme, de l'abstrait. Et la tension existant entre ces deux opposés est en fait source de créations.

Mme Rijkje Dekker, Université d'Amsterdam.

Mme Dekker a présenté l'évolution de l'éducation des mathématiques aux Pays-Bas, au travers de quelques portraits qui l'ont marquée. Si l'on disait aux élèves il y a 30 ans : «Oublie tout ce que tu sais, ici tu vas apprendre de nouvelles choses», la situation a aujourd'hui bien changé. Des problèmes issus de la vie quotidienne sont proposés aux enfants, à qui l'on demande de faire appel à leur bon sens. Mme Dekker a proposé quelques exemples, à différents degrés de la scolarité. En voici un, destiné à de futurs maîtres de mathématiques :

Sur l'image d'un château d'eau situé juste en dehors d'Amsterdam, l'artiste a représenté les ombres du soleil. Je sais que le cylindre et le cône s'ajustent parfaitement. Sa représentation est-elle correcte ?

Mme Juliana Szendrei, institut de formation des professeurs, Budapest.

Mme Szendrei a présenté de façon impressionnante dans quelle mesure les événements politiques récents de son pays ont touché l'enseignement des mathématiques. Ce dernier était pourtant bien développé à l'époque de la «douce dictature», parce qu'il pouvait facilement exclure toute question idéologique, ou alors, par jouerie, y trouver du renfort (les contradictions de la théorie des ensembles sont images du capitalisme). Mais les changements politiques du début des années 90 ont provoqué de lourds inconvénients :

- apparition de multiples systèmes scolaires (public et privés),
- création sauvage de moyens d'enseignement dont la rentabilité économique l'emporte sur la qualité pédagogique,
- changement très rapide des valeurs : l'argent supplante tout. Le savoir scolaire ne paie pas.
- survivance insidieuse de la méfiance vis-à-vis de toute forme de communication. Les années de dictature communiste pèsent encore fortement sur la liberté d'expression, celle que l'on voudrait justement exploiter dans l'éducation.

M. Alan Bishop, Monash University, Clayton/ Victoria, Australie.

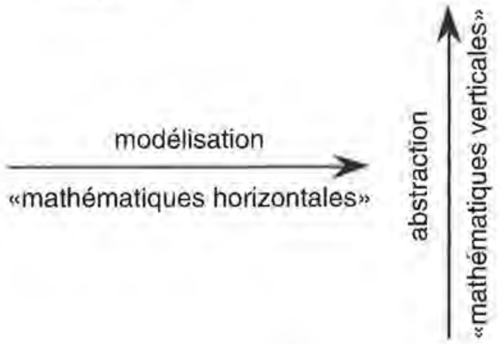
Alan Bishop a développé deux aspects dans sa présentation : d'une part la technologie de l'enseignement, avec son monde informatique, et d'autre part l'ethnomathématique, une exploration de la culture et des relations humaines dans ce qu'elles influencent l'enseignement des mathématiques. Ces deux aspects sont-ils en contradiction ? En compétition ?

Les quelques situations présentées ont bien montré tout l'intérêt qu'il y avait à rechercher des caractéristiques communes à ces deux mondes, et à tisser des liens entre eux.

* * *

Toute une série de présentations ont animé la semaine. Les organisateurs les avaient réparties à l'intérieur de 6 groupes de travail, dont les grandes lignes de réflexion avaient été proposées dès le départ. Il serait donc fastidieux de rendre compte de manière exhaustive du travail d'une telle ruche ! En voici donc seulement quelques flash :

- Faire faire des mathématiques, c'est rendre capables tous les élèves à un minimum de transfert entre sens commun et réflexion mathématique. Deux dimensions sont à considérer :



- Cela n'a pas de sens de parler de sens commun sans prendre en considération la dimension de la communication.

- Tout changement est une entreprise collective et ne doit pas être du ressort de l'enseignant seulement.

- Le développement technologique provoque un déphasage entre la société, où son implantation est très rapide et très forte (ce qui provoque d'une certaine façon une démathématisation de ses individus), et l'école qui ne suit pas, par mauvaise stratégie d'implantation, par manque d'analyses du phénomène, par une formation et une motivation insuffisantes des enseignants.

- Le sens commun peut être considéré comme l'organisation personnelle, ou sociale, des événements, sur un plan privé, ou sur le plan scolaire. Il faudrait s'assurer de la cohérence de ces différents niveaux.

- L'ordinateur est à exploiter comme intermédiaire créateur d'images mentales.

* * *

Les quelques 180 participants d'une telle rencontre savent bien qu'elle ne s'achèvera pas sur une conclusion définitive du sujet proposé. Ils savent bien également que leur enrichissement est venu tout autant si ce n'est plus des échanges personnels vécus tout au long de la rencontre. C'est la partie immergée de l'iceberg, dont il est exclu de rendre compte ici, mais qui assure les véritables progressions de l'enseignement des mathématiques dans le monde.

Echo du 47e congrès de la CIEAEM : un point de vue subjectif.

par Berthe-Hélène Balmer

Enseignant au degré primaire, pratiquant donc l'enseignement des mathématiques comme généraliste, je me suis pourtant rendue à Berlin cet été. L'attrait d'une cité en pleine mutation, l'intérêt du thème proposé, m'ont engagée à tenter l'expérience d'un congrès à un tel niveau. Les lignes qui suivent résument de ce fait les impressions d'une néophyte en la matière.

Tout d'abord, au plan théorique, j'ai vu mon champ de références renouvelé. J'ai constaté avec plaisir que les chercheurs en psychologie et didactique des mathématiques se préoccupent aussi du vécu de l'élève, des composantes affectives en jeu dans l'élaboration des connaissances, des aspects culturels et sociaux de toute situation d'apprentissage.

Ensuite, bien que le choix des présentations et ateliers ait été parfois un dilemme, j'ai pu apprécier la grande variété des expériences proposées et discutées. J'ai entre autres découvert toute la richesse de l'innovation en calcul mathématique dans les écoles néerlandaises. Quelle bonne mise à distance de sa propre situation d'enseignement que d'être confronté à des sensibilités culturelles différentes, à des points de vue divergents selon que l'on est enseignant, formateur ou chercheur ! En ce qui concerne plus précisément le thème «mathématiques et **bon sens**», termes qui rendent mieux en français le «common sens» anglais, il est presque réconfortant pour une institutrice de voir que l'on devient davantage conscient des processus cognitifs. A chaque niveau de l'enseignement, un concept mathématique ne s'élabore pas dans le vide mais au travers de multiples situations d'apprentissage plus ou moins gratifiantes. Chaque sujet tisse le réseau de ses connaissances à partir de son expérience de vie, de ses croyances, de ses attentes. Il est donc indispensable pour l'enseignant de se décentrer pour pouvoir comprendre ce que voit, observe, sent l'élève. Etablir des relations, saisir ce qui se passe, devient alors plus important pour faire évoluer un savoir que de tester l'apprenant !

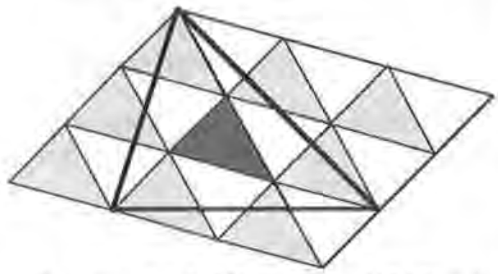
Enfin, dans le cadre de ce 47e congrès, les participants ont eu l'occasion de vérifier par eux-mêmes comment se crée un tissu de connaissances : au travers de langues différentes, de situations matérielles pas toujours familières, c'est un véritable travail que de saisir ce que veut dire l'autre, à quels contextes il fait référence, pour intégrer ensuite cet apport à son propre bagage. J'ai en tout cas retiré de cette démarche un incontestable enrichissement.

Solutions des **Trois questions identiques** (page 28)

1. D'après Thalès, les segments joignant les points de trisection sont parallèles aux côtés du grand triangle et partagent celui-ci en 9 triangles isométriques. L'aire d'un petit triangle est donc le 1/9 de celle du grand.

2. Chacun des triangles qui entoure le triangle central a une «base» égale aux 2/3 d'un côté du grand triangle et une hauteur correspondante égale au 1/3 de la hauteur parallèle du grand triangle. Chacune de ces trois aires vaut donc 1/3 x 2/3 = 2/9 de l'aire du grand triangle. Il reste, pour le triangle central : 1 - 3 x (2/9) = 1/3 du grand triangle.

3. Un pavage du plan par des triangles isométriques, réalisé comme dans la figure ci-contre, montre que le grand parallélogramme est constitué de18 pavés triangulaires isométriques au triangle central (foncé). Les trois parties de ce parallélogramme extérieures au grand triangle d'origine ont des aires respectives de 3, 2, et 6 «pavés». Il reste, pour le grand triangle, 18 - (3+2+6) = 7. L'aire du petit triangle vaut donc 1/7 de celle du grand.



Le «puzzle de Mikuzensk» (1943) qui donne une solution élégante au problème 3.
D'après H.S.M. Coxeter
Redécouvrons la géométrie

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole.* OUI - NON

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.* (tarifs en page 2 de couverture)

Nom et prénom : ☐Mme ☐M. ________________________________

Adresse (rue et numéro) : ________________________________

Localité (avec code postal) : __________ ________________________

Date : ____________________ Signature :

Veuillez me faire parvenir:

...... exemplaire(s) de ***Condorcet, moyens d'apprendre à compter sûrement***
(voir n°164) (Fr. 28.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) de ***«π»*** (Fr. 42.- l'exemplaire + port)

...... ***Mathématiques du Kangourou*** (Fr. 26.- l'exemplaire + port)

...... ***Actes de la 45e rencontre de la CIEAEM: «L'évaluation centrée sur l'élève»***
(Fr. 35.- l'exemplaire + port)

...... exemplaire(s) du ***Jeu de l'oie*** (IREM de Lorraine) (Fr. 8.- l'exemplaire + port)

Les Annales du Championnat international de jeux mathématiques et logiques

...... n°10 ***Le serpent numérique*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°11 ***Le pin's tourneur*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°12 ***Le trésor du vieux pirate*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°13 ***Le Roi des Nuls*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

viennent de paraître :

...... n°14 ***Le Singe et la Calculatrice*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

...... n°15 ***Le Sabre d'Aladin*** (Fr. 13.- l'exemplaire + port)

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7