Décembre 1995

34e année

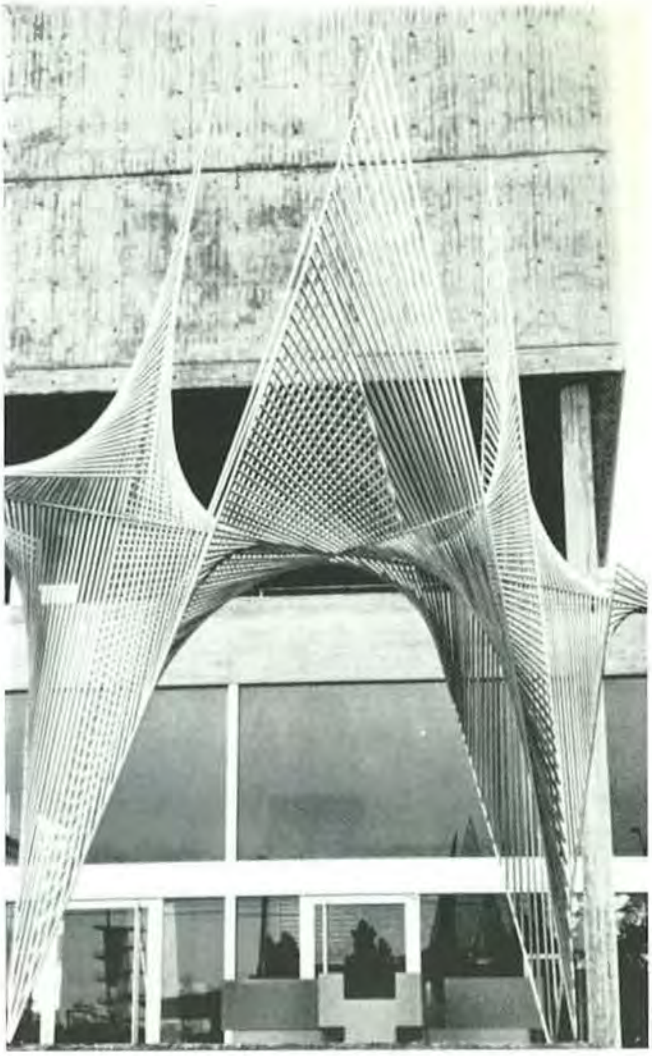
170

MATH ECOLE

Les n'ombres chinoises

Sens commun et concept de volume

Résolution de problèmes, une valse à trois temps



Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros): Suisse Fr. 20.- / Etranger Fr.S. 25.- CCP 12-4983-8

Prix au numéro : Fr. 5.-
anciens numéros : n°120 à 150 : Fr. 1.- / pièce (n°136 épuisé)
dès n°151: Fr. 3.- / pièce (n°152 et 153 épuisés)

Abonnements collectifs (livraison à une même adresse) :
de 5 à 9 Fr. 16.- par abonnement
de 10 à 50 Fr. 15.- par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande)

Pour toute correspondance ou information :
Rédaction de ***Math-Ecole,*** **Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**

(Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.)

MATH-ECOLE
34e année 5 numéros par an

170
décembre 1995

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
E.1A.I. Acier inoxydable, 1970
œuvre d'Angel Duarte
(U.S.U.A.G., Bienne)

Graphisme: François Bernasconi

Sommaire

Editorial

Interdisciplinarité

Dix-sept conférences, trois expositions, quatorze animations et un concert, c'est-à-dire trente-cinq manifestations, du 30 octobre au 15 décembre 1995, c'est le «Mois de la science»[1] de la Société des Enseignants Neuchâtelois Scientifiques (SENS).

C'est la conjonction de trois idées qui est à l'origine de cette impressionnante offre d'activités pour la région de Neuchâtel :

- développer et faire connaître la culture scientifique ;
- élargir le champ de ses amateurs et destinataires ;
- rechercher de nouvelles modalités d'action pour une vénérable association cantonale d'enseignants de disciplines scientifiques.

Il n'en fallait pas plus pour que mûrisse le projet d'une fête de la science organisée sur une journée, puis sur une semaine, et finalement, devant l'abondance des idées et l'enthousiasme de tous les intervenants, sur un très long mois.

Le thème devait être unificateur, pour permettre au physicien, au mathématicien, à l'historien, au musicien ou encore à l'archéologue de présenter quelques aspects de son travail, de ses réflexions, de ses recherches, de ses créations. Le nombre s'est imposé assez naturellement, puisque qu'il est présent chez chacun.

Le sigle de la société organisatrice n'est pas fortuit, ni innocent. Il y a bien une aspiration à **donner du sens** derrière tout ce qu'elle cherche à entreprendre.

[1] Le programme détaillé de ces manifestations était agrafé au numéro précédent (169) de *Math-Ecole*.

L'**interdisciplinarité** est évidente puisqu'elle est mentionnée explicitement dans les idées de départ.

Le **principe de synergie** est l'élément clé de tout l'édifice : les instituts universitaires ont des colloques réguliers, un musée d'histoire naturelle est conçu pour accueillir des expositions, une bibliothèque recèle des trésors sur ses rayons les plus profonds, une école a des maîtres dont une des tâches est de faire connaître leur discipline. Il suffit d'accepter d'ouvrir les portes, d'accueillir un public élargi pour que, dans le cas présent, le nombre sorte de son ombre.

Le résultat : le nombre est maintenant beaucoup plus vivant chez tous ceux, et ils sont nombreux, qui ont participé à l'une ou l'autre des activités proposées.

Il apparaît dans les fugues de l'offrande musicale, sous forme de rythmes, de répétitions. Chez les plantes, il est dans la disposition des feuilles, des pétales. Les graines d'une fleur de tournesol sont ordonnées selon des spirales régies par les nombres de la suite de Fibonacci. Le nombre d'or est aussi présent en architecture, de Phidias au Corbusier. Le Liber Abacci est le produit de l'influence de la civilisation arabe sur le développement scientifique en Europe. Les nombres dits «parfaits» étudiés par Pythagore, Euclide, Euler, n'ont pas encore révélé tous leurs secrets aux mathématiciens d'aujourd'hui. Ces derniers s'intéressent aux nombres p-adiques qui ne sont pas étrangers aux fractals, ...

L'interdisciplinarité, ce n'est pas un vain mot, pour peu qu'on lève le nez de ses préoccupations quotidiennes, qu'on regarde ou qu'on écoute ce que les autres ont à nous faire partager.

François Jaquet

Les n'ombres chinoises

les débuts de la réflexion mathématique en Chine ancienne (1ère partie)

par Jean-Paul Reding, Université de Zürich

INTRODUCTION

Quelques explications, d'abord, sur le titre[1] énigmatique : il ne s'agira pas d'explorer les zones d'ombres qui persistent dans les mathématiques chinoises - il ne s'agit pas davantage du nombre dans le théâtre d'ombres chinois. Les ombres dont nous parlerons sont celles que la culture chinoise ancienne et médiévale ne cesse de projeter sur la nôtre. Les sciences et les techniques chinoises ont, en effet, éclipsé pendant un bon millénaire (du 4e au 14e siècle de notre ère) les performances occidentales dans ce domaine.

Si l'on essaie de faire le bilan de ce que l'Occident doit à la civilisation chinoise, on pense d'emblée, bien entendu, aux trois grandes inventions que sont l'imprimerie, la poudre et la boussole[2]. La recherche de ces cinquante dernières années - principalement celle de Joseph Needham et de son équipe à Cambridge - a montré que cette liste est probablement beaucoup plus longue, et comporte plusieurs éléments tout à fait inattendus. Inattendus dans la mesure où beaucoup de découvertes chinoises ont contribué à façonner l'aspect de *notre* réalité sociale, institutionnelle et technique au-delà de tout ce que l'on a pu imaginer jusqu'à maintenant.

Jusqu'au quinzième siècle de notre ère, la supériorité technologique et scientifique de la Chine sur le monde occidental a été évidente, même si nous - et les Chinois aussi - ne le savions pas. Le Moyen Age occidental n'aurait pu qu'admirer le haut niveau de la médecine et de la phytothérapie chinoises, auxquelles nous nous intéressons de plus en plus. Dans le même ordre d'idées, il faut encore mentionner l'alchimie, qui a permis aux Chinois la découverte de la porcelaine. De même, l'agronomie et la pédologie, ou la connaissance des sols, ont été beaucoup mieux développées qu'en Occident. N'oublions pas, bien entendu, la sériciculture, la culture de la soie, importante également par les connaissances qui ont transité par la fameuse route de la soie[3].

Joseph Needham a aussi montré que la Chine a légué à l'Occident d'autres découvertes capitales : celle de l'échappement en horlogerie[4], par exemple. Le principe de l'échappement, en effet, était connu en Chine dès le VIIIe siècle de notre ère. C'est vers la fin du XIe siècle que nous trouvons les premiers mécanismes d'horlogerie à échappement en Chine. Mais les horloges, en Chine, ne jouent un rôle qu'en astronomie. Le principe de l'échappement - dont le prototype chinois a été de type hydraulique - a ensuite été transféré en Occident, et aboutit, après plusieurs siècles de gestation,

---

1 Conférence prononcée le 30 octobre 1995 dans le cadre du *Mois de la science*, organisé par la Société des enseignants neuchâtelois en sciences (SENS).

2 Francis Bacon, *Novum Organum*, livre I, aphorisme 129 dit encore que leur origine est obscure, mais que, néanmoins, elles ont changé la face du monde comme aucune autre invention.

3 Cette voie commerciale passa à travers le Turkestan et la Perse, pendant un bon millier d'années (2e s. avant notre ère au 9e s. après).

4 Le principe de l'échappement est d'assurer un mouvement uniforme à une roue en découpant en intervalles de durée égale la vitesse d'un train d'engrenages actionné par un poids, un ressort ou toute autre force agissante.

à la notion d'horloge individuelle, ou de montre. En Europe, il fallait ainsi attendre le XVIIe et le XVIIIe siècle pour rattraper et dépasser les Chinois, et permettre à nos Bovet de Chine d'importer leurs fameuses paires de montres.

Et, soit dit en passant, la Chine a également inventé un autre instrument, sans lequel la Suisse ne serait pas tout à fait ce qu'elle est - l'arbalète.

C'est encore de la Chine que vient le harnais efficace - celui qui tire sur l'épaule de l'animal - et qui remplace alors avantageusement le harnais à sangle de l'Occident médiéval. L'étrier est également une découverte chinoise, de même que la courroie de transmission, la manivelle, le bateau à roue à aubes, la brouette et ... les spaghettis.

Ensuite, si nous quittons le domaine artisanal, nous pouvons noter que la bureaucratie est également une invention chinoise. Ses principes sont énoncés dès le quatrième siècle avant notre ère ; les critères du recrutement et du contrôle des fonctionnaires sont déjà clairement établis. Les notions de portefeuille, de contrôle administratif, de fonction sont acquises. C'est encore à la Chine que nous devons le système des examens, qui servaient précisément à recruter des fonctionnaires et non à traumatiser de jeunes âmes sensibles. Toute personne se destinant à une carrière officielle, en effet, devait passer par les examens impériaux, et les aspirants s'y préparaient pendant plusieurs années.

C'est également en Chine ancienne (4e siècle avant notre ère) que nous assistons au développement des premières universités - ou Académies. Ces vastes cités du savoir, qui abritaient plusieurs centaines voire milliers d'érudits étaient censées réfléchir aux meilleurs moyens pour gouverner le pays, mais toute participation active à la vie politique leur avait été sagement interdite. Nous y trouvons aussi, pour la première fois dans l'histoire de l'humanité, ce qu'on a pris coutume d'appeler la médecine légale[1].

Une telle énumération de hauts faits techniques et culturels étonne, et la question qui se pose est évidemment celle-ci :
«... pourquoi la science moderne, comme mathématisation d'hypothèses relatives à la nature, avec toutes ses implications dans le domaine de la technologie avancée, fait-elle une ascension rapide *seulement* en Occident, à l'époque de Galilée ?»[2]

A cette question fait pendant une autre question : «pourquoi, entre le IIe siècle avant notre ère et le XVIe de notre ère, la culture de l'Est asiatique a-t-elle appliqué avec beaucoup *plus* d'efficacité que l'Occident européen la connaissance humaine de la nature à des fins utiles ?»[3]

Mais on peut poser également une troisième question, plus profonde et plus embarrassante : «comment cela se fait-il qu'une grande civilisation comme celle de la Chine n'ait pas été bouleversée comme celle de l'Occident par la découverte et la possession d'une telle quantité d'instruments de domination et de destruction?»

La réponse à ces questions ne pourra naître que d'une étude minutieuse des conditions sociales, économiques et politiques ayant prévalu à l'Est et à l'Ouest, étude à peine commencée. Toujours est-il que les découvertes scientifiques et techniques chinoises se sont déversées, comme J. Needham se plaît à nous le rappeler, dans le grand océan de la science oecuménique et

[1] Les crimes que doit examiner le fameux juge Ti, rendu populaire par la plume d'un diplomate sinisant, Van Gulik, sont souvent commis en tenant compte des possibilités d'examen dont disposait, à l'époque Ming, un bon médecin légiste.

[2] J. Needham, *Misères et succès de la tradition scientifique chinoise*, in : *La science chinoise et l'Occident*, Paris : Seuil, 1973, p. 11.

[3] J. Needham, *op. cit.*, p. 11.

notre culture scientifique contemporaine aurait certainement pris une toute autre forme si elle n'avait pas reçu l'apport de l'Orient, non seulement chinois, mais également indien et musulman.

Nous commençons à nous apercevoir aujourd'hui, beaucoup mieux qu'auparavant, du cheminement du savoir depuis l'Antiquité. L'opinion traditionnelle, qui veut que notre patrie scientifique se trouve en Grèce, et que son savoir nous ait été transmis à travers le monde arabe sans en avoir bénéficié beaucoup, est intenable aujourd'hui[1].

Il est non moins évident que toutes ces découvertes et inventions de la Chine ancienne et médiévale auraient difficilement pu être mises en valeur sur un arrière-fond mathématique médiocre. Et on peut dire sans hésitation que la Chine a aussi été, comme toutes les autres grandes civilisations, une civilisation du nombre.

Plusieurs raisons peuvent nous l'expliquer :

1. En premier lieu, il faut mentionner l'astronomie. Les Chinois calculaient les solstices depuis l'Antiquité ; ils étaient passés maître dans la science du calendrier ;

2. une deuxième source aura pu être, comme en Egypte, l'arpentage ;

3. en troisième lieu, les Chinois ont depuis toujours appliqué la statistique, pièce maîtresse de la gestion administrative et bureaucratique mise en place dès le milieu du -4e s.;

4. la Chine a possédé de tout temps de brillants ingénieurs et artisans, qui avaient l'habitude d'entreprendre de grands travaux publics : endiguement, canalisation, construction de ponts. De telles activités sont inimaginables sans le secours des mathématiques.

Malgré toutes ces conditions favorables, nous ne trouvons pas en Chine l'idée de la mathématisation de l'univers, c'est-à-dire la croyance inconditionnelle que tous les aspects de la réalité sont structurés par les nombres et contrôlables par eux. Cet aspect est typique de l'esprit grec ainsi que de la Renaissance occidentale et est à la base du devenir de la science et de la technique modernes. La Chine n'a donc jamais été, comme les Grecs, opposée au choc de la découverte de grandeurs mathématiques irrationnelles, comme par exemple π.

En Chine prévaut certes également une idée très forte de la régularité des phénomènes cosmiques ; mais cette régularité est patente, ouverte ; on en est convaincu d'avance, et on ne se sent pas obligé de la démontrer. Il ne faut pas des expériences et des hypothèses pour *contraindre* cette régularité à s'exhiber. Dans sa deuxième préface (1787) à la *Critique de la raison pure*, le philosophe allemand Emmanuel Kant a très bien décrit l'essence de la méthode expérimentale propre à l'Occident. Il l'explique à peu près en ces termes : la raison doit se comporter face à la nature non pas comme un élève face au maître, mais comme un juge face à des témoins, un juge qui *«force les témoins à répondre aux questions qu'il leur pose»*. Voilà une attitude que l'on ne trouve pas du tout en Chine ancienne et médiévale. Le savant chinois n'est pas quelqu'un qui cherche à arracher des secrets à la nature.

On chercherait également en vain un quelconque exotisme dans les mathématiques chinoises. Les mathématiques chinoises sont résolument tournées vers des applications, et ce n'est pas un hasard si le record de décimales exactes pour π a été

[1] Voir, à ce sujet, le tableau de diffusion des connaissances mathématiques proposé par G.G. Joseph, *The crest of the peacock : non-European roots of mathematics*, London ; New-York : Tauris, 1991, p. 10.

tenu par les Chinois pendant un millénaire et demi. «Dans les manuels mathématiques médiévaux européens, les problèmes étaient, pour l'essentiel, imaginaires, tandis qu'en Chine ils provenaient de situations de la vie de tous les jours.»[1] Nous en verrons plusieurs exemples par la suite.

Il faut insister, cependant, sur le fait que l'histoire des mathématiques en Chine, même si elle est connue dans ses grandes lignes, reste à explorer pour les détails. La production a été immense : les spécialistes estiment à un millier le nombre de traités mathématiques écrits en Chine, sans compter les commentaires.

Les mathématiques occidentales arrivent en Chine vers la fin du 16e siècle, par l'intermédiaire des jésuites. Elles auront un impact assez grand à cette époque, mais pour une raison très particulière. Les Chinois sont émerveillés surtout par la science du calendrier occidental, le seul domaine où ils pouvaient, à ce moment, vraiment apprendre quelque chose des Occidentaux. Les jésuites étaient loin de l'ignorer, et ils comptaient là-dessus pour faire avaler aux Chinois la pilule du christianisme qu'ils savaient amère. L'entreprise, comme nous le savons aujourd'hui grâce aux nombreuses lettres des premiers missionnaires jésuites, n'allait pas dans le sens prévu par les autorités ecclésiastiques, et quelques-uns des meilleurs jésuites étaient bientôt plus influencés par les Chinois que leur foi ne pouvait le tolérer !

Or la supériorité occidentale dans la science du calendrier ne reposait pas sur l'appareil mathématique, mais plutôt sur le modèle astronomique sous-jacent. L'univers chinois, en effet, a toujours été conçu comme géocentrique, avec une terre plate ; l'accent a toujours été mis sur l'observation[2], jamais sur la modélisation hardie de la mécanique céleste en cercles et ellipses.

Après ce panorama introductif, tournons-nous à présent vers les mathématiques proprement dites, et commençons par le début, à savoir le système de numération.

1. LE SYSTÈME DE NUMÉRATION

Le système de numération chinois remonte à la seconde partie du deuxième millénaire avant notre ère. Il est donc tout aussi ancien que l'écriture chinoise elle-même. Les plus anciennes traces que nous possédons de ce système sont celles que l'on trouve sur les os et les écailles de tortue, de la dynastie des Shang (1600 à 1066 avant notre ère). Ces écailles de tortue étaient utilisées à des fins divinatoires. Avant toute entreprise importante, le prince avait coutume de consulter l'oracle. Pour ce faire on perçait un ou plusieurs trous dans une écaille de tortue, et on la mettait dans le feu. Les craquelures qui s'y produisaient étaient alors interprétées par des devins. Ces parties de carapaces de tortue, découvertes à la fin du siècle passé seulement, étaient d'une importance capitale, puisque la question posée à l'oracle, ainsi que la réponse donnée, étaient gravées sur ce matériau. Ces écailles de tortue, que l'on a ensuite trouvées par dizaines de milliers, sont non seulement des documents culturels, mais également linguistiques de la plus haute importance.

Le système de numération utilisé sur ces écailles et os de tortue est déjà remarquablement constant et unifié. Il utilise un total de treize signes :

[1] J.-C. Martzloff, op. cit., citant U. Libbrecht, *Chinese mathematics in the thirteenth century*, ch. 23, p. 416 ; traduit par Martzloff, p. 48.

[2] A tel point que les données astronomiques chinoises sont, pour les périodes anciennes, c'est-à-dire l'Antiquité et le Moyen Age, les seules utilisables aujourd'hui.

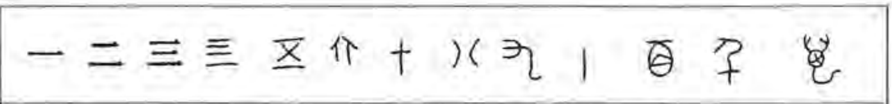
époque Shang -1500													
forme classique	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
prononciation	yi	er	san	si	wu	liu	qi	ba	jiu	shi	bai	qian	wan
équivalent	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

Fig. 1 Le système de numération chinois

Notez en passant que le Chinois ne connaît pas de signe particulier pour marquer le million. Un million se dit simplement 100 x 10000 (*baiwan*) ; dix millions se dit alors 1000 x 10000, ce qui fait le désespoir des traducteurs. Plus tard, un signe particulier pour noter la valeur de 100 millions *(yi)* fut introduit.

Le système standard d'écriture des nombres s'est stabilisé vers 200 avant notre ère déjà et n'a plus changé depuis.

Comparé à celui des autres vieilles civilisations, le système de numération des Chinois est en avance, grâce à sa simplicité et à sa systématicité. C'est un système décimal, qui de plus avait saisi l'importance du zéro, marqué simplement par un espace vide, et non encore par un symbole le dénotant expressément.

Les premiers mathématiciens chinois, cependant, se sont servis, dès le milieu du premier millénaire avant notre ère, d'un autre système, parent - donc également décimal - mais adapté spécifiquement au maniement scientifique des nombres.Cette notation à usage des mathématiciens utilise seulement 9 symboles - les chiffres de 1 à 9 - et représente également le zéro par l'absence ou la place vide.Les chiffres cependant sont représentés par des bâtons ou des baguettes posés horizontalement ou verticalement.

On commence par se donner deux manières graphiquement distinctes, mais symétriques d'écrire les chiffres de 1 à 9. Voici les deux séries :

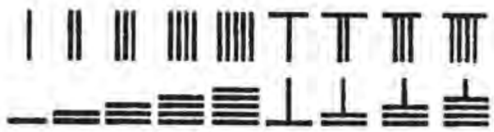


Fig. 2 Le système de numération mathématique chinois

Ce système de numération est basé sur deux principes :
1) la position et le rang des chiffres
2) l'alternance

Les valeurs de base qui seront notées sont les suivantes :
- les unités (vertical)
- les dizaines (horizontal)
- les centaines (vertical)
- les milliers (horizontal)
- les dizaines de milliers (vertical)

Les symboles de la première série (les verticaux) sont donc utilisés pour noter les unités, les centaines, et les dix mille ; les symboles de la deuxième série (les horizontaux) sont utilisés pour noter les dizaines et les milliers. Les deux séries se combinent ainsi, par simple alternance, dans l'écriture des nombres.

Pour écrire 8947, on écrit, en commençant depuis la droite 7 vertical (unité), puis 4 horizontal (dizaine), puis 9 vertical (centaine), puis 8 horizontal (millier), en alternant donc toujours les horizontaux et les verticaux.

Pour écrire 8907, on écrit, en commençant depuis la droite 7 vertical (unité), puis on laisse un espace vide pour marquer l'absence des dizaines, puis on écrit 9 vertical (centaine) et enfin 8 horizontal (millier). Exemple:

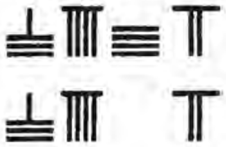


Fig. 3 Exemples de numération chinoise

Il n'y a donc pas encore, en Chine ancienne, de symbole pour le zéro. Néanmoins, le zéro se traduit dans ce système par une place vide, et, également, par une anomalie dans le système d'alternance, dans le sens que deux séries identiques (deux horizontales ou deux verticales) se suivent.

Il n'est pas besoin d'insister, je crois, sur l'importance de la relation entre le progrès mathématique et le système de numération. La Chine antique y était presque arrivée ; un millénaire avant que le symbole pour le zéro naisse en Inde vers le 8e s. de notre ère.

Le système de numération chinoise laisse la place du zéro vacante, et cette place vide, ce trou dans l'écriture, fait directement référence aux calculs sur une grille virtuelle, appelée également «surface à compter» et cela nous amène à notre deuxième point, les méthodes de calcul.

2. LES MÉTHODES DE CALCUL

Le mathématicien chinois, vous l'aurez deviné, se déplace avec sa tête et ses baguettes. Après, n'importe quelle surface plane peut lui servir de support pour ses calculs.

Les opérations mathématiques elles-mêmes sont grandement facilitées par cette représentation des chiffres et des nombres. En effet, le système que nous venons de voir n'était pas destiné à être écrit, mais plutôt à être représenté au moyen de groupes de baguettes, posées tantôt dans le sens vertical, tantôt dans le sens horizontal. Il est hautement probable, enfin, que les mathématiciens se servaient de grilles, soit virtuelles, soit expressément marquées, pour délimiter un espace entre chaque nombre.

Le fameux boulier chinois n'est utilisé en Chine que depuis le 16e siècle de notre ère et n'est vraisemblablement même pas d'origine chinoise.

Beaucoup d'opérations mathématiques différentes pouvaient être effectuées au moyen de ces baguettes : outre les opérations arithmétiques simples, comme l'addition ou la division, on utilisait également les baguettes pour l'extraction de racines carrées et même cubiques. On pouvait aussi représenter des systèmes d'équation, comme nous le verrons dans un instant. Les nombres négatifs étaient simplement représentés par des baguettes de couleurs différentes. Les baguettes sont en fait à la fois une représentation graphique du système de numération et un instrument de calcul manuel. Le mathématicien ajoutait ou enlevait des baguettes, les déplaçait d'une case dans une autre, selon les règles de calcul qu'il suivait.

Voici, en utilisant cette méthode, un exemple de multiplication. Afin de simplifier notre présentation, nous allons mettre des chiffres arabes. Multiplions 147 par 387.

			3	8	7
			1	4	7

Fig.4 La multiplication

Les lignes centrales sont laissées vides; elles servent à noter des résultats intermédiaires.

La première opération consiste à multiplier 147 par 3. Notez que, pour ce faire, 3 et 7 sont placés dans la même colonne. Le résultat intermédiaire 441 est noté dans la ligne médiane.

			3	8	7
4	4	1			
	1	**4**	**7**		

Ensuite, c'est au tour de 8. Le résultat (8 x 147 = 1176) est à nouveau reporté dans la ligne médiane. Les multiplicateurs ayant déjà fait leur travail sont laissés de côté lors de l'opération suivante.

				8	7
4	4	1			
1	1	7	6		
		1	**4**	**7**	

La troisième étape se fait de manière analogue : 7 x 147 = 1029.

					7
4	4	1			
1	1	7	6		
	1	0	2	9	
			1	**4**	**7**

A chaque fois, le multiplicande est décalé d'une case. A la fin, les trois lignes médianes sont additionnées :

4	4	1			
1	1	7	6		
	1	0	2	9	
5	6	8	8	9	

Quelques textes littéraires ont décrit des mathématiciens durant leur travail, et tous leurs auteurs ont été étonnés par la rapidité avec laquelle s'effectuaient ces opérations, de sorte que les baguettes, comme il est dit, avaient l'air de voler.

Les chiffres en baguette ont connu un essor remarquable et pouvaient s'adapter à de nouvelles tâches. Ainsi, pour représenter des nombres négatifs, on utilisait des baguettes de couleur différente : noir pour les nombres positifs, rouge pour les négatifs. Plus tard, au tournant du premier millénaire, on s'en servait pour représenter des systèmes d'équation entiers.

Il était également possible de résoudre, au moyen de cette méthode des baguettes, des équations à deux, voire trois inconnues, et même des équations indéterminées. Le calcul avec les baguettes est important pour le développement de l'histoire des mathématiques chinoises, puisque chaque progrès signifie également une nouvelle manière de manier les baguettes. L'avantage des chiffres en baguette est justement qu'il y a toujours une correspondance rigoureuse et sans équivoque entre le symbolisme et les nombres manipulés. Ainsi, un 5 (représenté par une seule baguette horizontale) était échangé contre 5 baguettes verticales si les calculs l'exigeaient.

Le problème suivant se trouve énoncé par un des plus anciens traités de mathématiques chinoises, le *Jiuzhang suanshu*, du 1er siècle avant notre ère.

> *2 bœufs et 5 moutons valent 8 taels (unité de monnaie) ; 5 bœufs et 2 moutons valent 10 taels. Combien valent respectivement un bœuf et un mouton ?* [1]

Fig. 5 Exemple d'équation à deux inconnues

[1] Cité d'après J.-C. Martzloff, *Histoire des mathématiques chinoises*, p. 240.

L'énoncé du problème se note de la manière suivante :

gauche	droite	
2	5	bœufs
5	2	moutons
8	10	prix en taels

On commence par multiplier le premier chiffre de la colonne de droite par chaque valeur de la colonne de gauche, donc 5x2, 5x5, 5x8, et on réécrit de cette manière la colonne de gauche (= gauche') ; après cela, on exécute, symétriquement, la même opération en partant cette fois-ci de la première valeur de la colonne de gauche (2x5, 2x2, 2x10), ce qui nous donnera la nouvelle colonne droite' :

gauche'	droite'
10	10
25	4
40	20

Ensuite, on soustrait les valeurs de droite' de celles de la gauche' (10-10, 25-4, 40-20) pour obtenir une nouvelle colonne gauche'' ; la colonne droite' reste, pour le moment, inchangée :

gauche''	droite'
	10
21	4
20	20

Ensuite, on recommence les multiplications, en prenant cette fois-ci la deuxième valeur de la colonne de droite (4x21, 4x20), ce qui donnera gauche''' ; puis la même opération, symétriquement à gauche (21x10, 21x4, 21x20), ce qui donne droite'' :

gauche'''	droite''
	210
84	84
80	420

Après les soustractions de droite'' de gauche''' (0-210, 84-84, 80-420), on arrive au résultat suivant, avec une nouvelle droite''' et une gauche''' inchangée :

gauche'''	droite'''
	- 210
84	
80	- 340

Maintenant, une simple division des deux valeurs de gauche et de droite amène au résultat final :

1 mouton vaut 80/84 taels, c'est-à-dire après simplification 20/21 taels ;

1 bœuf vaut 340/210 taels, c'est-à-dire 34/21 taels.

Pour vérification : 5 bœufs valent 170/21 taels ; 2 moutons 40/21 taels, donc en tout 210/21, c'est-à-dire 10 taels.

On a donc bien ici affaire à une forme d'algèbre, que l'on écrit chez nous :

$$5x + 2y = 10$$
$$2x + 5y = 8$$

En fait, les mathématiciens chinois ont trouvé ici une sorte d'algorithme. Comme cet art est ancré dans la technique des baguettes, un historien des mathématiques chinoises a trouvé pour lui l'expression d'*algèbre instrumentale*[1].

(suite dans le prochain numéro)

[1] Cité d'après J.-C. Martzloff, *Histoire des mathématiques chinoises*, p. 242.

Résolution de problèmes, une valse à trois temps

par Joane Allard, vice-présidente de l'APAME [1]

Mise en garde. Cet article propose un scénario d'intervention au personnel enseignant afin de faciliter l'activité de résolution de problèmes. Ce n'est pas un modèle en résolution de problèmes tel que présenté dans le fascicule K du ministère de l'Education.

Face à un ou plusieurs énoncés de problèmes, des regards... des regards hagards, des questions... de multiples questions... Que peut-on offrir aux élèves pour surmonter ce déséquilibre ? Comment aider les élèves à vaincre cette angoisse ?

Les visites faites en classes de première à sixième année, les animations réalisées autour de l'activité de résolution de problèmes m'ont amenée à mieux cerner certaines étapes lors de l'activité de résolution de problèmes et à ressortir l'importance de chacune et les liens qui doivent exister entre elles.

Trois temps [2]

L'appropriation du problème, premier contact avec l'énoncé du problème : la lecture, l'audition, l'observation,... en vue de mieux comprendre et de mieux saisir tout son sens. C'est la première activité mentale en résolution de problèmes. Elle vise le «quoi faire» (ce qui est demandé dans l'énoncé) et le «comment faire» (ce qui permettra de trouver une solution).

La recherche d'une solution, le cœur de l'activité mathématique. L'élève doit choisir et traiter les données afin de satisfaire les exigences de l'énoncé. Il doit faire appel à ses connaissances mathématiques ou autres. Il doit faire des liens avec l'activité d'appropriation et utiliser ses connaissances sans perdre de vue le but à atteindre.

La communication de la solution, étape où l'élève doit discerner parmi les activités précédentes ce qui est pertinent pour la compréhension de sa solution, lors de la communication écrite ou orale.

Chacune de ces étapes est importante et aucune ne doit être négligée. Ainsi, pour chacune d'elles, l'élève s'approprie par une démarche active les éléments et les stratégies qui lui permettent de devenir de plus en plus habile. Dans cette optique, il faut prévoir, à chaque étape, un temps d'observation et d'auto-observation, une prise de conscience des gestes posés, une prise de contact avec des outils, et des pistes, une période d'entraînement pour devenir de plus en plus habile.

Lors de mes visites en classe, j'ai fait plusieurs observations qui m'ont amenée à prendre conscience de l'importance que l'on doit accorder à l'étape de l'appropriation du problème, à me questionner sur les pistes offertes aux élèves afin de les aider à comprendre l'énoncé. En général, on compte sur l'expérience antérieure que possèdent les élèves en situation de résolution de

[1] Association des Promoteurs de l'Avancement de la Mathématique à l'Elémentaire (Québec). Cet article a été publié dans *Instantanés Mathématiques*, volume XXXII numéro 1, 1995. Nous remercions l'APAME de nous permettre sa reprise pour les lecteurs de *Math-Ecole*.

[2] L'avant, le pendant et l'après du scénario d'apprentissage est ici évident. Rappelons-nous que chaque temps a lui aussi ses trois étapes.

problèmes. Le peu de temps que l'on réserve à cette étape se limite dans bien des cas à lire et à relire... Toutefois suite à de nouvelles observations lors de visites en classe, des témoignages d'enseignantes qui m'ont observée et qui me disent :

- «Je n'insiste pas assez sur cette étape.»
- «C'est là que je vais trop vite.»
- «J'ai l'impression de perdre mon temps.»

On peut voir beaucoup de différences chez les élèves qui recherchent une solution selon que l'étape d'appropriation a été riche ou non. En particulier au premier cycle et même en 6e.

Premier temps de la valse, le rythme...
L'appropriation

Une lecture et une relecture du problème est trop souvent la seule activité proposée aux élèves. On passe à la recherche d'une ou de plusieurs solutions avec ce maigre bagage, avec l'illusion que les élèves comprennent l'énoncé. C'est à ce moment que plusieurs questions surgissent, que les blocages apparaissent, que le déséquilibre est grand. C'est à ce moment que les élèves tirent sur votre manche de gilet, prononcent sans arrêt votre prénom, ne semblent pas autonomes, ne savent plus par où commencer. C'est à ce moment que vous trouvez que c'est lourd la résolution de problèmes, que les élèves ne sont pas capables et que vous prenez la décision d'en faire de moins en moins, ou autrement ou quand les élèves seront plus...

Quels sont les pistes et les outils pour aider l'élève à mieux comprendre l'énoncé du problème, à mieux s'approprier l'énoncé ? Pour amener les élèves à se donner des pistes, à utiliser des outils, à construire ses référentiels.

Des pistes et des outils pour l'appropriation du problème, des outils qui s'adressent au personnel enseignant et à l'élève, pourquoi ? Le but visé n'est pas seulement d'amener l'élève à mieux s'approprier un énoncé et à mieux cerner le problème. Les activités proposées doivent de plus viser à ce que les élèves apprennent à se construire des référentiels, qu'ils puissent les utiliser dans d'autres domaines à l'école et dans diverses situations de la vie. L'école primaire doit poursuivre un objectif de formation générale : permettre le transfert des apprentissages dans le quotidien.

Que l'on propose des modèles, plusieurs... des modèles qui évolueront en cours d'année suite aux recommandations faites par les élèves ; que l'on affiche dans la classe ces modèles, qu'ils soient réduits afin que l'élève les place dans ses cahiers. Ces modèles doivent avoir été élaborés à partir d'une prise de conscience de gestes en situation de résolution de problème.

Des pistes pour l'appropriation

Les objectifs poursuivis lors d'activités sur l'appropriation de l'énoncé peuvent ressembler à :

- distinguer les difficultés de lecture des difficultés en mathématiques ;

- s'habituer à utiliser des outils de référence pertinents : le dictionnaire, le lexique mathématique, etc. ;

- s'habituer à distinguer dans un énoncé ce qui est pertinent pour réaliser la tâche ;

- débuter le travail de traitement des données et de la sélection des stratégies ;

- etc.

Suggestions d'activités

En collectif

Lecture collective des énoncés par un élève, l'enseignante ou l'enseignant fait une deuxième lecture (en particulier au premier cycle).

Variante : avant la deuxième lecture, l'enseignante ou l'enseignant donne une tâche aux élèves, une intention d'écoute :

- souligner les mots inconnus ;

- souligner les mots mathématiques ;

- souligner la question ;

- je te questionnerai sur les personnages, sur l'action... ;

- je m'intéresse à l'histoire, tu devras me raconter dans tes mots ;

- je m'intéresse aux stratégies, tu devras me nommer les stratégies que tu penses efficaces pour solutionner le problème ;

- tu devras indiquer si pour toi ce problème est facile, moyen ou difficile ;

- tu devras indiquer si tu aimes ce problème ;

- etc.

En équipe

On reprend les mêmes activités, l'équipe doit en arriver à un consensus.

Chaque équipe a des énoncés différents à s'approprier, la mise en commun fera que tous les élèves auront entendu parler de l'ensemble des énoncés.

En individuel suivi d'une mise en commun collective.

(Les activités qui suivent peuvent éventuellement servir de banques d'idées au deuxième cycle pour les devoirs à la maison ou pour la lecture à la maison.).

Faire une lecture de tous les énoncés :

- indiquer dans la marge si la situation semble facile (F) ou difficile (D) pour l'élève ;

- donner un titre à chaque problème ;

- s'il y a lieu, trouver un problème déjà solutionné dans le cahier de bord semblable à un énoncé ;

- souligner tous les mots qui sont inconnus ou nouveaux ;

- amorcer une recherche du sens des mots inconnus ;

- indiquer la stratégie qui semble efficace pour solutionner le problème, ...

Choisir un problème :

- s'assurer de comprendre tous les mots, au besoin consulter dictionnaire et lexique ;

- sélectionner une stratégie, se référer à la liste des stratégies affichée en classe ;

- avec des crayons de couleurs différentes souligner la tâche, les exigences et la question, ...

D'autres idées sont proposées dans l'article «Le français, ça compte !»(3) suggère des activités pour l'appropriation des énoncés.

À l'étape de l'appropriation, les élèves sont pressés de passer à l'étape recherche de solution, bien qu'ils soient prévenus qu'on ne cherche pas de solution. On observe même chez les petits, une course à la réponse. Cette pratique vient bousculer la tendance de la recherche immédiate de la solution. Les élèves veulent une réponse avant toute période de réflexion, avant de se questionner sur le sens.

Quelques anecdotes... Des élèves vont chercher du matériel, le place sur le pupitre et ne l'utilisent en aucun cas pour solutionner le problème. Des élèves calculent le volume d'un garage et d'une voiture, concluent que la voiture peut entrer dans le garage sans considérer que la voiture est plus large que le garage.

Deuxième temps de la valse, le tourbillon...
La recherche de la solution

L'enseignante ou l'enseignant revêt ici son chapeau d'animateur et de guide pendant que l'élève fait appel à ses connaissances quant au traitement des données, à l'utilisation de ses connaissances antérieures ou nouvellement acquises, à l'utilisation de la calculatrice ou d'autres matériels... Pendant que l'élève vérifie s'il satisfait les exigences de l'énoncé, qu'il exécute, recherche et formule une ou plusieurs solutions... Le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant est de toute première importance. Il doit choisir les questions qui guideront sans donner la solution, suggérer, animer, proposer, encourager,...

Troisième temps de la valse, la communication...
La communication de la solution

Etape cruciale. Communiquer la solution, c'est s'assurer de répondre aux exigences de l'énoncé et à la question ; c'est s'assurer que le message est suffisamment clair pour satisfaire le lecteur ou le correcteur, c'est s'assurer que le correcteur n'aura pas besoin d'un interprète pour comprendre la communication. Les informations retenues doivent être pertinentes et suffisantes, les dessins et les tableaux clairs et précis, tous les calculs présents, la réponse à la question bien écrite et placée en évidence. S'il y a lieu, les étapes seront numérotées et dans certains cas un court texte complétera les informations.
On doit d'abord réfléchir sur ce que doit contenir une communication en résolution de problèmes. Doit-on tout dire ?... Tout écrire ? Doit-on s'en tenir à l'essentiel ? Amener l'élève à se poser des questions sur la communication. Un article paru dans *Instantanés Mathématiques* relate cette expérimentation, «Des traces sans tracas». (2)

A propos du travail en équipe

On doit faire vivre quelques activités sur les rôles[3] à l'intérieur d'une équipe. Ces activités pour la plupart se prêtent bien à la première étape. On présentera les différents rôles à jouer, on pourra les illustrer. Les élèves changeront de rôle au cours des activités afin de développer des habiletés pour chacun des rôles, mieux cerner leurs forces, se reconnaître des compétences et reconnaître des compétences chez les autres.

A propos du matériel disponible en classe

Dans la classe, l'élève doit avoir accès à des ouvrages de référence tels dictionnaire et lexique mathématique[4].

Dans un coin mathématique, on peut retrouver plus d'un lexique. L'élève pourra consulter les lexiques, les comparer, comme il le fait pour les dictionnaires.

On aura aussi du matériel sur une étagère : des crayons de couleurs ou de feutre, ..., du

---

[3] L'article «Quelques idées sur la formation des équipes»(1) donne un aperçu des rôles de chaque membre dans une équipe.

[4] L'APAME a d'ailleurs un ouvrage intitulé «Aide-mémoire mathématique». Cet ouvrage, acheté par chaque élève, permet au fil des années au primaire d'apprendre à l'utiliser de façon pertinente et à le compléter par des exemples personnels. Des espaces sont réservés pour les annotations.

papier brouillon, ligné, quadrillé, pointé, ..., des calculatrices, des bâtonnets, des cubes emboîtables, des cordes, des bandes élastiques, des jetons, des attache-feuilles, des réglettes, des solides géométriques, une balance,..., des jeux de cartes,..., etc.

À propos des stratégies

Des affiches «Stratégies» existent dans certaines Commissions scolaires. On pourra les utiliser. Pour ma part, je préfère les faire fabriquer par les élèves. Voici une démarche en trois temps. Après avoir solutionné quelques problèmes, faire identifier par les élèves différentes stratégies qui ont été utilisées. Une première série d'affiches prend forme. Sur chaque carton, on note le nom de la stratégie et on colle ou recopie un problème solutionné à l'aide de cette stratégie.

Par la suite, l'élève pourra transcrire dans son carnet de bord, les stratégies utilisées et les illustrer. Finalement, on remplacera les exemples sur les affiches de la classe par des illustrations produites par des élèves.

Pour conclure

Le choix et l'intégration de quelques pistes, la mise en place sur une étape ou une année peut faire toute la différence. Il est évident que cette pratique amène un changement dans la façon de vivre la résolution de problèmes. Cela prend plus de temps au début, mais les résultats lors de la recherche de solutions sont assez satisfaisants pour en faire la promotion.

Quelques références :

1. **Quelques idées sur la formation des équipes**, Joane Allard, Instantanés Mathématiques, novembre-décembre-janvier 1994, pp 26-28

2. **Des tracas sans tracas**...Joane Allard, Sylvie Grégoire et Doris Tremblay, Instantanés Mathématiques, mai - juin - juillet 1994, pp 24-27

3. **Le français, ça compte !** Joane Allard, Instantanés Mathématiques, février-mars-avril 1993, pp. 4-11

4. **L'habileté à analyser - synthétiser (Premier cycle)**, Joane Allard, Sylvie Grégoire, Doris Tremblay et Christianne Trudel, Instantanés Mathématiques, novembre-décembre 1991, pp 30-34

5. **L'habileté à analyser - synthétiser (Deuxième cycle)**, Joane Allard, Sylvie Grégoire, Doris Tremblay et Christianne Trudel, Instantanés Mathématiques, mars-avril 1992, pp 3-7

6. **En quatre lignes**... (éditorial), Joane Allard, Instantanés Mathématiques, janvier-février 1992, pp. 34

7. **La résolution de problème en classe**, Jean Grignon, Henriette Laplante, Instantanés Mathématiques, août-septembre-octobre 1992, pp 4-9

8. **Laisser des traces, ça s'apprend**, Jean-Claude Laforest, Instantanés Mathématiques, mai-juin-juillet 1993, pp. 4-13

9. **Des activités à conduire avec le carnet de bord**, Jean-Claude Laforest, Lise Laurence, Jacques Sirois, Instantanés Mathématiques, novembre-décembre-janvier 1994, pp 8-19

MATH-ADORE !
aventures interclasses mathématiques... une nouveauté neuchâteloise

par Caroline Joseph, étudiante à l'Ecole normale de Neuchâtel

La naissance du projet

Un beau jour de septembre 1994, je me retrouve avec quelques collègues dans un petit bus qui chemine vers le Valais. Plus exactement à Sion, où Yvan Michlig nous attend pour nous parler du «coin mathématique» et nous présenter un concours mathématique valaisan.

L'exposé m'intéresse vivement et arrosée d'un petit verre de fendant, une idée germe dans mon esprit. Quelques jours plus tard, elle se précise : et pourquoi pas organiser une telle aventure dans le canton ? J'en parle à M. Calame, mon professeur de mathématiques. Il accepte de m'épauler et voilà que le projet prend forme.

Une rencontre avec le chef de service et les inspecteurs du canton, l'accord du département, beaucoup d'enthousiasme et c'est la création de MATH-ADORE.

Voici un extrait de la première lettre de l'Ecole normale, adressée à tous les instituteurs et institutrices de 4e et 5e du canton.

Dans le cadre des réflexions didactiques sur l'apprentissage en mathématique, le canton du Valais a innové il y a quelques années grâce à M. Yvan Michlig, l'un des auteurs des ouvrages romands «Mathématique 5e - 6e», en proposant aux classes de participer à un concours interclasses très simple :

- ***Chaque mois, un problème mathématique très large est proposé à toutes les classes intéressées. Il favorise aussi bien la recherche que l'imagination et la rédaction en français d'un compte rendu émanant de toute la classe,*** *sans l'aide du maître, mais avec l'encouragement et la mise à disposition de quelques heures en classe.*

- ***Ces problèmes sont en prise directe avec le plan d'études et par conséquent ne mettent pas en péril le souci de satisfaire aux exigences d'un programme annuel. Ils peuvent concerner aussi bien un domaine numérique que géométrique, une forme de raisonnement logique ou de recherche de stratégie.***

Fort des échos très positifs enregistrés en Valais et avec l'appui de M. Michlig, une étudiante de l'Ecole normale de Neuchâtel, Caroline Joseph, a décidé de reprendre le flambeau de tels concours au niveau neuchâtelois et d'en faire simultanément la toile de fond de son travail de fin d'études. Ce travail poursuivra un triple but :

1) Permettre à des élèves d'être en relation d'un bout à l'autre du canton par un mini-journal régulier donnant à la fois un problème mathématique, et aux enseignants quelques renseignements didactiques qui ont présidé à son choix.

2) Analyser les différentes solutions reçues, afin d'en dresser un portrait aussi large que possible et de le restituer aux classes participantes.

3) Dans le rapport final de fin d'études, dégager quelques enjeux didactiques et observations utiles à l'ensemble des classes du canton à partir des essais *fructueux ou des erreurs rencontrées dans les démarches proposées par les élèves, en lien avec les activités mathématiques des programmes de 4e et de 5e années .*

Plus de 70 classes répondent à mon invitation ! Ces inscriptions massives confirment l'intérêt grandissant des instituteurs-trices par les problèmes ouverts en mathématiques. Et l'aventure commence...

Voici la deuxième lettre que je leur adresse, le 3 octobre 1995 :

Madame, Monsieur,

C'est avec la fin des vacances que commence la collaboration entre vous, vos élèves et moi. Je vous remercie d'avoir répondu si nombreux à mon appel et de vous lancer avec moi dans cette aventure que je souhaite très enrichissante.

Je profite de notre première correspondance pour vous exposer mes intentions et mes attentes, notamment concernant le rôle que vous jouerez avec vos élèves.

La formule la plus souvent retenue pour ce genre de rencontre est celle d'une participation individuelle s'adressant aux élèves matheux de l'enseignement. Le plus souvent, la compétition prime et seules les réponses importent, en vue d'un classement. Rares sont les regards portés sur les démarches de résolutions imaginés par les concurrents. Mon ambition première est de promouvoir des activités de recherche en mathématiques. Je souhaite aussi provoquer des interactions entre les élèves, susciter aussi bien la collaboration que la confrontation de points de vue divergents et les amener à mettre ça sur papier. Je mise donc sur des activités interdisciplinaires.

L'organisation de la recherche dans le cadre de la classe appartient à l'enseignant : transmission de la consigne, photocopies, travail mené individuellement ou par petits groupes,... Il serait toutefois souhaitable que la plus grande part d'initiative revienne aux élèves et qu'une démarche autonome de leur part soit sauvegardée. Ainsi, le recueil, l'examen et la mise en ordre des différentes solutions devraient leur revenir, et pourquoi pas l'établissement et l'envoi du bulletin-réponse (un seul pour la classe).

A titre d'exemple, je vous envoie un problème proposé en 1993 dans le cadre du concours mathématique valaisan ainsi que quelques comptes rendus.

J'espère que notre collaboration sera très fructueuse et je vous adresse, Madame, Monsieur, mes salutations les meilleures.

C.J.

Et finalement voici comment se présente le premier problème d'octobre, pour les classes :

Bonjour !

*Avec l'accord de votre maître, de votre maîtresse, votre classe s'est inscrite à **MATH-ADORE**. Vous êtes nombreux à avoir répondu à mon invitation, et je vous en remercie beaucoup. Plus de 1000 enfants comme vous réfléchiront en même temps au même problème !!!*

*C'est aujourd'hui que commence notre aventure. Vous avez jusqu'au **10 novembre** pour m'envoyer vos solutions au premier problème et votre compte rendu.*

Je suis très curieuse et j'aimerais connaître votre stratégie, les ennuis que vous aurez peut-être rencontrés, savoir si le problème vous a intéressés, le temps que vous y aurez consacré...

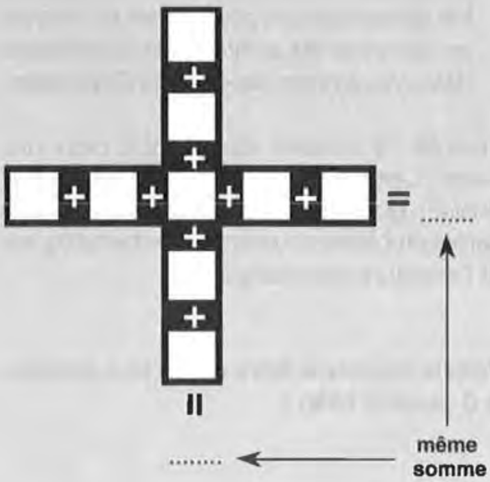
En mathématiques, la démarche est en effet aussi importante que le résultat lui-même.

Problème n°1

En disposant astucieusement les nombres de **1 à 9** dans cette croix, il est possible d'obtenir **la même somme sur chacune des branches**. La croix devient alors " magique ".

Combien de croix magiques différentes peut-on fabriquer ainsi ?

Bonne chance et beaucoup de plaisir à faire des mathématiques !



Les problèmes de novembre et décembre, ainsi qu'un compte rendu de cette aventure interclasses en mathématiques, seront publiés dans le prochain numéro de *Math-Ecole*.

Comptez les spirales vers la gauche ou vers la droite, à différents niveaux. Si vous trouvez 13, 21, 34, 55, ... c'est que vous les avez dénombrées comme le font les gens qui s'occupent de phyllotaxie.

Sens commun, c'est quoi ?

par André Scheibler, Aigle

1. Introduction

La 47e rencontre de la CIEAEM (conférence internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques), qui s'est déroulée à Berlin cet été 1995, avait pour thème : (éducation) mathématiques et sens commun. Avec en sous-titre : le défi du changement social et du développement technologique. Je voudrais ici approcher le concept de sens commun, en présentant une association d'un modèle théorique avec les situations proposées par les participants, comme parlantes de sens commun. Il ne s'agit pas ici d'un travail à proprement parler scientifique, mais plutôt de ce qui pourrait en être les prémisses. En effet, les exemples présentés par les participants à Berlin, dans un des groupes de travail, ne me satisfaisaient pas. Je ne voyais pas en quoi ils permettaient de cerner le concept de sens commun. Mais ils présentaient de grandes similitudes : à peu près tous faisaient état d'un obstacle ou d'un échec vécu par les élèves, et qui surprenait le maître. J'ai alors proposé le modèle théorique qui suit, comme objet d'accrochage aux débats.

Le présent article, écrit à mon retour, est une mise au propre de cette proposition. Je voulais vérifier si d'une part l'association que j'avais envisagée était tenable, et d'autre part s'il y avait un parti à en tirer. Cet article montre donc comment les situations présentées s'inscrivent effectivement dans le modèle théorique proposé, et quelle exploitation il pourrait alors en être fait.

2. Des exemples de situations

Je vais donc partir d'un certain nombre de situations présentées comme significatives. Les voici :

Exemple : Le triangle articulé

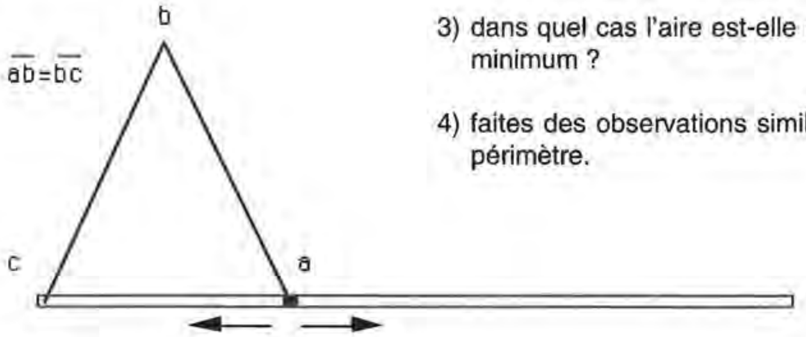
Un triangle articulé, comme ci-dessous, est proposé aux élèves avec une série de questions :

1) quelles sont les figures que l'on peut réaliser, combien de figures différentes, expliquer ;

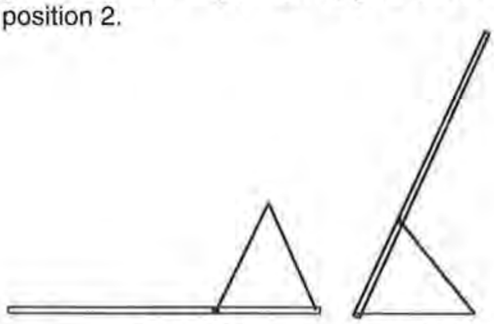
2) lorsque l'on déplace le point a, qu'arrive-t-il aux côtés ? aux angles ?

3) dans quel cas l'aire est-elle maximum ? minimum ?

4) faites des observations similaires sur le périmètre.



Ces questions ont été posées à un groupe de futurs maîtres, avec un triangle articulé présenté dans la position 1, puis dans la position 2.



Position 1. Position 2.

Les étudiants ne pouvaient pas manipuler eux-mêmes le triangle articulé, mais seulement en observer les mouvements. L'existence d'un triangle d'aire maximale était soutenue par les présentateurs. Un certain nombre de questionnés ont affirmé que les triangles avaient tous la même aire. La plupart ont donné comme réponse le triangle équilatéral en se justifiant par une compensation des variations entre base et hauteur, ou une sorte de position médiane du triangle équilatéral parmi l'évolution de tous les triangles possibles, ou par le fait que la régularité d'une figure entraîne ipso facto le maximum de son aire.

Exemple 2 : La relation non transitive

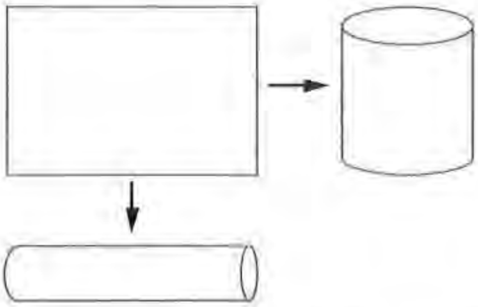
Soit une relation S définie sur ZxZ de la manière suivante :

$$(a;b) \in S \Leftrightarrow |a+b| = |a| + |b|$$

Cette relation est-elle transitive ?

Le raisonnement habituellement fait est alors le suivant : si a et b sont tous les deux de même signe, alors $(a;b) \in S$. Donc si a et b sont de même signe, et b et c sont de même signe, alors a et c sont de même signe, et la relation est transitive.
Ce qui est faux lorsque b = o et a et c sont de signes contraires.

Exemple 3 : Le plus grand volume



Avec un rectangle de papier, on réalise un cylindre. Il y a deux possibilités. Laquelle donne le plus grand volume ?

Les élèves, dès la 5e année, répondent majoritairement que les volumes sont les mêmes.

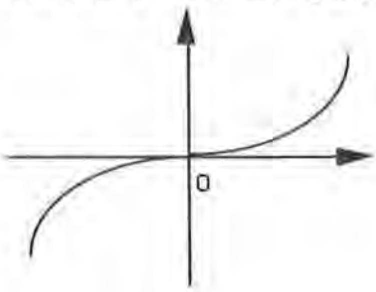
Exemple 4 : Problème d'argent de poche

Un élève utilise le tiers de son argent de poche pour sa nourriture et la moitié pour ses vêtements. Il lui reste 60 francs. Quelle somme avait-il reçu comme argent de poche ?

Les élèves qui utilisent leur bon sens peuvent résoudre ce problème. Ceux qui appliquent les règles du calcul fractionnaire, apprises à l'école, échouent souvent.

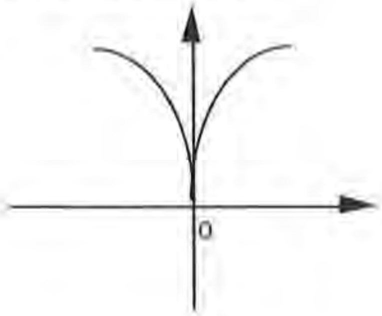
Exemple 5 : Concept de tangence

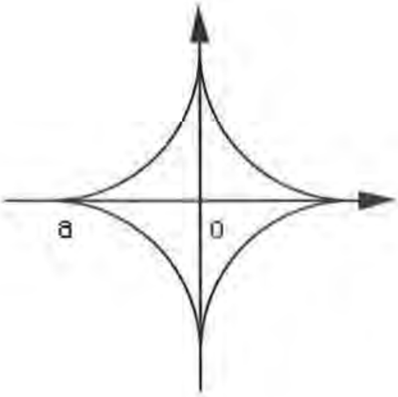
On donne dans R la fonction $f(x) = x^3$.



Son graphe est-il tangent à l'axe horizontal en o ?

Et l'on propose d'autres cas :





Si l'élève répond facilement dans les premières situations, avec son bon sens, il est plus hésitant pour les suivantes. La succession des cas présentés devrait le rendre perplexe, et donc attentif au problème finalement posé par la situation, celui de la définition de la tangente à une courbe.

Exemple 6 : Probabilités

Dans le but de rechercher quel usage pour le chapitre des probabilités les élèves font d'un sens commun acquis dans le quotidien, en particulier dans leurs expériences de jeux, plusieurs situations leur ont été proposées.

a) Il y a, en nombre égal, trois types de cartes colorées recto-verso :

Rouge - Rouge
Blanc - Blanc
Rouge - Blanc

L'expérimentateur choisit une carte au hasard, en montre une face aux élèves et demande : «Quelle est la probabilité que l'autre face soit blanche ?»

La majorité des réponses est 50%.

b) En lançant un dé à 6 faces, quel est le nombre qui a le plus de chance d'apparaître ?

Beaucoup d'élèves ont choisi un nombre en justifiant la réponse par des arguments affectifs (le 4 est mon chiffre porte-bonheur), ou sans fondement rationnel (avec le 6, je gagne).

La même situation est à nouveau proposée, mais on demande à l'élève d'exprimer cette fois pour chaque nombre de 1 à 6, sa probabilité d'apparition aujourd'hui, et sa probabilité d'apparition si l'on recommence l'expérience le lendemain. Mais en définitive, les résultats ne sont pas très différents de ceux de la situation précédente. De même si l'on recommence avec une pièce de monnaie à la place du dé.

Exemple 7 : Lieu géométrique

On donne deux segments ab et cd dans le plan. Rechercher le lieu géométrique des milieux des segments dont les extrémités sont respectivement sur ab et cd.

Quelques élèves proposent la résolution suivante :

- construire quelques points qui ont la propriété (x_1, x_2, x_3, ..., x_6) ;
- relier ces points par une ligne brisée, d'un point à son voisin ;
- cette ligne brisée est le lieu géométrique cherché.

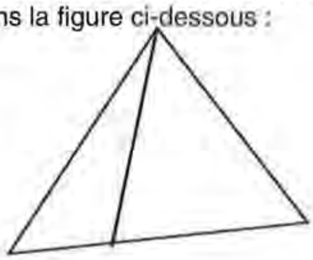
Intervention du maître: et si l'on construit d'autres points x_6, x_7, etc., que se passe-t-il ?

Réponse des élèves: alors le lieu géométrique cherché est une nouvelle ligne brisée qui relie tous les points, y compris les nouveaux.

Les deux exemples suivants n'ont pas été présentés à Berlin.

Exemple 8 : Combien de triangles ?

On demande aux élèves combien de triangles il y a dans la figure ci-dessous :



Un élève répond «1» et maintient sa réponse après une demande de vérification. Intrigué, le maître interroge l'élève, qui s'explique alors de la manière suivante : «Un triangle est formé de trois côtés. Dès que l'on a un triangle quel qu'il soit, il ne reste plus assez de côtés pour en former un deuxième».

Exemple 9 : Le cheval racheté

Ce problème a été proposé par Gérard Vergnaud au cours d'une de ses conférences : «Un marchand achète lundi un cheval 500 $. Il le vend mardi 600 $. Mercredi, il rachète le même cheval 700 $. Jeudi, il le vend 800 $. A-t-il gagné, perdu quelque chose ? Combien ?

3. Cadre théorique

Dans tous les exemples présentés, les élèves, lancés dans une situation proposée par le maître, ont fourni «de bonne foi» une solution non satisfaisante. Parce qu'ils ont fait usage d'un sens commun néfaste au travail mathématique, ou parce qu'ils n'ont pas utilisé leur bon sens, cette sorte de logique que tout le monde possède de naissance et qui permet entre autres de résoudre des problèmes mathématiques.

Rechercher donc entre ces deux aspects une définition du sens commun, ou du bon sens, ne me paraît pas très rentable. Considérons simplement, et cela sera suffisant pour l'instant, qu'il s'agit de la possibilité qu'a tout individu de tirer des relations entre différents éléments de pensée qu'il possède, lorsqu'il doit affronter un problème. Certains s'y montrent plus habiles que d'autres.

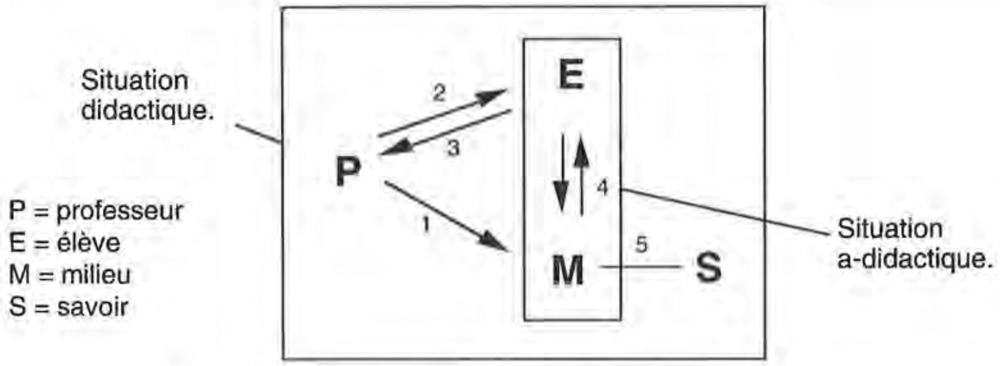
Il me paraît par contre beaucoup plus utile d'identifier avec la plus grande rigueur possible les causes de la panne ou du blocage de ce que nous appelons sens commun et de déterminer ensuite la thérapie adéquate, c'est-à-dire la nouvelle situation qui sera proposée à l'élève. Cette situation a deux objectifs :

- permettre à l'élève de poursuivre son cheminement vers la connaissance souhaitée ;
- lui permettre de conscientiser son propre parcours de recherche, en particulier de ses obstacles et pièges, apprendre comment il apprend, développer son sens commun, son bon sens.

C'est donc dans ce sens que je vais aborder le concept de sens commun. Je propose donc, pour son identification, le modèle théorique qui suit. Il s'agit d'un modèle didactique, et non méthodologique, construit sur la base du modèle de Brousseau (voir schéma de la page suivante).

Une caractéristique commune

Comme je l'ai déjà dit, la caractéristique principale qui ressort de tous les exemples



1. Le professeur organise le milieu.
2. Le professeur donne des consignes à l'élève.
3. Le professeur récupère les informations.
4. L'élève agit sur le milieu qui renvoie des indications.
5. Rapport du milieu au savoir par transposition didactique.

présentés est le fait que les élèves stoppent leur action parce qu'il produisent une réponse qu'ils considèrent comme acceptable en regard des faits de la situation. La situation didactique qui me paraît donc s'imposer comme toile de fond est une situation d'action, parmi la trilogie action-formulation-validation. En effet, une des caractéristiques les plus nettes de la situation d'action est qu'elle s'achève par un test de fin, qui termine l'action de l'élève.

Analyse du processus

Le professeur, par une mise en scène plus ou moins sophistiquée, en proposant par exemple un problème, met en place un milieu, cet environnement qu'il juge «écologiquement» apte à contenir et à révéler le savoir visé à l'élève qui veut bien «jouer le jeu», c'est-à-dire entrer en rapport avec ce milieu, s'y confronter.

Idéalement, cette confrontation se déroule alors dans un contexte isolé du professeur, situation a-didactique si l'on veut s'assurer d'une certaine pureté de l'apprentissage. Les objets de ce contexte proviennent alors de deux sources :

1) le milieu, soit les données du problème, les questions qu'il pose ;

2) les capacités de l'élève, c'est-à-dire l'ensemble des schèmes, concept-en acte, théorèmes en acte, acquis par l'élève dans ses expériences antérieures, et dont un sous-ensemble sera concerné par la situation.

L'élève est alors tenu d'établir un certain nombre de relations entre ces objets. Un contrat didactique assure au professeur, par une hypothèse qu'il fait initialement, que les relations que l'élève ne peut pas ne pas faire entre les objets du milieu, assurément détectables, et certains objets de ses propres capacités, assurément acquis, vont le conduire à la réussite du jeu, l'achèvement de la situation, la rencontre d'une connaissance. D'autre part le contrat didactique assure à l'élève qu'il a, s'il veut bien y investir de l'énergie, toutes les cartes en main pour gagner.

Résumons les conditions :

• l'élève rencontre les objets du milieu ;

- cette rencontre doit faire ressortir un certain sous-ensemble d'objets parmi ses schèmes ;

- l'élève tisse des relations entre ces objets du milieu et de ces schèmes ;

- il met alors fin à la situation en produisant une réponse.

Pour chaque condition remplie, l'énergie investie par l'élève pourrait être qualifiée, naïvement, de bon sens ou sens commun. Et nous pourrions en rester là. Mais il est beaucoup plus important de pouvoir déterminer, en cas d'échec de l'élève, quelles en sont les raisons précises, pour pouvoir y remédier de la manière la plus adéquate, c'est-à-dire celle qui permettra de décrire la nouvelle situation, le nouveau problème, le nouveau milieu qui permettra à l'élève de vaincre l'obstacle qui le sépare encore de sa rencontre avec la connaissance visée.

Les indices de fin

Situons-nous donc dans un cas où l'élève fournit une réponse que le professeur juge erronée, pour laquelle il dirait qu'il a manqué de bon sens. Cette réponse est un test de fin. Elle se réfère donc à un certain nombre d'indices repérés par l'élève, tirés des objets de la situation sociale, que j'appellerai **indices de fin**. Ces indices de fin, ou leurs relations, sont donc les indices retenus par l'élève comme garants du test de fin, parmi tous les indices possibles fournis par les objets du milieu, par ceux des capacités de l'élève, ou encore par ceux extérieurs à la situation.

Définition du sens commun

Je donnerai alors la définition suivante du sens commun :

L'élève n'a pas fait preuve de sens com--mun lorsque :

1) les indices de fin retenus se situent à l'extérieur de la situation a-didactique ;

ou

2) les indices de fin de la situation a-didactique n'ont pas été retenus ou l'ont été trop partiellement.

Dans le cas contraire, l'élève a fait preuve de sens commun.

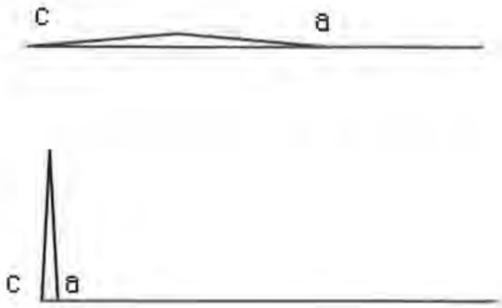
Cette définition entraîne donc, à chaque fois que l'élève met fin, à sa satisfaction, à une situation, l'analyse des indices de fin qu'ils a vraisemblablement retenus. Cette analyse va montrer la source de l'erreur et comment on peut y remédier. Des cas intéressants vont apparaître, en particulier ceux qui ont fait dire a priori que l'élève avait manqué de bon sens mais qui en fait vont montrer le contraire et mettre le défaut plutôt sur le professeur ou la situation qu'il a proposée.

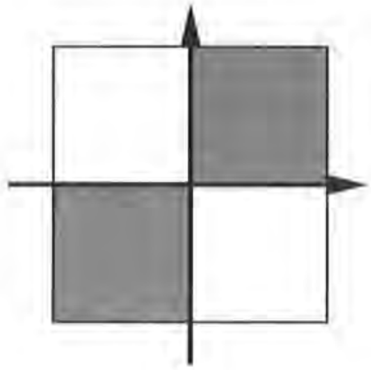
Nous pouvons donc reprendre un à un nos exemples.

4. Analyse des exemples

Exemple 1: Le triangle articulé

Première solution : tous les triangles ont la même aire. L'indice de fin est manifestement tiré du théorème en acte suivant : deux figures qui ont la même aire ont le même périmètre, et réciproquement. Ce théorème, même faux, fait à l'évidence partie de la situation a-didactique. Il est encore manifestement assez fort pour évincer d'autres indices provenant du milieu, comme notamment les deux positions proches de l'extrême dont les aires sont visiblement assez petites pour le contredire. L'élève a donc du bon sens, et il reste au professeur à trouver la situation qui fera obstacle au théorème. Voir également l'exemple 3.





Deuxième solution : le triangle équilatéral est d'aire maximale. C'est ici le théorème en acte de la positon milieu qui fait office d'indice de fin. Il peut même être argumenté par des éléments du milieu : en deçà de cette position on va vers une base nulle et au delà vers une hauteur nulle. Il fait encore partie de la situation. Le fait que les animateurs présentent le triangle articulé dans deux positions successives, position 1 puis position 2, montre bien leur souci de mettre en évidence une facette cachée du milieu, qui permet d'échapper au théorème ci-dessus. Un autre théorème en acte pourrait intervenir : si le périmètre est fixé, et le nombre n de côtés du polygone aussi, alors la figure d'aire maximale est un polygone régulier à n côtés. Ce théorème est vrai, et il est extrêmement difficile de voir qu'en fait il n'appartient pas à la situation a-didactique, qui est : deux côtés isométriques fixés et un troisième variable (le périmètre n'est donc pas fixé). A Berlin, plusieurs participants ont été piégés de cette manière. Ils ont manqué de bon sens. C'est d'ailleurs une vieille astuce du professeur sadique : proposer un milieu qui fait miroiter un théorème en fait inadapté à cette situation. Chacun constitue sa collection de cas au fil de ses propres accidents !

Exemple 2 : La relation non transitive

Le partage de Z x Z en quatre quadrants s'impose rapidement ici. Un raisonnement rapide, appliqué à chaque quadrant, fournit S. L'élève conclut avant d'avoir pris soin d'examiner quelques cas particuliers. Il manque donc de bon sens (raison 2), pêche par précipitation. C'est ici plutôt un **savoir-faire** qu'il s'agit de combler chez l'élève, celui d'examiner les cas particuliers d'une situation avant de conclure définitivement.

Exemple 3 : Le plus grand volume

Cette situation est très semblable à celle donnée dans l'exemple 1, première solution. C'est à peu près le même théorème, transposé dans l'espace. Dans ces deux cas, le professeur s'attend à ce que l'élève fasse des essais, donc qu'il doute de sa réponse. **Douter, faire des essais, vérifier**, sont donc considérés comme des comportements indispensables dans une situation d'action. Le professeur a donc le devoir de s'assurer que ces **savoir-faire** sont bien acquis par ses élèves, comme des éléments constants face à toute situation a-didactique.

Exemple 4 : Problème d'argent de poche

Cet exemple n'a au premier abord rien de spectaculaire. Mais il permet au contrat didactique de montrer ici le bout de son nez. Il y a de fortes chances en effet que ce problème, posé juste après l'étude en classe des fractions et de leurs opérations, entraîne les élèves vers l'addition $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$. Encore faut-il réussir l'opération, et savoir que faire du résultat. Si c'est après l'étude des équations, on rencontrera souvent : $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+60=x$ qui n'est pas si mal. Un indice de fin est donc tiré du contrat didactique, hors de la situation. Il y a manque de bon sens. Mais lorsque cela conduit à une bonne réponse...

Cela devient plus intéressant lorsque le problème est posé à des élèves n'ayant pas encore l'addition des fractions dans leur panoplie. Deux résolutions apparaissent alors très souvent :

1) prix des habits : 60 • 2 = 120
   prix pour les repas : 60 • 3 = 180
   Total reçu = habits + repas + reste
   = 120 + 180 + 60 = 360

2) A la fin, il reste 60. Donc avant d'acheter les habits, j'avais 60 • 2 = 120. Et avant d'acheter les repas, j'avais 120 • 3 = 360. (On peut commencer par les repas, ça marche aussi.)

Les deux raisonnements sont faux, quelle que soit la manière dont on interprète le problème. Mais les réponses sont justes !

Les élèves exploitent simplement les nombres donnés, en leur appliquant quelques opérations somme toute pas trop fantaisistes. Ils opèrent donc avec leurs concepts dans un champ conceptuel encore inexploré, celui des proportions ou des fractions. C'est de la recherche pure. S'ils testent la réponse, alors ils font vraiment preuve de bon sens ! Mais comment le professeur va-t-il exploiter leurs démarches ? La situation proposée est en fait particulièrement vicieuse.

Exemple 5 : Concept de tangence

La «bonne» définition de la tangente à une courbe est ici l'indice de fin nécessaire et suffisant. Si l'élève la connaît, pas de problème. Sinon, on voudrait que son bon sens le lui fasse constater, et qu'il exprime le besoin de définir cette notion. En effet, une idée empirique du concept de tangente se heurtera vite aux multiples cas que le professeur prend soin de lui présenter. L'élève ne ferait pas preuve de bon sens en produisant des réponses au hasard de sa fantaisie, donc incohérentes avec toute description, même élémentaire, de la tangente.

Exemple 6 : Probabilités

6a) Qui n'aurait pas répondu 50% ? En fait, le milieu tel que présenté cache tout particulièrement les indices de fin qui permettraient une réponse correcte. En effet la question est posée lorsque la carte est déjà tirée, ce qui escamote le fait qu'elle a deux chances sur trois d'être monocolore. Reste une chance à l'élève: avoir acquis les savoir-faire présentés dans l'exemple 3, **douter, essayer, vérifier**, tout particulièrement alerté qu'il devrait être par une trop facile réponse.

Ici, l'indice de fin déterminant est bien dans la situation a-didactique, mais trop bien dissimulé par la mise en scène pour avoir des chances d'être considéré. Il fallait plus que du bon sens aux élèves.

6b) Voilà un cas typique d'effet de contrat: si le maître pose cette question (dont l'élève perçoit peut-être instantanément le non sens, style âge du capitaine), alors c'est qu'il faut donner une réponse. Et tant qu'à faire, à question idiote, réponse idiote. Le contrat didactique étant extérieur à la situation a-didactique, il y a manque de bon sens de l'élève. Mais c'est bien au maître de corriger les effets pervers du contrat.

Mis à part cet effet bien connu, des éléments d'ordre affectif, extérieurs à la situation didactique, peuvent agir comme indices de fin.

Exemple 7 : Lieu géométrique

Une maîtrise correcte du concept de «lieu géométrique» manque manifestement ici aux élèves. Et ce concept est indice de fin indispensable. Il n'a donc pas pu être retenu, les capacités de l'élève ne le contenant pas. Ici, leur bon sens le révèle.

Exemple 8 : Combien de triangles ?

L'indice de fin provoquant cette réponse curieuse est dans le concept de triangle, ou probablement de toute figure géométrique, que l'élève utilise dans cette situation. Les objets géométriques existent pour lui dans la mesure où ils sont réalisables matériellement : s'il faut fabriquer des triangles avec 4 ou 5 morceaux de bois, pour ensuite les distribuer aux élèves par exemple, et bien on pourra effectivement en fabriquer qu'un seul. D'où vient cette conception ? Peut-être d'une étude trop matérialiste des figures géométriques, régulièrement représentées par des objets en bois coloré, sortis d'une belle boîte de matériel pédagogique.

Toujours est-il que l'indice de fin déterminant est bien dans la situation a-didactique, parmi les capacités de l'élève, qui fait donc preuve de bon sens.

Exemple 9 : Le cheval racheté

Faites l'essai, posez le problème à vos étudiants. Il l'est déjà pour vous-même, soyez attentifs à vos hésitations ! Le problème, pour le didacticien, est manifestement du ressort du champ conceptuel de l'addition. Et même pour ce concept apparemment si élémen-taire, que nous manipulons depuis notre plus tendre enfance, nous ne finissons pas d'en découvrir toute l'étendue. Ce problème nous entraîne dans une zone peu familière de ce champ conceptuel (faut-il être idiot pour racheter le même cheval, le lendemain, plus cher) et nous voilà dans un milieu inconnu, nécessitant de nouvelles recherches. Ces recherches sont-elles à la portée de l'élève qui «fait preuve de bon sens» ? Il y a là une mesure que le maître devrait faire, s'il veut répondre à la question. Etudier la possibilité de ce genre de mesure est peut-être une nouvelle piste vers le concept de sens commun.

5. Conclusions

Je dois constater a posteriori que le modèle théorique proposé, avec sa définition du sens commun, a une certaine efficacité pour analyser les situations présentées à Berlin. Je dois reconnaître aussi, honnêtement, qu'il dévie soigneusement en corner le concept de sens commun, si on l'entend comme un outil propre à l'élève. Cela tient-il d'une bonne intuition ? Cela reste à démontrer, scientifiquement cette fois. Ce travail en consisterait alors une prémisse, permettant à mon sens de déterminer des axes d'attaque sérieux du concept de sens commun.

Références

Bkouche, Charlot, Rouche : *Faire des mathématiques, le plaisir du sens,* Armand Colin, 1991.
Boero P. : *The black hole of the midnight,* in comptes-rendus de la 37e rencontre internationale de la CIEAEM, p.173, Leiden, 1985.
Brousseau G. : *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques,* in Recherches en didactique des mathématiques, vol. 7.2, 1986.
Mercier A. : *Le milieu et la dimension a-didactique des relations didactiques,* in actes des journées didactiques de La Fouly, à paraître, 1994.
Scheibler A. : *Didactique des mathématiques,* in Diagonales, vol. 3-7, Centre vaudois pour l'enseignement mathématiques, Lausanne, 1995.
Vergnaud G.: *La théorie des champs conceptuels,* in Recherches en didactique des mathématiques, vol. 10/2.3, Ed. La pensée sauvage, 1991.
Vergnaud G. : *Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel,* in 20 ans de didactique des mathématiques en France, La Pensée sauvage, 1994.

Championnat des jeux mathématiques et logiques

Finale internationale des 1 et 2 septembre 1995

Samedi 2 septembre 1995, devant le Jardin du Luxembourg à Paris, quelques personnes font du footing pour s'oxygéner ; parmi eux j'en remarque qui courent vers la porte du Sénat, un petit cartable à la main.
Sont-ce des sénateurs pressés ? vivant à un autre rythme que leur train ?
Une vive animation devant les huissiers du palais, un remue- ménage bon enfant, mais beaucoup de monde tout de même.
Que se passe-t-il un samedi matin au Palais du Luxembourg ? je m'approche, je questionne ... je n'en crois pas mes oreilles, 400 personnes sont là qui piaffent d'impatience pour faire quoi ? ... je vous le donne en mille ... . Pour faire de maths. Oui, vous m'avez bien lu, faire de maths à 8h30 du matin, un samedi, et pendant les vacances !!!
Ils sont venus participer à la Finale Internationale des Jeux mathématiques et Logiques.
J'en suis sidéré, pour moi, les maths ne sont qu'une suite de calculs tout aussi enquiquinants les uns que les autres, qu'on fasse des mots croisés, des chiffres et des lettres, je le conçois, mais des maths !
Je reste et je questionne encore et encore, la plupart de ces gens me disent que pour eux, les maths sont un plaisir, qu'on peut prendre un plaisir inouï en faisant des problèmes, que les maths ne sont qu'un jeu ... .
J'en tombe des nues. Est-ce là une race à part d'humains dégénérés ?
Non, on me dit qu'il y a des tas de chercheurs, des profs, des Inspecteurs de l'Education nationale, mais aussi des élèves de classes primaires, des Russes, des Polonais, et des Italiens, tous des joueurs invétérés depuis des années.
Qu'est-ce qui les fait courir ?
Au vu des problèmes de la veille (eh oui, la finale est sur deux jours, pour moi un seul aurait suffit !) ce ne sont pas des problèmes de baignoire, d'horaires de trains qui se croisent ou d'élastiques qu'on tire dans tous les sens, mais des énigmes dignes du Cluedo ou du Trivial Pursuit, des petits trucs qui font d'abord rire et ensuite cogiter.
Le pire dans tout ce que j'avais vécu durant mes années d'écoles, c'étaient... les démonstrations; souvenez-vous des théorèmes de Thalès, de Pythagore, la seule chose que j'avais retenue à l'époque est que tout corps trempé dans l'eau... en ressortait mouillé ! Là, pas de démonstration demandée, beaucoup d'humour, de l'astuce, de l'imagination, de quoi mettre en bas la tête des racines carrées.
Vous a-t-on déjà demandé de l'imagination pour faire un problème de maths ? Je me souviens de certains commentaires : «manque de rigueur, vos raisonnements tiennent de la rêverie, pas de suite logique.» ..., bref vous avez compris que les maths et moi faisons au moins deux, mais je me suis pris au jeu, assis sur le parvis du Luxembourg, j'ai cherché, j'ai pas tout trouvé, mais au moins j'ai passé un formidable moment à rire, parce que, croyez-moi ou non, ces gens-là en fin de compte, ils ne sont pas très sérieux.

Ce reportage est révélateur de l'idée qu'on se fait généralement des mathématiques, de leur enseignement et, a fortiori, des concours de mathématiques.

En Suisse romande, peut-être s'étonne-t-on moins de telles manifestations puisque le championnat de la FFJM est très couru : lors de la finale régionale, le 20 mai 1995 à Yverdon, il y avait encore plus de 400 candidats en lice.

Une quarantaine ont accédé à la finale du 3 septembre à Paris, et ils ne s'y sont pas mal comportés, si l'on en juge par leur classements :

• **catégorie CM** (4e et 5e primaire), sur 43 concurrents.

Nom	**Domicile**	**Rang**	**Problèmes résolus**	**Points**	**Temps** (min.)
GEORGE Florian	La Chaux-de-Fonds	5	9	31	91
GILLIOZ Gaëlle	Ayent	7	9	26	142
GABIOUD Sophie	Romanel	8	8	29	92
MARKO Youri	Wabern	11	8	27	96
CRISINEL Anne-Sylvie	Lutry	15	8	25	84
WALCHLI Fabienne	Lignières	20	8	23	99

• **catégorie C1** (Degrés 6 et 7), sur 49 concurrents.

Nom	**Domicile**	**Rang**	**Problèmes résolus**	**Points**	**Temps** (min.)
GENOUD Maurice	Savièse	2	12	71	219
PITTET Romain	Marin	9	10	57	165
STUPAR Milan	Prilly	13	10	56	209
SCHOENI Sylvie	Bienne	14	10	56	221
VON ROTEN Marc	Sion	23	9	53	148
CHRISTIN Pascal Antoine	Boussens	31	8	51	129
WEBER Marc	Cheserex	34	8	44	203
BERRUT Nicolas	Troistorrents	36	8	43	179
DROZ Julie	Prilly	39	7	40	152

• **catégorie C2** (Degrés 8 et 9), sur 55 concurrents.

Nom	**Domicile**	**Rang**	**Problèmes résolus**	**Points**	**Temps** (min.)
GERBER Nicolas	Tramelan	1	14	112	212
GERBER Daniel	Colombier	2	14	112	219
MARET Daniel	Fully	4	14	112	307
PROD'HOM Gilles	Saint-Aubin	7	12	93	324
WIEDERKEHR Robin	La Rippe	11	11	88	268
RUTTI Olivier	Marin	16	11	84	221
MOTTET Emmanuelle	Evionnay	27	10	72	206
CRISINEL Jean-François	Lutry	28	10	72	280
MONNERAT Alexandre	Delémont	33	9	70	289
SEPPEY Dominique	Prilly	36	9	68	334
ZUERCHER Michèle	Bienne	38	9	67	228
LUYET Jean-Luc	Savièse	42	8	56	311

• **catégorie L1** (Lycée, gymnase), sur 52 concurrents.

Nom	Domicile	Rang	Problèmes résolus	Points	Temps (min.)
WEIBEL Christophe	Paudex	22	14	132	344
DESCŒUDRES Antoine	Sullens	29	13	121	342
SCHINDL David	Cartigny	31	13	116	319

• **catégorie L2** (Degré université), sur 30 concurrents.

Nom	Domicile	Rang	Problèmes résolus	Points	Temps (min.)
RIGO Armin	Leysin	4	19	198	365
BONVIN Patrick	Sion	7	18	175	365
ALTHERR Philippe	Severy	19	15	140	365
FROIDEVAUX Philippe	Villarvolard	30	8	84	352

• **catégorie GP** (Grand public, adultes), sur 38 concurrents.

Nom	Domicile	Rang	Problèmes résolus	Points	Temps (min.)
BORALEY Alain	Fribourg	2	18	167	276
ROUGE André	Romanel	7	17	154	302
JACQUES Fabrice	Genève	15	15	153	360

• **catégorie HC** (Haute compétition, adultes), sur 38 concurrents.

Nom	Domicile	Rang	Problèmes résolus	Points	Temps (min.)
FAVRE Jean-Claude	Pully	17	18	184	351

Le **10e championnat international de jeux mathématiques et logiques** est annoncé. Le calendrier se présente comme suit :

- Jusqu'au 15 janvier 1996 : quart de finales.

- 23 mars 1996 : demi-finales régionales. Pour la Suisse à Sion ainsi que, les organisateurs l'espèrent, dans trois autres centres de Suisse romande.

- 11 mai 1996 : finale suisse au CESSNOV, à Yverdon-les-Bains.

- Fin août ou début septembre 1996 : finale internationale.

Les écoles de Suisse romande ont reçu les instructions nécessaires.

Pour tout renseignement complémentaire :

FFJM, par Mme Mireille Schumacher, CESSNOV, 1401 Cheseaux-Noréaz.

Pour ceux qui veulent en savoir plus, voici quelques-uns des énoncés soumis à la sagacité des finalistes du 9e championnat, lors de la première épreuve le 2 septembre, à Paris.

La gourmande (coefficient 3)

Mathilde et Matthieu se partagent un tas de bonbons de la manière suivante : Matthieu en prend un, Mathilde, plus gourmande, en prend deux, alors Matthieu en prend trois, mais Mathilde en prend quatre, et ainsi de suite, chacun prenant à son tour un bonbon de plus que ce qu'a pris le précédent.
Mathilde est la dernière à prendre des bonbons, et elle prend alors tous les bonbons restants. Elle a alors 10 bonbons de plus que Matthieu.
Combien y avait-il de bonbons dans le tas ?

Téléphone (coefficient 4)

Lorsque le téléphone sonne à la maison, je ne laisse jamais sonner moins de trois coups, mais jamais plus de quatre. Ma sœur, qui a la manie de tout compter, affirme qu'aujourd'hui, le téléphone a sonné 17 coups dans la journée. Par ailleurs, j'ai reçu tous les appels, mais je n'ai téléphoné à personne.
Combien de fois ai-je décroché le combiné ?

Un peu, beaucoup (coefficient 7)

Phil O'Math vient de cueillir une fleur de tournemaths, dont il enlève les pétales un à un en disant : «J'aime les maths, un peu (1er pétale), beaucoup (2e pétale), passionnément (3e pétale), à la folie (4e pétale), pas du tout (5e pétale), un peu (6e pétale), beaucoup (7e pétale), passionnément (8e pétale),...»

La fleur de tournemaths est une fleur extraordinaire. Lorsqu'elle éclot, elle possède 95 pétales, mais le plus étonnant est que, dès qu'on lui a arraché 5 pétales, il lui en pousse instantanément un nouveau.
Lorsque Phil arrache le dernier pétale de la malheureuse fleur, combien a-t-il arraché de pétales au total (en comptant le dernier), et que dit-il ?

Ça ne fait pas un pli ! (coefficient 12)

Plions une feuille de papier en deux. Nous obtenons un rectangle de papier de double épaisseur. Découpons ce rectangle de papier en quatre selon les deux axes de symétrie du rectangle. Déplions ensuite les morceaux. Nous constatons que ces morceaux sont au nombre de 6.
Recommençons la même expérience avec une autre feuille de papier pliée en quatre (c'est-à-dire que l'on a plié la feuille successivement deux fois, le second pli étant perpendiculaire au premier). En dépliant les morceaux, nous constatons que ceux-ci sont au nombre de 9.
Supposez que vous preniez une feuille de journal de grand format, que vous pliiez cette feuille successivement 7 fois (chaque pli à partir du second étant perpendiculaire au précédent), puis que vous découpiez en quatre, selon les axes de symétrie, l'épais rectangle de papier obtenu.
Combien de morceaux obtiendriez-vous ?

La balle de golf (coefficient 15)

Sur une balle de golf réglementaire, chacune des 384 alvéoles (agencées en «triangles») est entourée de six alvéoles, à l'exception de certaines d'entre elles, qui ne sont entourées que de cinq alvéoles.
Combien d'alvéoles ne sont entourées que de cinq autres alvéoles ?

4e Rallye mathématique romand

Vingt classes pour le premier essai en 1993, près de quarante pour la deuxième édition de 1994, plus de quatre-vingt pour la troisième ? Jusqu'où ira-t-on ?
Devant le succès de l'entreprise, l'équipe responsable organise un *4e Rallye mathématique romand*, sur les mêmes principes que les précédents, avec toutefois quelques changements entraînés par le développement de ces rencontres.

Les **objectifs** sont repris et réaffirmés :

Pour les élèves, il s'agit :

- de faire des mathématiques en résolvant des problèmes ;
- d'apprendre les règles élémentaires du débat scientifique en discutant et défendant les diverses solutions proposées ;
- de développer ses capacités, aujourd'hui essentielles, à travailler en équipe en prenant en charge l'entière responsabilité d'une épreuve ;
- se confronter avec d'autres camarades, d'autres classes.

Pour les maîtres, le rallye conduit à :

- observer des élèves (les siens et ceux d'autres classes) en activité de résolution de problème ;
- évaluer les productions de ses propres élèves et leurs capacités d'organisation ;
- introduire des éléments de renouvellement dans son enseignement par des échanges avec d'autres collègues et par l'apport de problèmes stimulants.

L'**organisation** du rallye se présente ainsi :

- Le concours est ouvert aux classes de **3e, 4e et 5e primaire**, réparties selon ces **trois catégories.**
- La **participation aux frais** est fixée à 20 francs par classe. (Il s'agit d'une nouveauté, imposée par l'augmentation des effectifs et des frais qui en découlent, comme par les limites budgétaires de *Math-Ecole.*)
- Sur les bases des premières expériences, la quatrième édition se déroulera en **quatre étapes** :
  - une **phase «d'entraînement»**, (sous l'entière responsabilité des maîtres) en **décembre 1995 et janvier 1996**, pour déterminer l'intérêt de la classe et décider de son inscription, dont le délai est fixé au 30 janvier 1996 ;
  - une **première épreuve** entre le **29 février et le 6 mars 1996**, (selon entente entre les maîtres intéressés : titulaire et surveillant) ;
  - une **deuxième épreuve** entre le **24 et le 30 avril 1996** ;
  - une **finale** le mercredi après-midi **5 juin 1996**, regroupant les classes ayant obtenu les meilleurs scores dans les deux épreuves, à Yverdon-les-Bains.
- Lors de chaque épreuve (entraînements, épreuves 1 et 2, finale) les élèves reçoivent une **série d'une dizaine de problèmes à résoudre collectivement**, par la classe entière.
- Pour assurer **la participation et la collaboration** de tous, les problèmes sont

choisis, en nombre et en difficulté, de telle façon que chaque élève, même parmi les plus faibles, puisse y trouver son compte et que l'ensemble de la tâche soit globalement trop lourd pour un seul individu, fut-il un bon élève.

- La classe dispose d'un **temps limité** (une heure en 4e et 5e, 45 minutes en 3e), pour s'organiser, rechercher les solutions et en débattre.

- Pendant ce temps **l'enseignant quitte le rôle de «maître» pour celui d'observateur**, s'abstenant de toute intervention, de quelque nature que ce soit. Lors des «entraînements», il observe ses propres élèves, pendant les épreuves comptant pour le classement, il fait un échange avec un collègue, voit d'autres élèves au travail, s'occupe de la remise des problèmes, de la surveillance et du contrôle du temps).

- Les élèves doivent produire **un seul compte rendu par problème** de leurs travaux et solutions. C'est la classe entière qui est responsable des réponses apportées.

- Il n'y a pas que la «réponse juste» qui compte, les solutions sont jugées aussi sur la **rigueur des démarches et la clarté des explications fournies**.

- **Les maîtres sont associés à toutes les étapes de l'organisation :**

  - ils composent une «épreuve d'entraînement», sur la base des problèmes proposés les années précédentes[1], la font passer, en discutent avec leurs élèves, s'occupent de l'inscription et de la recherche de son financement ;

  - ils organisent la passation des deux épreuves (I et II) : réception et photocopie des épreuves, contacts avec les collègues pour les «échanges de surveillances», envoi des solutions, exploitation en classe, orga-nisation du déplacement en cas d'accès à la finale ;

  - dans la mesure de leurs disponibilités, ils participent à l'élaboration des sujets, à la correction en commun, à l'analyse des solutions, à la recherche de «sponsors» et de prix .

Le rallye est pris en charge par une équipe d'animateurs, composée d'une dizaine de personnes et renforcée par les maîtres participants disponibles, qui s'occupe de la préparation des problèmes, de la correction et de l'analyse des épreuves, soutenue par la rédaction de *Math-Ecole.*

Le **bulletin d'inscription** de la page 35 est à retourner avant le **30 janvier 1996** à :

Math-Ecole, IRDP
Case postale 54
2007 Neuchâtel 7

---

[1] On choisira, par exemple, de 6 à 8 problèmes en 3e année, de 10 à 12 problèmes en 4e et 5e parmi les sujets publiés dans les récents numéros de *Math-Ecole :*

n°169, p. 5 à 8, 2e épreuve 1995, problèmes 1 à 7, 11, 12.

n°169, p. 12 à 15, finale 1995, problèmes 1, 2, 4, 5, 7 à 10.

n°165, p. 5 à 9, épreuves de 1994, problèmes 1 à 18.

n°159, p. 7 à 9, épreuve d'entraînement 1993, problèmes 1 à 12.

(Les personnes qui ne sont pas encore abonnées à *Math-Ecole* ou celles qui ne conservent pas les anciens numéros de la revue peuvent les commander à la rédaction selon les indications qui figurent en pages 2 et 3 de couverture.)

Mathématiques sans frontières

Voici quelques extraits du dépliant de présentation de cette importante confrontation, largement distribué en Alsace, sa région d'origine, en Suisse romande et au Tessin, en Allemagne, Italie, Espagne, Pologne, Liban, Hongrie, Angleterre, ... et traduit dans les langues de ces différents pays :

Un concours interclasses

Des classes entières de troisième et de seconde (degrés 9 et 10 en Suisse romande) concourent entre elles.

Une palette d'exercices variés leur est proposée (dix en troisième et treize en seconde).

La solution de l'un des exercices doit être rédigée en langue étrangère.

La classe s'organise pour résoudre les exercices en une heure et demie et rend une seule feuille-réponse pour chacun d'eux.

Lors de l'épreuve (en février), la classe est surveillée par un professeur d'un autre établissement.

Pour quoi faire ?

Ouvrir des frontières :
- entre la France et les pays voisins,
- entre les établissements scolaires, les entreprises et la cité,
- entre les mathématiques et les langues vivantes,
- entre les collèges et les lycées,
- entre les élèves d'une classe.

Favoriser :
- l'intérêt pour les mathématiques,
- le travail en équipes,
- la participation de tous,
- l'initiative des élèves,
- la pratique d'une langue étrangère.

Des exercices variés

...

L'an dernier, il y avait environ 250 classes suisses inscrites.

Ceux qui veulent en savoir plus peuvent se renseigner à l'adresse indiquée ci-dessous.

Pour les retardataires de Suisse romande, il y a encore une possibilité de s'inscrire et de passer l'épreuve d'entraînement, prévue en décembre 1995 ou janvier 1996. Mais il faut faire vite et renvoyer aussitôt le bulletin d'inscription de la page suivante à :

Mathématiques sans frontières
Ecole secondaire
2854 Bassecourt.

Je souhaite participer avec ma classe au ***4e Rallye mathématique romand.***

Nom et prénom du titulaire : ....

Adresse personnelle : ....

....

téléphone : ....

J' accepte de m'engager dans l'équipe d'animateurs, (corrections, analyse ou rédaction des épreuves) dans la mesure de mes disponibilités. ☐ oui ☐ non

Je suis abonné(e) à *Math-Ecole.* ☐ oui ☐ non

Renseignements sur ma classe :

Classe : .... degré (3, 4 ou 5) : .... nombre d'élèves : ....

Collège (nom, adresse) : ....

Signature : .... Date : ....

Mathématiques sans frontières

Nom complet de la classe inscrite : ....

Degré : ☐ **9** (dernière année de scolarité obligatoire) Effectif : ....
☐ **10** (première année du postobligatoie)

Précision quant à la section ou au niveau (selon l'appellation cantonale) :

....

Ecole	**Professeur de mathématiques**
Nom :	Nom : ....
Adresse :	et prénom : ....
Localité :	Adresse privée : ....
Canton :	Localité : ....
Téléphone :	Téléphone privé : ....
Nom du directeur :	Signature : ....

Fichier *Evariste*

120 problèmes niveau *Benjamins*, 120 problèmes niveau *Cadets*, tirés de différents tournois et rallyes mathématiques, et présentés sous forme de fiches

par Nicole Toussaint et Jean Fromentin [1]

Animant un club mathématique dans nos collèges respectifs, nous avions élaboré des fiches de problèmes à partir de diverses compétitions mathématiques. L'outil informatique aidant, ces fiches étaient certainement suffisamment présentables pour que notre Association, l'A.P.M.E.P., nous demande de les publier. Le fichier ÉVARISTE, du nom d'Évariste Galois, «symbole du génie mathématique précoce» [2] est donc né. Nous vous le présentons succinctement ci-après et nous espérons qu'il donnera naissance à de nombreux clubs mathématiques du même nom.

Les fiches-problèmes

Elles sont présentées par quatre sur une feuille au format A4, pour être photocopiées sur fiches cartonnées puis découpées au massicot, au format A6. La mise en page a été étudiée pour ce découpage.

Le recto d'une fiche (voir exemples) contient le problème, son titre, son niveau, son origine et un numéro d'ordre. En général, un petit dessin agrémente la présentation.

[1] **Ndlr** : Nous remercions ces deux collègues de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (A.P.M.E.P.) de présenter leur fichier pour les lecteurs de *Math-Ecole,* qui pourront l'obtenir directement auprès de notre rédaction (voir page 3 de couverture).

[2] Extrait de l'article de René Taton paru dans la brochure A.P.M.E.P. n°48 *Présence d'Évariste Galois 1811-1832* publiée en 1982 pour célébrer le cent cinquantenaire de la mort tragique du jeune savant.

Le verso d'une fiche (voir exemples) donne diverses informations sur le problème :

- **Thème** : (Algèbre, Dénombrement, Géométrie, Logique, Numérique, Pavage, Rangement).

- **Prérequis** : il s'agit des notions ou outils mathématiques nécessaires pour aborder le problème.

- **Notions utilisables** : il s'agit des notions mathématiques qu'on peut ou qu'on doit aborder à l'occasion de la résolution du problème.

- **Compétences ou qualités développées** : il s'agit des compétences ou qualités générales liées à l'activité mathématique, que le problème permet de développer. Bien évidemment, les champs de compétences retenus et que nous présentons ci-dessous ne sont pas disjoints. Un problème peut faire intervenir plusieurs de ces champs ; c'est ce qui en fait sa richesse.

  - LIRE (lire, observer, distinguer, relier, organiser des informations, analyser, ...) ;

  - TRADUIRE (traduire, interpréter, schématiser, traiter, ...) ;

  - INDUIRE (induire, généraliser, transférer, ...) ;

  - DÉDUIRE (déduire, argumenter, vérifier, contrôler, ...) ;

  - Qualités d'ORDRE et de MÉTHODE (ordonner, classer, trier, respecter des consignes, être méthodique, être ordonné,...) ;

- Qualités de type «CRÉATIF», INVENTIF (imaginer, se représenter mentalement, faire preuve d'initiative, d'ingéniosité, ...).

• **Démarches ou méthodes possibles** : Il s'agit en général de «coups de pouce» qu'on peut donner aux élèves pour la résolution du problème.

Les fiches-réponses

Elles sont présentées par deux sur une feuille au format A4, pour être photocopiées sur fiches cartonnées puis découpées au massicot, au format A5. La mise en page a été étudiée pour un tel découpage. Chaque fiche contient les solutions de 10 problèmes.

Les fiches-élèves

Elles ont été conçues pour permettre aux élèves de noter les numéros des problèmes déjà résolus. Présentées sur une feuille A4, leur mise en page a été étudiée pour faire, après découpage, un recto-verso au format A5.

Le document d'accompagnement

Le document d'accompagnement de ce fichier reprend dans le détail la description précédente et propose quatre index, donc quatre entrées dans ce fichier : entrée par compétences ou qualités, entrée par thèmes, entrée par notions mathématiques et entrée par ordre alphabétique avec le numéro du problème et son thème. Ces index permettent donc des choix mieux ciblés dans le cadre de la classe ou d'un club, en fonction des besoins ou des motivations de l'élève.

Quelques exemples de fiches suivent, recto et verso :

Club EVARISTE

Benjamins 042

Grenouille

Aurélie est à 7 pas d'une grenouille qu'elle veut attraper.
Pendant qu'Aurélie fait un pas, la grenouille fait 3 sauts ;
un pas d'Aurélie a la même longueur que 10 sauts de grenouille.

Après combien de pas Aurélie rattrapera-t-elle la grenouille ?

Pour simplifier, on suppose que les déplacements s'effectuent en ligne droite et que la grenouille fuit devant Aurélie.

Rallye Mathématique Champagne-Ardenne 1991

Grenouille 123 *Numérique* 042

Préréquis.
Niveau CM.

Notions utilisables.
Néant.

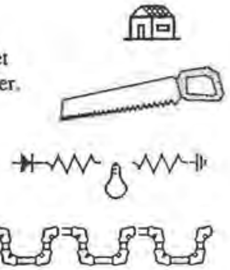
Compétences ou qualités développées.
Analyser une situation complexe.

Démarches ou méthodes possibles.
Faire un schéma sur une droite graduée ;
tout évaluer en sauts de grenouille
et situer l'avancée relative d'Aurélie à chaque pas.

Club EVARISTE

044 — Benjamins

Qui est qui ?



Armel, Basile, Clovis et Dimitri sont 4 amis. Les uns et les autres sont électricien, maçon, menuisier et plombier.
Armel rencontre souvent le maçon et Clovis.
Clovis et Armel sont des clients du plombier.
Le plombier et l'électricien aiment bien, de temps en temps, jouer aux cartes avec Basile et Clovis.

Quelle est la profession de chacun ?

Rallye Mathématique de Maine-et-Loire 1991

Club EVARISTE

039 — Cadets

Le lion de la fontaine

Une fontaine était formée d'un lion en bronze portant cette inscription : " Je puis jeter de l'eau par les yeux, par la gueule et par le pied droit.
Si j'ouvre l'oeil droit, je remplirai mon bassin en 2 jours et si j'ouvre le gauche, je le remplirai en 3 jours.
Avec mon pied, il me faudrait 4 jours et avec ma gueule, 6 heures.
Dites combien de temps il me faudrait pour remplir le bassin en jetant de l'eau à la fois par les yeux, par la gueule et par le pied ? "
(donner ce temps à la seconde près).

Rallye mathématique Poitou-Charentes 1992

Qui est qui ?

Logique — 044

Prérequis.

Niveau CM.

Notions utilisables.

Néant.

Compétences ou qualités développées.

S'imprégner des informations et les organiser avec logique.

Démarches ou méthodes possibles.

Réaliser un tableau à double entrée, personnes - professions, et y noter les impossibilités : par exemple, le premier renseignement indique qu'Armel et Clovis ne sont pas maçon...

Le lion de la fontaine

123 *Numérique* — 039

Prérequis.

Niveau Cinquième.

Notions utilisables.

Débits et fractions.

Compétences ou qualités développées.

Organiser des informations. Savoir combiner des effets.
Savoir agir avec diverses unités au départ.

Démarches ou méthodes possibles.

Chercher le débit horaire de chaque source en fraction du bassin, ou opérer avec une capacité fictive du bassin, intéressante si elle est multiple des 2, 3, 4 jours évalués en heures.

De Cabri I à Cabri II :[1]

une collaboration entre un laboratoire universitaire français et Texas Instruments

par Bernard Capponi, professeur de mathématiques

Cabri-géomètre, créé dans un laboratoire Université-CNRS à Grenoble (LSD2-IMAG Université Joseph-Fourier) est diffusé depuis 1988. Il est devenu pour les enseignants de collèges ou de lycée un outil irremplaçable pour faire de la géométrie, pour eux et leurs élèves. De nombreux mathématiciens l'utilisent aussi pour leurs travaux. On peut dire que la géométrie dynamique sur ordinateur est née avec lui.

Avec le temps, les machines et les interfaces évoluent. De surcroît, les nombreuses expérimentation dans les classes ont conduit à une nouvelle version Cabri-géomètre II (sur PC et Macintosh).

C'est toujours un Cabri mais le II signifie que les modifications y sont très importantes. L'interface est encore plus conviviale et la manipulation directe est encore plus présente.

Une modification de l'interface

L'utilisateur habituel de Cabri I verra tout de suite d'importantes modifications de l'interface qui rendent Cabri encore plus agréable et simple à utiliser.

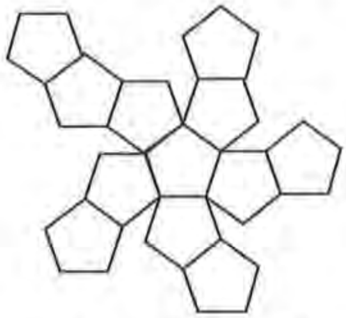
De nouveaux objets sont disponibles

- Les arcs de cercle, les demi-droites, les vecteurs, les polygones quelconques et réguliers et aussi les coniques !
- Le lieu géométrique lui même est plus proche de la notion d'objet que dans la version 1 mais l'idée de «trace» d'un point a été par ailleurs conservée et étendue à d'autres objets.

Ces modifications simplifient beaucoup la construction et la manipulation des objets.

[1] Cet article a été publié dans *Hypothèses* n°8, septembre 1995, bulletin scientifique de *Texas Instruments*, qui nous a aimablement accordé le droit de reproduction.

Ainsi, dans Cabri II on peut construire des objets complexes comme ce plan d'un dodécaèdre régulier très rapidement.



Cette construction se fait à l'aide de l'article polygone régulier (choix de l'outil et 3 clics pour le pentagone) puis 11 symétries des pentagones autour de leurs côtés (choix de l'outil et 2 clics par pentagone). Donc en tout deux choix dans les menus et 25 clics ! Bien entendu le choix des symétries pour créer vraiment un patron de dodécaèdre reste à la charge de l'élève !

Et encore...

- Toutes les transformations classiques : symétries, translations, rotations, homothéties, mais aussi l'inversion.
- La géométrie analytique avec le choix des repères, les coordonnées et les équations.
- Une calculatrice permettant d'obtenir des résultat qui s'actualisent avec la figure.
- Et bien d'autres fonctionnalités : aspect des objets, couleurs, épaisseurs, pointillés, remplissage ... et même de l'animation ...

Ainsi s'ouvrent de nouveaux champs d'application pour Cabri-géomètre, qui permet de mieux en mieux de faire de la géométrie «classique», mais aussi de relier les aspects numériques et géométrique et de représenter graphiquement, de manière rapide, des phénomènes à base géométrique.

Instantanés mathématiques

Publié par : l'*APAME*, Québec
Directeur de la publication :
Nicole Vermette
Comité de lecture : Renée Caron, responsable, Henriette Laplante, Anne Roberge, Loïc Therrien
Adresse de la rédaction :
APAME, C.P. 300
CND - Terrebone, Qc, J6W 3L5
Destinataires :
maîtres de l'enseignement primaire
Dimensions : format 21,3 x 28
Nombre de pages : 60
Fréquence de parution :
4 numéros par an
Abonnements : (pour l'étranger) 55 CDN$
Mode de paiement :
par mandat ou chèque postal international

Au Québec, il existe une «association des promoteurs de l'avancement de la mathématique à l'élémentaire», (*APAME*). Nous n'avons pas d'équivalent en Suisse romande, mais, s'il fallait l'imaginer, on pourrait penser à une société de maîtres de l'école primaire particulièrement intéressés par l'enseignement des mathématiques ou aux membres de la Société pédagogique romande se rencontrant dans le domaine de cette discipline.

Comme le précisent ses statuts, l'*APAME*, «par ses principaux objectifs, cherche à ...

- promouvoir l'avancement de l'enseignement des mathématiques au primaire, en tenant compte de l'évolution constante de la psychologie et de la pédagogie ;

- amener toutes celles et tous ceux qui ont une préoccupation pour l'enseignement des mathématiques à échanger sur leurs expériences et faciliter l'éclosion de solutions propres à créer une dynamique dans l'évolution de l'enseignement ;

- sensibiliser et outiller les enseignantes et les enseignants face aux programmes, aux démarches et aux techniques de l'enseignement de la mathématique.»

L'association a un comité de cinq membres, des responsables régionaux, un secrétariat. Elle organise un concours annuel, le *Mathémathlon*, destiné à intégrer la résolution de problèmes dans les activités d'apprentissage mathématique en classe et dont les résultats sont largement exploités au plan didactique. Elle publie une revue, *Instantanés mathématiques* et autres documents dont voici quelques titres (avec, entre parenthèses, les prix en $ canadiens) :

• Aide-mémoire mathématique (12)
• La mathématique au jour le jour ... essai sur l'art d'enseigner (20)
• Tables de nombres (10)
• La calculatrice à l'école (8)
• Transformations I et II (8)
• Banque de problèmes du *Mathématlon*, 3e, 4e, 5e et 6e (15)
• Frises et rosaces (8)
• Les probabilités et statistiques (8)
• Le point sur la résolution de problèmes (4)
• Polyèdres et dallages (8)
• Les fractions (15)
• ....

Instantanés mathématiques et toutes les autres publications de l'*APAME* s'adressent aux enseignantes et enseignants des degrés 1 à 6, dans un langage très simple. Les propositions pratiques d'activités pour la classe, les comptes rendus d'expériences, les fiches, ... y côtoient articles en prise directe sur les préoccupations pédagogiques et didactiques de chacun : la prise en compte de l'erreur, l'évaluation, la résolution de problèmes, etc.

Pour se faire une idée du style et de l'intérêt d'*Instantanés mathématiques* on en trouvera un article, sur la résolution de problèmes, en pages 11 à 15 de ce numéro, ainsi que les quelques fiches suivantes tirées de la rubrique *A vos tables ... de nombres.*

Ces tableaux sont adaptables à l'âge et au niveau des élèves comme à la nature des opérations à traiter. Il suffit de choisir des nombres impairs de lignes et de colonnes et de remplir les cases judicieusement afin qu'il ne reste qu'un seul nombre seul. On s'apercevra vite que les recherches de différences et de quotients sont plus riches et qu'on peut imaginer des tableaux où il y a plusieurs solutions :

Place des jetons sur les paires de nombres dont la **somme est 4** et indique le nombre qui reste seul.

1	2	3
2	3	1
3	2	1

Place des jetons sur les paires de nombres dont la **différence est 4** et indique le nombre qui reste seul.

12	9	2	9	14
1	8	10	7	4
10	11	6	7	16
13	5	15	8	20
5	3	13	11	6

Place des jetons sur les paires de nombres dont le **produit est 36** et indique le nombre qui reste seul.

6	2	3	4	18
1	4	6	1	9
12	36	18	12	9
2	9	3	4	9
6	36	2	18	6

Place des jetons sur les paires de nombres dont le **quotient est 3** et indique le nombre qui reste seul.

60	12	72	45	15
81	20	1	36	24
12	6	4	108	27
72	24	3	54	27
2	9	18	5	135

Pour votre bibliothèque

ALEAS EDITEUR poursuit sa publication d'ouvrages anciens et modernes, intéressant les mathématiques et leur enseignement.

Dans *Math-Ecole* n°158, nous avions présenté le premier livre de la collection *Arithmétique pour amateurs* : ***Pythagore, Euclide et toute la clique***, de Marc Guinot. Les deux suivants de la même veine sont maintenant disponibles : ***Les "Resveries" de Fermat*** et ***Ce diable d'homme d'Euler***.

Deux nouveaux ouvrages en souscription sont annoncés :

Théorie élémentaire du commerce

- **L'auteur** : Pierre Crepel, chercheur au CNRS, a retrouvé un livre quasiment inconnu, absent tant des bibliographies que du catalogue de la Bibliothèque nationale : *La théorie élémentaire du commerce* de Charles-François Bicquilley.

- **Le livre** : Cet ouvrage fut publié à Toul en 1804, mais le manuscrit avait été déposé à l'Académie des sciences en 1799 et avait reçu un accueil favorable de Bossut, Delambre et Lagrange.
Il apparaît aujourd'hui comme la première théorie mathématique de l'économie, incluant détermination mathématique des prix et usage du calcul des probabilités.
Pierre Crepel a rédigé une introduction tentant de retracer l'itinéraire de l'auteur, il a ajouté des notes explicatives et plusieurs annexes.

Le septième arrhe

- **L'auteur** : Après *L'Aurore des Dieux*, Jacques Dixmier, grand mathématicien français, signe son deuxième recueil de nouvelles de science-fiction.

- **Le livre** : A la frontière entre science et science-fiction, voilà des nouvelles qui ouvrent des perspectives audacieuses et des abîmes profonds.
Le monde s'élargit aux confins de l'univers et l'homme poursuit toujours plus loin sa quête avide de connaissance et de domestication des nouveaux phénomènes qui l'entourent.
Les rivalités sont d'autant plus acharnées que les enjeux sont grands. La porte est ouverte à toutes les récupérations et à tous les dérapages éthiques.
Mais l'homme reste-t-il maître de tout ce qu'il provoque ?
De beaux scénarios-fiction entre horreur et fascination...

Extraits du catalogue d'ALEAS EDITEUR

- *Théorie élémentaire du commerce* (Ch.-F. Bicquilley) (En souscription FF100.- au lieu de 120.-)
- *Le septième arrhe* (Jacques Dixmier) (En souscription FF 80.- au lieu de 100.-)

Ouvrages déjà parus :

- *Les "resveries" de Fermat* (Marc Guinot) (FF 110)
- *Ce diable d'homme d'Euler* (Marc Guinot) (FF 180)
- *Pythagore, Euclide et toute la clique* (Marc Guinot) (FF 110)
- *Et pourtant... ils ne remplissent pas N* (Claude Lobry) (FF 110)
- *Les certitudes du hasard* (Arthur Engel) (FF 150)
- *Lexique de mathématiques en cinq langues* (FF 35)

* *La moisson des formes* (Bernard Bettinelli) (FF 90)
* *La crise de l'enseignement* (Marc Legrand) (FF 78)

(Commande auprès de ALEAS EDITEUR, 15 quai Lassagne, F-69001 Lyon, accompagnée de votre règlement, par chèque ou virement postal international au CP 9684 Z Lyon.)

APMEP. Nos collègues de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public viennent de publier :

Jeux 4
De l'intérêt des problèmes de rallyes

S'appuyant sur une centaine de problèmes posés dans des rallyes mathématiques ou olympiades, cette brochure s'intéresse à leur utilisation pédagogique et souligne les apports que peuvent avoir des problèmes de ce type dans la formation de l'élève, notamment pour le développement d'une attitude de recherche.
La brochure recense des compétitions mathématique ouvertes aux collégiens, lycéens,... ,voire aux écoliers, propose des moyens pour élaborer des sujets, des aides méthodologiques, examine des comportements de recherche,... , et complète l'accès à la documentation par un répertoire des problèmes étudiés et une bibliographie.
Promenade guidée parmi plus de 100 problèmes représentatifs des rallyes de toute sorte, cadre de réflexion sur les comportements qu'ils induisent, aide concrète pour s'investir dans leur étude, cette brochure devrait intéresser les enseignants soucieux d'éveiller la curiosité chez leurs élèves.

En vente par l'intermédiaire de *Math-Ecole* au prix de 28 Fr. (commande en page 3 de couverture).

ADCS. Après *Le nombre* π, voici une nouvelle publication de l'Association pour le Dévelop-pement de la Culture Scientifique :

Les jeux de Nim, par Jacques Bouteloup.

Voici quelques jeux «simples» auxquels vous saurez vous attaquer victorieusement et rapidement après la lecture du magistral livre de Jacques Bouteloup sur les jeux de Nim ! Mais vous en saurez encore beaucoup plus car son livre fait le tour du problème des jeux de Nim en donnant une méthode de recherche pour ces questions...
Pas si évident que cela...

Les quilles de bowling

Avec une boule, vous pouvez abattre 1 ou 2 quilles (voisines). Le perdant est celui des deux joueurs qui ne peut plus jouer.
C'est à votre tour de jouer, que faites-vous ?

1996

Vous devez atteindre exactement le but «1996». Votre adversaire et vous-même n'avez le droit, chacun son tour, de n'ajouter que les nombres 1, 6 ou 16. On commence à 0.
Si vous jouez le premier, pouvez-vous gagner contre toute défense et comment ?

Quinze objets

Quinze objets sont en tas sur la table. A tour de rôle, chacun en prend 1, 2 ou 3 à sa convenance. Le gagnant est celui qui, une fois tout les objets ramassés, en possède un nombre pair.
C'est à votre tour de jouer, que faites-vous ?

Au sommaire de l'ouvrage :

De très nombreux problèmes sont proposés avec chaque chapitre, et toutes les solutions sont fournies !

En vente par l'intermédiaire de *Math-Ecole* au prix de 42 Fr. (commande en page 3 de couverture).

FFJM. Viennent de paraître, les trois dernières annales des championnats organisés par la Fédération Française des Jeux Mathématiques et logiques :

- ***Le Sabre d'Aladin***, recueil des problèmes du 8e championnat, destiné aux catégories de lycées et adultes ;
- ***Le Singe et la Calculatrice***, niveau «collégiens».
- ***Récrémaths***, *les récréations mathématiques d'Evariste et Sophie*, où figurent aussi d'autres problèmes que ceux du championnat, destinés à des élèves plus jeunes, dès 8 à 10 ans.

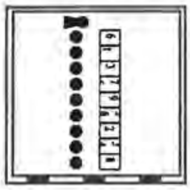
En vente par l'intermédiaire de *Math-Ecole* au prix de 13 Fr. par volume (commande en page 3 de couverture).

Club
EVARISTE

037
Cadets

Le code coffré !

Teddy Strait a laissé le code à 9 chiffres de son coffre-fort à l'intérieur du coffre-fort ! Heureusement il se souvient que ce code ne contient pas de zéro, que les chiffres sont tous différents, et, qu'à partir de la gauche
- le nombre formé par le 1er et le 2ème chiffre est un multiple de 2,
- le nombre formé par le 2ème et le 3ème chiffre est un multiple de 3,
- le nombre formé par le 3ème et le 4ème chiffre est un multiple de 4,
- et ainsi de suite ... jusqu'au nombre formé par le 8ème et le 9ème chiffre qui est un multiple de 9.



Avec ces renseignements, il trouve deux possibilités. Quelles sont-elles ?

Rallye mathématique Poitou-Charentes 1992

Le code coffré 123 *Numérique* **037**

Prérequis.

Niveau Cinquième.

Notions utilisables.

Multiples.

Compétences ou qualités développées.

Traiter méthodiquement des informations.

Démarches ou méthodes possibles.

Lire toutes les informations pour partir de la plus efficace : être multiple de 5, puis envisager les iformations qui suivent : elles permettent d'écrire les cinq derniers chiffres...

Notes de lecture

Tous les ouvrages mentionnés dans cette rubrique *Notes de lecture* sont disponibles à :

IRDP / Secteur de la Documentation
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7
Tél. : (038) 24 41 91
Fax : (038) 25 99 47

et peuvent être empruntés gratuitement pour une durée de 1 mois à raison de 5 documents à la fois.

Le Secteur de Documentation de l'IRDP regroupe, dans sa bibliothèque, des ouvrages (monographies, périodiques, cassettes vidéos) dans les domaines de la pédagogie, de la sociologie et de la psychologie à destination des groupes et des personnes associés à la Coordination scolaire romande, ainsi qu'à la coopération interrégionale.

CHACUN, TOUS... DIFFÉREMMENT !
Différenciation en Mathématiques au cycle des apprentissages
Roland CHARNAY - Jacques DOUAIRE
Jean-Claude GUILLAUME
Dominique VALENTIN
Rencontres pédagogiques n°34
INRP, Paris 1995

Dans ce volume des *Rencontres pédagogiques*, les auteurs proposent d'apporter des éléments de réponse à l'interrogation : «En quoi la didactique peut-elle contribuer à une amélioration de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire conçu dans la perspective des cycles ? Quels outils, quelles méthodes, quels dispositifs propose-t-elle aux enseignants de mettre en œuvre pour aider les élèves en difficulté tout en continuant à gérer les apprentissages de l'ensemble des élèves qui sont confiés à l'école ?». Les problèmes de *cohérence* entre les enseignants et de *continuité* quant aux savoirs à enseigner ont déjà été développés par la même équipe dans les publications ERMEL.[1] L'accent est ici porté sur la problématique de l'appropriation *différenciée* des connaissances par les élèves.

Les différences des compétences numériques que l'on observe chez les enfants au CP sont considérables, raison pour laquelle il est important de pouvoir leur proposer des activités différenciées. D'autres problèmes surgissent alors :
- la gestion de cette différenciation ;
- l'adaptation des situations importantes ;
- la prise d'informations sur les compétences des élèves ;
- etc.

Dans cet ouvrage sont présentées diverses modalités de prise d'informations qui doivent s'effectuer avant, pendant et après les séquences d'enseignement. A cet effet, les activités «principales» sont assorties d'activités d'approche et d'accompagnement. Dans chacune des situations décrites, on propose à l'enseignant des éléments de différenciation qu'il est possible d'apporter. Quatre pistes de différenciation sont citées :

- la différenciation par les procédures, qui permet à chaque élève d'exprimer sa propre solution sans que celle-ci entre dans une hiérarchisation de solutions ;

[1] ERMEL (1990, 1991, 1993), *Apprentissages numériques, cycle des apprentissages fondamentaux, grande section, cours préparatoire* et *cours élémentaire*, Hatier.

- la différenciation par les ressources disponibles et les contraintes imposées, qui fait fluctuer les variables telles que les grandeurs, le temps, les aides à disposition,... ;

- la différenciation par les rôles qu'occupent les élèves dans une activité ;

- la différenciation par la tâche qui peut varier d'un enfant à l'autre dans le cadre de la même activité par la mise en place de différents ateliers.

Deux macro-objectifs - la découverte du pouvoir d'anticipation que donnent les nombres et la maîtrise de la distinction entre valeur et quantité - ainsi que des problèmes de recherche - activités de partage - sont traités ici. Les itinéraires de ces trois thèmes sont planifiés sur les trois années qui constituent le cycle des apprentissages (2e enfantine, 1ère et 2e primaire).

Voici un exemple qui illustre la manière dont ces choix de différenciation son présentés. L'activité *les caisses* peut se résumer ainsi :

> Les élèves sont en présence de *p* «camions» et de *n* «caisses» à charger sur les camions. On ne peut pas mettre moins de *a* caisses ni plus de *b* caisses dans un camion.

Cette activité se déroule en plusieurs phases distinctes : une phase d'appropriation (collective), une phase de recherche (par petits groupes) et une phase de reprise. Lors de chacune de ces phases, un *contrôleur* a pour tâche de vérifier les chargements. Le but de ce rôle est de «faire évoluer les procédures incorrectes vers une des procédures correctes sans en favoriser aucune». Les choix de différenciation proposés pour la deuxième phase concernent :

- «l'adaptation des valeurs numériques aux possibilités des enfants ;

- la constitution des groupes ;

- les aides spécifiques à apporter à certains élèves.»

(Ces éléments sont décrits plus précisément à la suite dans l'ouvrage).

Lors de la phase de reprise, on peut représenter les caisses par des gommettes ; les enfants ne peuvent plus retirer de caisses après les avoir placées (collées) dans le camion. Le choix du maître se porte ici sur le fait de «ne pas proposer cette phase à certains élèves car elle est trop difficile pour eux». Ceux-ci refont alors la phase précédente en adaptant par exemple les valeurs de *n*, *p*, *a* et *b*.

Les nouveaux moyens d'enseignement des mathématiques qui sont actuellement introduits en Suisse romande font appel à la différenciation. Cet ouvrage, d'un accès facile et attractif, apporte un éclairage intéressant sur le sujet et pourra sans aucun doute aider bien des enseignants à envisager cette réforme avec sérénité.

Signalons encore que certaines activités évoquées dans cet ouvrage n'y sont présentées que succinctement, celles-ci faisant l'objet d'une description plus détaillée dans les publications ERMEL. Si les activités principales sont clairement présentées, d'autres situations nécessitent en revanche les explications fournies dans l'ouvrage de référence pour leur bonne compréhension.

Destinataires : étudiants, formateurs et tous les maîtres qui enseignent les mathématiques en classe enfantine et à l'école primaire.

Mots-clés : mathématiques, didactique, différenciation.

Sophie Robert

HISTOIRE D'INFINI
Commission Inter-IREM
Épistémologie et histoire des mathématiques

La question d'infini intervient dans l'histoire des mathématiques comme un élément à la fois perturbateur et moteur. Au cours d'une longue histoire, les mathématiciens rencontrent l'infini, essayant de l'éviter ou osant l'affronter.

Depuis les géomètres grecs qui ne veulent pas faire usage de l'infini dans leurs démonstrations, jusqu'aux mathématiciens qui considéreront, comme H. Weyl, que «les mathématiques sont la science de l'infini», la lutte pour saisir l'infini est longue et passionnante. Les difficultés et les obstacles sont souvent mal repérés dans nos classes de collèges et de lycées, mais la question de l'infini rarement explicitée est parfois là, tapie dans nos salles de cours.

Les actes du 9e colloque Inter-IREM «Épistémologie et Histoire des Mathématiques» proposent quelques moments de l'histoire de l'infini, ou plutôt des infinis, tant il faudra de temps pour appréhender toutes les facettes du monstre que l'on croit enfin maîtrisé. Nombre, continu, grandeur, dérivée ou intégrale, algorithme, géométrie perspective ou géométrie du hasard : comment éviter de penser l'infini ? comment ne pas vouloir l'éclairer ? Tous les articles de ces Actes sont autant d'invitations à une réflexion sur l'infini, réflexion nécessaire à celui qui enseigne les mathématiques.

Quelques idées du contenu de l'ouvrage :

- L'infini paradoxal de Zénon d'Elée : la dialectique de l'espace et du nombre, *Jean-Paul Dumont*
- Comment les *Éléments* d'Euclide traitent du continu sans recourir à l'infini, *M.-J. Durand-Richard*
- Les progressions de l'infini : rôle du discret et du continu au 17e siècle, *Jean Dhombres*
- Évolution du concept d'infiniment petit aux 18e et 19e siècles, *Gert Schubring*
- (Re)Lectures infinitésimales, *André Deledicq*
- Les élèves de collège doivent-ils ignorer les algorithmes de calcul ou de constructions où un nombre fini d'étapes ne suffit pas pour trouver le résultat ? *Ruben Rodriguez*
- Le projectif ou la fin de l'infini, *Rudolf Bkouche*

Destinataires : étudiants et professeurs de mathématiques

Mots-clés : mathématiques, histoire, épistémologie, infini, continu, discret.

François Jaquet

Le sexe du gagnant
tiré de
Femmes suisses
novembre 1995

Lu dans le manuel de mathématiques édité par le DIPC et destiné aux élèves de division supérieure :

> *«On a partagé 1650 francs entre 125 personnes : chaque homme a reçu 15 francs, et chaque femme 10 francs. Combien y a-t-il d'hommes et de femmes ?»*

De quoi tourner les sangs de Thérèse Moreau qui se bat depuis des années pour une rédaction non sexiste du matériel scolaire.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

☐ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole* .** (Tarifs en page 2 de couverture.)

Veuillez me faire parvenir :

CONDORCET, moyens d'apprendre à compter sûrement ..... (ex. à Fr. 28.-)*

Mathématiques du Kangourou, A. Deledicq et F. Casiro ..... (ex. à Fr. 26.-)*

Jeu de l'Oie, IREM de Lorraine ..... (ex. à Fr. 8.-)*

Le nombre π, ADCS ..... (ex. à Fr. 42.-)*

Les jeux de NIM, par Jacques Bouteloup, ADCS ..... (ex. à Fr. 42.-)*

Jeux IV : de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP ..... (ex. à Fr. 28.-)*

Fichier Evariste APMEP ..... (ex. à Fr. 20.-)*

Les anciens numéros de *Math-Ecole*

(prix en page 2 de couverture) : ....

Annales du Championnat de jeux mathématiques et logiques (Fr. 13.- l'ex.)* :

• Niveau CM (degrés 4 et 5) : ***Récrémaths*** .... ex.

• Niveau collégiens :

Les Pentagones patagons (n° 8) .... ex. ***Le Serpent numérique*** (n° 10) .... ex.

Le Trésor du vieux Pirate (n°12) .... ex. ***Le Singe et la Calculatrice*** (n° 14) .... ex.

• Niveau lycéens et adultes :

La Biroulette russe (n° 9) .... ex. ***Le Pin's Tourneur*** (n° 11) .... ex.

Le Roi des Nuls (n°13) .... ex. ***Le Sabre d'Aladin*** (n° 15) .... ex.

• Anciens numéros encore disponibles (n° 3, 4, 5, 6 et 7) : ....

* Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

Nom et prénom : ☐Mme ☐M. ....

Adresse (rue et numéro) : ....

Localité (avec code postal) : ....

Date : .... Signature : ....

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7