MATH ECOLE

35e année

172

Mathématiques... sportives ?

Des automates cellulaires

Maturité professionnelle et mathématiques

avril 1996

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros): Suisse Fr. 20.- / Etranger Fr.S. 25.- CCP 12-4983-8

Prix au numéro : Fr. 5.-
anciens numéros : n°120 à 150 : Fr. 1.- / pièce (n°136 épuisé)
dès n°151: Fr. 3.- / pièce (n°152 et 153 épuisés)

Abonnements collectifs (livraison à une même adresse) :
de 5 à 9 Fr. 16.- par abonnement
de 10 à 50 Fr. 15.- par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande)

Pour toute correspondance ou information :
Rédaction de ***Math-Ecole,*** **Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**

(Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.)

MATH-ECOLE

35e année 5 numéros par an

172
avril 1996

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Graphisme et mise en page
Yvan Michlig

Sommaire

Editorial

Quels auteurs pour quels lecteurs ?
du vécu au compte rendu. . . un pas qui coûte à l'heure des multimédias

Jamais on n'a autant écrit qu'aujourd'hui... et pourtant cela frise le paradoxe: vous parlez à un collègue, il prend des notes sur son portable et ne vous regarde plus, et vous pouvez vous estimer heureux d'être juste assez grand pour croiser son regard dépassant légèrement l'écran de son instrument indispensable ! Demandez à quelqu'un de «branché» sur les multimédias ce qu'il pense de Florence, du Louvre ou de la 7ème de Beethoven et vous serez édifié : un nouveau CD vous conduit en Toscane en pleine Renaissance, le Louvre se visite en 25 minutes les pieds au chaud sans quitter le sol helvétique et la 7ème de Beethoven s'écoute casque sur les oreilles ... avec une qualité taxée de plus que parfaite... en tous les cas mieux qu'à la télé... qui elle-même surpassait nettement l'orchestre de la ville voisine, formé de toute façon de simples amateurs !

Et pourtant... on n'a jamais autant écrit et lu qu'aujourd'hui ! C'est que dans le virage Internet et de tous ses gadgets, même plus que parfaits, il y a comme un grain de sable qui fait penser au mirage, vous savez, à l'image des célèbres Dupont-Dupond qui courent dans le désert, à la recherche de l'eau fraîche et finissent par plonger la tête la première dans le sable, comme l'autruche !

Peut-être bien que la révolution informatique et médiatique d'aujourd'hui équivaut à la révolution de l'imprimerie au temps de Gutenberg. C'est vrai qu'il vaut mieux être dans le train que sur le quai pour savoir ce qui s'y passe ! Et on y trouve... à boire et à manger. Le meilleur qui est au service de l'homme, comme le pire qui renforce le pouvoir du riche et étale toujours plus au grand jour la misère du pauvre !

L'informatique peut être géniale à ses heures. Il n'en demeure pas moins que l'homme n'a jamais été aussi seul, car les compagnons que sont Windows 95, Smaky ou Mac restent bel et bien virtuels ! C'est que, les p'tits loups, comme dirait un certain Bernard Pichon, peut-être a-t-on oublié au passage l'essentiel : la communication est d'abord humaine, interpersonnelle, vraie et donc non virtuelle.

Ainsi faut-il un certain courage pour risquer une parole simple, mais qui rappelle certaines valeurs inhérentes à la nature propre de l'homme. Quitte à passer, à l'occasion, pour un nostalgique ou un anachronique !

Math-Ecole... c'est d'abord, pour l'auteur de ces lignes, un lieu d'expression lié à son double titre : mathématique et école. Un tandem qui voudrait, à l'image du couple heureux, montrer que l'un ne va pas sans l'autre.

La mathématique, pour qu'elle soit communicable, doit être objet de partage entre enfants, adultes, enseignants et parents. Elle doit trouver son lieu de vie. L'école est, nous le croyons, un lieu de vie particulier, ouvert au dialogue si elle reste proche de tous les partenaires engagés.

La revue *Math-Ecole* compte aujourd'hui proportionnellement plus de lecteurs en Suisse romande que n'importe quelle revue analogue dans les pays voisins !

Nous y voyons, personnellement, quelques raisons possibles :

- *Math-Ecole* n'est pas «doctrinaire», en ce sens qu'a priori, tout auteur, de l'Ecole enfantine à l'Université, en passant par les personnes engagées dans les centres de recherche ou les Ecoles alternatives, y ont accès ;
- *Math-Ecole* aime bien que de nouveaux auteurs s'y fassent connaître, à l'image de ces étudiants qui, apprenant le métier délicat d'enseignant, risquent leur plume pour relater une première expérience vécue en classe ! Vous savez, ce premier pas qui coûte !
- *Math-Ecole* aime aussi que les travaux d'élèves ne soient pas seulement relatés... mais aussi qu'on les voie vraiment... avec l'écriture de l'élève, avec une photo de son visage réjoui ou déçu, c'est-à-dire avec les traits réels, et non fictifs, de sa personne !

Mais au fait... *Math-Ecole,* c'est d'abord vous, c'est moi, c'est nous tous ensemble... Souvenons-nous qu'aujourd'hui, l'essentiel de notre force restera peut-être dans l'ouverture et le respect de l'opinion d'autrui, qui refuse le «tout blanc» ou le «tout noir». Qui n'écrase pas le petit parce que le grand est puissant ! Qui n'oppose pas automatiquement les petits Macs et Smakys aux géants d'Outre-Atlantique ! En mathématiques, c'est aussi un défi permanent que ne pas opposer systématiquement mathématiques classiques et mathématiques modernes, d'opposer le calcul réfléchi à l'usage de la calculatrice de poche, d'opposer le jeu «gratuit» à l'apprentissage des notions «utiles», d'opposer les mathématiques pour prégymnasiens aux mathématiques pour futurs apprentis !

En ouvrant davantage encore ses colonnes aux étudiants, aux élèves et pourquoi pas, aux parents d'élèves qu'on craint tellement de l'intérieur de l'école... *Math-Ecole* restera, nous osons le croire, une jolie oasis et non un mirage.

A côté de Windows 95... ***Math-Ecole 96*** garde tout son sens !

Jacques-André Calame

Mathématiques... sportives ?

par Chantal Richter, maîtresse enfantine, collège de Chailly

Dans notre établissement scolaire, il est une tradition automnale à laquelle, il me plaît de participer : *les joutes sportives.* En fait, il s'agit plutôt d'une matinée consacrée à des jeux divers, sans récompense autre que le plaisir.

Par contre, il est aussi une tradition qui permet de répartir la mise en place de cette journée : le tirage au sort pour désigner à chaque maîtresse l'activité qu'elle devra préparer pour cette journée.

Celle qui me fut attribuée cette année ne m'est pas apparue des plus captivantes ou du moins, je ne voyais pas comment la rendre attrayante aux yeux des enfants : il s'agissait d'un jeu de construction à partir de bouteilles et de cartons divers pour réaliser la pyramide la plus haute.

Et pourtant, ce qui se passa me permit de redécouvrir dans les lectures de Maria Montessori, pédagogue italienne née en 1870, l'importance de ce genre d'activités pour de jeunes élèves.

En ce début d'année scolaire, nous nous étions «plongés» dans les liquides, des activités en rapport avec l'eau, ses colorations et ses changements d'état. Je parlai aux enfants de ce projet de joutes sportives, en insistant sur l'importance de leurs suggestions, vu mon embarras ... !

... Et voilà que le doux gazouillis des propositions libres se fit rapidement entendre. Visiblement, leur enthousiasme dépassait le mien. Il fut décidé que chacun apporterait plusieurs bouteilles en PET et que nous avions, dans le vestiaire, des croix en carton qui pourraient servir de séparations pour les différents étages. Dès le lendemain, une avalanche de flacons vides envahit notre classe ! Mais quelques petits ennuis se profilèrent : les remplir d'eau n'était pas une bonne solution : elles se cassaient parfois, entraînant des déluges involontaires ! Il fut alors convenu que le sel était une meilleure idée, et, grâce à des entonnoirs, ils purent le verser «à l'intérieur», si possible, en s'arrêtant à temps pour que chacune ait «autant» de sel. Ce geste présentait déjà une certaine précision et maîtrise du mouvement, qui n'était pas évidente pour tous. Je vis un enfant trépigner en effectuant cette opération puis je l'entendis dire : «Oh! je transpire !» Les croix en carton furent peintes et les premiers essais purent démarrer en classe. Mais, deuxième passage délicat : Thomas et Florent réalisèrent tout à coup que les récipients n'étaient pas tous de la même hauteur. Comment les empiler sans se trouver confrontés à des problèmes de stabilité à l'étage supérieur ? C'est alors que je commençai à saisir la dynamique du groupe et le bonheur que ce jeu, en apparence fort simple, leur apportait. Ils pouvaient toucher, construire, expérimenter, détruire et recommencer.

Pendant une heure, ils allaient se passionner pour comprendre et émettre des données élémentaires : choisir des bouteilles de même grandeur avant de poser le carton et passer à l'étage supérieur. Quatre bouteilles au maximum suffisent, la cinquième est inutile. Quelle surprise d'entendre des affirmations telles que : «Pourquoi est-ce que je ne peux pas mettre une petite ici ?» Et Marcio

de répondre : «Parce que si elle n'a pas la même hauteur que les autres ce ne sera pas plat ou bien elle ne touchera pas le carton !» Ou encore : «Si on utilise moins de flacons, on pourra construire une tour plus haute», «Si on les pose toutes du même côté, ça va pencher et tomber !», «La tour est plus haute que Caroline, mais moins haute qu'Helen». Le jour des joutes sportives, ce jeu eut beaucoup de succès, même avec des élèves un peu plus âgés.

Je repensai alors aux «périodes sensibles» et aux «trésors cachés» dont parlait si souvent Montessori dans son livre «L'Enfant». Ses théories, paraissant parfois désuètes, étaient pourtant avant-gardistes et représentent encore actuellement la marche à suivre de nombreux apprentissages. Mon travail d'enseignante, lors de l'élaboration et du déroulement de ce jeu consiste en fait à apprendre à me retirer, à prendre le moins de place possible. Ce n'est pas toujours un réflexe inné dans notre métier ! Et pourtant, il semblerait qu'en permettant à l'enfant de dévoiler ses propres capacités, sans être dévalué par le regard de l'adulte que je représente, je devienne un accompagnant. Ainsi, je devins un facilitateur, témoin de «ces instants magiques» que nous avons souvent la chance de vivre avec nos classes. Je notai que mes élèves ne s'ennuyaient pas durant de telles expériences, leur attention et leur concentration n'étaient nullement perturbées et ne s'interrompaient que s'il fallait laisser la place à d'autres groupes d'enfants. Je remarquai également que lorsqu'un enfant ne comprenait pas, il s'en trouvait toujours un autre pour lui expliquer et par là même vérifier et verbaliser ses propres raisonnements.

Quand on sait l'importance pour de jeunes enfants de pouvoir manipuler et créer eux-mêmes, afin de construire, non seulement leur esprit logique, mais également leur propre individualité, il me paraît essentiel de ne pas oublier qu'ils ont eux aussi un savoir intérieur à faire jaillir. Il nous faut apprendre à leur laisser la place afin qu'ils puissent partir, explorer le monde et perfectionner leurs aptitudes personnelles en toute confiance. Cette façon d'aborder les mathématiques, l'espace, la logique et toute autre matière a l'avantage de procurer aux élèves une forme d'autonomie de pensée. Et n'est-ce pas aujourd'hui ce qui semble parfois leur faire défaut ? Il y a toujours un parent, un enseignant ou une société pour leur apporter la réponse avant qu'ils n'aient pu se poser la question.

Leur donner les moyens d'une indépendance mentale est un chemin assez sûr pour les amener à exercer leur intelligence, à comprendre les diverses relations entre les savoirs, à faire des connections intérieures[1]!

Quel plaisir de participer à des joutes sportives pour essayer d'atteindre des objectifs pareils ... ! !

MATH-ADORE !
aventures interclasses mathématiques... le retour (2)

par Caroline Joseph, étudiante à l'Ecole normale de Neuchâtel
et Jacques-André Calame, professeur de mathématiques à l'Ecole normale de Neuchâtel

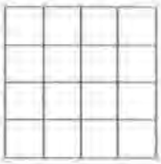
Derniers épisodes d'une belle aventure.

Dans notre dernier article (*Math-Ecole* n° 171), nous avions donné plusieurs solutions du premier problème proposé aux élèves de 70 classes neuchâteloises inscrites à Math-Adore.

Aujourd'hui, le lecteur découvrira quelques-unes des nombreuses réponses fort intéressantes reçues à propos des deux problèmes suivants :

Problème n° 2 — **Pavages**

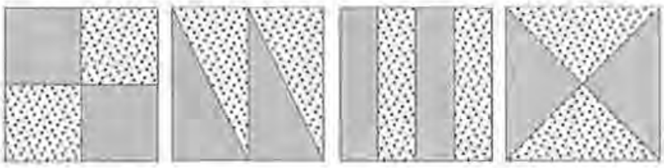
Voici un carré de côté 4 :



Si on désire recouvrir entièrement ce carré avec 4 pavés identiques, on a l'embarras du choix.

Mais on peut réaliser bien d'autres pavages, avec des pavés aux formes plus élaborées. Combien en trouverez-vous ?

A titre d'exemples, voici 4 pavages, très simples, auxquels on pense en premier lieu:



Important !

- Seule la forme des pavés compte. Peu importe s'il est possible de les disposer de différentes façons dans le carré.
- Les pavés doivent être des polygones dont les sommets correspondent à des nœuds du quadrillage.

Bonne chance et beaucoup de plaisir à faire des mathématiques !

Problème n° 3 — **Maxima et minima**

1	2	3	4	5	6 six	7	8	9 neuf	+	-	x	:

- Choisissez trois *cartes-chiffres* et une *carte-opération*. Avec deux des trois *cartes-chiffres* choisies, formez un nombre de deux chiffres. Effectuez ensuite l'opération.

⇨ 7 | 2 | 5 | x

7 | x | 5 | 2 | = *364*

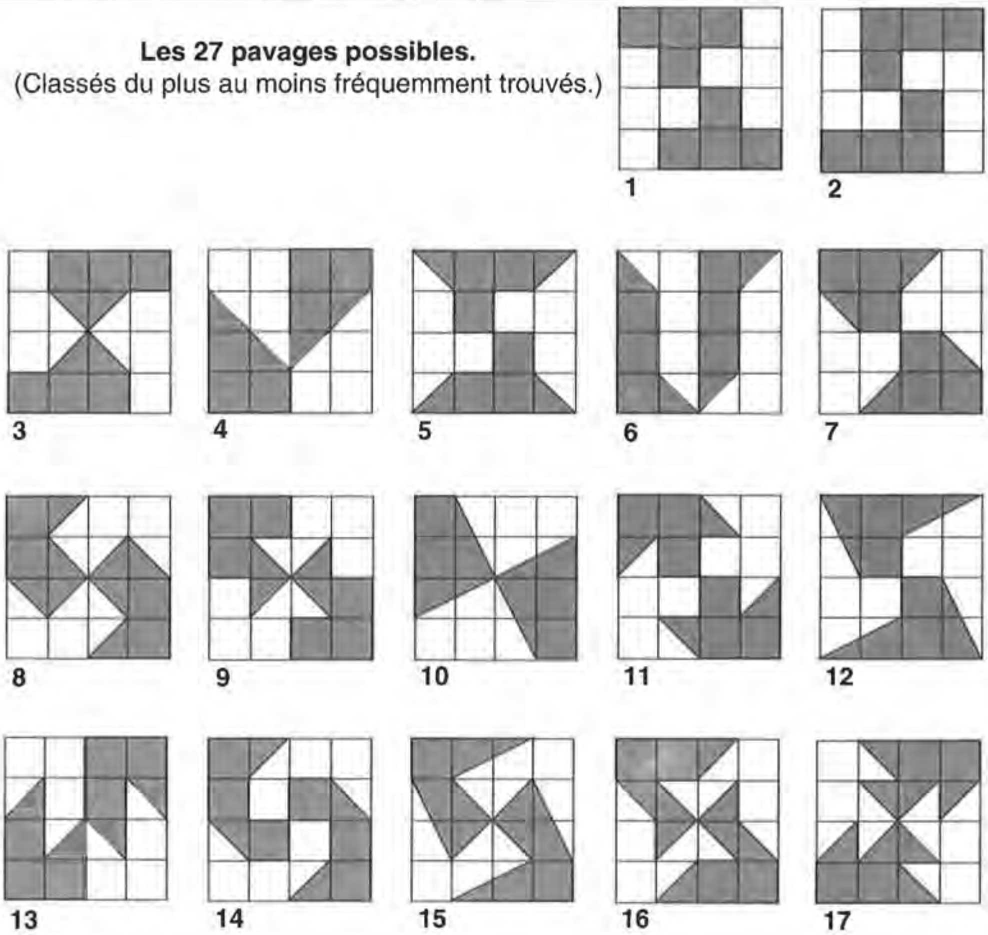
- Recommencez cela en choisissant trois nouvelles *cartes-chiffres* et une nouvelle *carte-opération.* ⇨ [1] [+] [9] [4] = *95*
- Terminez avec les trois dernières *cartes-chiffres* et une troisième *carte-opération.* (La dernière *carte-opération* reste inutilisée.) ⇨ [6] [3] [–] [8] = *55*
- Additionnez les trois résultats intermédiaires pour obtenir la somme finale. ⇨ + ***514***

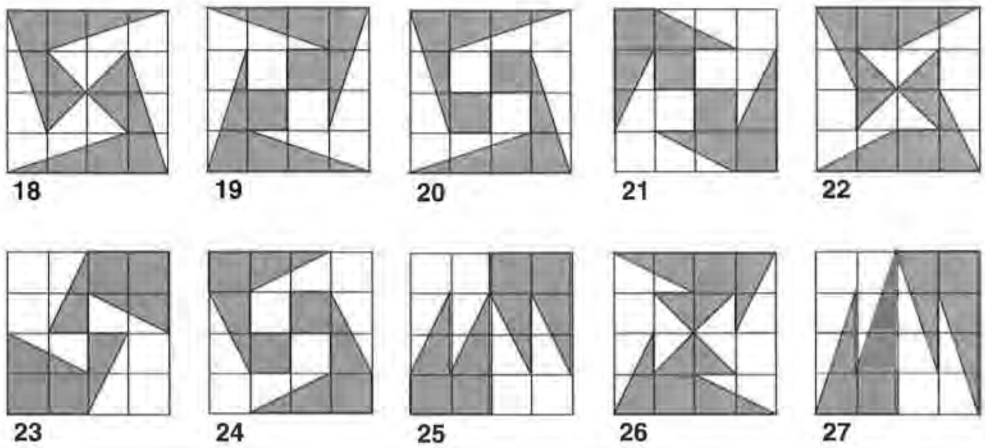
Quelles sont les deux plus grandes et les deux plus petites sommes finales que vous réussirez à obtenir ainsi ?

Bonne chance et beaucoup de plaisir à faire des mathématiques !

Le problème 2, consacré à une recherche de pavages était plus difficile qu'il n'y paraît de prime abord. Et le nombre de pavages recensé a été fort variable d'une classe à une autre. De notre côté, nous avions recensé les 27 pavages suivants :

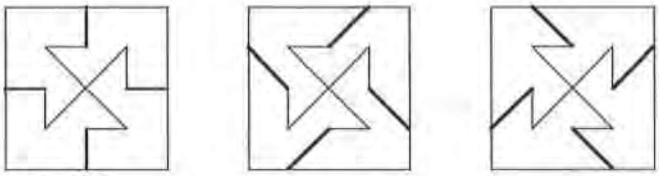
Les 27 pavages possibles.
(Classés du plus au moins fréquemment trouvés.)



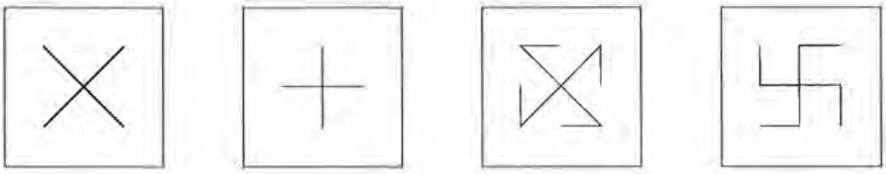


Voici trois comptes rendus parmi d'autres qui nous montrent une fois encore l'intérêt que les élèves ont pu trouver dans le type de recherche proposé :

Nous avons commencé par faire cinq groupes de cinq, de quatre et de trois.
Tous les groupes ont individuellement cherché les solutions.
Nous les avons écrites sur le tableau noir pour que tous les groupes voient les solutions des autres groupes.
Au bout de quelques solutions, un élève a remarqué quelque chose : les bouts des branches de la croix peuvent « se déplacer » :



Grâce à ça, nous avons trouvé encore beaucoup d'autres formes.
On a remarqué que dans plusieurs formes on trouvait ces croix :



On a trouvé 26 solutions, on ne sait pas si on les a toutes trouvées.

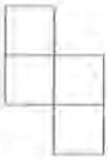
Temps : 5 périodes de 45 minutes.

Bonjour Madame,

Nous nous sommes trituré les méninges sur ce 2ème problème durant 2 périodes environ. Dans l'ensemble nous avons eu plus de difficultés qu'au premier problème. Nous avons fait beaucoup d'essais. On tombait souvent sur des solutions identiques. Finalement on est arrivé à 25 formes différentes. On s'est aperçu que chaque pavé valait 4 carreaux.
Nous attendons votre prochain "casse-tête" avec impatience.
Avec nos meilleurs messages.

Pour la classe : Céline

Démarche :
On a travaillé seul. On y est d'abord allé au pif; on a cherché plein de formes différentes. La difficulté qu'on a rencontrée, c'était de faire quatre pavés toujours de la même forme et qu'on pouvait l'inverser en tournant le carré. On a essayé de "déformer" la première forme en déplaçant un carré. On a déplacé le carré restant mais, cette figure ne va pas



On a travaillé dans un demi carré; c'est plus facile ! Car si on a trouvé deux formes là-dedans, on peut les reproduire grâce à la symétrie. On y pensait à la maison, certains en ont même rêvé !
Patrick se représentait le grand carré dans sa tête et voyait des petits carrés noirs et des petits carrés blancs. Les blancs allaient dans un pavé, les noirs dans un autre. Nous avons eu du plaisir à chercher toutes ces formes.

Le problème 3, lui, permettait de nombreuses recherches à partir des quatre opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication et division). L'ouverture du problème réside notamment dans le « suspense » relatif au maximum et au minimum recherché avec fébrilité dans beaucoup de classes. Quelques remarques à propos des sacrifices et obligations à consentir pour atteindre le maximum :

Maxima-minima : maxima : 904 et 903
minima : 42 et 43

Pour atteindre la somme maximale 904, il est obligatoire de passer par le produit 85x9 et par une division par 1. D'autre part, la soustraction doit être écartée. Ainsi, j'ai recensé quatre manières différentes d'obtenir 904 :

$$(85 \times 9) + (62 : 1) + (74 + 3) = 904$$

$$(85 \times 9) + (64 : 1) + (73 + 2) = 904$$

$$(85 \times 9) + (73 : 1) + (64 + 2) = 904$$

$$(85 \times 9) + (74 : 1) + (63 + 2) = 904$$

Il est évident qu'une deuxième solution peut être obtenue dans chaque cas en permutant les chiffres des unités des nombres de l'addition : 73 + 4 = 74 + 3.

L'obtention du total 903 passe, elle aussi, par un produit obligatoire, à savoir 86 x 9. Par contre, il est possible, cette fois-ci, d'utiliser la soustraction et de mettre de côté la division (dans ce cas, on retrouve le produit obligatoire 85 x 9). J'ai dénombré huit solutions :

(86 x 9) + (52 : 1) + (74 + 3) = 903
(86 x 9) + (53 : 1) + (74 + 2) = 903
(86 x 9) + (54 : 1) + (73 + 2) = 903
(86 x 9) + (73 : 1) + (54 + 2) = 903
(86 x 9) + (74 : 1) + (53 + 2) = 903
(86 x 9) + (62 - 1) + (74 + 3) = 903
(86 x 9) + (64 - 1) + (73 + 2) = 903
(86 x 9) + (74 - 1) + (63 + 2) = 903

Pour parvenir aux sommes minimales 42 et 43, il faut exclure la multiplication et il faut que le terme de deux chiffres de l'addition et de la soustraction soit le plus petit possible.

Les travaux d'élèves montrent, si besoin était, que le calcul mental ou réfléchi et la calculatrice de poche ont tous deux leur plein sens dans le classe et qu'il serait temps de célébrer leur mariage avant qu'il ne soit consommé en l'absence d'invités !

Au début nous avons fait des groupes de 3, 4 et 5.
Pour la plus grande somme on a choisi les signes d'opération **x** , **+** *et* **-** .
Ensuite nous avons remarqué que le chiffre 9 devait être obligatoirement utilisé avec le signe d'opération **x** *pour les deux plus grandes sommes. Notre premier résultat était de 875. Plus tard un camarade a trouvé 901 :*

9	x	87	=	783
64	-	1	=	63
53	+	2	=	55
				901

On a remarqué que si l'on divisait par 1 au lieu de soustraire 1, on obtenait un de plus :

9	x	87	=	783
64	:	1	=	74
53	+	2	=	55
				902

Si on enlève une unité à 87, on perd 9 unités au total, mais si on prend le chiffre 7 à la place du 6 dans le nombre 64, on gagne 10 unités. Au total cette "opération" nous fait gagner une unité :

9	x	86	=	774
74	:	1	=	74
53	+	2	=	55
				903

Selon le même principe, on change le chiffre 6 des unités de 86 avec le chiffre 5 des dizaines de 53 et l'on gagne encore 1 unité :

9	x	85	=	765
74	:	1	=	74
63	+	2	=	65
				904

On n'a pas trouvé de plus grande somme.

Pour la plus petite somme, on a choisi les signes d'opération - , : et + . On a cherché des multiples de 9 parce qu'on voulait diviser par le plus grand nombre, on a commencé par 81, 81 : 9 = 9, mais cette opération employait le chiffre 1 qu'on voulait garder pour l'addition. Après on a essayé avec 72, 63, 54, 45, 36, 18. La plus petite somme à laquelle nous sommes arrivés était :

$$\begin{array}{r} 45 : 9 = 5 \\ 26 - 8 = 18 \\ 13 + 7 = 20 \\ \hline 43 \end{array}$$

puis

$$\begin{array}{r} 36 : 9 = 4 \\ 25 - 8 = 17 \\ 14 + 7 = 21 \\ \hline 42 \end{array}$$

Un autre groupe avait trouvé une autre solution en divisant par 8 :

$$\begin{array}{r} 56 : 8 = 7 \\ 13 + 7 = 20 \\ 24 - 9 = 15 \\ \hline 42 \end{array}$$

On n'a pas trouvé de somme plus petite.

A l'heure qu'il est, la somme impressionnante de documents reçus pour les trois étapes de nos aventures interclasses mathématiques nous a contraints à donner ici quelques flashes seulement. Ils ne sont que la partie émergée de l'iceberg ! Dans le prochain numéro de *Math-Ecole*, nous nous interrogerons ensemble sur les effets d'un tel engouement pour ces problèmes, d'abord dans le cadre des classes, puis dans un cadre de réseaux interclasses et intermaîtres, enfin, plus particulièrement, dans le cadre d'un travail de fin d'études pour une future institutrice, et en didactique pour un maître d'école normale.

D'ici là, les quelques propos d'élèves qui suivent donnent déjà un signe indéniable d'encouragement pour les adultes qui, à des titres divers, leur ont permis de vivre cette aventure !

Au départ, ce 3ème problème n'a pas déclenché l'enthousiasme. On s'est mis à chercher par groupes de 2-3 élèves et on avait un peu de peine à comprendre comment il fallait faire.
Puis on a tous compris, on s'est pris au jeu et on ne voulait plus arrêter. Quand on avait trouvé un "record", on le faisait contrôler par le maître puis on le notait au tableau.
On a fait le tour des classes du collège pour avoir le plus possible de machines à calculer.
Pour les grandes sommes, on a compris qu'il fallait supprimer la soustraction et diviser par 1.
Pour les petites sommes, il fallait supprimer la multiplication.
On aimerait bien qu'il y ait encore d'autres problèmes.

J'ai trouvé ce troisième et dernier problème très intéressant. Math-Adore est très instructif. Ce jeu m'a permis de voir que je ne savais plus faire des multiplications en colonnes. Ce problème était plus intéressant que les autres. Merci de nous envoyer ce jeu génial.

Julien

CABRidées

par Michel Chastellain, maître de didactique des mathématiques au SPES (VD)

Tiens, une nouvelle rubrique !

Certes, *Math-Ecole* a déjà publié quelques articles traitant du logiciel Cabri-géomètre[1]. Mais, d'une manière générale, les propos tenus avaient pour but premier de décrire les différents outils à disposition et la façon de les manipuler, afin de susciter, chez le lecteur, l'envie de mieux connaître ce nouveau didacticiel. Or, depuis son apparition vers la fin des années 80, bien des enseignants de mathématiques ont eu l'occasion de se familiariser avec cette application, au point de maîtriser, aujourd'hui, les multiples facettes de son utilisation.

Dès lors, *Math-Ecole* souhaite offrir à ses lecteurs une nouvelle rubrique,[2] *CABRidées,* qui propose régulièrement des activités pour lesquelles l'apport de Cabri-géomètre représente un support pédagogique non négligeable. C'est ainsi que l'article de ce jour relate une situation de classe, vécue avec des élèves de 7e année scientifique, sous le titre équivoque de :

«Pairimètre»

La consigne distribuée se présentait ainsi :

Quelle est l'aire maximale d'un triangle dont le périmètre mesure 6 cm ?

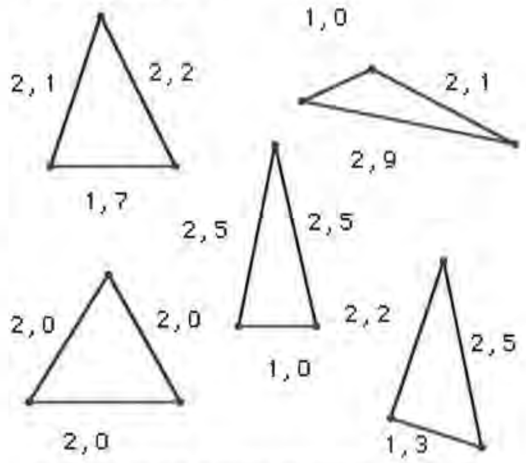
J'espérais une analyse fondée sur la potentialité du logiciel mis à disposition, évitant ainsi une étude plus traditionnelle, basée principalement sur une recherche systématique de «toutes» les possibilités !

Or, par souci d'honnêteté, il convient de reconnaître qu'un groupe n'a pas répondu à cet espoir, même si les élèves possédaient déjà une certaine pratique de Cabri-géomètre, pratique acquise durant la sixième année, à raison d'une période par semaine. A titre d'exemple, voici le «maigre» compte rendu, remis par ce groupe, à la fin des deux périodes de recherche :

Nous avons cherché toutes les possibilités pour le périmètre du triangle (6 cm) avec des mesures de segments différentes.

(Nous avons imprimé à l'écran divers (10) triangles avec chacun un périmètre de 6 cm et des mesures de segments différentes, pour tous les avoir sous les yeux.)

Parmi ceux-ci :



Ensuite nous avons cherché les mesures des segments dans un ordre chronologique (1, ensuite 2 cm, ... etc.). Après plusieurs essais nous avons constaté que c'est le triangle équilatéral (2 cm + 2 cm + 2 cm; aire : 1,8 cm²) qui a la plus grande aire (1,8 cm²).

[1] *Math-Ecole* n°146, 147, 148, 153, 159.

[2] C'est l'occasion de rappeler ici, que nos colonnes sont ouvertes à tous !

Par contre, les autres productions révèlent, à des degrés différents, une utilisation particulièrement intéressante de Cabri-géomètre. L'idée généralement retenue de deux points **b** et **c** qui se baladent sur un segment donné – ici le segment [**aa'**] dont la mesure «constante» vaut 6 cm – avait été étudiée précédemment. Il est cependant réjouissant de constater que les élèves ont été capables, non seulement de retrouver cet outil, mais encore de l'utiliser correctement. J'en veux pour preuve leur construction (fig. 1), ainsi que les propos qui l'accompagnent.

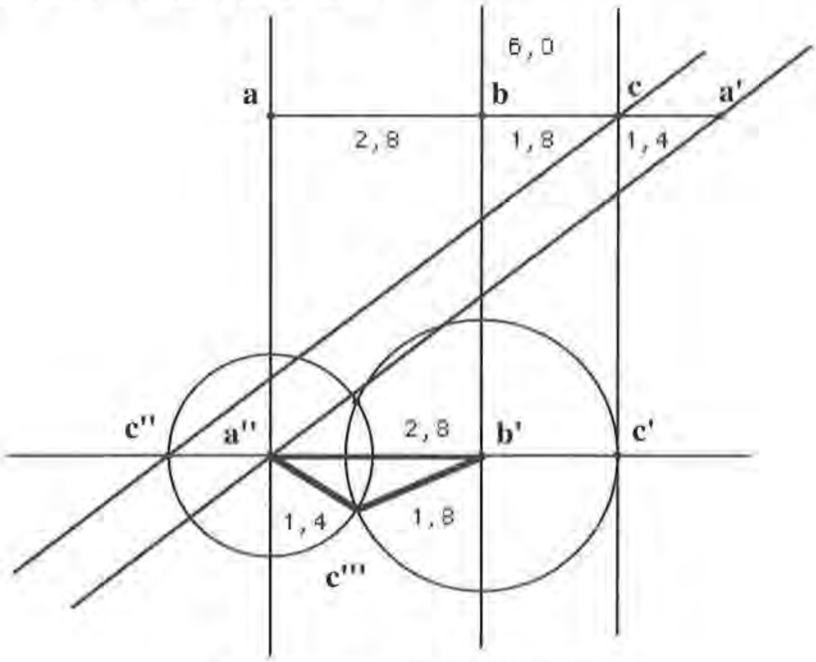


fig.1,* dessinée par Eric / Laurent

**Pour la lisibilité de l'article, nous avons complété la figure 1 et le texte suivant, produits par les élèves, en y ajoutant quelques indices permettant de distinguer les différents points.*

Nous avons tracé une droite passant par l'extrémité droite ***(a)*** *(a') du segment* ***a;a*** *(a;a') passant par le point* ***a*** *(a'') et une droite parallèle à cette droite passant par* ***c****. Ce qui nous donne le point* ***c''*** *sur la parallèle au segment [****a; a'****]. Le point* ***c''*** *est à gauche du point* ***a*** *(a''). Nous faisons un arc* ***O*** *de centre* ***b'****, de rayon* ***c'*** *et arc* ***O [a''; c'']*** *=> intersection des deux cercles* ***=> c*** *(c''') et un autre point dont nous aurions pu faire aussi le triangle avec, mais nous avons choisi par principe le point (d'en bas) que nous avons nommé* ***c*** *(c''').*

Cette construction étant réalisée, les élèves n'ont plus qu'à déplacer alternativement les points **b** et **c**, du segment **[aa']**, pour que le triangle **a''b'c'''** prenne toutes les allures possibles. La dimension, à la fois dynamique et ludique de Cabri-géomètre, les amène alors à énoncer un certain nombre d'hypothèses et de remarques, qu'ils sont à même de justifier en partie, comme par exemple :

Pour commencer nous avons construit un triangle équilatéral dont les trois côtés mesurent 2 cm. Son aire est de 1,7 cm².

Après nous avons essayé de construire un triangle dont la base est égale à 3 cm et les deux côtés de un et de deux cm, mais nous nous sommes rendus compte que ces sommets ne se rejoindraient que sur la base.

Dans cette deuxième figure «allégée», les traits de construction ont été momentanément camouflés grâce à l'outil *«Aspect des objets»* du menu *«Edition»* :

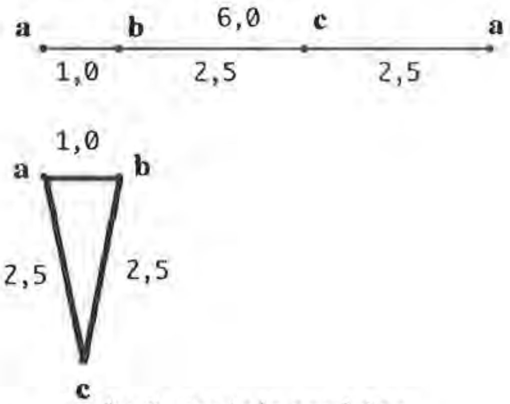


fig. 2, dessinée par Julien

Nous voyons que plus nous prenons une base grande plus l'aire sera petite. Nous avons essayé de construire un triangle isocèle de base 1 cm et les deux autres côtés de 2,5 cm.
Son aire est de 1,3 cm².
Pour l'instant c'est le triangle équilatéral qui a la plus grande aire.

Pour chaque position obtenue, les élèves bénéficient de l'outil *«Calculer»*, du menu *«Divers»*, ce qui leur permet d'obtenir l'aire de chaque nouveau triangle (fig. 3) :

Dès que l'un des côtés du triangle mesure 3 cm, le triangle n'est plus possible car 3 cm est déjà la moitié du périmètre. Nous construisons un triangle quelconque de base 2,5 cm et les deux autres côtés de 2 cm et de 1,5 cm. Son aire était de 1,5 cm².

Nous essayons de construire un triangle rectangle avec les mêmes mesures que celui construit précédemment (2,0; 2,5; 1,5). Ce qui nous a donné la même aire. Mais dans le triangle d'avant, l'angle mesurait 93°. Ce qui est dû aux imprécisions des mesures des segments. Le triangle avec un maximum d'aire avec 6 cm de périmètre est le triangle équilatéral de 2; 2; 2 cm.

Finalement, l'étude menée est remarquable à plus d'un titre, car elle aura notamment permis :

- de se pencher sur les conditions d'existence d'un triangle, en fonction des dimensions de ses côtés,
- d'effectuer des calculs d'aires,
- de résoudre la problématique posée par l'activité elle-même,
- de souligner, lors de la synthèse finale, l'importance d'une marche à suivre précise afin de faciliter la compréhension d'une construction géométrique.

Calculs dans "David"

Longueur(a b)	= 2,500 cm
Longueur(b c)	= 1,500 cm
Longueur(a c)	= 2,000 cm
Aire(a b c)	= 1,500 cm2

fig. 3, la feuille de calculs de David

Des automates cellulaires pour créer des «rideaux»

par Luc-Olivier Pochon

Durant le Mois de la Science organisé à la fin de l'année dernière à Neuchâtel par la Société des enseignants neuchâtelois de sciences, l'exposition "les nombres et les plantes", hébergée au Musée d'histoire naturelle, offrait un poste de travail permettant aux visiteurs de réaliser des "rideaux", c'est-à-dire des figures construites à partir d'automates cellulaires. Cet article, après une brève introduction aux automates cellulaires, rend compte des travaux laissés par les participants. En particulier, toutes les illustrations sont des créations originales réalisées dans le cadre de cette exposition.

Les mathématiques actuelles abordent depuis quelques années le virage de la "complexité". Des modèles sont élaborés qui permettent de dépasser les approximations linéaires auxquelles les phénomènes naturels étaient souvent ramenés. L'ordinateur joue un rôle important dans cette perspective et, conjointement, il a introduit un nouveau style d'exploration en mathématique. Parmi ces mathématiques "expérimentales", les procédés qui utilisent la répétition de règles de transition sont simples à mettre en œuvre. Les résultats obtenus sont souvent spectaculaires dans la mesure où la simulation d'un phénomène global est obtenue à partir de "structures locales de calcul" dans lesquelles le "hasard" tient souvent une grande place.

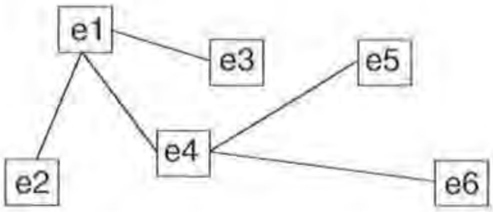
Parmi ces méthodes, les automates cellulaires occupent une place de choix. Le "jeu de la vie"[1], imaginé par le mathématicien John Horton Conway en 1970, est un exemple fameux d'automate cellulaire. Plusieurs disciplines se réfèrent à ce modèle: en biologie pour des études d'évolution, en informatique (recherche de machines "universelles", réseaux neuronaux), en physique avec les phénomènes de diffusion et de percolation, etc.

La situation générale est la suivante, on imagine des "cellules" interconnectées. A un moment donné, chaque cellule est caractérisée par son état (une valeur que l'on peut symboliser par une couleur). L'évolution du système est donné de la façon suivante: l'état d'une cellule au temps t+1 est déterminé par une règle de transition, c'est-à-dire une fonction de l'état de la cellule au temps t et de l'état, au temps t également, des cellules auxquelles elle est connectée.

---

[1] Chaque élément d'un quadrillage représente une cellule. Chacune est entourée de huit cellules. Au début, un certain nombre de cellules sont marquées vivantes. Puis on passe d'une génération à l'autre de la manière suivante: une cellule entourée de quatre cellules vivantes ou plus meurt (d'étouffement!). Il en va de même pour une cellule isolée ou liée à une seule cellule vivante (solitude!). Une cellule entourée de deux cellules vivantes reste en l'état. Une cellule entourée de trois cellules vivantes devient vivante (ou le reste si elle l'était auparavant).

Ce jeu fait l'objet de plusieurs présentations, notamment par I. Kloumova-Fuchs (1982) Le jeu de la vie. *Mathématiques venues d'ailleurs* (J.-M. Kantor, ed.). Paris: Belin. On le trouve également dans des moyens d'enseignement: Calame, J.-A., Jaquet, F., Crevoiserat, J.-P. (1991) *Mathématique huitième année*. Neuchâtel: Département de l'instruction publique. On trouve également de l'information et des simulations à ce propos sur Internet: http://www.research.digital.com/nsl/projects/life/life.html

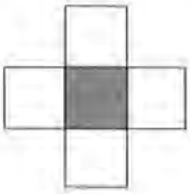


L'état e1' de la cellule 1 au temps t+1 est fonction de son état e1 au temps t et de l'état e2, e3, e4 au temps t des cellules 2, 3 et 4. e1' = f(e1, e2, e3, e4).

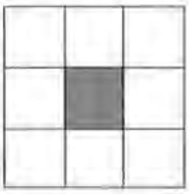
De même, e2 et e3 évoluent en fonction de leur valeur respective et de e1; le nouvel état de la cellule 4 dépend de e1, e4, e5 et e6; e5 et e6 évoluent en fonction de leur valeur et de e4.

On considère la plupart du temps des réseaux symétriques et on considère que toutes les cellules sont soumises à la même règle de transition! De même, la fonction de transition est en principe indépendante du temps t.

Dans la pratique, les études sont principalement réalisées avec des réseaux quadrillés ou triangulés. L'interconnexion est donnée par le contact direct des cellules. Sur un réseau quadrillé on considère habituellement comme voisinage d'une cellule carrée les quatre cellules ayant un côté en commun (voisinage de von Neumann) ou les huit cellules qui entourent le carré (voisinage de Moore). Le jeu de la vie utilise un voisinage de Moore.



voisinage de
von Neumann
de la cellule grisée

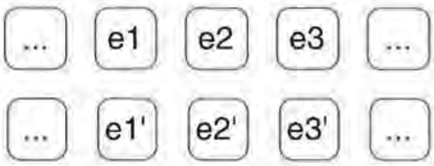


voisinage de
Moore
de la cellule grisée

On a de la peine à imaginer comment un dispositif aussi simple peut donner naissance à des phénomènes complexes. On peut toutefois constater que pour des cellules à n états différents ayant chacune v voisines, le nombre de règles s'élève à $n^{n^{v+1}}$. C'est un nombre rapidement énorme. Pour des cellules à 3 états et un voisinage de 4, son code décimal comprend 115 chiffres! Pour des cellules à 3 états et un voisinage de 8, le nombre de règles de transition disponibles s'écrit avec plus de 9000 chiffres!

Les automates cellulaires à une dimension d'espace et une de temps fournissent déjà un outil mathématique intéressant qui permet de simuler plusieurs phénomènes naturels, par exemple la décoration des coquillages de certains mollusques[1]. Ils montrent que des phénomènes complexes peuvent se baser sur un nombre réduit d'informations.

Pour cela, on considère un certain nombre de cellules colorées (couleur = état) alignées que l'on désignera sous le terme de **germe**. Puis on imagine des **règles de transition** qui donneront, un instant plus tard, une nouvelle lignée de cellules: on détermine, par exemple, l'état d'une cellule à partir de celui des 2 cellules qui se trouvent au-dessus d'elle à gauche et à droite (e2' = f(e1, e3))



On peut encore simplifier le système en ne prenant que des fonctions qui ne dépendent que de la somme e1+e3. Le nombre de règles de transition devient raisonnable: si

[1] Voir, par exemple Hayes, B. (1995) Space-time on a seashell. *American Scientist,* may-june, p. 214-218.

chaque cellule a trois états (0, 1, 2), la somme varie de 0 à 4, il y a donc $3^5 = 243$ règles possibles.

Exemple avec cinq cellules et trois couleurs: rouge(0), bleu (1), vert (2)

La règle de transformation est la suivante: pour trouver la couleur d'une nouvelle cellule, on commence par additionner les valeurs des deux cellules de la génération précédente qui se trouvent à gauche et à droite de la nouvelle cellule[1]. Puis on utilise le tableau de correspondance ci-dessous pour déterminer la couleur à partir de la somme obtenue.

Somme obtenue	0	1	2	3	4
Couleur attribuée	2	0	1	0	2

Germe	0	1	2	0	1
Temps 1	1	1	0	0	2
Temps 2	0	0	0	1	0
Temps 3	2	2	0	2	2
Temps 4	2	1	2	1	2

Somme: 2 + 1 = 3
Le tableau fait correspondre la couleur 0 à la somme 3.

Dans ce cas, on a travaillé avec un *voisinage* de 2, c'est-à-dire que deux cellules déterminent la nature d'une cellule de la génération suivante. La valeur de ce voisinage peut être augmentée.

Si n est le nombre de couleurs et v la valeur du voisinage, la somme peut valoir de 0 à v(n-1). Donc, le nombre de règles s'élève à $n^{v(n-1)+1}$. Si n = 2 et v = 3, il y a $2^4 = 16$ règles. Si n = 4 et v = 3, le nombre de règles est $4^{10} = 1048576$. Belles variables didactiques !

L'étude des rideaux peut se faire à l'aide d'une simple feuille de papier. Il est clair que le travail ne devient vraiment possible et intéressant que si on dispose d'un ordinateur pour effectuer les calculs[2] et l'on peut alors procéder à une véritable " botanique " des rideaux.

Le problème de la classification des règles n'est pas simple! S. Wolfram[3] (l'auteur de Mathematica) propose un regroupement des " rideaux " en 4 classes. La classe 1 est donnée par les rideaux dont la couleur s'uniformise (une étude montre que cela apparaît dans 25% des cas). Cette uniformisation se produit quelque soit le germe. La classe 2 comprend des automates qui présentent une répétition. La modification du germe n'a également de l'influence que très localement. La classe 3 présente une régularité chaotique, la modification d'une cellule du germe peut se propager à travers tout le rideau. La classe 4 comprend les rideaux totalement irréguliers, extrêmement sensibles aux conditions initiales.

---

[1] Pour les cellules se situant à une extrémité, on prend en considération les cellules situées à l'autre extrémité, comme si le processus se déroulait sur un cylindre.

[2] Les lecteurs intéressés peuvent en obtenir un pour Windows auprès de *Math-Ecole*.

[3] Wolfram, S. (1984) Computer software in science and mathematics. *Scientific American*, September, 251 (3), 188-203.

Quelques travaux pratiques: dessiner des rideaux ou retrouver la règle
Tous les rideaux ont 3 couleurs.

Germe	0	1	2	0	1
T.1					
T.2					
T.3					
T.4					

Complétez le «rideau» en utilisant la règle :

Somme	0	1	2	3	4
Couleur	1	0	1	0	1

Germe	0	1	2	0	1
T.1	0	0	1	0	1
T.2	1	1	1	0	1
T.3	0	0	1	0	1
T.4	1	1	1	0	1

Trouvez la règle (voisinage 2) :

Somme	0	1	2	3	4
Couleur					

Germe	1	2	0	0	0
T.1	2	0	2	0	0
T.2	0	0	0	2	2
T.3	2	0	2	2	2
T.4	2	0	2	0	0

Trouvez la règle (voisinage 2) :

Somme	0	1	2	3	4
Couleur					

Germe	0	1	0	0	1
T.1	0	0	0	0	0
T.2	1	1	1	1	1
T.3	2	2	2	2	2
T.4	0	0	0	0	0

Trouvez la règle (voisinage 3) :

Somme	0	1	2	3	4
Couleur					

conus1 (voir page 21)

Classe 2 : voisinage 6, 3 couleurs
Règle : 111443344111
Auteur : Perret

ace1 (voir page 21)

Classe 3 : voisinage 3, 5 couleurs
Règle : 012344444014
Auteurs : Emmanuelle, Carole, Angélique

tr_ondu1 (voir page 22)

Classe 3 : voisinage 3, 4 couleurs
Règle : 3230313123
Auteur : ?

bizarre1 (voir page 22)

Classe 4 : voisinage 3, 4 couleurs
Règle : 0201313201
Auteur : Sylvie

Cette première classification mériterait d'être enrichie (et l'a peut-être été) pour tenir compte des automates qui apparaissent avec l'augmentation du nombre d'états (de couleurs) et la largeur du voisinage. En particulier, certains automates apparaissent comme la superposition de deux automates de chacune des classes. Il pourrait aussi être intéressant d'étudier le lien entre germe et règle (principalement pour les automates sensibles aux conditions initiales).

paj2 paj2_01 (voir pages 22 et 23)

Classe 2 : voisinage 2, 3 couleurs
Règle : 22201
Germe : 123612 (à gauche)
au hasard (à droite)
Auteur : Pierre-André

nana1 (voir page 23)

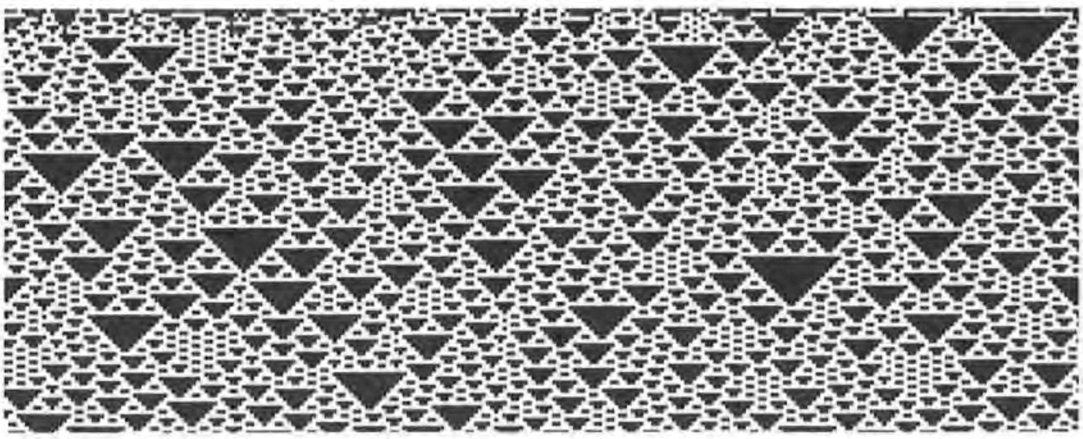
Classe 3 : voisinage 2, 4 couleurs
Règle : 2013103220010013223
Germe : 3201032103023021233330000
Auteur : Nahum

Pour conclure

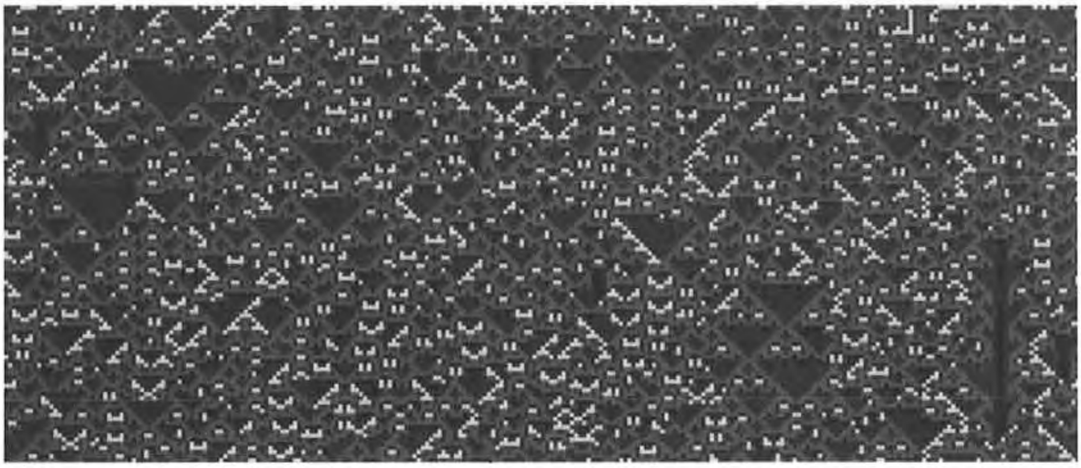
Il est très tentant de donner ici la classification des 16 règles avec 2 couleurs et un voisinage 3. Mais ce serait comme dévoiler le dénouement d'un bon roman policier ! Voici toutefois quelques directions de recherche. Il est tout d'abord possible de procéder simplement à une classification des rideaux après avoir réaliser les dessins. Il est possible aussi de faire une étude préalable en étudiant la propagation des densités de chacune des couleurs d'une ligne à l'autre (dans le germe choisi au hasard, chacune des couleurs a une densité de 0.5). On peut aussi utiliser les probabilités conditionnelles pour tenir compte du fait que la somme de trois cellules étant donnée, certaines valeurs de la somme des trois cellules adjacentes sont plus probables que d'autres. C'est plus sophistiqué! Il y a des activités pour des élèves de la maternelle à l'université!

Les données de ce surprenant rideau n'ont malheureusement pas été sauvegardées! Saurez-vous les retrouver ?
Auteur : **Denis** (voir page 23)

conus1

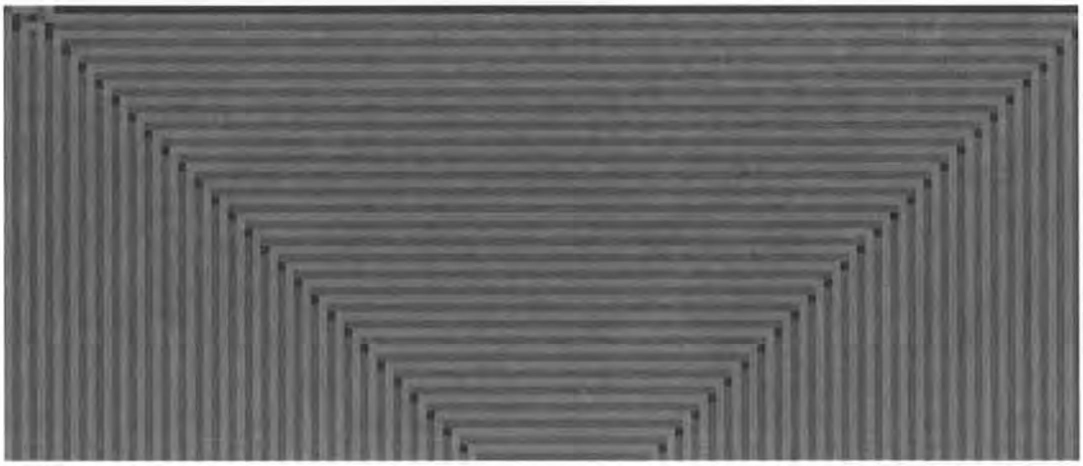


ace1

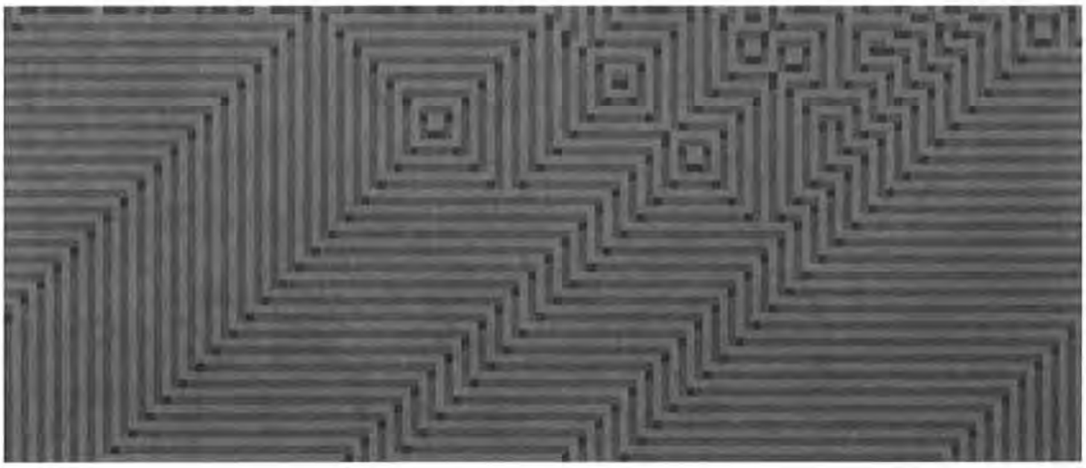


tr-ondu1

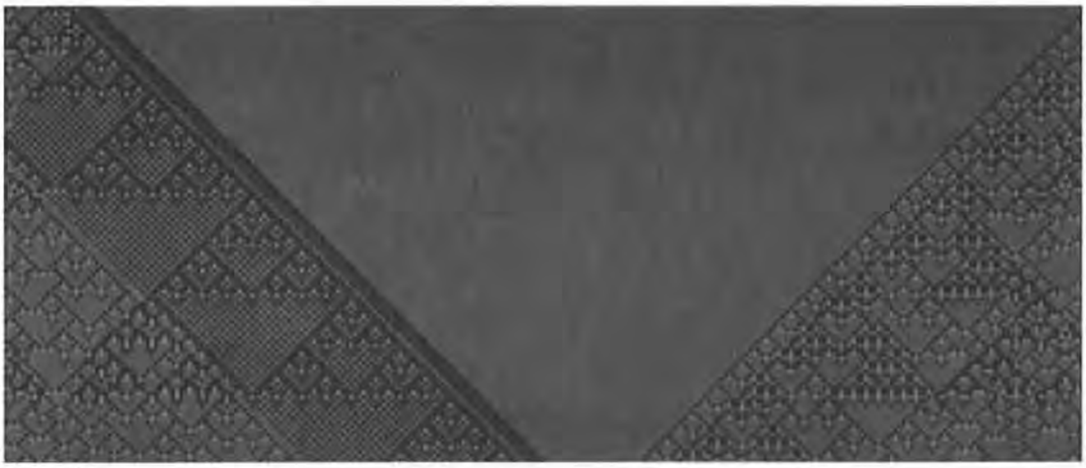
bizarre1



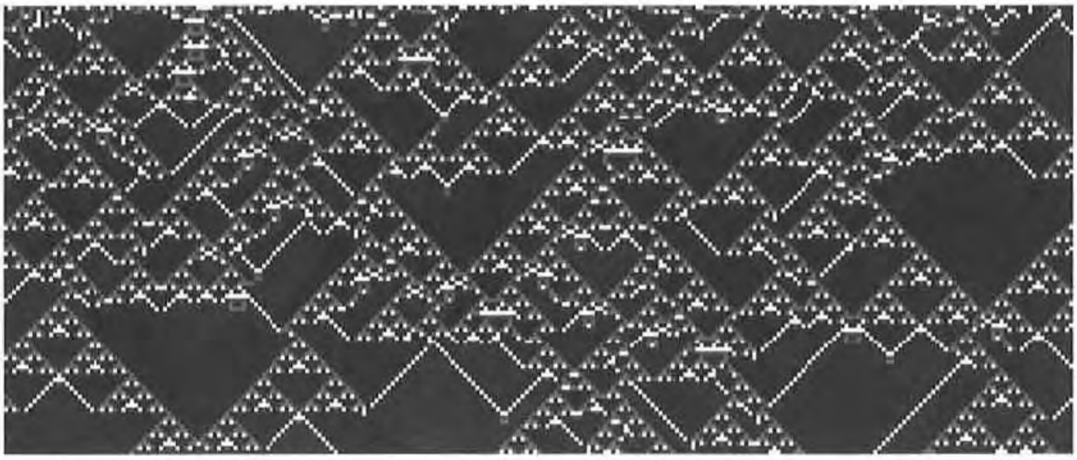
paj2



paj2-01



nana1



Denis

Problèmes additifs (2) : de variations

(1ère partie, voir n° 171)

par Alicia Bruno et Antonio Martinón, Universidad de La Laguna, Tenerife (Espagne)

Dans l'article précédent, nous avons parlé des problèmes additifs d'états. Nous allons étudier maintenant ceux de variations puis, dans un troisième et dernier article, nous verrons ceux de comparaison.

Si l'on tient exclusivement compte de la structure, on distingue quatre types de problèmes de variations :

Combinaison de variations successives
première variation + seconde variation
= variation totale

Combinaison de variations
variation partielle 1 + variation partielle 2
= variation totale

Variation de variations
variation initiale + variation
= variation finale

Comparaison de variations
variation 1 + comparaison
= variation 2

Dans les travaux que nous connaissons, les deux types de combinaisons de variations que nous envisageons n'ont pas été distingués. Grâce aux explications qui seront données un peu plus loin, nous verrons qu'il s'agit de types de problèmes différents.

Dans chaque catégorie, nous distinguerons plusieurs **types structuraux** de problèmes, en fonction de la position de l'inconnue (on trouvera plus de détails dans l'article précédent). Dans chacun d'eux, il y a plusieurs **types structuraux-sémantiques**, en fonction de la forme d'expression utilisée pour la variation ou la comparaison. Rappelons qu'il existe trois façons d'exprimer une variation :

Le soir, Jean a 3 francs de plus que le matin.
Le matin, Jean avait 3 francs de moins que le soir.
Au cours de la journée, Jean a gagné 3 francs.

De façon analogue, il y a quatre manières d'exprimer une comparaison :
Pierre a 3 francs de plus que Jean.
Jean a 3 francs de moins que Pierre.
Si Jean gagnait 3 francs, il aurait la même chose que Pierre.
Si Pierre perdait 3 francs, il aurait la même chose que Jean.

Dans les exemples, nous faisons toujours référence à l'addition 2 + 3 = 5 et tous les problèmes se situent dans le contexte "avoir".

5. Combinaison de variations successives

Dans ce type de problèmes, il y a un seul état qui varie avec le temps et on obtient le schéma suivant :

première variation + seconde variation
= variation totale.

Par exemple, **x** représente (en francs) ce que Jean a gagné le matin, **y** ce qu'il a gagné l'après-midi et **z** ce qu'il a gagné au cours de la journée. On peut dire que **x** représente la **première variation**, **y** la **seconde variation**, **z** la **variation totale**.

Exemple :
Le matin Jean a gagné 2 francs : **x**
L'après-midi Jean a gagné 3 francs : **y**
Au cours de la journée, Jean a gagné 5 francs : **z**

Types structuraux. On en distingue deux :

(1) Données : **x**, **y**. Inconnue : **z**.

Exemple :
Le matin Jean a gagné 2 francs et l'après-midi il en a gagné 3. Combien Jean a-t-il gagné au cours de la journée ?

(2) Données : **x**, **z**. Inconnue : **y**.
Nous considérons qu'il s'agit du même problème que : Données : **y**, **z**. Inconnue : **x**.

Exemple :
Le matin, Jean a gagné 2 francs et au cours de la journée il en a gagné 5. Combien a-t-il gagné l'après-midi ?

Exemple :
L'après-midi, Jean a gagné 3 francs et au cours de la journée il en a gagné 5. Combien a-t-il gagné le matin ?

Types structuraux-sémantiques. Etant donné qu'il existe trois façons élémentaires d'exprimer les variations, il y a 27 types structuraux-sémantiques pour chaque type structurel, et il y a donc 54 types structuraux-sémantiques de problèmes de combinaison successive de variations.

Vergnaud (1982) a étudié ces problèmes tels qu'il sont exprimés dans leur forme sémantique de changement; c'est ce qu'il appelle composition de deux transformations.

6. Combinaison de variations

Contrairement aux problèmes que nous avons vus précédemment, où il n'y avait qu'un état, dans ce type de problèmes il y a trois états, qui varient avec le temps, un des états étant la somme des deux autres. C'est-à-dire, qu'à partir du schéma de combinaison d'états :

état partiel 1 + état partiel 2 = état total,

on obtient

variation partielle 1 + variation partielle 2 = variation totale.

Par exemple, **x** représente (en francs) ce que Jean a gagné à la banque, **y** ce qu'il a gagné chez lui et **z** ce qu'il a gagné au total. Ainsi, **x** et **y** représentent les **variations partielles**, alors que **z** représente la **variation totale**.

Exemple :
A la banque, Jean a gagné 2 francs. **x**
Chez lui, Jean a gagné 3 francs. **y**
Au total, Jean a gagné 5 francs. **z**

Types structuraux. On en distingue deux :

(1) Données : **x**, **y**. Inconnue : **z**.

Exemple :
A la banque Jean a gagné 2 francs et chez lui il en a gagné 3. Combien Jean a-t-il gagné au total ?

(2) Données : **y**, **z**. Inconnue : **x**.
Autre possibilité équivalente : Données : **x**, **z**. Inconnue : **y**.

Exemple :
Chez lui, Jean a gagné 3 francs et au total il a gagné 5 francs. Combien Jean a-t-il gagné à la banque ?

Exemple :
A la banque Jean a gagné 2 francs et au total il en a gagné 5. Combien Jean a-t-il gagné chez lui ?

Types structuraux-sémantiques. Etant donné qu'une variation peut être exprimée de trois façons différentes, chaque type structurel a 27 types structuraux-sémantiques. Etant donné qu'il y a deux types structuraux de problèmes, en tout, on compte 54 types structuraux-sémantiques de problèmes de combinaison de variations.

7. Variation de variations

Dans ce type de problèmes, on regroupe tous ceux où l'on trouve un état et l'on décrit de quelle façon les variations varient, selon un schéma du type :

variation initiale + variation = variation finale.

Par exemple, **x** représente (en francs) ce que Jean a gagné hier, **y** la variation des gains d'hier et d'aujourd'hui, **z** ce qu'il a gagné aujourd'hui. Ainsi on a **x** qui est la **variation initiale**, **z** la **variation finale**, **y** la **variation des variations**.

Exemple :

Hier, Jean a gagné 2 francs :	**x**
Aujourd'hui, il a gagné 3 francs de plus qu'hier :	**y**
Aujourd'hui, il a gagné 5 francs :	**z**

Types structuraux. On distingue 3 types :

(1) Données : **x**, **y**. Inconnue : **z**.

Exemple:
Hier, Jean a gagné 2 francs et aujourd'hui il en a gagné 3 de plus qu'hier. Combien Jean a-t-il gagné aujourd'hui ?

(2) Données : **z**, **y**. Inconnue : **x**.

Exemple :
Aujourd'hui, Jean a gagné 5 francs, c'est-à-dire 3 francs de plus que ce qu'il a gagné hier. Combien Jean a-t-il gagné hier ?

(3) Données : **x**, **z**. Inconnue : **y**.

Exemple :
Hier Jean a gagné 2 francs et aujourd'hui il en a gagné 5. Combien Jean a-t-il gagné en plus aujourd'hui que hier ?

Types structuraux-sémantiques. Ici apparaît une nouveauté. Maintenant la variation de variations agit comme une comparaison et elle peut être exprimée de quatre façons équivalentes du point de vue sémantique :

Aujourd'hui, Jean a gagné 3 francs de plus qu'hier.
Hier, Jean a gagné 3 francs de moins qu'aujourd'hui.
Si hier Jean avait gagné 3 francs de plus, il aurait gagné la même chose qu'aujourd'hui.
Si aujourd'hui Jean avait gagné 3 francs de moins, il aurait gagné la même chose qu'hier.

Par conséquent, chaque type structurel a 36 types structuraux-sémantiques. En tout, il existe 108 types structuraux-sémantiques de problèmes de variation de variations.

8. Comparaison de variations

Ce type de problèmes provient de la comparaison d'états :

état 1 + comparaison = état 2,

et il correspond à un schéma tel que :

variation 1 + comparaison = variation 2.

Par conséquent, il y a deux fonctions états qui varient avec le temps et ces variations sont comparées.

Par exemple, **x** représente ce que Jean a gagné, **y** ce que Pierre a gagné de plus que Jean et **z** ce que Pierre a gagné. On peut dire que **x**, **z** sont les **variations**, alors que **y** est la **comparaison** des variations.

Exemple :

Jean a gagné 2 francs :	**x**
Pierre a gagné 3 francs de plus que Jean :	**y**
Pierre a gagné 5 francs :	**z**

Types structuraux. Il y en a 3 :

(1) Données : **x**, **y**. Inconnue : **z**.

Exemple :
Jean a gagné 2 francs et Pierre en a gagné 3 de plus que Jean. Combien Pierre a-t-il gagné ?

(2) Données : **z**, **y**. Inconnue : **x**.

Exemple :
Pierre a gagné 5 francs, c'est-à-dire 3 de plus que Jean. Combien Jean a-t-il gagné ?

(3) Données : **x**, **z**. Inconnue : **y**.

Exemple :
Jean a gagné 2 francs et Pierre en a gagné 5. Combien de francs de plus que Jean, Pierre a-t-il gagné ?

Types structuraux-sémantiques : Etant donné que chaque variation peut être exprimée de trois façons différentes et qu'il y a quatre façons d'exprimer la comparaison, alors chaque type structurel comprend 36 types structuraux-sémantiques. Il existe donc 108 types structuraux-sémantiques de problèmes de comparaison de variations.

Bibliographie

Vergnaud, G. 1982. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J.M. and Romberg, T. (eds). *Addition and Subtraction : A cognitive Perspective*, pp. 39-59. Lawrence Erlbaum Associates,Hillsdale,New Jersey.

Les problèmes du ***4e Rallye mathématique romand*** voir pages 46 à 48.

14. LE TOURNOI

Cinq équipes de basket participent à un tournoi : Lausanne, Genève, Neuchâtel, Bienne et Fribourg.

Dans ce tournoi :

- chaque équipe joue une fois contre chacune des autres;
- un match gagné donne deux points au vainqueur et un match nul donne un point à chacune des deux équipes;
- un club a gagné tous ses matchs;
- Neuchâtel a gagné une fois de plus que Fribourg;
- il n'y a eu qu'un seul match nul : entre Lausanne et Bienne;
- Genève et Bienne ont perdu chacun trois fois.

Combien de points l'équipe de Lausanne a-t-elle à la fin du tournoi ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

Maturité professionnelle et mathématiques

par Michel Chastellain, maître de didactique des mathématiques au SPES (VD)

Il me revient à l'esprit une récente discussion, pour le moins animée, ayant pour sujet la discontinuité entre l'enseignement de la scolarité obligatoire et celle du post-obligatoire. Les maîtres réunis ce jour-là – pour déguster une tasse d'un infâme café durant la pause principale du matin – tentaient d'analyser l'origine de l'écueil qui se dresse face à de nombreux élèves, lors de leur entrée au gymnase.

Les remarques formulées, bien que n'exprimant pas que des idées pessimistes, reflétaient toutefois un certain désarroi, probablement exacerbé par l'approche des examens du mois de juin, relatifs à l'obtention du certificat de fin d'études secondaires : *«Je suis contraint de baisser mes exigences, sous peine d'obtenir une moyenne de classe catastrophique.»* – *«J'avais prévu de faire plus, mais cette volée, quoique fort sympathique, se révèle particulièrement faible en math.»* – *«Je leur ai proposé un certain nombre d'activités de recherche et, bien évidemment, leur maîtrise du calcul algébrique laisse à désirer.»* – ...

Au delà de la désillusion de ne pas avoir conduit les élèves au niveau souhaité, il se dégageait un certain découragement que l'un des participants traduisit par ces mots : *«Eux, ils entament leur programme sans trop se soucier du niveau réel de connaissance de nos élèves. Ils partent du principe que celui qui n'est pas capable de suivre n'a rien à faire dans un établissement gymnasial.»*

C'est alors qu'un collègue, plus spécialement concerné par tout ce qui touche à l'entrée en apprentissage, émit la constatation suivante : *«Ouais, si vos élèves rencontrent de la difficulté à s'adapter aux exigences initiales du programme des gymnases, que dire des nôtres qui, s'ils entendent trouver une bonne place d'apprentissage, doivent souvent subir des examens portant sur des notions mathématiques que l'on n'enseigne plus depuis fort longtemps !»* Et le voilà parti dans une puissante diatribe à propos de la «fameuse» règle de trois !

Loin de moi l'idée de colporter de sombres conceptions ou d'entamer ici un débat sur le bien-fondé des arguments de chacun, même s'il y aurait beaucoup à dire, dans un sens comme dans l'autre. Par contre, les propos entendus à cette occasion soulignent, une fois encore, le clivage qui existe entre les différents ordres d'enseignement, par suite de la méconnaissance des exigences et des contraintes propres à chaque formation.

Cet aspect se révèle particulièrement sensible dans les représentations que les maîtres de mathématiques se construisent, suivant qu'ils appartiennent au micro-monde de l'école secondaire, ou à celui de la formation professionnelle. Et pourtant, les tentatives visant à une meilleure connaissance réciproque ont été fréquentes, depuis longtemps déjà. A titre d'exemple, j'évoquerai le XV^{e} Forum mathématique de 1994, dont les débats sont ainsi résumés : [1]

«En mathématiques, comme dans d"autres branches, des problèmes se posent lors du passage de l'école obligatoire à la formation professionnelle : les attentes des enseignants du niveau professionnel ne correspondent pas aux connaissances, capacités et aptitudes effectives des élèves sortant de la scolarité obligatoire.

---

[1] CDIP, Dossier n°37, *L'enseignement des mathématiques à l'école obligatoire et dans la formation professionnelle,* 1995, p. 9.

Les enseignantes et les enseignants de l'école obligatoire sont mal informés des exigences de l'enseignement professionnel, qui, dans de nombreux cas, sont fixées par des instances supérieures (associations professionnelles, OFIAMT, etc.). A l'inverse, le corps enseignant des écoles professionnelles n'est souvent que partiellement au courant des changements qui interviennent au niveau des contenus des plans d'études, des moyens d'enseignement et des méthodes utilisés pendant la scolarité obligatoire.

On peut donc parler d'un véritable manque d'information réciproque. Le Forum a tenté de s'attaquer à ce problème. Des enseignants de la scolarité obligatoire et des écoles professionnelles et des représentants d'autres établissements de formation se sont réunis pour un échange d'idées et pour tenter d'apporter des réponses aux questions esquissées ci-dessous :

- *Quels sont les objectifs et les besoins de l'école obligatoire ?*
- *Quels sont les objectifs et les besoins des écoles professionnelles ?*
- *Où sont les divergences et comment pourrait-on y remédier ?*
- *Que fait-on des plans d'études et des moyens d'enseignement dans les deux types d'écoles ?*
- *Comment les aptitudes et connaissances des élèves sont-elles évaluées, à l'entrée, à l'école professionnelle ?*
- *Qu'entend-on par l'expression «solides connaissances de base», souvent citée ?*
- *Comment les jeunes vivent-ils le passage de l'école obligatoire à l'école professionnelle ? Quelle est – à leurs yeux – l'applicabilité, au niveau de la formation professionnelle, des connaissances mathématiques acquises pendant la scolarité obligatoire ?*
- *Comment peut-on stimuler l'initiative personnelle dans le processus d'apprentissage ?*
- *Où sont les similitudes (différences) entre les deux types d'écoles dans l'enseignement des mathématiques ?*
- *Comment le développement de la démarche mathématique est-il évalué ? Quelle importance lui accorde-t-on ?*
- *Quelle est l'importance donnée à l'enseignement interdisciplinaire ?*
- *Comment l'évolution technologique des moyens d'enseignement est-elle prise en compte ?*

Les contenus de l'enseignement occupaient le devant de la scène du Forum 1994. Même si les questions didactiques et méthodologiques leur sont étroitement liées, elles devaient, pour une fois, rester en arrière-plan.»

Dans un autre ordre d'idée, quoique relativement proche, on constate également une faille dans la connaissance – il faudrait parler de méconnaissance – de tout ce qui touche à la maturité professionnelle. Autrement dit, et même s'il n'existe pas de relation directe entre la fin de la scolarité obligatoire et les études qui mènent à la maturité professionnelle, tous les maîtres de l'enseignement public en ont entendu parler et connaissent son existence, mais bien peu sont à même de décrire son contenu et les objectifs visés. Et pourtant, cette formation ultérieure concerne une partie non négligeable de nos élèves !

Voici donc quelques éléments d'information, à propos de l'enseignement des mathématiques dans le cadre de la maturité professionnelle technique, qui visent à combler cette lacune.

Des principes novateurs

La maturité professionnelle tend à conserver la référence à l'activité professionnelle, tout en complétant les compétences des candidats par de plus grandes connaissances dans les domaines techniques et théoriques. La partie «scolaire», vécue généralement à raison de deux jours d'enseignement théorique hebdomadaire, comprend la connaissance du métier ainsi que l'enseignement de la culture générale. La totalité des cours correspond à 1440 leçons,[1] qui se répartissent entre les enseignements de la langue maternelle, de deux autres langues nationales, de l'histoire et des sciences politiques, du droit et économie, de la physique, de la chimie ainsi que de plusieurs branches à option (biologie, informatique, ...). Le temps consacré aux mathématiques est de 120 à 160 leçons, la somme de la langue maternelle et des mathématiques étant de 600 leçons. Sans entrer dans trop de détails, le programme mathématique définit l'étude des équations linéaires et non linéaires, des puissances, des fonctions, des exponentielles, des logarithmes, de la géométrie spatiale, de la trigonométrie, de la géométrie vectorielle, de l'analyse combi-natoire et de la statistique.

L'examen final porte sur la langue maternelle, la deuxième langue nationale, l'algèbre, la géométrie et la physique. En outre, un examen est prescrit dans au moins une branche du groupe : troisième langue nationale, histoire et sciences politiques, droit et économie, chimie.

Il est particulièrement réjouissant de constater que les lignes directrices adoptées, tant sur le plan didactique que sur le plan pédagogique, visent le développement de la personne, parallèlement à l'acquisition de compétences techniques. Les objectifs généraux précisent, notamment, que les élèves doivent démontrer leur compréhension des faits et de leur structure, défendre leurs propres raisonnements, et faire preuve d'un esprit ouvert face à des situations nouvelles. Pour y parvenir, le plan d'étude – dont la base de référence est la méthodologie générale de K. Frey[2] – recommande l'alternance d'études autonomes, de longues périodes de travail indépendant, de transmission de connaissances «ex cathedra» ainsi que de travaux de groupes.

Objectifs de l'enseignement des mathématiques

Si les principes novateurs laissent à penser que, comme dans tout programme-cadre, les déclarations d'intentions en termes d'objectifs comportementaux sont «généreuses», force est de constater que la volonté de changement existe réellement. J'en veux pour preuve les affirmations qui figurent dans le chapitre consacré à l'enseignement des mathématiques :

- La théorie mathématique ne doit pas devenir une fin en soi. Il faut exploiter les relations croisées avec d'autres matières.
- Apprendre par cœur sans comprendre est inutile à long terme.
- La participation active de l'élève est essentielle, tout comme la coopération au sein d'un groupe.
- Ce qui a été appris doit être compris de telle sorte qu'il puisse être appliqué à de nouvelles situations.
- L'élève doit être capable d'être créatif, de faire preuve de curiosité, de réfléchir, de trouver seul, d'analyser des données, de vérifier, de réfuter une affirmation proposée, de porter un jugement.
- Au moins 1/3 de l'enseignement des mathématiques doit être consacré à l'acquisition

[1] *Plan d'étude pour la préparation au baccalauréat professionnel technique*, OFIAMT, juillet 1993, p. 5.

[2] K. Frey et al., *Méthodologie générale*, édition vdf, verlag der Fachvereine Zürich, Institut des Sciences du Comportement, Ecole polytechnique de Zürich, 1991.

de méthodes et de thèmes qui permettent la participation active de tous les élèves d'une classe.

- Les connaissances en mathématiques doivent être mises au service de travaux multidisciplinaires et doivent être l'occasion de rédaction de textes personnels.

Bien évidemment, une telle conception nécessite la mise sur pied d'une formation complémentaire des enseignants de la maturité professionnelle, afin de faciliter l'évolution de leur pratique.

Rôle de l'ISPFP

Dès cette année, cette mission est prise en charge par l'ISPFP, sous la forme d'un cours séquentiel destiné à fournir de nouveaux outils et de nouvelles ressources aux enseignants de physique, de chimie et de mathématiques.

Parmi les modules offerts, il faut signaler : [1]

- Didactique des sciences et des mathématiques (28 périodes)

  Théories pédagogiques spécifiques aux sciences et aux mathématiques, outils, ressources et évaluation (repères épistémologiques et historiques, repères psychocognitifs sur l'apprentissage, transposition didactique, curriculum caché et implicite, contrat didactique, situations et moyens d'enseignement, multimedia, nouvelles formes et méthodologies d'enseignement, modélisation des savoirs).

- Options mathématiques (32 périodes), physique (24 périodes), chimie (24 périodes)

  Analyse des contenus et découpage, évaluation, gestion et régulation d'un projet éducatif, séquences d'enseignement et processus d'apprentissage, stratégies pédagogiques et moyens didactiques.

- Interdisciplinarité (20 périodes)

  Théories, séquences d'enseignement interdisciplinaire, réalisation et évaluation d'un projet interdisciplinaire transposable dans son enseignement.

- Réalisation d'un dossier didactique intégrant les acquis des autres modules.

L'évaluation finale porte sur la défense du dossier didactique et conduit à l'obtention d'un certificat fédéral d'aptitude pédagogique pour l'enseignement de la physique, de la chimie et/ou des mathématiques.

Qui a dit que le monde professionnel ne bougeait pas plus que la règle de trois ?

---

[1] Programme 1995, Institut suisse de pédagogie pour la formation professionnelle, section romande, division de l'OFIAMT, Av. de Provence 82, 1007 Lausanne, p. 215.

Comment atteindre la lune ou la permanence du nombre

par Anne Meyer

Dans la lettre qui accompagne cette proposition d'article, notre collègue Anne Meyer précise que "l'état d'esprit de ce moment d'observation est largement influencé par ma formation du GEPALM[1] à Paris". C'est le deuxième article émanant de membres de ce groupement que notre revue accueille dans ses colonnes (voir Activités de sériation, de J. Cosandey dans *Math-Ecole 168*, pp. 44-47). Nous sommes heureux de voir ces échanges se développer au profit de tous ceux qui se penchent sur les problèmes d'élèves dits "en difficultés". [ndlr]

Conditions de travail

Dans le cadre de mon travail, je suis appelée à faire des observations en début d'année scolaire afin de déterminer les niveaux de compétence des enfants dans le domaine des mathématiques et de créer, en collaboration avec mes collègues, les quatre groupes mathématiques du Centre Logopédique[1]. Pour la rentrée scolaire de septembre 1995, j'ai mis sur pied, entre autres, une observation mettant en jeu la notion de permanence du nombre. A cet effet, j'ai travaillé avec deux groupes d'enfants, pendant chaque fois une période de 60 minutes, secondée par un observateur adulte (le psychologue, puis une logopédiste). Dans ces séances, j'ai animé l'activité par la présentation du sujet et par des questions de relance. L'observateur, de son côté, a observé, noté et est intervenu également pour demander aux enfants de préciser leurs pensées, leurs actions. L'observateur et moi avons dépouillé ensuite nos prises de notes et évalué les enfants, notamment d'un point de vue cognitif. Nous avons toujours mis ceux-ci en situation interactive pour ces observations ; il est en effet intéressant de comprendre comment ils élaborent un travail avec d'autres enfants, comment ils échangent leurs connaissances, s'écoutent, construisent ou défendent un raisonnement ; en bref, comment l'interaction sociale peut être porteuse de connaissances nouvelles.

Les enfants

Les enfants pour lesquels j'ai préparé cette observation sont les plus jeunes des élèves du Centre Logopédique d'Aigle, c'est-à-dire ceux qui appartiennent à son premier module. Marc, l'enfant le plus jeune, au moment de l'observation, avait 6 ans 3 mois, Sylvie, la plus âgée, 8 ans 6 mois. Les douze enfants observés ont constitué deux groupes de six enfants pour chaque fois une période d'observation.

Déroulement

Un conte caraïbe[2] met en scène un despote qui décide d'atteindre la lune. Pour cela, il exige de son charpentier dévoué que celui-ci empile toutes les commodes du royaume afin d'en faire une tour gigantesque qui permettrait d'atteindre l'astre. Le roi se hisse sur ces commodes, mais il lui manque juste la taille d'un dernier meuble pour toucher la lune. Il demande alors à son charpentier de lui remettre la première commode de la tour, de la poser au sommet de celle-ci... et ainsi le monarque pourra enfin atteindre l'astre de ses rêves.

---

1 Voir l'encadré de la page 34.

2 *Contes magiques du monde entier*, Margaret Mayo, édition Gautier-Languereau, p. 54, "Le roi qui voulait toucher la lune".

Je demande alors aux enfants ce qu'ils pensent du raisonnement du roi. Ils sont groupés par trois et discutent entre eux afin d'élaborer une opinion. Ils ont ensuite la possibilité de dessiner leur point de vue, de le démontrer avec des cubes en bois, l'observateur et moi-même passons auprès de chaque groupe et demandons ce qu'il pense de ce roi, de son ordre. Nous opposons les différentes idées à l'intérieur du même groupe, faisons des contre-suggestions.

Un moment d'échange collectif réunit tous les enfants. Nous reprenons une idée de quelques enfants et l'exposons à tous : deux tours de 6 cubes chacune sont construites pour défendre les opinions ou avancer des contre-suggestions. Nous confrontons ainsi tous les points de vue émis sans jamais exprimer un quelconque jugement de valeur : tout ce que nous disent les enfants est digne d'intérêt, d'être écouté, noté.

Résultats

Premier niveau : Corinne (6;4) pensait que le roi pourrait toucher la lune s'il faisait appel à des oiseaux, référence à une illustration ; cette fillette ne pouvait en aucun cas entrer dans le débat de la hauteur de la tour et de la pertinence de la demande du monarque de déplacer une commode. Elle maintenait son opinion "magico-phénoméniste ", malgré les argumentations de ses deux voisins, Frédéric (7;4) et Sylvie (8;6) hésitants sur la permanence ou la non permanence de la dimension de la tour. Les contre-argumentations des adultes présents ne troublaient absolument pas Corinne ; elle gardait avec le sourire sa proposition d'appeler des oiseaux à la rescousse du roi afin d'emmener celui-ci jusqu'à la lune.

Marc (6;3) était plus attaché à la couleur des cubes utilisés pour la construction des deux tours, et pouvant servir à la démonstration du maintien ou du non maintien de la hauteur. Ce garçon était plus attentif aux qualités des cubes, c'est-à-dire leur couleur, qu'à la fonction, objets représentant une commode : il lui était difficile d'abstraire la qualité pour en "voir" la fonction.

Deuxième niveau : Quatre autres enfants, Sylvie (8;6), Frédéric (7;4), Pierre (7;4) et Caroline (7;2) ont donné des arguments peu stables. Les assertions des enfants sûrs de la permanence du nombre les troublaient, ainsi que nos suggestions. Ils ne pouvaient défendre leurs opinions. Ils maintenaient avec une voix incertaine, et souvent des phrases peu claires, que le roi pourrait toucher la lune en déplaçant une commode.

Sylvie (8;6) proposait volontiers des solutions imaginaires, influencée par le contexte de l'histoire. Ses arguments laissaient entrevoir qu'elle était plus proche de comprendre la permanence d'une valeur continue, la hauteur, que discontinue, le nombre de cubes-commodes. Frédéric (7;4) perdait son assurance pour démontrer son raisonnement; il utilisait le terme à terme pour prouver l'égalité du nombre de cubes des deux tours, mais pensait tout de même que le roi atteindrait la lune. Caroline (7;2) ne pouvait stabiliser son raisonnement, pensant parfois que le roi se trompait, puis avançant tout de suite après que c'était correct de déplacer ainsi une commode pour élever la tour. Cette fillette était influencée autant par l'opinion des enfants qui avaient acquis que par ceux qui n'avaient pas encore acquis la permanence du nombre ou de la hauteur. Pierre (7;4) semblait avoir l'intuition de la permanence de la hauteur de la tour. Cependant, il peinait à donner des arguments stables, peut-être parasité par le fait que les deux tours qu'il avait construites, de même nombre de cubes, avaient une différence de deux millimètres. Ou encore peut-être par ce qu'il entendait autour de lui.

Troisième niveau : Six autres enfants (6;1, 7;2 , 7;5 , 7;5 , 7;11 , 8;3) donnaient des arguments prouvant avec évidence que le roi se trompait absolument et que déplacer une commode du bas vers le haut ne l'aiderait en aucun cas à réaliser ses ambitions, tout au plus à ébranler cet édifice ! Les enfants nous prouvaient la justesse de leur raisonnement soit en comptant le nombre de cubes inchangé malgré le déplacement du premier cube, permanence du nombre; soit en construisant une tour-étalon qu'ils ne touchaient pas alors qu'ils déplaçaient un cube de l'autre tour, nous démontrant ainsi la permanence de la hauteur. Certains enfants utilisaient aussi les deux démonstrations. Andrée (8;3) nous a donné encore deux autres preuves du manque de clairvoyance du roi :

1. Elle a demandé à l'observateur de maintenir son doigt à la hauteur du dernier cube de la tour pendant qu'elle déplaçait le premier cube et le mettait sur les autres. La tour retrouvait sa hauteur initiale, au repère du doigt de l'adulte.

2. Elle a utilisé une règle métrique pour mesurer la hauteur de la tour et prouver ainsi la mesure inchangée de la pile, ceci malgré le déplacement d'un cube.

Conclusion

Les enfants ont été observés au travers de plusieurs activités, mais c'est surtout celle-ci qui nous a aidés à constituer les deux groupes du premier module pour l'enseignement des mathématiques de cette année scolaire. Il nous paraissait mal aisé de lancer des enfants peu solides avec la notion de la permanence du nombre dans un programme scolaire exigeant des acquis stables pour les opérations arithmétiques. De ce fait, j'ai orienté mon travail vers des activités de comparaison de quantité par du terme à terme, compréhension de la cardinalité, comparaison entre différentes quantités.

Mes remerciements à Françoise Ballmoos, logopédiste, et à Philippe Cordonier, psychologues, pour leur aimable collaboration.

Le Centre Logopédique d'Aigle accueille des enfants de l'Est vaudois, âgés de 6 à 12 ans, présentant des difficultés d'apprentissage, principalement en langage oral et/ou écrit. Nous répartissons ces enfants entre quatre classes hétérogènes selon l'âge et les compétences pour les groupes dits "français-vie" (toutes les branches, sauf les mathématiques). Les enfants sont réunis par niveaux de compétence homogène pour les mathématiques, créant ainsi quatre classes couvrant grosso modo les programmes de deuxième enfantine à troisième primaire. Nous avons organisé une semaine d'observation socio-cognitive pour la formation de ces quatre groupes : la totalité des élèves a été divisée en deux modules selon leur date de naissance (les plus jeunes, les plus âgés). Ces observations portaient sur des thèmes bien précis, dont la permanence du nombre. Des passages d'enfants sont bien entendu possibles d'un module à l'autre. Nous avons ensuite constitué quatre groupes mathématiques en regard de nos observations.

note : G.E.P.A.L.M : Créé il y a 20 ans par Madame Jaulin-Mannoni, qui en est le «cerveau», le GEPALM (Groupement d'étude psycho-pathologique des activités logico-mathématiques) est un lieu de formation, essentiellement suivi par des orthophonistes qui désirent prendre en charge des enfants en difficulté en logique et en mathématiques. Madame Gueritte-Hess est une des formatrices et elle a été appelée chaque année, depuis 4 à 5 ans, à donner un cours de formation continue des enseignants vaudois, à Lausanne. Elle vient de commencer une session de dix week-ends de formation, suivie de Mme Morel qui prendra en charge tout prochainement (les 29-30 mars) une deuxième session de formation.

Petite bibliographie :

Jaulin-Mannoni, F. *Le pourquoi en mathématiques* Paris : Apect, 1975. *L'apprentissage des sériations*,1974. *Pédagogie des structures logiques élémentaires*,1974.
Gueritte-Hess, B. *Le nombre et la numération*, Paris : Ed. ISOSCEL, 1982. *Le tour du problème*, Montreuil : Ed. du Papyrus, 1994.

Solutions des problèmes

par François Jaquet, IRDP (Neuchâtel)

Dans le dernier numéro (171), nous présentions quelques problèmes tirés des quarts de finale individuels du 10e Championnat international des jeux mathématiques et logiques (p. 27 et 28), avec la mention « solutions dans le prochain numéro ». Chose promise, chose due, les voici donc.

Mais nous ne nous arrêterons pas aux seules réponses, celles qui déterminent l'accès à la phase suivante du championnat. Nous proposons ici quelques commentaires sur les problèmes eux-mêmes, leurs procédures de résolution, leurs exploitations ou développements dans le cadre de la classe de mathématiques.

AU COURS PRÉPARATOIRE

L'institutrice vient de montrer avec des objets placés dans des colonnes représentant des centaines, les dizaines et les unités, que l'on peut figurer le nombre 196 avec seize objets (voir dessin).

Mathias intervient : « Si on n'est pas obligé de mettre moins de dix objets par colonne, on peut aussi représenter 196, mais avec beaucoup plus d'objets !»

Il ne faut pas espérer trouver facilement la solution si on ne maîtrise pas les règles de notre système de numération décimale. Ou alors, on peut profiter de ce problème pour faire quelques « découvertes » à propos d'un outil dont on était pourtant certain qu'il ne nous réservait plus de surprises, tant on l'a déjà pratiqué.

- Dans l'énoncé, le nombre nous est donné sous deux formes : son code décimal "196" et une représentation proche de celle qu'on utilisait dans l'Antiquité sur les abaques ou tables de calcul, utilisant 16 petits cailloux disposés dans trois cases ordonnées. L'intérêt du problème est de voir ce qui se passerait si on renonçait à l'une des règles de notre système de numération : celle de la limite supérieure à 9 des "groupements" d'un même ordre dans l'écriture symbolique du nombre.

- L'algèbre s'avère bien pratique pour trouver la solution. Il suffit de représenter les nombres des unités, dizaines, centaines par des lettres, respectivement u, d et c, de transcrire la donnée du nombre par l'équation :

  $$100 \times c + 10 \times d + u = 196 \qquad (I)$$

  et la condition des 70 objets par une deuxième équation :

  $$c + d + u = 70 \qquad (II)$$

  Il ne reste plus alors qu'à appliquer les règles de l'algèbre en "soustrayant" l'équation II de I :

  $$99 \times c + 9 \times d = 126$$

  et en simplifiant par 9 pour obtenir :

  $$11 \times c + d = 14 \qquad (III)$$

  Au passage, on constatera que l'auteur du problème n'a pas choisi 70 au hasard. Il fallait impérativement que 196-70=126 soit un multiple de 9.

- A ce moment de la résolution apparaît un obstacle didactique qui peut remonter loin dans notre passé scolaire, au moment où nous avions de 13 à 15 ans et que notre prof. de maths d'alors nous faisait apprendre qu'une "équation du premier degré à deux inconnues" avait une infinité de solutions.
- Cet obstacle est assez fort pour en faire renoncer plus d'un et particulièrement les maîtres qui ont des a priori sur ce type d'équation.
- Si on en revient au réel et qu'on prend en compte la donnée implicite que les nombres c, d et u doivent être naturels, on constate immédiatement qu'il n'y a que deux valeurs pour c : 1 et 0, qui conduisent respectivement à 3 et 14 pour d, et à 66 et 56 pour u. Les deux solutions sont donc :

  1 centaine, 3 dizaines et 66 unités

  et

  0 centaine, 14 dizaines et 56 unités.

- L'élève de 10-12 ans, à qui s'adresse aussi le problème, n'a pas de procédures algébriques à sa disposition. Mais il n'est pas démuni pour autant. Il lui reste les hypothèses et essais par approximations successives :

  • S'il fait l'hypothèse qu'il y a une centaine, alors il reste 69 objets pour les dizaines et unités qui doivent représenter 96 :

essai n°	d	u	objets	nombre	jugement
1	0	69	69	69	trop petit
2	1	68	69	78	trop petit
3	2	67	69	87	trop petit
4	3	66	69	96	exact

Ici, le 4e essai est le bon.

• Si l'hypothèse est qu'il n'y a pas de centaines, il faudra représenter 196 par 70 objets. On commence avec 4 dizaines par exemple :

essai n°	d	u	objets	nombre	jugement
1	4	66	70	106	beaucoup trop petit
2	10	60	70	160	trop petit
3	15	55	70	205	trop grand
4	13	57	70	187	trop petit
5	14	56	70	196	exact

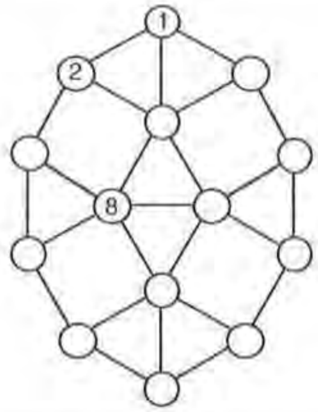
Finalement, ces procédures par essais successifs ne sont pas beaucoup plus coûteuses que les notations algébriques et elles ont l'avantage de maintenir des liens plus étroits entre les nombres et les objets.

LE DIAMANT

Les cercles de ce diamant doivent contenir les nombres de 1 à 14, de telle sorte que la différence entre deux nombres reliés par un segment, prise en valeur absolue,

- soit toujours un nombre inférieur ou égal à 5,
- ne soit jamais égale à 3.

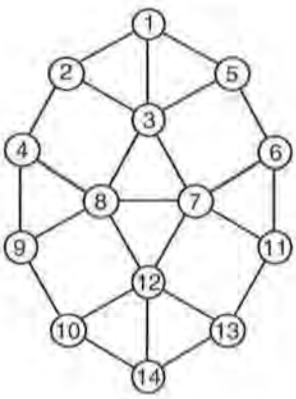
Complétez le diamant.

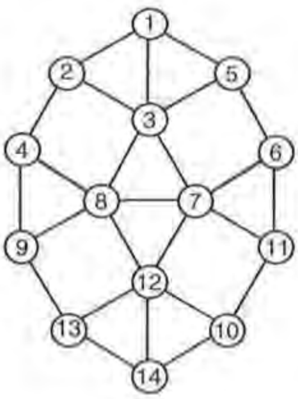


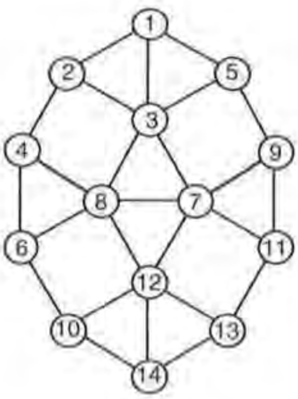
Dans cette recherche, il faut procéder pas à pas, par éliminations successives.

C'est le cercle voisin de 1, 2 et 8 qui cède le premier, il ne peut contenir ni 4 (1 + 3), ni 5 (2+3), ni un nombre supérieur à 6 (> 1 + 5). Il reste donc deux cas à envisager pour ce cercle : 3 ou 6. Le deuxième conduit à une impasse assez rapidement. Le 3 placé, c'est au tour du 5 de trouver sa place, à proximité du 1 et du 3, etc.

Finalement, on trouve les solutions suivantes :







QUOTIENT = RUESIVID

En divisant 100 000 par un nombre à trois chiffres tous différents, j'obtiens un quotient entier et un reste. Le quotient est égal au diviseur renversé (ses chiffres sont écrits dans l'ordre inverse).

Quel est le diviseur ?

On se méfie à priori de cette recherche qui revient à trouver un nombre de 3 chiffres "cdu" et son "renversé" "udc", tels que :

$$100\,000 = cdu \times udc + R$$

où R est le reste, inférieur à udc, donc inférieur à 1000.

Il s'agit donc de trouver les produits cdu x udc compris entre 99 000 et 100 000.

Y en a-t-il beaucoup ?

Un inventaire ordonné permet de constater que les couples (c ; u) candidats "raisonnablement envisageables" ne sont que quelques-uns et qu'il suffit d'un ou deux essais du chiffre des dizaines (d) pour les accepter ou les rejeter :

c	u	d	cdu	udc	cdu x udc
1	9	0	109	901	≈ 90 000
1	9	1	119	911	> 100 000
1	8	1	118	811	≈ 96 000
1	8	2	128	821	> 100 000
1	7	2	127	721	≈ 91 000
1	6	4	146	641	≈ 93 000
1	6	5	156	651	101 556
1	5	6	165	561	≈ 92 000
1	5	7	175	571	99 925 !
2	4	2	224	422	≈ 94 000
2	4	3	234	432	101 088
2	3	6	263	362	≈ 95 000
2	3	7	273	372	101 556
3	3	1	313	313	≈ 98 000
3	3	2	323	323	> 100 000

et l'inventaire est terminé !

Il n'y a qu'un produit qui convient : 175 x 571 = 99 925, qui conduit à un reste de 75. On peut donc accepter les deux diviseurs 175 et 571.

Des 16 multiplications de l'inventaire, cinq seulement ont nécessité l'opération exacte. Pour les quarts de finale ouverts, la calculatrice est à disposition des candidats. Pour les étapes suivantes, elle ne l'est plus, mais chacun est capable encore d'effectuer ces cinq calculs à la main.

LA SOMME FATIDIQUE

On donne la somme de :
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + 94 + 95 + 96 des nombres entiers de 1 à 96. Si, dans cette somme, on supprime des signes d'addition (en remplaçant, par exemple 2 + 3 par 23, ou 2 + 3 + 4 par 234), on obtient une nouvelle somme.

Quel est le nombre minimum de signes d'addition qu'il faut supprimer pour obtenir un total de 9696 ?

Le calcul de la somme des nombres naturels de 1 à 96 ne pose aucun problème à un amateur de concours de mathématiques, qui connaît les progressions arithmétiques :

1 + 2 + ... + 95 + 96 = 96 x 97 / 2 = 4656.

Pour atteindre 9696, il manque 5040.

Il faut alors examiner les effets d'un "collage" de deux nombres de la progression. Deux cas se présentent :

- Si le deuxième des deux nombres collés a deux chiffres, le "collage" revient à multiplier le premier nombre par 99 (le multiplier par 100 et enlever l'original).
  Par exemple : si on supprime le signe "+" entre 43 et 44 et qu'on "colle" ces deux nombres, 43 + 44 devient

4344 = (43 x 100) + 44 et la différence
(43 x 100) + 44 - (43 + 44) = 43 x 99.

- Si le deuxième des deux nombres n'a qu'un seul chiffre, le "collage" revient à multiplier le premier nombre par 9. On le vérifie comme précédemment (multiplier par 10 et soustraire le nombre).

5040 n'étant pas un multiple de 99, on ne peut espérer l'atteindre en un seul "collage", il faudra procéder par pas de 99 et de 9.

La division euclidienne de 5040 par 99 nous donne un quotient de 50 et un reste de 90 :

5040 = 50 x 99 + 90

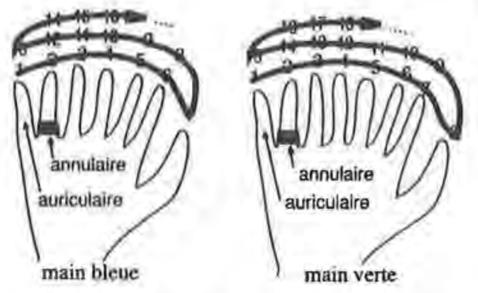
En supprimant le signe "+" entre 50 et 51, on va donc augmenter la somme de 50 x 99 = 4950, pour arriver à 9606.

Pour augmenter encore de 90 = 10 x 9, il faudrait coller 10 devant un nombre d'un seul chiffre. Mais celui-ci est placé avant le 11. Il faudra donc procéder à des collages de deux nombres au minimum, dont la somme est 10, par exemple : 2 et 8, 3 et 7 ou 4 et 6.

Il faudra donc supprimer un minimum de trois signes "+" dans la progression pour obtenir 9696.
Par exemple : 1 + 23 + 4 + ...+ 7 + 89 + 10 + ... + 49 + 5051 + 52 + ... + 95 + 96 = 9696

COÏNCIDENCES ANNULAIRES

Dans une lointaine région de l'espace, des petits hommes bleus rencontrent des petits hommes verts. A leur grand étonnement, ils constatent que leurs mains ne comportent pas le même nombre de doigts : 7 pour les bleus, et 8 pour les verts. Mais les savants des deux peuples ne sont pas longs à remarquer que, si l'on compte sur les doigts comme indiqué sur la figure, certains nombres se comptent à la fois sur l'annulaire des mains bleues et sur celui des mains vertes !



Combien y a-t-il de telles coïncidences entre 1896 et 1996 ? Donnez-en deux.

On reconnaît là un problème classique du champ des multiples communs, mais on subodore tout de suite quelques complications.
Le plus simple est d'y aller pas à pas :

main bleue

	annulaire					
1	**2**	3	4	5	6	7
13	12	11	10	9	8	
	14	15	16	17	18	19
25	24	23	22	21	20	
	26	27	28	29	30	31

main verte

	annulaire						
1	**2**	3	4	5	6	7	8
15	**14**	13	12	11	10	9	
	16	17	18	19	20	21	22
29	28	27	26	25	24	23	
	30						

Sur l'annulaire de la main bleue apparaissent les multiples de 12 (12n) et leurs "augmentés de 2" : (12n + 2).

Sur l'annulaire de la main verte on trouve les multiples de 14 (14m) et leurs "augmentés de 2" : (14m + 2).

On dénombrera ainsi quatre catégories de coïncidences annulaires :

- les multiples communs de 12 et de 14, dès 84;
- ces mêmes "multiples communs augmentés de 2" : 2 ; 86 ; ...
- les multiples de 12 qui sont des "multiples de 14 augmentés de 2", à partir de $72 = 84 - 12 = (84 + 2) - 14 = 70 + 2$.
- les "multiples de 12 augmentés de 2" qui sont multiples de 14, à partir de $14 = 12 + 2$.

Entre 1896 et 1996 on trouve un multiple commun de 84 ($1932 = 23 \times 84$). On y trouvera donc quatre coïncidences annulaires :

$$1920 = 1932 - 12$$
$$1932$$
$$1934 = 1932 + 2$$
$$1946 = 1932 + 14$$

Les deux derniers problèmes font encore l'objet d'un concours actuellement. Leurs solutions seront publiées dans un prochain numéro.

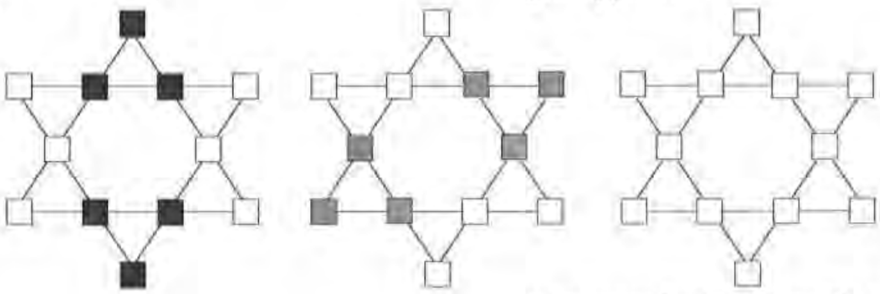
Etoile magique, rectificatif (voir *Math-Ecole* n° 171, p. 21 à 26)

L'article de notre collègue H. Schild "Etoile magique" paru dans notre numéro précédent était repris de *Résonances* (février 1995). Nous avons oublié de la mentionner et nous profitons de cette occasion pour remercier la rédaction de cette revue des enseignants valaisans pour son obligeance.

Une autre erreur, plus grave pour la compréhension de l'article est due à une fusion abusive des deux tableaux III et IV. Nous la rectifions ici en priant nos lecteur de nous en excuser (ndlr).

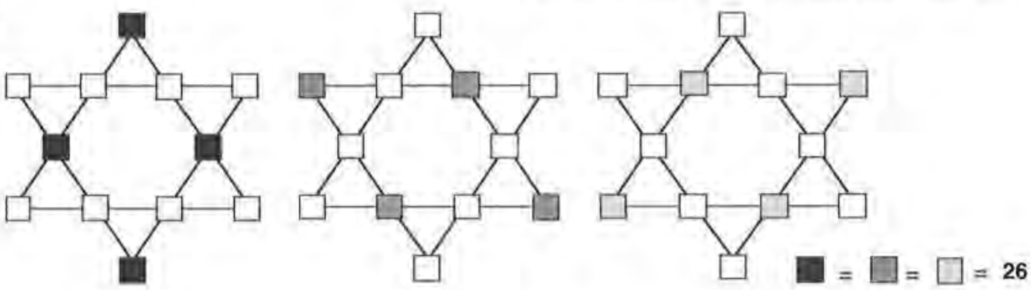
En page 33, le tableau III ne devait faire apparaître que les sommes des petits triangles opposés :

III



et en page 34, le tableau IV devait faire apparaître la somme de chacun des losanges :

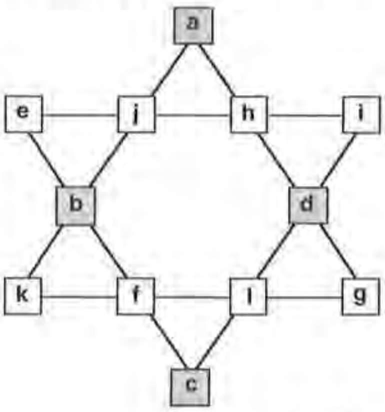
IV



Ceci nous donne l'occasion de répondre à la question posée en fin d'article : *«Pourquoi n'avons-nous pu reconstituer que 12 étoiles magiques, les 20 autres nous conduisant à des impasses ?»*

On démontre facilement que la somme des cases situées au somment d'un losange est 26 :

Si on additionne les quatre alignements sur lesquels se situent les cases du losange abcd, on obtient :

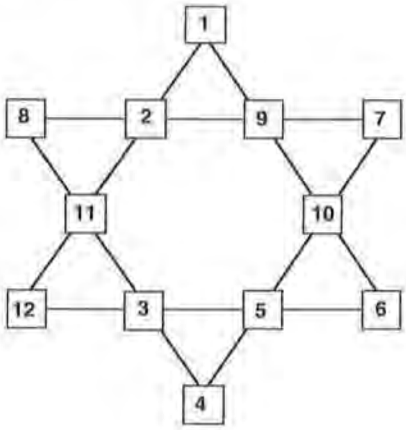


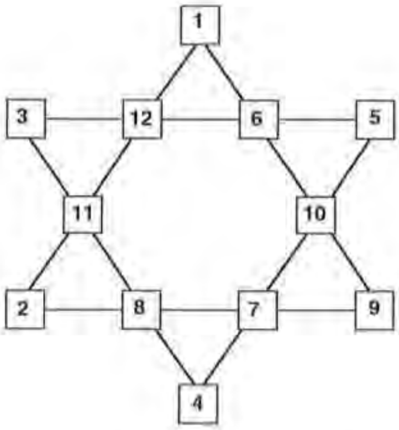
$$a + h + d + g = 26$$
$$a + j + b + k = 26$$
$$e + b + f + c = 26$$
$$i + d + l + c = 26$$
$$\underbrace{a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l}_{78} + (a+b+c+d) = 108$$
$$78 + (a+b+c+d) = 108$$
$$a+b+c+d = 26$$

Mais cette constatation n'est pas suffisante pour assurer que les différents groupements des nombres de 1 à 12 en trois losanges dont la somme des sommets est égale à 26 sont réalisables. Il y a d'autres conditions sur les écarts entre les sommets.

Les 12 étoiles du tableau VI constituent cependant l'ossature d'un classement de toutes les étoiles possibles, selon leur décomposition en losanges.

Dans la famille 4 - 15 - 28 (1, 4, 10, 11-2, 5, 7, 12-3, 6, 8, 9), on pourrait modifier l'emplacement, par exemple, des nombres 2, 5, 7, 12 dans leur losange pour obtenir des étoiles différentes ou non superposables par rotation ou symétrie :





Un lecteur nous a signalé que la défunte revue *Le jeune Archimède* a évoqué le problème de l'étoile magique dans ses numéros 9 et 10, mais sans donner le nombre de solutions.

Le problème est donc toujours ouvert.

Notes de lecture

Tous les ouvrages mentionnés dans cette rubrique *Notes de lecture* sont disponibles à :

IRDP / Secteur de la Documentation
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7
Tél. : (038) 24 41 91
Fax : (038) 25 99 47

et peuvent être empruntés gratuitement pour une durée de 1 mois à raison de 5 documents à la fois.

Le Secteur de Documentation de l'IRDP regroupe, dans sa bibliothèque, des ouvrages (monographies, périodiques, cassettes vidéos) dans les domaines de la pédagogie, de la sociologie et de la psychologie à destination des groupes et des personnes associés à la Coordination scolaire romande, ainsi qu'à la coopération interrégionale.

DESSINER L'ESPACE
ou comment employer Cabri-géomètre en géométrie dans l'espace.

Michel Rousselet
Editions Archimède, 1995.

Cet ouvrage propose un certain nombre d'activités de géométrie dans l'espace, réalisées à l'aide de Cabri-géomètre (toutes versions confondues). Les constructions géométriques présentées – tétraèdres, pyramides, polyèdres «classiques», etc. – utilisent les règles du dessin en perspective cavalière. Elles visent avant tout à faciliter l'acquisition d'une meilleure connaissance des possibilités du logiciel en la matière. En deuxième partie, le lecteur découvre des constructions de quelques sections de polyèdres, des pistes pour l'élaboration de lieux géométriques dans l'espace, ainsi que des suggestions d'animation de figures, réalisées à partir du cube. Chaque chapitre se termine par l'énoncé de plusieurs exercices, dont on peut regretter que le corrigé ne figure pas sur la disquette d'accompagnement. Celle-ci se compose, principalement, des figures dont il est question dans l'ouvrage.

Destinataires : enseignants de mathématiques du secondaire I et II, encore non initiés à l'utilisation de Cabri-géomètre, formateurs.

Mots-clés : géométrie de l'espace, perspective cavalière, projections, droites, plans, polyèdres, sections, animation de figures.

M.C.

CABRI-CLASSE :
apprendre la géométrie avec un logiciel

LSD2 et al.,
Editions Archimède, 1994.

Ce document vise principalement trois buts :

- initier le lecteur à l'utilisation adéquate des outils de Cabri-géomètre (versions 1.7 pour MS-DOS et 2.1 pour Macintosh),
- proposer aux enseignants une série d'activités, sous la forme de fiche de travail, qui sont accompagnées de quelques commentaires didactiques décrivant une pratique de classe,

- mettre à disposition du praticien un ensemble de fichiers et de macro-constructions qui figurent sur une disquette d'accompagnement.

Les situations présentées représentent un ensemble d'activités «classiques», relatives à l'enseignement de la géométrie plane pour des élèves de douze à quinze ans. C'est ainsi que le lecteur découvre, successivement, quelques aspects élémentaires autour des notions de droite et de segment, de parallèle et de perpendiculaire, de médiatrice, de polygone, d'angle, de transformations du plan, de trigonométrie, de théorème, etc. Ce recueil doit donc être utilisé comme un ouvrage ressource, dans lequel le maître peut puiser au gré de sa propre convenance, et en fonction de l'âge et du niveau des connaissances mathématiques de ses élèves. A relever, malheureusement, que les fiches de travail sont conçues de façon à guider l'élève pas à pas dans sa découverte, au détriment de l'apprentissage d'une certaine autonomie.

Destinataires : enseignants de mathématiques et élèves du secondaire I.

Mots-clés : outils de Cabri-géomètre, recueil de fiches, pratique de classe, commentaires didactiques.

M.C.

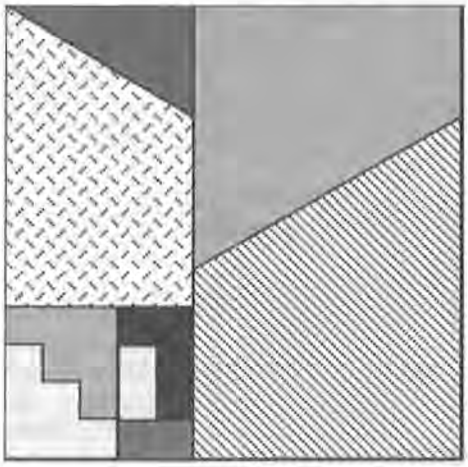
Quadrix, un grain de sel dans vos rouages

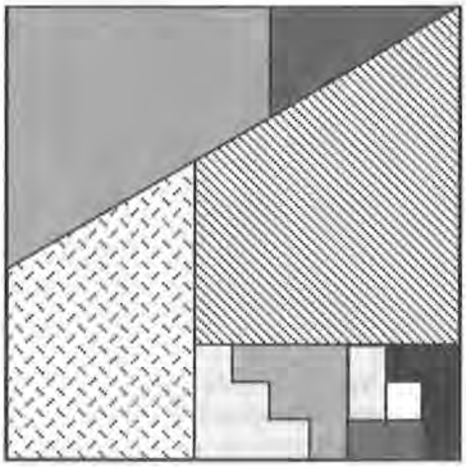
C'est ainsi que se présente la collection de 15 puzzles «Quadrix»: pour chacun d'eux, les pièces placées dans un cadre carré peuvent s'y disposer d'une autre façon, en laissant apparaître un petit carré supplémentaire bien dérangeant !

Exemple, le puzzle «Jupiter», du set D :

Ces puzzles étaient offerts aux participants de la demi-finale de la Chaux-de-Fonds du 10e championnat de la FFJM. En attendant la proclamation des résultats, ils étaient nombreux à s'arracher les cheveux.

Adresse : Archimedia Sarcone & Waeber
CP 2148
1002 Lausanne





Nous y reviendrons dans un prochain numéro. [ndlr]

Città di
Castel San Pietro Terme
Mathesis Bologna

Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica di Bologna

Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna

Castel San Pietro Terme 15-16-17 novembre 1996

Convegno del Decennale

Programma

Relazioni:
Ferdinando Arzarello (Torino, I): «*1, 2, 3... gesti, segni, algoritmi*»
Luis Rico Romero (Granada, E): «*Pensiero numerico e sviluppo curricolare*»
Francesco Speranza (Parma, I): «*Epistemologia della matematica e didattica*»
Hermann Maier (Regensburg, D): «*Alcuni ostacoli nell'apprendimento della matematica da parte degli allievi*»
Raymond Duval (Lille, F): «*I punto decisivo dell'apprendimento della matematica nell'insegnamento dell'obbligo*»
Bruno D'Amore (Bologna, - I): «*Immagini mentali, lingua comune e comportamenti attesi, nella risoluzione dei problemi*».

Eventi:
Proiezione di un nuovo film di Michele Emmer (Roma), commentato dall'autore; Teatro matematico dal Canton Ticino.

Seminari per la scuola dell'infanzia: - Elena Fascinelli (Valeggio): «*Straforma la forma*». *Percorso didattico tra creatività e geometria* - Laura Giovannoni (Mantova): «*Voglio tutte le caramelle*» *Logica nella scuola dell'infanzia* - Francesco Aglì ed Aurelia Martini (Pinerolo): «*Giochi di strategia nella scuola dell'infanzia*» - N.I.M., i Nuovi Insegnanti di Matematica: «*Giochiamo ai giochi dei bambini*». - Carla Caredda (Cagliari): «*Quantificare, numerare, confrontare,...*».

Seminari per la scuola elementare: - Laura Giovannoni (Mantova): «*Prima della prima. Con quali competenze arrivano i bambini?*» - Giorgio Bagni (Treviso): «*La risoluzione dei problemi tra storia e didattica*» - Hermann Maier (Regensburg, D): «*Introdurre gli allievi all'idea di numero*» - Mario Ferrari (Pavia): «*Tabelline che passione!*» - Mario Ferrari (Pavia): «*Divisibilità e fantasia nelle operazioni*» - M.C.Castro, S.Locatello e G.Meloni (Venezia): «*Il problema della gita. I dati impliciti nella risoluzione dei problemi*» - Ester Bonetti e Albarosa Duzioni (Milano): «*Non la solita torta... Giochi sulle frazioni*».

Seminari per la scuola media: - Gianna Foroni (Gonzaga): «*La Matematica... mi ci farei amica*» - Giorgio Bagni (Treviso): «*Un numero nella storia della matematica: π*»- Angela Pesci (Pavia): «*La conquista del ragionamento proporzionale: momenti di indagine collettiva*»- Maria Reggiani (Pavia): «*Contesti diversi per l'approccio all'algebra: vantaggi e svantaggi*»- Paolo Oliva (Reggio Emilia): «*Non uno ma mille Cabri*».

Seminari per la scuola elementare e media: - Clara Colombo Bozzolo (Lugano, CH): «*Lavoriamo con numeri e figure in situazioni interessanti*» - Mathesis Pesaro: «*Dalla matematica creativa alla strutturazione di concetti*».

Seminari per la scuola media e superiore: - Lucio Saffaro: «*Tassellature dei poligoni regolari*».

Seminari per la scuola superiore: - Ferdinando Arzarello (Torino): «*Matematica e macchine*» - Gianfranco Arrigo e Filippo Diventi (Lugano, CH): «*Esperienze di* " teatro matematico" *nel Canton Ticino*»- Piero Plazi (Bologna): «*Logica elementare e didattica*» - Renato Reggiori (Bellinzona, CH): «*Matematica nell'insegnamento* *professionale: quali le origini delle difficoltà per gli allievi ?»* - Roberto Ricci (Bologna): *«Numeri complessi e trasformazioni affini nel piano con Cabri».*

Mostre e Laboratori:

per la scuola dell'infanzia: (a cura di Laura Giovannoni): - gruppo di Valeggio - gruppo di Trento - gruppo di Pinerolo - gruppo di Mantova .

per la scuola elementare: - scuola elementare di Cattolica - Ester Bonetti e Albarosa Duzioni (Milano).

per la scuola elementare e media: - Mathesis Pesaro - gruppo di Ferrara, Argenta e Venezia (NRD di Bologna) - gruppo di Gonzaga.

per la scuola superiore: - un percorso di storia della prospettiva, a cura di Giorgio Bagni.

per la continuità (materna-elementare-media): - gruppo di Castel San Pietro Terme.

mostra-laboratorio di origami, per tutti: - *«S...pieghiamo la geometria»,* a cura di Paolo Bascetta.

mostra-laboratorio, per tutti: - *«La decorazione, lo specchio, la simmetria - Arte e geometria a scuola»,* a cura di Carmelo Calò Carducci (Bari).

Direzione scientifica: Bruno D'Amore, con la collaborazione di: Giorgio Bagni, Laura Giovannoni e Berta Martini.

Direzione tecnica: Claudio Tassoni.

Per informazioni, rivolgersi a:

Comune di Castel San Pietro Terme
Piazza XX settembre, 3
I-40024 Castel San Pietro Terme (Bo)
Tel. 0039.51.6954111
Fax 0039.51.6954141

Poiché si prevede un afflusso notevole (oltre 1300 partecipanti nel 1995), si suggerisce di prenotare per tempo l'albergo.

Per avere il programma definitivo e completo, rivolgersi al Comune di Castel San Pietro Terme *non prima del mese di giugno '96.*

E' già stato chiesto al Ministero P.I. l'esonero dal servizio per personale insegnante, direttivo ed ispettivo di ogni grado scolastico; ed il riconoscimento come attività di aggiornamento al Provveditorato di Bologna. Verrà consegnato un attestato di frequenza per un totale di n°19 ore.

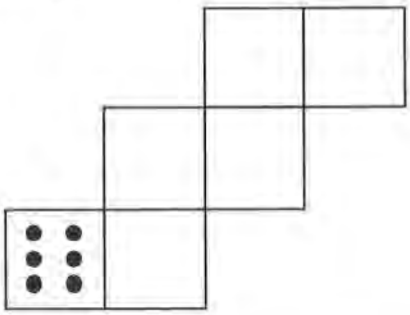
Verrà allestito un servizio fotocopie.

Gli Atti, editi da Pitagora, Bologna, saranno disponibili fin dal giorno dell'inaugurazione. Essi saranno in vendita a prezzo scontato per i giorni del Convegno e saranno acquistabili in libreria successivamente.

Les problèmes du *4e Rallye mathématique romand*

[ndlr] Voici les problèmes de la deuxième épreuve du *Rallye mathématique*, proposée en avril 1996, dans une soixantaine de classes de Suisse romande et, en version italiennne, dans une vingtaine de classes de la région de Parma. Les analyses des réponses à ces problèmes seront publiées dans un prochain numéo. Les classes de 3e année devaient résoudre les problèmes 1 à 8, en 45 minutes, les classes de 4e, les problèmes 3 à 12 et les classes de 5e, les problèmes 5 à 14, en 60 minutes.

1. LE DÉ



Sur l'un des carrés de cette figure, on a dessiné six points. En la découpant en suivant son pourtour et en la pliant le long de ses lignes, on peut construire un dé.

Dessinez les points des cinq autres faces.

Vous devez savoir qu'il y a de 1 à 6 points sur les six faces d'un dé et que la somme des points de deux faces opposées est toujours 7.

2. LE CHEMIN

La famille Leblanc et la famille Lenoir vivent dans des habitations voisines. Pour passer d'une maison à l'autre sans se salir les pieds, elles ont décidé de construire un petit chemin pavé. Ce chemin aura 57 mètres de long et 50 cm de large.

La famille Leblanc commence le travail à partir de sa maison et avance de 8 mètres par jour.
La famille Lenoir commence les travaux le même jour, à partir de sa maison; elle avance de 11 mètres par jour.

En combien de jours le chemin sera-t-il terminé ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre solution.

3. LES COPAINS D'ABORD

Les copains et moi, on forme une sacrée équipe de handball. L'équipe complète compte 7 joueurs, il n'y a pas de vedette et nous sommes très unis. D'ailleurs, avant chaque match, chacun d'entre nous a pris l'habitude de serrer la main de tous les autres.

Au fait, combien y a-t-il de poignées de mains échangées ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

4. BÉRANGÈRE

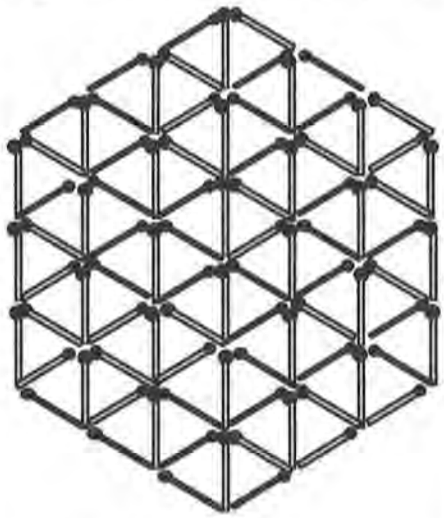
Bérangère est dans l'escalier, sur la neuvième marche à partir du bas. Elle monte 3 marches puis en descend 5 et remonte de 7 marches. Il lui reste encore 6 marches à escalader avant d'arriver en haut.

Quel est le nombre de marches de l'escalier ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

5. LA CONSTRUCTION DE GÉRARD

Ce matin, Gérard Dufeu a acheté trois petites boîtes d'allumettes contenant chacune exactement 38 allumettes.
Il a ensuite fait la belle construction représentée ci-dessous, chaque côté d'un petit triangle étant constitué d'une allumette.



Combien reste-t-il d'allumettes à G. Dufeu ?

Comment avez-vous fait pour trouver le résultat ?

6. TIC ET TAC

Tic et Tac comptent leurs réserves pour l'hiver.
En tout, ils ont 150 châtaignes, glands et noisettes.
Le nombre des glands est le triple de celui des noisettes.
Il y a autant de châtaignes que de noisettes.

Combien y a-t-il de glands ?
Combien y a-t-il de noisettes ?
Combien y a-t-il de châtaignes ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre solution.

7. LES SANDWICHES

Lucie a moins de 30 francs dans son porte-monnaie. Elle se rend chez le boulanger pour s'acheter des sandwiches qui sont tous au même prix.
Il lui reste 3 francs si elle en prend quatre, mais il lui manque 1 franc pour en prendre cinq.

Combien d'argent a-t-elle exactement dans son porte-monnaie ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

8. VINGT-CINQ

Une année est appelée "vingt-cinq" si la somme de ses chiffres est 25.

Exemple : 1996 est une année "vingt-cinq" car $1 + 9 + 9 + 6 = 25$

Combien compte-t-on d'années "vingt-cinq" entre 1900 et 2000 ?

Expliquez votre réponse.

9. LES BICYCLETTES CHINOISES

Dans un petit village de Chine vivent 33 familles. Chaque famille possède une, deux, ou trois bicyclettes.
Il y a autant de familles propriétaires de trois bicyclettes que de familles qui n'en ont qu'une.

Combien y a-t-il de bicyclettes dans le village ?

Est-ce qu'on peut savoir avec certitude combien de familles possèdent deux bicyclettes ?

Expliquez vos réponses.

10. CALCULATRICE À L'ENVERS

Voilà comment s'écrivent les dix chiffres de 0 à 9 sur une calculatrice :

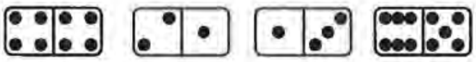
Marie tape un nombre de deux chiffres sur sa calculatrice.
Jean, assis en face, regarde ce que Marie vient d'afficher et découvre que ce qu'il lit, depuis son côté, est aussi un nombre de deux chiffres.
Le nombre qu'il lit vaut 33 de plus que celui que Marie a tapé.

Quel est le nombre affiché par Marie ?

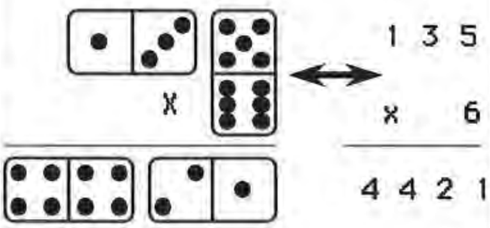
Expliquez comment vous avez trouvé.

12. LES DOMINOS

Vous avez ces quatre dominos :



Si vous les disposez ainsi, vous pouvez représenter une multiplication qui, malheureusement, est fausse.



Changez la place de ces dominos pour obtenir une multiplication juste.

Comment avez-vous trouvé ?

11. JACQUELINE ET SES POGS

Jacqueline a 60 pogs. Elle les répartit en cinq tas en appliquant les règles suivantes:

- chaque tas comporte au moins quatre pogs,
- les nombres de pogs des cinq tas sont tous différents.

Combien de pogs, au maximum, peut contenir le plus grand tas ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

13. TARTE GÉOMÉTRIQUE

Madame Maître a préparé une tarte carrée pour l'anniversaire de son fils Geoffroy (dit Géo) qui a invité 8 copains.
Au moment de la découper, pour ne pas faire de jaloux, elle décide de faire 9 parts de même grandeur et elle laisse les enfants choisir la forme de leur morceau.

- Quatre d'entre eux veulent une part carrée.
- Trois d'entre eux veulent une part rectangulaire, les trois rectangles doivent être égaux.
- Les deux derniers veulent une part triangulaire, les deux triangles doivent être égaux.

Aidez la maman de Géo Maître à découper son gâteau.

Expliquez votre solution par un dessin.

Le problème n°14 se trouve en page 27.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

☐ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole***. (Tarifs en page 2 de couverture.)

Veuillez me faire parvenir :

Le Trésor de tonton Lulu (vol.1, 28 probl. de niveau "10")	.....	(ex. à Fr. 25.-)*
Le Trésor de tonton Lulu (vol.2, 25 probl. de niveau "11")	.....	(ex. à Fr. 27.-)*
Le nombre π, ADCS	.....	(ex. à Fr. 42.-)*
Les jeux de NIM, par Jacques Bouteloup, ADCS	.....	(ex. à Fr. 52.-)*
Jeux IV : de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP	.....	(ex. à Fr. 28.-)*
Fichier Evariste APMEP	.....	(ex. à Fr. 20.-)*

Les anciens numéros de *Math-Ecole*

(prix en page 2 de couverture) : ....

Annales du Championnat de jeux mathématiques et logiques (Fr. 13.- l'ex.)* :

- Niveau CM (degrés 4 et 5) : ***Récrémaths*** .... ex.
- Niveau collégiens :

Les Pentagones patagons (n° 8)	.... ex.	***Le Serpent numérique*** (n° 10)	.... ex.
Le Trésor du vieux Pirate (n°12)	.... ex.	***Le Singe et la Calculatrice*** (n° 14)	.... ex.

- Niveau lycéens et adultes :

La Biroulette russe (n° 9)	.... ex.	***Le Pin's Tourneur*** (n° 11)	.... ex.
Le Roi des Nuls (n°13)	.... ex.	***Le Sabre d'Aladin*** (n° 15)	.... ex.

- Anciens numéros encore disponibles (n° 3, 4, 5, 6 et 7) : ....

* Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

Nom et prénom : ☐Mme ☐M. ....

Adresse (rue et numéro) : ....

Localité (avec code postal) : ....

Date : .... Signature : ....

Monsieur C 272 **1**
JAQUET François
J.-L. Pourtalès 10
2000 Neuchâtel

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7