MATH ECOLE

Une histoire... improbable

L'aire et les erreurs

Entre addition et multiplication

35e année

174

octobre 1996

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

MATH-ECOLE

35e année 5 numéros par an

174

octobre 1996

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Comité de rédaction
Chantal Richter
Janine Worpe
Michel Brêchet
Jacques-André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Nicolas Dreyer
Yvan Michlig
Luc-Olivier Pochon
Alain Ramelet

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 20.- Etranger: Fr. 25.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Couverture
spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Graphisme et mise en page
Mathieu Chastellain

Sommaire

Editorial

Est-ce la fin des maths modernes ?

La question est d'actualité, elle a été posée dernièrement lors d'une rencontre générale des formateurs de Suisse romande, elle est reprise par les autorités scolaires, la presse. Elle le sera très prochainement par les parents qui demanderont d'en savoir plus sur les innovations introduites par les nouveaux moyens d'enseignement. Et ce sera aux maîtres de leur répondre !

Formulée ainsi, la question paraît claire et appelle soit un oui, soit un non. Mais, en fait, tout se complique lorsqu'on cherche à comprendre ce qui se cache derrière l'expression «maths modernes».

Pour le mathématicien, la question ne se pose pas. Les mathématiques du 20e siècle ne sont ni «modernes» ni en opposition avec celles qui les ont précédées. Leur construction se poursuit, s'étend, se structure, bien qu'on soit tout à fait conscient des limites de la cohérence interne de l'édifice depuis Gödel et son théorème de l'incomplétude.

Pour ce qui concerne les plans d'études, une évolution se dessine depuis les années cinquante à soixante : on y parle de finalités de l'enseignement des mathématiques, d'objectifs généraux, de développement d'aptitudes à la recherche ou à l'analyse, de logique et de raisonnement, d'objectivité du jugement. C'est leur mention explicite qui est nouvelle, mais ce n'est sans doute pas ces finalités que recouvre l'expression «maths modernes».

En revanche, lorsqu'on examine les «savoirs à enseigner», l'évolution est plus significative mais elle diffère selon les degrés d'enseignement.

Au secondaire - inférieur et supérieur - en lien avec le développement naturel de la discipline et avec l'introduction des instruments électroniques de calcul, certains contenus se sont déplacés depuis 30 ans, d'autres sont apparus et en ont remplacé d'anciens. On pourrait dire que le calcul vectoriel, les transformations géométriques, les propriétés des relations, les notions de groupe ou de corps, etc. sont des contenus «modernes». Van der Waerden n'a-t-il pas appelé, au début du siècle, l'un de ses ouvrages «Moderne Algebra» ?

A l'école primaire, lorsqu'on a voulu «enseigner» les structures qui sont à la base de l'édifice des mathématiques, on s'est rendu compte que de jeunes élèves ne pouvaient les aborder de manière abstraite. On les a donc présentées par des exemples concrets, par des représentations naïves comme les diagrammes, les flèches, les tableaux de correspondance.

Or, c'était une erreur d'ordre épistémologique de croire que l'enfant pouvait élaborer les structures fondamentales de son raisonnement avant d'avoir construit les objets mathématiques qu'elles devaient précisément mettre en relation. Chacun l'admet aujourd'hui, on avait voulu mettre la charrue avant les boeufs.

On a donc abandonné l'ambition d'enseigner les éléments ensemblistes, les relations et autres fondements à l'école primaire. Par conséquent, on ne verra plus apparaître leurs représentations naïves auxquelles l'expression «maths modernes» a été associée et, de ce point de vue, on peut donc répondre affirmativement que c'est la fin de ces aspects-là de la réforme.

Mais cela ne veut pas dire que les structures cessent d'exister si l'on ne les «enseigne» plus. On ne va pas jeter le bébé avec l'eau du bain. On ne va pas non plus intenter un procès à ceux qui ont inspiré cet important mouvement de rénovation de l'enseignement des mathématiques, ni à ceux qui l'ont conduit. Et surtout, on ne va pas dresser un constat d'échec réducteur et simpliste dans le style de nos manchettes de journaux[1].

Nous dirons que, si la réforme a eu ses excès, ses errements, ses erreurs épistémologiques, elle a eu aussi quelques mérites essentiels que l'histoire saura reconnaître.

Contentons-nous des trois suivants :

Elle a permis de sortir d'une situation où l'enseignement des mathématiques était absolument sclérosé et inadéquat. Si une grande majorité de notre population a «mal aux maths», si l'image mentale courante de cette discipline est catastrophique, ce n'est pas dû à nos réformes des années septante dont les plus âgées des soi-disant victimes n'ont pas encore trente ans.

Elle a pris en compte, sous l'influence des recherches de Piaget en épistémologie génétique, le rôle essentiel de l'activité de l'enfant dans son développement intellectuel. Par le débat engagé, elle a conduit à la naissance d'une nouvelle discipline : la didactique des mathématiques qui construit des instruments d'analyse précieux pour l'amélioration de l'enseignement , ceux-là même qui permettront d'éviter certaines erreurs ou déviations des prochaines innovations.

Et c'est là que nous situons l'héritage essentiel de la réforme des «maths modernes» : ce mouvement de rénovation en profondeur qui relie la recherche en didactique et les praticiens, où tous les acteurs sont concernés, avec l'enfant et ses apprentissages au centre de leurs préoccupations.

François Jaquet

[1] *L'Hebdo* n° 35, 29 août 1996, p. 9 dans le dossier sur l'héritage contesté de Jean Piaget, «*Les maths modernes ? un vrai désastre*»;

Journal de Genève, 18 septembre 96 «*Les maths modernes sont dépassées, leur révolution se prépare*».

Une histoire... improbable *

Introduction des probabilités à l'école primaire

Daniela Medici et Paola Vighi, Université de Parme[1]

INTRODUCTION

Il était une fois, un roi très gentil, qui vivait dans un magnifique château. Un beau jour la jolie princesse, fille du souverain, fut enlevée ...

Ainsi commence une fable utilisée pour une première approche des probabilités à l'école primaire: il s'agit d'un conte dont le récit est de temps en temps interrompu par la présentation de questions où interviennent des phénomènes aléatoires : questions sur l'idée de hasard, sur l'équité des jeux et simples comparaisons de probabilités. Les réponses données par les enfants permettent de connaître leurs croyances, leur conception du hasard, leur capacité d'affronter des situations d'incertitude et de faire des prévisions.

Les activités proposées ont aussi été étudiées en fonction des programmes ministériels de 1985, dans lesquels on peut lire que "l'introduction des premiers éléments de probabilités ... a pour but de préparer chez l'enfant un domaine de connaissances intuitives sur lequel on puisse, ultérieurement, fonder l'analyse rationnelle des situations d'incertitude" et en tenant compte également des indications méthodologiques présentes dans les mêmes programmes : "A propos des premières notions de probabilités, il est important que l'enfant soit conduit à accepter, sans qu'il en soit perturbé, des situations d'incertitude ... cela peut être fait d'abord en termes plus vagues, et puis en situations bien structurées". Même si, dans les programmes, on dit que "L'introduction des premiers éléments de probabilités peut se situer à la fin de l'école primaire", nous avons conduit notre expérimentation de la deuxième à la cinquième année, pour analyser l'évolution des comportements et des croyances. Bien que ce sujet ait déjà été amplement étudié[2], il est intéressant de suivre l'évolution de la notion de hasard, chez des enfants, de 7 à 11 ans.

Une des raisons pour lesquelles la fable a été utilisée pour introduire les premiers éléments de probabilités est la suivante : elle réussit à engager affectivement l'enfant et à motiver la nécessité de répondre aux questions qui y figurent. C'est sûrement plus

---

* *[ndlr] Cet article a été publié dans L'Educazione Matematica (Anno XVII - Serie V - Vol 1, no 2 mai 1996, pp 58 - 79) en version bilingue italien et français. Nous remercions les auteurs et la direction de la revue de nous permettre d'en faire profiter les lecteurs de Math-Ecole.*

1 L'idée, le texte (que nous avons remanié et en partie modifié) et les dessins relatifs à la fable sont l'oeuvre des étudiantes M. Priam et S. Valenti, qui ont préparé ce travail dans le cadre du cours de didactique du Département de Mathématiques de l'Université de Parme (Italie). Nous les en remercions.

2 Voir l'ouvrage fondamental de B. Inhelder et Jean Piaget et celui de E. Fischbein sur le sujet.

agréable et attractif que certains exercices à propos de billes, de pièces de monnaie, etc.

L'utilisation d'une fable peut cependant présenter des problèmes d'ordre didactique car les enfants se laissent prendre par le récit et sont amenés dans des situations bien éloignées de la réalité. De ce point de vue, le recours à un récit imaginaire fait intervenir des éléments contextuels qui n'apparaissent pas comme les plus pertinents pour une activité d'approche des probabilités. Toutefois, par rapport aux avantages liés à l'intérêt des enfants, nous avons conservé ce contexte en choisissant une activité qui devrait, à notre avis, minimiser ce problème.

Dans notre cas particulier, comme nous le verrons plus tard, le chevalier, "doit" remporter les épreuves parce que, comme l'ont écrit les enfants, "il faut que l'histoire continue". Dans les fables, la magie rend possible ce qui est impossible. En outre on peut compter sur la chance... . Donc, d'un certain point de vue, la fable peut être considérée comme un biais. Mais, au vu des avantages incontestables liés à ses potentialités d'intérêt et d'engagement des enfants, elle se révèle particulièrement significative et riche. Pour cela, il nous paraît important de la faire suivre, comme nous l'avons fait, d'un jeu théâtral ou "mise en scène" dans laquelle chaque enfant, en s'identifiant au roi ou au chevalier, répète ses expériences.

Nous commençons par la présentation de la fable, et donnerons par la suite l'explication des choix qui nous ont conduit à écrire le conte, tel qu'il est.

UNE HISTOIRE IMPROBABLE

Il était une fois, un roi très gentil, qui vivait dans un magnifique château. Un beau jour la jolie princesse, fille du souverain, fut enlevée par un magicien méchant et cruel qui l'enferma dans une tour obscure et froide, infestée de rats et de chauves-souris, qui se trouvait au sommet d'un rocher. Le magicien déclara qu'il ne la délivrerait qu'en échange du royaume.

Puis, pour empêcher que les chevaliers, sujets du roi, courageux et habiles, ne cherchent à délivrer la princesse, le magicien décida de transformer en crapauds tous les hommes qui habitaient dans les deux villages du royaume : Barbarasco et Terrarossa. Ceci aggrava encore la situation. En effet, le roi qui, jusqu'à ce moment là, avait encore l'espoir que l'un de ses chevaliers puisse sauver sa fille, s'abandonna à la plus sombre douleur et, depuis lors, ne fit rien d'autre que de pleurer.

Son cousin, inventeur de grande renommée, apprit ce grand malheur et commença tout de suite à imaginer comment on pourrait délivrer la prisonnière. Il passa des nuits et des jours dans son laboratoire. Enfin, il trouva un moyen de résoudre le problème. Très heureux il prit son cheval le plus rapide et, de son village éloigné, s'en vint chez le souverain pour lui montrer son invention. Il s'agissait d'une baguette magique qui avait le pouvoir de rendre une forme humaine à ceux qui avaient été transformés en crapauds. Cette baguette ne pouvait cependant être utilisée qu'une seule fois et les deux villages n'étaient pas peuplés que de chevaliers, mais aussi de paysans. Et ceux-ci, malgré leur bonne volonté, une fois redevenus des hommes, ne seraient pas capables de sauver la princesse.

Dans le village de Barbarasco habitaient 6 paysans et 5 chevaliers, dans le village de Terrarossa vivaient 6 paysans et 2 chevaliers.
Le roi dut affronter un grand dilemme : il devait choisir le village dans lequel il utiliserait la baguette magique.

fig. 1 (le château)

1ère QUESTION : "A ton avis, dans quel village le roi a-t-il le plus de chances de trouver un chevalier ? Pourquoi ?"

Le roi choisit un village, y alla, et, de la baguette magique, toucha un crapaud. Par magie, un valeureux chevalier apparut devant le roi qui laissa couler quelques larmes de bonheur. Le vaillant chevalier remercia le roi et, après avoir sellé son meilleur cheval, partit accomplir l'exploit héroïque de délivrer la princesse.

Après avoir erré des jours et des jours dans des forêts dangereuses, des plaines sauvages, des déserts arides et des montagnes inaccessibles, il rencontra un dragon féroce, chargé par le magicien d'empêcher quiconque de sauver la malheureuse princesse. Le dragon ne voulait pas combattre le chevalier parce qu'il craignait que celui-ci soit armé d'une épée magique capable de détruire même le plus méchant des dragons. Alors il inventa un plan très malicieux : il proposa au chevalier de jouer à "pile ou face" avec une pièce de monnaie et lui dit : "Si c'est face, je serai le vainqueur et tu retourneras sur tes pas, si c'est pile je te lasserai passer et je ne ferai plus obstacle à ton chemin".

fig. 2 (le dragon)

2e QUESTION : "A ton avis, est-ce le dragon qui a le plus de chances de gagner ? ou est-ce le chevalier ? ou les deux ont-ils les mêmes chances ?"
"Si tu étais à la place du chevalier, accepterais-tu une proposition comme celle-ci ? Pourquoi ?"

Ils lancèrent la pièce de monnaie et le chevalier poussa un cri de joie quand il vit apparaître le côté pile. Le dragon, bien que furieux d'avoir perdu, dut se retirer et laisser passer le chevalier.

Le chevalier reprit sa marche, mais il n'était pas au bout des périls qui l'attendaient : Il dut traverser des précipices profonds et des montagnes très hautes jusqu'à se trouver soudain devant une immense forêt. Il n'avait jamais vu d'arbres si hauts et si gros. Ils étaient si serrés que quand il entra dans la forêt, les ténèbres l'enveloppèrent. C'est seulement après quelques minutes qu'il réussit à s'adapter à l'obscurité. Il errait depuis une heure, les oreilles aux aguets, quand soudain il entendit une clochette et vit une lanterne qui s'approchait. La petite figure qui était derrière la lanterne commença à prendre forme : c'était un petit gnome à l'air un peu niais, avec un énorme chapeau, les yeux fourbes et un sourire moqueur. Quand il arriva en face du chevalier il s'arrêta et il lui expliqua qu'il l'aiderait à sortir de cette forêt effrayante si le chevalier le battait à un jeu de dés.

Le chevalier serait vainqueur si, en lançant un dé, il obtenait le nombre 4. Si, au contraire, il obtenait un autre nombre, c'est le gnome qui gagnerait.

fig. 3 (le lutin)

3e QUESTION : "A ton avis, est-ce le chevalier qui a le plus de chances de gagner ? ou est-ce le gnome ? ou les deux ont-ils les mêmes chances ?"
"Si tu étais à la place du chevalier, accepterais-tu une proposition comme celle-ci ? Pourquoi ?"

"Si tu pouvais modifier les règles de ce jeu de dés, qu'est-ce que tu proposerais ?"

Le chevalier dut accepter la proposition du gnome. Fort heureusement, en jetant le dé, il obtint le nombre quatre et il put ainsi sortir *de cette forêt. Le gnome l'accompagna en effet comme il avait promis et disparut sans lui laisser le temps de le remercier.*

Le chevalier se trouva alors devant une étendue de prairies vertes et fleuries, qui, comparées à ce qu'il venait de traverser, semblait le paradis. Fortifié par l'air pur, il reprit son chemin et arriva au bord d'un fleuve. Il se désaltéra et se rafraîchit et quand il eût retrouvé ses forces, il s'aperçut que le fleuve était si large que, malgré toute sa bonne volonté, il ne réussirait pas à le traverser à la nage. Tout d'abord il fut si découragé qu'il ne s'aperçut même pas que, au bord de l'eau, se tenait un vieillard à la longe barbe blanche auprès d'une petite barque de bois. Quand enfin il le vit, il se précipita vers lui et il dit : "Bonjour, mon brave, je suis le chevalier qui doit sauver la princesse, fille de mon noble roi; est-ce que tu pourrais me prêter ta barque pour traverser le fleuve ?"

Le vieillard se retourna calmement et lui répondit: "Mon vaillant chevalier, je serais tout à fait disposé à te prêter ma barque et tu pourrais ainsi accomplir ton devoir puisque la princesse est emprisonnée là, dans cette tour qui est face à nous". Le bonheur se vit dans les yeux du chevalier : enfin il était arrivé au but de son long chemin ! Mais le vieux continua : "A quoi te sert d'arriver sur l'autre rive si tu n'as pas la clé d'or qui ouvre sa prison ? Et celle-ci tu dois l'obtenir ! Regarde, il y a deux écrins ici : le premier contient deux clés d'or et une de fer, le second contient vingt clés d'or et dix de fer. Seules les clés d'or ouvrent la porte de la tour. Tu vas choisir un écrin, puis je te banderai les yeux et tu prendras une clé dans cet écrin. Si tu as de la chance, tu tomberas sur une clé d'or et tu pourras traverser, sinon tu devras retourner d'où tu es venu.

fig. 4 (le sage)

4e QUESTION : "A ton avis, est-ce dans le premier écrin que le chevalier a le plus de chances de prendre une clé d'or ? ou est-ce dans le second écrin ? ou les chances de prendre une clé d'or sont-elles les mêmes dans l'un ou dans l'autre des écrins ? Pourquoi ?"

Le chevalier choisit un écrin, se laissa bander les yeux par le vieux, introduisit une main dans l'écrin choisi et en tira une clé. Quand le vieux lui enleva le bandeau, ce qu'il avait dans la main était si brillant qu'il en fut presque ébloui : il avait pris une clé d'or !

Le vieux disparut, mais le chevalier ne s'en préoccupa pas. Il monta dans la barque et rama avec tant d'ardeur qu'il arriva sur l'autre rive en peu de temps. Il s'aventura sur le rocher et, en quelques bonds, se retrouva devant la porte de la tour. Elle était recouverte de toiles d'araignées et de ronces, mais le chevalier réussit malgré tout à trouver la serrure. Il enfila la clé et il entra aussitôt. Il s'avança immédiatement au devant de la princesse qui, malgré tout ce qui s'était passé, était resplendissante. Incrédule, elle restait immobile. Le chevalier la prit alors dans ses bras et la porta au dehors et, ensemble, ils aperçurent le magicien qui se transformait en crapaud.

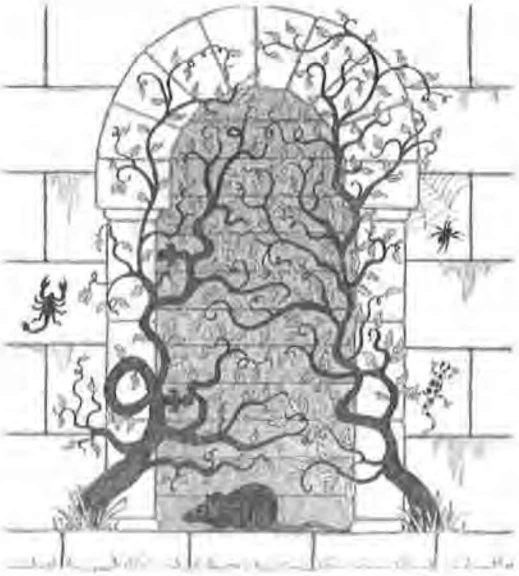


fig. 5 (la porte)

L'ensorcellement avait pris fin. Le chevalier et la princesse retournèrent au château du roi et ils virent que dans tout le royaume la nature avait repris sa vie : le soleil brillait de nouveau, les arbres étaient redevenus verts, les prairies fleuries et les oiseaux avaient recommencé à chanter. Tous les habitants avaient repris leur forme humaine et le roi, heureux comme jamais, promit au chevalier qu'il exaucerait tous ses désirs. Le chevalier demanda d'épouser la princesse, parce qu'il était tombé amoureux d'elle dès le premier instant où il l'avait vue.

Comme la princesse répondit à son amour, on célébra le mariage. Les fêtes durèrent une année entière et tous vécurent heureux, excepté un certain crapaud qui passa le reste de sa vie en coassant dans un étang putride.

fig. 6 (le mariage)

OBSERVATIONS SUR LA FABLE ET LES MODALITÉS D'EXPÉRIMENTATION

En premier lieu, il faut préciser que cette fable n'est pas utilisée en première approche seulement : on peut la reproposer intégralement à la fin d'une séquence de travail sur les probabilités, afin de comparer les réponses de chaque élève avec celles qu'il avait données précédemment aux mêmes questions. On peut aussi montrer à l'enfant ses premières réponses en lui demandant de les commenter.

Le texte peut sembler un peu prolixe, mais nous avons observé que sa lecture a été suivie avec attention et participation à tous les âges.
Il peut être opportun d'expliquer en classe, dès le début, qu'il s'agit d'une fable écrite dans un but très précis, concernant l'apprentissage de nouveaux sujets et concepts. D'ailleurs, l'insertion de questions et, par conséquent, de pauses de réflexion, fait comprendre assez vite qu'il ne s'agit pas d'une histoire pour elle-même.

Il y a quatre situations problématiques présentées ici : la première et la quatrième sont relatives à des comparaisons de probabilités (l'une est très simple, l'autre est un cas d'équiprobabilité), la deuxième et la troisième concernent des estimations qualitatives de probabilités dans des jeux classiques de pièces de monnaie et de dés (l'un équitable et l'autre non). Nous avons fait ce choix parce qu'il s'agit d'une première approche, mais on pourrait décider d'utiliser la fable dans d'autres séquences didactiques sur les probabilités, en y ajoutant des questions, plus complexes ou du même type.

En outre, pour éviter que les facteurs émotionnels ne conditionnent les réponses, on pourrait choisir de formuler les questions d'une autre manière, pour que l'enfant s'implique personnellement : par exemple, la première question pourrait être reformulée ainsi : "Si tu étais le roi, dans quel village aurais-tu le plus de chances de trouver un chevalier ?"
Une autre possibilité serait d'adjoindre aux questions de la fable d'autres questions plus explicites qui se fondent sur les mêmes concepts : par exemple, on peut faire suivre la troisième question de considérations sur l'équité de la situation examinée en demandant : "Est-ce que tu penses que le gnome a fait une proposition correcte ?" et l'on peut proposer à l'élève de reformuler les conditions de l'enjeu entre le gnome et le chevalier de façon à ce qu'il soit équitable.

L'expérimentation a été effectuée selon les modalités suivantes :

- lecture du texte de la fable accompagnée des illustrations, au rétroprojecteur, des moments les plus significatifs;

- interruption de la lecture après la présentation de chaque question afin de donner aux enfants le temps de réfléchir et de répondre sur une feuille préparée à cet effet;

- mise en scène de la fable consistant à faire jouer à chaque élève toutes les épreuves, comme s'il était le roi ou le chevalier; pendant que les camarades observent et notent les résultats obtenus au tableau noir;

- discussion collective sur le travail effectué et examen des réponses notées sur les feuilles, à la lumière de ce qui a été observé pendant la phase expérimentale de mise en scène.

Afin de rendre plus concrète et vraisemblable la mise en scène, nous nous sommes procuré du matériel approprié, disposé sur quatre tables, une par question.

Pour la première, nous avons reconstruit les deux villages en utilisant des petites maisons en bois, des crapauds-jouets en plastique (que les enfants avaient apporté de la maison) et une baguette qui remplit les fonctions de la baguette magique. Sous chaque crapaud nous avions collé une étiquette avec "chevalier" ou "paysan". L'enfant jouant le roi choisissait un village, touchait un crapaud avec la baguette, le renversait et, selon le résultat, pouvait poursuivre ou devait retourner à sa place. Naturellement les crapauds étaient mêlés après chaque tirage, car les enfants cherchaient évidemment à mémoriser les emplacements de ceux qui cachaient des chevaliers !

Pour la deuxième question nous avons utilisé un petit dragon en plastique gonflable et une pièce de monnaie. L'enfant, cette fois-ci dans le rôle du chevalier, lançait la monnaie et mimait ensuite l'action déterminée par le résultat obtenu.

Pour la troisième question nous avons constitué une forêt avec des petits arbres en bois et en plastique dans laquelle nous avons placé un gnome et, naturellement, un dé. Les enfants qui avaient remporté les deux premières épreuves étaient ici invités à jeter le dé.

Enfin pour la quatrième question nous avons préparé un "fleuve" en papier-crêpon et avons placé sur la rive une statuette représentant un vieillard, une petite barque à ses côtés et deux boîtes avec des petites clés découpées dans du carton et coloriées en doré ou en noir.

Naturellement, à la fin de ce chemin, on ne pouvait pas manquer de placer une petite poupée représentant la princesse !

Deux heures sont nécessaires pour mener l'activité entière. La dernière version du projet a été expérimentée dans 12 classes (trois de deuxième année, trois de troisième année, trois de quatrième année et trois de cinquième année). Auparavant on avait conduit une activité expérimentale dans les classes des enseignants du groupe de didactique de Parme. Ceci nous a permis de modifier la forme et les modalités de présentation de la fable pour parvenir à la version qu'on présente ici. Nous avons aussi recouru à des classes de contrôle (une de troisième année, une de quatrième année et une de cinquième année) auxquelles nous avons présenté directement les situations problématiques (avec certaines modifications), sans raconter la fable, qui n'a été lue qu'un mois plus tard. Ce choix nous a été dicté par la nécessité de déterminer l'influence de la fable sur les réponses et de définir le rôle qu'elle joue.

COMMENTAIRES ET RÉSULTATS

1ère QUESTION

On propose une comparaison de probabilités particulièrement simple car elle se base elle-même sur la comparaison de deux nombres, ceux qui représentent les cas favorables. En effet, le nombre de paysans étant le même, c'est le nombre de chevaliers qui compte.
La plupart des enfants ont précisément fondé leur réponse sur cet aspect et l'ont motivée par le fait que "à Barbarasco il y a plus de chevaliers", seuls quelques enfants ont ajouté que "le nombre de paysans est le même". Chez certains de ceux qui ne l'ont pas relevé, il ne s'agit certainement que d'une omission, mais pas chez les autres.

Comme il était à prévoir, peu d'élèves ont considéré le nombre des cas possibles : ceux qui l'ont pris en compte n'ont pas fait attention au nombre des cas favorables et ils ont par conséquent conclu par erreur qu'il est préférable de choisir le second village "parce qu'il y a moins de crapauds et on a plus de chances d'y trouver un chevalier".
Dans une première version le nombre des chevaliers de Terrarossa était différent : nous avions pensé en mettre un seulement pour faciliter la comparaison, mais l'expression linguistique "un chevalier" a induit en erreur.

Par exemple, un élève a écrit : "Selon moi, il choisira le second village parce que dans la question on dit un chevalier". Il y en a même qui étaient convaincus que cet unique chevalier, étant le seul, était fort, "plus courageux, plus habile et avec plus d'armes" et que, pour cela, il fallait le préférer aux chevaliers de l'autre village.
Ce type de réponses se trouve presque exclusivement en deuxième année. Même dans la version définitive, quelques-uns se déclarent sûrs que le roi touchera avec la baguette un chevalier de Terrarossa, parce que "dans ce pays il y a seulement deux chevaliers"; l'idée est que, en étant peu nombreux, les chevaliers sont plus facilement repérables.

Le taux de réponses correctes et avec justification acceptable (du type "à Barbarasco, parce qu'il y a plus de chevaliers" ou "parce que à Barbarasco il y a 5 chevaliers alors qu'à Terrarossa il y en a seulement 2") atteint environ 50% en deuxième année et arrive à 93% en cinquième.
Dans les classes de contrôle on n'a pas observé de différences significatives. En effet presque tous les élèves ont choisi sans hésitation Barbarasco, que ce soit avant ou après la lecture de la fable. Les rares à s'être trompés initialement en donnant des réponses sans signification, ont compris par la suite et ont répondu correctement. On peut supposer que, ayant été intéressés par la fable, ils ont approfondi leur réflexion.

Pourcentage de réponses correctes à la 1ère question

deuxième année	troisième année	quatrième année	cinquième année
50	69	100	93

2e QUESTION

La question proposée ici est classique : il s'agit d'établir si, en lançant une pièce de monnaie il est plus probable de faire apparaître pile que face ou si les deux issues possibles ont la même probabilité. La demande s'articule en deux questions : la première demande à l'enfant une opinion sur la probabilité de victoire des deux adversaires, la deuxième désire l'impliquer personnellement en lui demandant de se prononcer sur l'équité du jeu.

Dans les réponses, le contexte de la fable joue souvent un rôle évident : les élèves de deuxième et de troisième années se trompent presque tous, en se déclarant sûrs de la victoire du chevalier «parce qu'il doit délivrer la princesse" ou, "si c'est face, l'histoire est déjà terminée" ou encore parce que, comme on le sait, toutes les fables "se terminent bien, même très bien". Pour certains (16%) la mauvaise foi du dragon - qui "jette la pièce de façon à faire apparaître face" - ou son entraînement - "le dragon y joue toujours et sait y jouer" alors que "le chevalier n'y joue jamais" - sont déterminants, comme encore, simplement, ses capacités : "le dragon est plus fort".
En plus des justifications précédentes, il y en a quelques-unes qui font intervenir la chance, "le roi, ce jour-là, avait de la chance et il a passé sa chance au chevalier" ou le destin "ils ont les mêmes probabilités de gain parce que c'est le destin qui choisit et il faut avoir aussi une pincée de chance".
Certaines réponses se réfèrent à la pièce de monnaie qui "peut tomber soit sur pile soit sur face", mais qui "peut être ensorcelée" ou être animée d'une "volonté" et par conséquent déterminer le choix de la face à montrer.

Les réponses correctes n'atteignent le 50% qu'en cinquième année. A ce propos, nous pensons que l'idée d'équiprobabilité, dans un cas aussi simple que celui du lancer d'une monnaie, ne peut pas être prise en compte à la fin de l'école primaire.

L'objectif pour lequel la deuxième question a été conçue n'a en général pas été atteint, parce que le fait de se mettre à la place du chevalier est interprété à la lettre et donne de nouveau beaucoup d'influence au contexte de la fable. Par conséquent certains élèves écrivent : "je ne voudrais pas décevoir le roi, c'est pourquoi j'accepterais" ou "je n'accepterais pas parce que le dragon doit être fourbe et malfaisant". En cinquième année encore, on trouve 93% de réponses de ce type.

Dans les classes de contrôle, ceux qui avaient une idée plus ou moins consciente d'équiprobabilité dans le cas du lancer d'une monnaie l'ont conservée (53%). 24% des élèves ont répondu correctement dans la première phase, mais ont changé d'idée après la lecture de la fable et ont donné alors le chevalier pour vainqueur. Des commentaires comme "je ne veux pas devenir un crapaud" conduisent à ne pas accepter la proposition, même si elle est considérée comme équitable. Quelques élèves, qui auraient accepté le défi dans un premier temps (parce que "j'aime jouer" et "je veux voir si je peux gagner") ont changé d'idée, "épouvantés par le dragon".

Pourcentage de réponses correctes à la 2e question

deuxième année	troisième année	quatrième année	cinquième année
2	25	40	50

3e QUESTION

La question s'articule en trois parties. La première concerne une comparaison de probabilités dans le lancer d'un dé : on a choisi de présenter une situation dans laquelle l'un des cas a clairement une plus forte probabilité de se vérifier que l'autre. Malgré cela les réponses fausses n'ont pas manqué : de 46% en deuxième année à 39% en cinquième. Plusieurs enfants, sous l'effet du contexte, se préoccupent seulement de désigner un vainqueur, sans tenir compte des informations relatives au jeu, en appliquant encore une fois un raisonnement de type déterministe. Leurs justifications font appel, comme d'habitude, à la force et à l'intelligence du chevalier ou à la malice du gnome qui peut tromper son adversaire, à la considération que "les bons gagnent" et que "l'histoire doit continuer". En outre quelques enfants se déclarent sûrs du gain du chevalier, en se fondant sur les victoires remportées dans les deux épreuves précédentes : "Pour moi, c'est le chevalier qui gagne parce qu'il a toujours gagné dans les autres jeux". Ces convictions se retrouvent dans toutes les classes : encore en cinquième, 20% des élèves donnent des réponses de ce type. Une attitude plus ouverte, tenant compte de la causalité des événements, conduit certains autres à affirmer que "c'est seulement une question de chance" et qu'il il n'est pas possible de savoir a priori qui vaincra.

Un progrès ultérieur consiste en une analyse des règles du jeu qui conduit les élèves à s'interroger sur les chances de voir apparaître le 4. A ce propos, on observe encore deux prises de positions distinctes : Ceux qui ne tiennent pas compte de l'équiprobabilité de l'apparition de chacune des faces du dé affirment que "le nombre 4 sort souvent" ou "peu de fois" ou se fient à leurs expériences personnelles : "moi, j'obtiens toujours 4". Ceux qui, au contraire, répondent correctement (61% en cinquième) le justifient par le fait que "le gnome a plus de nombres" et donc, plus de possibilités de gagner ou que "il existe seulement un 4 dans un dé".

Dans les réponses, on voit apparaître aussi l'idée de différence - "le gnome a cinq nombres et le chevalier un seul" - qui conduit certains à se déclarer sûrs de la victoire du gnome, mais il y a aussi l'idée de rapport qui intervient chez d'autres élèves : "un nombre sur six c'est difficile à faire".

Le but de la deuxième partie, comme pour la question 2, est d'impliquer personnellement l'enfant pour qu'il raisonne, dans les limites du possible, en se dégageant de la fable. Ce but n'a été atteint que partiellement. En effet, 42% des élèves répondent encore qu'ils accepteraient la proposition pour pouvoir sauver la princesse. L'effet désiré a été atteint par 16% des élèves qui, tout en ayant répondu de manière erronée à la question précédente ont déclaré "je n'accepterais pas parce que le jeu est déloyal" ou "non, parce que je risquerais de perdre". Certains autres, qui se réfèrent à eux-mêmes, fondent leur réponse sur un jugement dépendant de leur situation personnelle : ceux qui ont confiance en eux disent "non, je chercherais le chemin tout seul", ceux qui ne l'ont pas écrivent : "non, parce que je ne serais pas capable".

La troisième partie de la question demande de faire une proposition de modification du jeu, pour le rendre équitable.
On a obtenu des réponses de tous genres, plus ou moins judicieuses, plus ou moins liées à une modification du jeu de dés. En troisième, par exemple, 40% des enfants proposent "trois nombres au chevalier et trois au gnome" ou "les nombres impairs au gnome et les pairs au chevalier" ou "1, 2, 3 à l'un et 4, 5, 6 à l'autre" ou "un nombre chacun" (dans ce cas il faudra cependant jeter le dé plusieurs fois avant l'apparition d'un des deux nombres choisis) ou "le plus grand nombre" (où l'on sous-entend que chacun jette le dé une fois). Certains même vont jusqu'à dire "alors c'est moi qui décide de tricher".

Dans les classes de contrôle, on a vérifié ce que l'on présupposait : quelques enfants (peu nombreux), qui avaient répondu correctement à une question analogue à celle du défi entre le gnome et le chevalier, ont déclaré ce dernier vainqueur après la lecture de la fable. Les réponses données aux questions suivantes font toutefois comprendre que, à leurs yeux, il était évident que le défi n'était pas équitable.

Pourcentage de réponses correctes à la 3e question (1e partie)

deuxième année	troisième année	quatrième année	cinquième année
54	61	61	64

4e QUESTION

Il s'agit d'une question relative à un cas d'équiprobabilité, qui toutefois est plus difficile et plus trompeur que celui de la deuxième question.

La fable continue à conditionner quelques enfants qui motivent le choix d'un écrin par des affirmations du genre "le chevalier a toujours de la chance", "il doit ouvrir la porte" et "prendre la barque à tout prix".

Presque tous les élèves se trompent et se déterminent pour l'un des deux écrins (bien que nous leur ayons aussi donné la possibilité de répondre "c'est égal"). En deuxième et en troisième années, la plupart d'entre eux choisissent le second écrin (56%), car "il contient plus de clés d'or" et par conséquent "il y a plus de possibilités de prendre une clé d'or" ou encore - en se laissant influencer par le nombre de clés d'or - "parce qu'il y a 20 clés". Certains enfants considèrent la différence entre les nombres de clés : "dans le deuxième il y a 10 clés de différence et dans le premier seulement une".

Le pourcentage de ceux qui choisissent le premier écrin passe de 21% en deuxième et troisième années à 48% en quatrième et cinquième. Leurs justifications sont les suivantes : "car il y moins de clés" ou "c'est plus probable de deviner la clé d'or, parce que dans le second c'est trop mélangé".

Il nous semble que les enfants les plus jeunes ne considèrent que le nombre de cas favorables, et qu'ils privilégient donc 20 plutôt que 2, alors que les plus âgés raisonnent sur les rapports des nombres, mais choisissent en général celui de 2 à 3 sans comprendre qu'il est égal à celui de 20 à 30. Seuls 6% des élèves de deuxième et de troisième comprennent que les chances sont égales parce que "la moitié de 2 est 1 et la moitié de 20 est 10" et donc, dans chaque écrin "les clés en fer sont la moitié des clés d'or", alors que, en quatrième et cinquième, ils sont 25% à donner des arguments comme les précédents ou de ce type : "les clés en or sont toujours le double de celles en fer" et donc "10 et 20 sont comme 1 et 2".

Un enfant de cinquième observe que "il ne faut pas se laisser prendre par le nombre des clés" et que "c'est indifférent parce qu'il y a la même probabilité". Un autre tente une sorte de démonstration fondée sur la notation positionnelle : "il suffit d'enlever les zéros et il y a la même probabilité". Ici, apparaît l'idée de rapport : celui de 1 à 2 est égal à celui de 10 à 20. En revanche, d'autres déduisent, en commettant une erreur, que le choix de l'écrin n'a pas d'importance car "dans le premier il suffit ajouter une unité et dans le second une dizaine" pour faire en sorte que le nombre de clés de fer devienne égal au nombre de clés d'or. Ici encore, le raisonnement porte sur la différence des nombres et non sur leur rapport.

La difficulté de cette question est également mise en évidence par les réponses obtenues dans les classes de contrôle où les élèves ne reconnaissent pas la situation d'équiprobabilité : dans la plupart des cas il n'y a pas de cohérence entre les réponses données avant et après la lecture de la fable.

Naturellement, les quelques élèves qui reconnaissent la situation d'équiprobabilité, répondent correctement au questionnaire initial comme aux questions présentées dans le contexte de la fable.

Pourcentage de réponses correctes à la 4e question

deuxième année	troisième année	quatrième année	cinquième année
0	6	12	25

CONCLUSIONS

L'expérimentation dans les classes de contrôle a écarté les doutes sur le recours à la fable : les enfants qui ont changé d'idée sous l'influence du récit ont été relativement peu nombreux. En particulier, le changement a été positif dans le cas de la première question.

Comme nous l'avons déjà dit, la fable a été choisie comme véhicule pour l'introduction d'une notion nouvelle : nous pensons qu'elle constitue une approche graduelle et motivante, car elle est proche des intérêts des enfants. Dans plusieurs classes où s'est déroulée l'expérimentation, les élèves étaient en train d'analyser, dans le cadre de l'enseignement de la langue, les différences entre fable et conte, les rôles des personnages, etc.; nous avons pu observer que ces activités linguistiques et la nôtre se complétaient mutuellement.

La fable a donc introduit les élèves dans le monde des probabilités, sa mise en scène leur a fait entrevoir le concept de fréquence. Le jeu théâtral, outre son importance par les aspects liés à la motivation et à l'engagement de l'élève, s'est révélé fondamental parce qu'il a souvent déterminé un changement d'opinion : alors que, pendant la lecture de la fable la plupart des enfants se déclaraient convaincus de la réussite de l'entreprise du chevalier, la phase expérimentale, dans laquelle très peu d'élèves ont réussi à "délivrer la princesse", a fait comprendre de façon déterminante combien les épreuves étaient étroitement liées au hasard et difficiles à réussir, pour certaines d'entre elles. Le jeu de scène conduit à une rationalisation, ramène sur terre, fait la transition du monde imaginaire construit autour de la fable au réel. Les enfants comprennent que le "possible de la fable" est bien différent du "possible de la réalité": alors que le chevalier de la fable remporte toujours les épreuves, le chevalier-enfant bute souvent sur le premier obstacle.

Les enfants eux-mêmes, un peu déçus de leurs résultats lors de la simulation des épreuves, ont demandé de pouvoir refaire la série. Ceci nous a fourni des données supplémentaires, que nous avons relevées au tableau noir et qui, parfois, ont suffi pour tirer des indications sur les fréquences relatives de chaque événement. D'autres fois il s'est avéré nécessaire de prolonger encore l'activité pour recueillir un ensemble de données qui soit "significatif". De cette manière on a pu passer d'une approche intuitive à une première quantification sommaire.

En quatrième et en cinquième années, l'enseignant peut profiter de cette activité pour s'engager dans un itinéraire qui conduit au concept de probabilité comme rapport de deux nombres. En effet, ainsi que le précisent les programmes ministériels, "la définition classique de probabilité ne peut pas être prise comme point de départ, mais ... doit plutôt être considérée comme point d'arrivée d'une activité bien graduée".

Ce qui importe, selon nous, est l'initiation à la pensée probabiliste et surtout la formation du concept de probabilité. Dans ce but, la définition classique, si on la considère comme opportune, peut aussi être présentée, mais seulement à la conclusion du travail. Il faut rappeler que, à son tour, cette définition se fonde sur une notion complexe, celle de fraction, qui est introduite elle aussi entre la troisième et la cinquième et dont l'apprentissage fait appel à une longue période de maturation.

Nous rappelons encore que les programmes se préoccupent de conduire l'enfant "à accepter, sans qu'il en soit perturbé, des situations d'incertitude" et voient dans le jeu un instrument permettant d'atteindre ce but.

Les auteurs remercient les enseignants du Groupe de Recherche Didactique de Parme, les directeurs didactiques, les enseignants et les élèves des écoles élémentaires "R. Pezzani" de Noceto (PR) et "G.D. Romagnosi" de Salsomaggiore Terme (PR) pour leur collaboration.

La CIEAEM (Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques; International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Education) est de loin le plus ancien groupe de réflexion créé au plan international sur le thème de l'enseignement des mathématiques. Sa fondation remonte à 1950, dans la période de l'après-guerre, sous l'impulsion conjointe des mathématiciens, psychologues et pédagogues et d'une société en forte évolution technologique. Au rythme d'une rencontre environ par année, la commission a permis à un nombre croissant de participants, confrontés aux innovations de leur discipline, d'établir les liens et contacts nécessaires sur les plans nationaux et internationaux.

Il existe d'autres commissions internationales sur le thème des mathématiques et de leur enseignement : ICME (International Commission of Mathematics Education) met sur pied, chaque année bissextile, depuis 1966, de gigantesques réunions de plus de 3000 mathématiciens et professeurs[1]; PME (Psychology of Mathematical Education) regroupe chaque année, depuis 20 ans, des centaines de psychologues et didacticiens. Mais la CIEAEM a su conserver ses caractéristiques originales en maintenant de larges espaces où se retrouvent des maîtres avant tout, les uns plus engagés dans la recherche en didactique, les autres essentiellement confrontés au problème de la classe de mathématiques, de l'école primaire à l'université.

La **49e rencontre** de la CIEAEM se tiendra à **Setúbal**, sur la côte ouest du Portugal, à 40 km au Sud de Lisbonne, **du 24 au 30 juillet 1997**, à l'École supérieure d'Éducation, institut de formation initiale et continue. Le thème général de cette rencontre sera : *les interactions en classe de mathématiques*. Le comité d'organisation est en train de préparer une série de sous-thèmes et de questions, qui prendront en compte différents points du vue : les apprenants, les enseignants, le cursus, l'ambiance d'apprentissage. Les questions clés suivantes seront prises en compte dans les débats : communication et négociation de signifiés mathématiques, le discours en classe, l'interaction entre les apprenants et entre l'enseignant et les apprenants, nature et rôle des tâches proposées, méthodes de travail en classe.

Si vous voulez recevoir la première annonce de la 49e rencontre de la CIEAEM, écrivez à Joana Porfírio, Escola Superior de Educação de Setúbal, Estefanilha, P-2910 Setúbal (Portugal), en mentionnant clairement vos nom et adresse et vos coordonnées complètes (tél., fax, e-mail).

Les enseignants suisses se réjouiront d'apprendre en primeur que **la 50e rencontre de la CIEAEM se tiendra à Neuchâtel, du 2 au 8 août 1998**. C'est encore loin, certes, mais les intéressés peuvent d'ores et déjà réserver cette semaine. Évidemment, Math-Ecole reviendra sur le sujet dans ses prochains numéros et s'engagera résolument aux côtés des organisateurs locaux.

[1] Voir à ce propos l'article de P. Favre, en page 18.

ICME 8 –
8ème congrès international sur l'enseignement des mathématiques[1]
Séville, 14 - 21 juillet 1996

Pierre Favre, Bôle (NE)

Le congrès de Séville a réuni plus de 4000 personnes en une période particulièrement torride de l'année pour l'Espagne. Parmi les nombreux participants, près d'un millier venaient du pays même, alors que le choix de l'espagnol comme langue officielle après l'anglais amenait un fort contingent d'Amérique latine et centrale. D'un autre côté, les USA (plus de 400 participants), le Royaume-Uni, le Canada, le Japon, le Portugal, la France et Israël étaient représentés traditionnellement par d'importantes délégations. Les pays d'Afrique étaient peu présents à l'exception de l'Afrique du Sud, alors que l'ancien bloc de l'Est apportait des éléments de la plupart de ses nouvelles républiques. Si les lieux de travail étaient concentrés sur le campus abritant les sections scientifiques et techniques de l'Université de Séville, le logement (en partie au gré des choix économiques des congressistes) était dispersé dans toute la ville, nécessitant un système de ramassage en début de journée, puis de navette avec la zone du campus. Traditionnellement, le congrès offrait chaque jour des conférences en parallèle, des groupes de travail, des groupes attachés à un sujet, des expositions commerciale et non commerciale, ainsi qu'une présentation de posters particulièrement revêtue. C'est dire que les participants n'avaient que l'embarras du choix et, tels des abeilles butineuses, oscillaient constamment d'un bâtiment et d'une salle à l'autre, avec une difficulté majeure pour se rencontrer, les procédures aléatoires étant peu fructueuses dans une telle situation.

Pour ce qui est de la cérémonie d'ouverture, elle eut lieu en périphérie dans le Palais des Congrès, seul endroit capable d'accueillir tous les participants à la fois pour les conférences plénières, l'apéritif et la très convaincante représentation de la Compagnie de danse andalouse qui clôtura la soirée. Ce même palais devait abriter, le dimanche 21 juillet, les deux dernières conférences et la cérémonie d'adieu, en attendant ICME 9 au Japon pour l'an 2000.

A défaut d'une vision générale, les lignes qui suivent décrivent le parcours et quelques opinions de l'auteur de ce rapport.

1. La Suisse

Ce sujet avait déjà fait l'objet de considérations du même type lors du précédent ICME, à Québec en 1992. Avec 14 participants inscrits, dont une partie n'appartient pas à nos ethnies, la Suisse fait relativement pâle figure. Si un noyau dynamique d'enseignants liés à la formation des maîtres et à la recherche pédagogique est bien présent (F. Jaquet, A. Scheibler, H. Walser, G. Wieland), de nombreuses institutions ou cantons ne sont pas représentés, pas plus que la SSPMP (Société suisse des professeurs de mathématiques et de physique) et ses commissions romande (CRM) et alémanique (DMK). Certes, l'aspect financier est un obstacle majeur, mais il paraît surtout manquer chez nous un dynamisme et une combativité que l'on découvre, par exemple, chez les représentants d'Israël ou d'Etats nouvellement créés. On imagine que l'instauration de Hautes Ecoles Pédagogiques étoffera le contingent suisse, tant en nombre de parti-

[1] ICME : International Conference on Mathematical Education

cipants qu'en intensité des communications présentées. Pour ce qui est de celles-ci, François Jaquet a participé activement à un groupe sur la résolution de problèmes, alors que ses collègues Scheibler, Walser et Wieland montraient l'intérêt des travaux menés, sous l'égide de la CDIP à propos de «Points de convergence, lignes directrices et espaces de liberté»; malheureusement, le créneau qui leur était offert (samedi à 17h) laissait peu d'espoir pour une assistance nombreuse. En revanche, Monsieur U. Kirschgraber de l'EPFZ a pu présenter le mercredi, en seconde moitié de matinée, une conférence sur «quelques aspects de l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires suisses»; il semble toutefois que ses informations ne coïncidaient pas nécessairement avec la réalité de nos cantons.

Une dimension politique liée à la présence helvétique est donc encore à trouver, en évitant, entre autres, de se faire plus petit que l'on est en insistant sur les différences intercantonales (il n'y a aucune unité de vue aux USA, malgré certains efforts des sociétés d'enseignants, et, même en France, ce sont d'abord des personnalités et des «écoles» qui s'expriment, sans souci d'une doctrine convergente).

2. Le rôle des technologies de l'information dans la classe de mathématiques

Alors qu'un atelier consacrait l'essentiel de ses réflexions à ce sujet sous la conduite du Prof. M. Borba du Brésil, c'est principalement David Moore (Purdue University, USA) qui, dans un exposé magistral, a fait le tour de la question en créant ainsi un référentiel pour les autres activités liées à ce thème. Sa conférence intitulée «New pedagogy and new content: the case of statistics» lui a, en fait, permis de passer en revue les nouveautés plus ou moins récentes du domaine cité et d'en faire l'analyse critique.

Sans que l'on puisse en donner un compte rendu exhaustif, voici quelques éléments qui nous ont frappés dans son exposé : il constate tout d'abord une démocratisation de l'éducation aux mathématiques, ces dernières n'étant plus un filtre et perdant leur caractère ésotérique. La quantification de la société est évidente, elle implique de nouvelles aptitudes de lecture et d'analyse des données (d'où le choix de la statistique comme exemple). Il y a synergie entre technologie, contenu et pédagogie. Les activités liées à la réalité, le travail en petits groupes, le recours à des simulations, ainsi que les problèmes ouverts, stimulent le goût de la recherche, alors que les recettes et la déduction perdent du poids. Quant à l'usage des technologies, il faut qu'il s'accompagne d'une bonne connaissance des avantages et limites de leur emploi; ainsi, la vidéo comprime le temps et l'espace, change les attitudes et motive (parfois de façon subliminaire), mais contribue souvent mal à «l'exposition» d'un sujet, tout en rendant les spectateurs passifs. L'ordinateur permet des problèmes réalistes et rapproche de la pratique; par le graphique et la manipulation, il favorise l'apprentissage; il améliore l'habileté à terminer les problèmes, il réduit la charge cognitive et permet de se concentrer sur les concepts; mais attention à ne pas confondre l'outil avec le sujet !

Pour ce qui est des calculateurs graphiques, ils permettent de traiter automatiquement des problèmes de premier niveau et ils encouragent la participation active, mais ils sont limités au niveau de la complexité des données et des graphiques (sans parler de leur programmation).

Le multimédia présente l'avantage du tout en un; il utilise la force en évitant souvent les faiblesses des divers moyens intégrés; il peut être hautement interactif et souligner une pédagogie de la maîtrise. Mais, il est coûteux à produire (ceux qui sont basés essentiellement sur des textes sont à rejeter) et il affaiblit l'aspect social de l'apprentissage. Dans tous les cas, le rôle essentiel reste aux enseignants, aux humains. Si le contenu et la pédagogie doivent guider l'instruction, la technologie sert le contenu et la pédagogie; mais la technologie change le contenu et implémente la pédagogie avec de nouvelles voies; on revient ainsi à l'idée de synergie évoquée au début.

On se réjouit donc de retrouver le texte de la conférence de David Moore dans les Actes du Congrès, afin d'en bénéficier jusque dans les détails et les nuances.

L'atelier sur ce sujet a, quant à lui, profité d'une technique de travail originale, dans la mesure où l'un des animateurs (Brian Hudson) a analysé et résumé sur des transparents toutes les communications annoncées pour ce groupe. Ceci a eu pour avantage de nous éviter des discours en anglais de congrès, souvent peu compréhensible, de mettre les diverses communications sur un pied d'égalité et de gagner du temps; d'un autre côté, les auteurs n'ont pas nécessairement été satisfaits de cette procédure, qui ne mettait pas obligatoirement l'accent sur ce qu'ils auraient souhaité (ils avaient néanmoins la possibilité de s'exprimer après coup). On a mis l'accent principalement sur les calculatrices graphiques et l'ordinateur muni de logiciels adéquats; le multimédia et le travail à travers des réseaux sont considérés comme des solutions d'avenir, mais sans que l'on bénéficie déjà d'une expérience étendue à leur sujet. Le changement de la place de l'enseignant dans la classe a été reconnu par beaucoup, même si le rôle du maître reste central. Le programme (dans ses contenus et les méthodes décrites) subit inévitablement et lentement des modifications; pourtant, il n'y a pas eu de convergence claire sur le renouvellement apparu ou attendu.

Dans la synthèse, quelques bonnes questions ont été posées et laissées à la réflexion de chacun : quels changements dans l'évaluation, dans les méthodes de travail ? Quand on parle de motivation, dans quel cadre théorique se déplace-t-on ? comment mesure-t-on celle-ci ? Les ordinateurs «complémentent»-ils les étudiants ou réorganisent-ils la façon dont ils travaillent ? Est-il évident que l'usage de la technologie améliore ou facilite l'apprentissage de certains concepts (et ne les modifie pas seulement) ?

Dans cette suite de communications et de discussions, qui fournissait, bien sûr, de nombreuses idées intéressantes, il a quand même fallu constater une légère faiblesse des dispositifs expérimentaux dans la mesure où la taille et les caractéristiques des échantillons, de même que les instruments de mesure (ou leur absence) n'apparaissaient pas toujours clairement. Pour le reste, les nouvelles technologies étaient très présentes dans le congrès, tant chez les marchands du temple (Casio, Texas, etc.) que dans les communications d'autres groupes et dans les posters. Il est à craindre que l'on n'y réduise parfois le progrès dans la classe de mathématique actuelle. C'est un peu ce qui est arrivé avec l'exposé de D.C. Brumbaugh, qui, sous le titre magnifique de «Teach kids for their future, not our past», a fait une propagande, certes nuancée et intelligente, pour les calculatrices graphiques Casio.

En dehors du problème causé par le coût des équipements (mais la calculatrice graphique est une bonne réponse à de telles situations), il est à souhaiter que les technologies de l'information soient intégrées dans l'enseignement en général, dans un esprit de recherche d'équilibre et sans monopole d'une discipline sur d'autres.

3. Statistique et probabilités

Pour la première fois dans ce genre de manifestation, les deux activités ont été séparées dans une première phase, alors que dans une seconde l'un ou l'autre s'est interrogé sur la nécessité de lier les deux sujets dans l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire. L'indépendance des deux sujets paraît bien réelle dans la phase de découverte et essentiellement descriptive, alors que la construction d'une théorie statistique s'appuie totalement sur le calcul des probabilités, mais ne touche que les plus grands élèves du secondaire II et encore seulement dans certaines spécialités.

Dans les communications présentées, on a décrit assez souvent la part grandissante de la statistique dans les programmes, ainsi que l'accès toujours plus fréquent à des données réelles et à la possibilité de les traiter grâce à l'ordinateur et aux calculatrices graphiques (la taille de la mémoire limitant un peu l'efficacité de celles-ci : i.e. TI 82).

La formation des maîtres de mathématiques à l'enseignement de la statistique doit être renforcée, car trop souvent ceux-ci ne disposent que d'une préparation classique axée davantage sur le calcul des probabilités et ignorant les préoccupations essentielles de la statistique dès la récolte des données et l'analyse exploratoire de celles-ci.

Sinon, il n'y a, dans ce secteur, pas de grand pas en avant qui s'annonce; le sujet «statistique» se vend mieux qu'avant, car il paraît indispensable à l'interprétation des phénomènes expérimentaux et des observations directes accumulées même dans les sciences humaines. L'accès plus facile à des moyens technologiques favorise la mise en oeuvre de méthodes que, jusque là, on se contentait de décrire ou d'appliquer à des exemples trop souvent simplistes; ainsi, s'introduisent petit à petit les statistiques robustes dans le cadre de l'analyse exploratoire des données, sujets défendus en 1980 à l'ICME de Berkeley par Tukey soi-même.

4. Conclusion

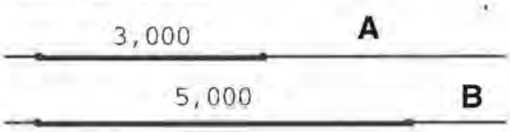
L'ampleur d'un tel congrès ne permet pas de conclusion générale. Même si l'on avait disposé d'emblée de tous les textes des conférences et communications, il est peu probable qu'un courant de convergence ait pu être décelé, tant chacun se déplace dans les seuls couloirs qui sont les siens. S'il y a eu de fort bons exposés, comme celui de David Moore déjà cité, ou de Michèle Artigue sur l'analyse, on ne nous a pas signalé de conférence à contenu annonçant un changement important. Au contraire, ceux qui font autorité répètent trop souvent, certes avec bonheur, leurs arguments, sans vraiment les compléter ou les renouveler. Cela ne condamne en aucune façon un tel congrès, qui reste d'abord et pour beaucoup un lieu de rencontre (éventuellement de confrontation) et de mise à jour, permettant de se situer et de mesurer le progrès à accomplir. C'est pourquoi nous persistons à regretter la faible participation helvétique, qui devrait être analysée par les responsables à tous les niveaux de notre système d'éducation.

CABRidées: Une machine à multiplier

Michel Chastellain, maître de didactique des mathématiques au SPES (VD)

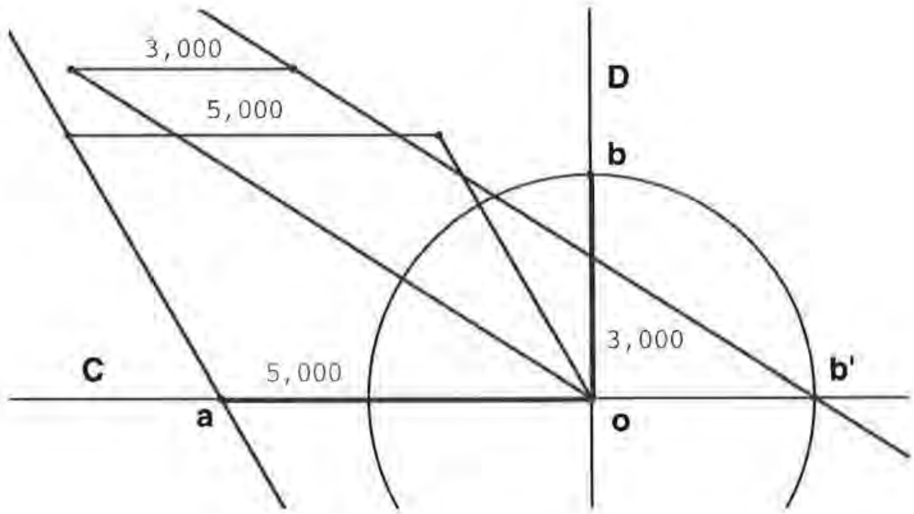
Qui aurait pu imaginer effectuer des opérations à l'aide de «Cabri-géomètre» ?

Pour répondre à cette question, nous allons procéder ainsi : choisissons tout d'abord deux nombres réels «quelconques», par exemple 3,000 et 5,000. L'idée consiste à les représenter à l'aide de segments, dont les extrémités se déplacent sur deux droites de base **A** et **B**, soigneusement «camouflées» par la suite. ▶



Dans une deuxième phase, reportons ces deux segments sur deux droites perpendiculaires, de telle manière que **[oa]** et **[ob]** admettent respectivement pour support la droite horizontale **C** et la droite verticale **D**. Pour y parvenir, il s'agit de construire les deux parallélogrammes qui apparaissent sur la figure ci-dessous, ainsi qu'un cercle de centre **o** et de rayon **[ob']**, dont on cherche l'intersection **b** avec la droite verticale **D**.

Cette construction «élémentaire» mérite de faire l'objet d'une macro-construction, que l'on pourrait intituler *Report de segment*[1], tant elle se révèle utile dans de nombreux autres cas. ▼◀



La troisième phase se fonde principalement sur deux notions mathématiques : la moyenne géométrique, d'une part, et les triangles semblables, d'autre part. ▶

Rappelons que la moyenne géométrique **g**, de deux nombres réels positifs **r** et **s**, est la racine carrée de leur produit. Autrement dit, $\mathbf{g} = \sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}}$, ce qui permet de déduire que :

$\mathbf{g}^2 = \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}$, ou encore que :

$$\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{g}} = \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{s}}$$

[1] Cette macro-construction, ainsi que cinquante-cinq autres, figure sur la disquette livrée avec l'ouvrage *Cabricolages*, M. Chastellain, S. Lugon, LEP, 1992.

Dans notre cas, construisons alors astucieusement un segment unitaire **g** (ici : [**oe**] =1), que l'on place sur la droite **C**. Complétons ensuite notre construction par une parallèle au côté [**eb**] du triangle **obe**, parallèle qui passe par le point **a**. Ainsi, nous faisons apparaître le triangle **ofa**, dont la particularité est d'être semblable au triangle **obe**.

Dans ces conditions : $\frac{[\mathbf{of}]}{[\mathbf{oa}]} = \frac{[\mathbf{ob}]}{[\mathbf{oe}]}$,

c'est-à-dire que : $[\mathbf{of}] = \frac{[\mathbf{ob}] \cdot [\mathbf{oa}]}{[\mathbf{oe}]}$.

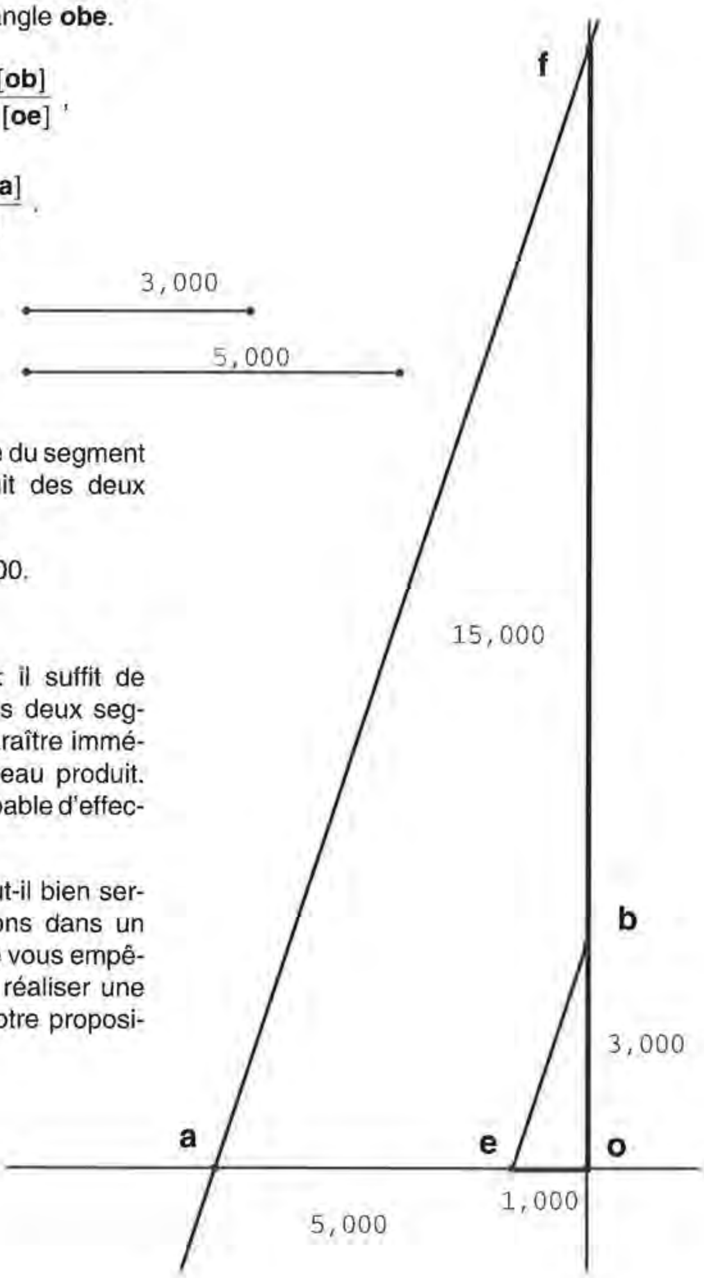
Comme [**oe**] = 1,000, la mesure du segment [**of**] est bien égale au produit des deux autres segments [**ob**] et [**oa**] :

$$15{,}000 = 3{,}000 \cdot 5{,}000.$$

Chacun l'aura bien compris : il suffit de modifier la mesure de l'un des deux segments d'origine pour voir apparaître immédiatement à l'écran leur nouveau produit. «Cabri-géomètre» est donc capable d'effectuer des multiplications !

Bon, mais à quoi tout cela peut-il bien servir ? C'est ce que nous verrons dans un prochain article. D'ici là, rien ne vous empêche de trouver la manière de réaliser une division et de nous envoyer votre proposition.

Qu'on se le dise !



Entre addition et multiplication

François Jaquet, IRDP

L'origine de la modeste réflexion qui suit est triple : tout d'abord un problème du rallye mathématique, ensuite un débat intéressant en commission de lecture des nouveaux ouvrages romands «Mathématiques 1P-4P», enfin une première présentation d'un des modules du «concept de formation», mis en place pour accompagner l'introduction de ces nouveaux moyens d'enseignement.

Le thème général est celui des énoncés de problèmes et de leurs effets sur les représentations et stratégies des élèves. Le thème particulier est celui des parentés entre situations additives et multiplicatives.

Le choix, ou l'inventaire, des problèmes est une des tâches importantes de tout enseignant ou auteur de manuel de mathématiques. Il se fait en fonction du programme, de la classe, du degré de développement des élèves, du moment, des notions à mettre en place, etc. Lorsque, par exemple, on aborde le champ de l'addition et de la soustraction, on va proposer aux élèves des situations où interviendront ces opérations, afin de les mettre en oeuvre, de leur donner du sens, et d'enrichir le contexte dans lequel elles sont efficaces. Mais, au moment de ces choix, il paraît judicieux de pousser l'analyse de la structure mathématique du problème envisagé pour éviter de tomber dans des catégorisations abusives.

Le problème et son analyse préalable

L'exemple suivant montre tout l'intérêt d'un examen préalable de l'activité afin d'en définir ses objectifs et d'en préciser son insertion dans le programme.

Les copains d'abord

Les copains et moi, on forme une sacrée équipe de handball. L'équipe complète compte 7 joueurs, il n'y a pas de vedette et nous sommes très unis. D'ailleurs, avant chaque match, chacun d'entre nous a pris l'habitude de serrer la main de tous les autres.

Au fait, combien y a-t-il de poignées de mains échangées ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

Ce problème est tiré de la deuxième épreuve du 4e Rallye mathématique (1996). Il était proposé aux classes de 3e et 4e années (les organisateurs l'avaient jugé un peu trop facile pour les 5e). Son analyse préalable se présentait ainsi :

Domaine d'activité

- nombre et opérations, combinatoire

Analyse de la tâche

- dénombrement systématique

Évaluation

- schéma ou solution très originale et claire : bonus (attribué aux catégories de 1, 2 ou 3 points),
- solution correcte avec détail des opérations (réponse correcte : 21) : 3 pts,
- solution correcte, sans explication : 2 pts,
- comptage double (un même couple est compté deux fois, réponse 42) : 1 pt,
- autres erreurs ou non compréhension : 0 pt.

Type d'explication

- inventaire de tous les couples
- travail par multiplication et division par 2

Degré

- 3,4

Origine

- classique

Les auteurs du problème ne s'étaient pas trop engagés dans la classification du problème : le domaine d'activité ne mentionne que «nombre et opérations» et «combinatoire»; les types d'explications attendues parlent d'inventaire de tous les couples» et de «travail par multiplication et division par 2».

Un groupe d'une dizaine de maîtres, qui a examiné l'énoncé de ce problème dans le cadre d'un module de formation, y a vu une structure exclusivement additive. Les mathématiciens, de leurs côté, l'associent immédiatement à une recherche de combinaisons (de sept éléments pris deux à deux) ou au 6e «nombre triangulaire».

Les explications des élèves

Nous avons examiné les vingt solutions rendues par les sept classes de 3e et les treize classes de 4e année ayant participé à cette épreuve. A ce propos, il faut rappeler que :

- les solutions sont collectives et représentent la réponse «officielle» de la classe. Elles sont élaborées par un groupe d'élèves, ou plusieurs groupes lorsque la classe a organisé une confrontation des résultats avant rédaction de sa solution;
- les règles du rallye exigent la non intervention absolue du maître qui, en règle générale, est absent de la classe et remplacé par un collègue pendant la durée de l'épreuve;
- le temps est limité et la classe doit résoudre huit à dix problèmes en 45 minutes pour les 3e ou 60 minutes pour les 4e et 5e.

Les solutions présentées par les élèves font apparaître une large gamme de procédures de résolution :

A.

Tout d'abord, celles qui témoignent d'interprétations incomplètes de la situation (3 solutions / 20).

Exemple 1 (3e)[1]

«Phrase : Il y a 14 mains
Calcul : 7 x 2 = 14

Explication : On a fait avec 7 boîtes d'allumettes + 2 mains qui tiennent chaque boîte d'allumettes. Alors on a vu ça fait 14 mains en tout.

7) = 7 joueurs

2) = 2 mains chaque fois»

(avec le dessin de 7 personnages et de leurs mains)

Exemple 2 (3e)

«On a fait 7 x 12 = 84

Il y a 7 enfants et chaque enfant serre la main 12 fois à chaque enfant.»

(avec le dessin d'une ribambelle de 7 enfants se donnant la main)

Exemple 3 (3e)

«Il y a 7 joueurs, les 7 joueurs ont tous 2 mains : 2 x 3 = 6"

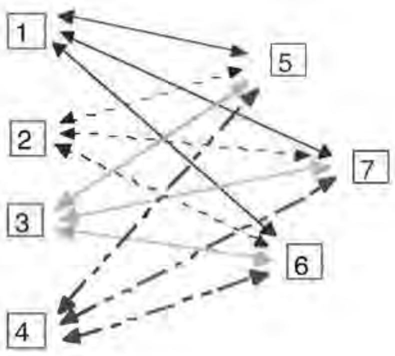
[1] Dans cet exemple et dans les suivants, les textes et dessins des enfants ont été transcrits en caractères d'imprimerie.

B.

Viennent ensuite les explications par comptage (4 / 20)

<u>Exemple 4</u> (4e)

«On a mis les 7 joueurs sur la feuille et on a fait un diagramme fléché, et on a trouvé : 24 poignées de mains.»



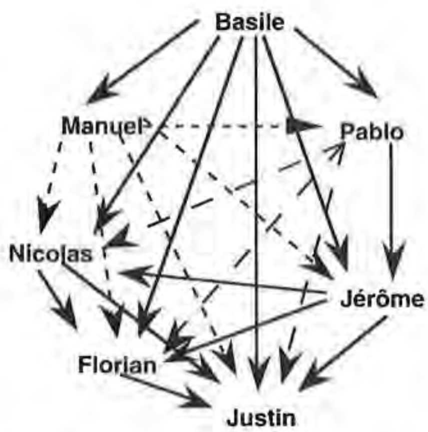
Ce cas présente une confusion entre le diagramme fléché d'une relation entre deux ensembles (1 ; 2 ; 3 ; 4) et (5 ; 6 ; 7) et celui d'une relation entre tous les éléments d'un seul ensemble (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 , 6 ; 7) due au hasard de la disposition des éléments sur la feuille, où chaque «flèche» est comptée deux fois.

<u>Exemple 5</u> (4e)

«On a dessiné 7 petits ronds qui représentent des bonshommes; on a fait des flèches comme si c'étaient des mains et après on a compté les mains et il y en avait 21.»

<u>Exemple 6</u> (4e)

«Il y a en tout 21 poignées de mains échangées.



<< échange une poignée de mains à >>

↗	B	P	J	M	F	G	A
B		X	X	X	X	X	X
P			X	X	X	X	X
J				X	X	X	X
M					X	X	X
F						X	X
G							X
A							

<< échange une poignée de mains à >>

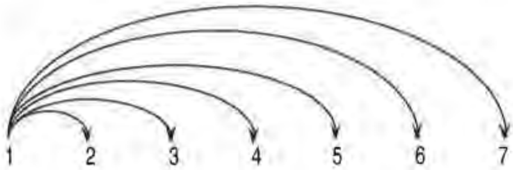
Ce dernier exemple est très complet. D'autres présentent seulement un tableau ou une disposition organisée des «flèches».

C.

Une catégorie d'explications qui font appel à l'addition, de façon plus ou moins explicite, avec ou sans dessin à l'appui (4 / 20).

Exemple 7 (4e)

«Ils ont échangé 21 poignées de mains. Nous avons fait :



6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21"

(sur le dessin apparaissent six flèches d'une couleur, partant de «1», cinq flèches d'une autre couleur partant de «2», etc. et l'écriture 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21)

Exemple 8 (4e)

«On a fait 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21 et on a trouvé le résultat.»

Exemple 9 (3e)

«On a pris 7 crayons comme joueurs et nous avons essayé le premier joueur donne la main à chaque joueur : 6 mains données; après le deuxième joueur a donné la main à chaque joueur sauf au premier joueur qui lui a déjà donné la main, 5 et 6, 11 poignées de mains données; le troisième joueur a aussi donné la main à chaque joueur sauf aux deux premiers et ainsi de suite, jusqu'à ce que tous les joueurs soient passés; alors il y a 21 poignées de mains.

Dessin de comment on a fait :»

(Le dessin représente sept bonshommes stylisés et toutes les flèches correspondantes en couleurs.)

D et E.

Appel à la multiplication 7 x 6 = 42, avec ou sans dessin (6 solutions / 20) ou à la multiplication 7 x 7 = 49 (3 solutions / 20).

Exemple 10 (4e)

«Chacun serre six mains et comme ils sont 7, alors 7 x 6 = 42.»

Exemple 11 (4e)

«Quand chaque équipe se serre la main, comme il y a 7 personnes dans chaque équipe, alors 7 x 7 = 49.»

Remarques

- Aucune des procédures D et E reconnues comme «multiplicatives» (9 / 20) n'a conduit à la solution exacte.
- L'énoncé contient des mots «incitateurs» de la multiplication : «chaque match», «chacun [...] serre la main de tous les autres».
- Les réponses correctes «21 poignées de mains» (7 / 20) sont obtenues par comptage (B) ou par l'addition :

  1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 (C).
- L'erreur la plus fréquente est «42», ce qui revient à prendre en compte deux fois chaque poignée de mains. Cette difficulté liée aux «deux» mains ne constituant qu'une poignée se manifeste aussi chez les groupes qui n'ont pas compris le problème (A).
- Le seul nombre de l'énoncé est 7. Les autres nombres qui interviennent dans les opérations :

  1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 ou (6 x 7) : 2

  sont à découvrir lors de la résolution.
- Sur les neuf solutions accompagnées d'un diagramme avec des flèches ou d'un tableau à double entrée, six sont correctes; les trois autres conduisent à la réponse «42».

Conclusions

Le nombre de solutions examinées est trop faible pour en tirer des analyses statistiques, d'autant plus que certaines explications exigeraient des compléments d'information pour être classées avec certitude dans l'une ou l'autre des catégories observées. Mais ce simple examen des textes et dessins présentés par les groupes fait apparaître globalement trois stratégies de résolution : l'inventaire, par énumération exhaustive, de toutes les poignées de mains (ex. 4, 6), le décompte par addition où le raisonnement permet d'économiser des étapes (ex. 8) du genre 6 + 5 + ... + 1, la procédure de recherche des «combinaisons» d'un joueur avec chacun des autres qui, dans le cas de l'exemple 10, ne s'est pas révélée efficace.

Pour compléter l'étude de ce problème, il faudrait le proposer à des élèves plus âgés pour déterminer les effets de l'âge des élèves sur la réussite et le type de stratégie mise en oeuvre. Il faudrait aussi modifier les valeurs de la variable «nombre» de l'énoncé car il est fort probable que, avec une cinquantaine de joueurs par exemple, la procédure multiplicative deviendrait plus économique que les autres.

On pourrait agir aussi sur d'autres variables du problème ou de son contexte : on peut imaginer des tintements de verres lors d'un cocktail, des parties de football lors du premier tour d'un championnat, l'inventaire de paires de chaussettes de couleurs différentes, etc. Dans chaque cas, on pourra résoudre ce problème selon l'une ou l'autre des stratégies déjà relevées, dont la fréquence d'apparition dépendra, certes, des variables d'énoncé ou de situation. Mais le facteur essentiel déterminant le type de procédure est celui du niveau de développement de celui qui résout le problème et de sa connaissance de ce champ de problèmes.

C'est entre le «débutant» qui rencontre une telle situation pour la première fois et le «mathématicien» qui maîtrise parfaitement la recherche de combinaisons que se manifesteront les différences d'approche, du comptage un à un à l'addition de nombres successifs, puis à la multiplication.

Invitation

Tous les lecteurs de Math-Ecole et leurs amis sont cordialement invités à venir fêter le

35e anniversaire de Math-Ecole

le samedi 14 décembre, à 15h, au Château d'Yverdon-les-Bains

Au programme : **Pestalozzi, de la main au concept mathématique**
conférence de Mme Simone Forster, 15h, salle Léon-Michaud

Visite du Musée et de la Salle Pestalozzi
présentation par Mme Françoise Waridel, 16h

La conférence et la visite seront suivies d'un **Apéritif** au foyer du Château, dès 17h.

35 ans, 175 numéros, ça se fête !

Venez nombreux pour vous divertir, partager quelques informations et réflexions et encourager le comité de Math-Ecole à s'engager sur la voie de la quarantaine et du numéro 200.

Le puzzle

Colomba Boggini Jan et François Jaquet, IRDP

Quinze classes de première année primaire ont mis en pratique, en temps réel, au cours de l'année scolaire 1994-95 les projets de nouveaux moyens d'enseignement romands «Mathématiques 1P». Un dispositif d'observation a, entre autres, cherché à évaluer quelques connaissances et aptitudes des élèves, en rapport avec les activités proposées dans le cadre de cette innovation.

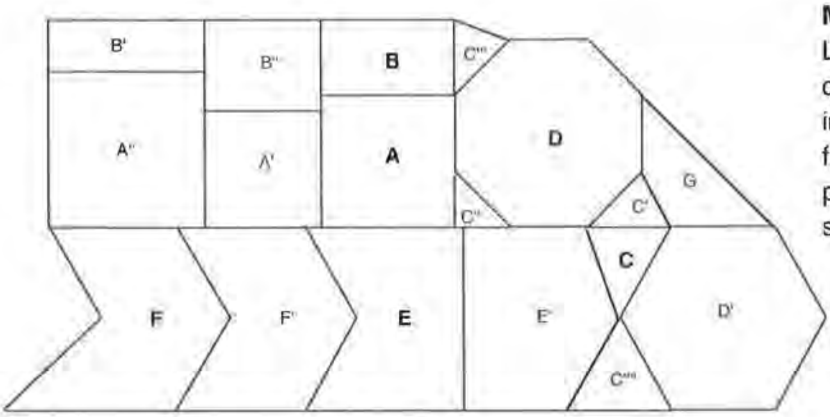
Une expérimentatrice a passé dans chacune des classes à plusieurs reprises au cours de l'année et a présenté aux élèves, pris individuellement, une dizaine de situations mathématiques dans les domaines de la construction du nombre, de la numération écrite et orale, des instruments de calcul, de l'utilisation de la monnaie, du repérage de positions sur un quadrillage, des relations d'ordre, des premières notions de mesure, de la reconnaissance de formes géométriques et du classement logique d'objets.

Certaines activités proposées en début d'année scolaire sont reprises huit mois plus tard et permettent d'analyser l'évolution des représentations et connaissances des enfants en cours d'année.

L'ensemble de ces situations constitue un instrument d'évaluation formative pour les maîtres de première année primaire. Il leur permet de situer les représentations, procédures et connaissances de leurs élèves par rapport à celles d'une bonne cinquantaine d'autres enfants interrogés pour chacune des activités proposées.

L'article qui suit présente l'une de ces activités «Le puzzle». Math-Ecole, dans son numéro 168 d'août 1995 (pp. 3 à 13), en avait présenté une autre «Le Halma» sous le titre «Nombre et sens». L'ensemble des compte rendus sur ces situations est publié dans la brochure «Evaluation de quelques connaissances et aptitudes des élèves de première primaire en mathématiques» (Recherches 96.1004) qu'on peut obtenir à l'IRDP pour le prix de Fr. 6.-). [ndlr]

A. La mesure, le nombre de côtés, le rapport entre largeur et longueur, le type de triangles, la convexité et l'orientation d'une figure dans la comparaison de formes.



Matériel

Le puzzle : plan et pièces (les lettres ne sont indiquées ici que pour faciliter la suite de la présentation des résultats).

Hypothèse
L'enfant est capable de comparer des formes géométriques en tenant compte de quelques-unes de leurs caractéristiques et propriétés.

Activité
L'expérimentateur et l'enfant sont assis côte à côte. Le plan du puzzle (avec le dessin des pièces, selon la figure précédente) est devant l'expérimentateur. Les pièces du puzzle sont disséminées devant l'enfant.

Tu vois, voici un puzzle. Les morceaux sont là, devant toi. Je vais te demander de prendre un morceau que je te montre ici [montrer le plan]. *Quand tu es sûr que c'est le bon morceau tu pourras me le donner, puis on essayera de le placer et on verra si c'est juste.* ▶

Question 1
Alors, prends celui-ci [montrer la figure A] *et donne-le moi.* L'élève regarde et choisit. [Il peut toucher les pièces, les déplacer, les comparer entre elles, mais il ne doit pas les amener directement sur le plan]. *Es-tu sûr que c'est le bon morceau ?*

Si l'élève répond oui : *Alors essaie de la placer.*

Si l'élève répond non ou constate que ce n'est pas le bon morceau, on l'encourage en lui donnant encore droit à un ou deux essais.

Après avoir placé la première pièce, on recommencera avec les pièces B, C, D, E et F, selon la même consigne : *Donne-moi celui-ci maintenant* [montrer B, puis C, puis D, puis E, puis F]. *Es-tu sûr que c'est le bon morceau ?*

Résultats (sur 50 élèves interrogés) : le carré

	carré demandé (A)	carré plus petit (A')	carré plus grand (A")
réponses	26	3	19
f. r.	.52	.06	.38

Tableau 1 : Choix des enfants au premier essai, en valeur absolue, et fréquences relatives.

La moitié des enfants (52%) trouvent au premier essai le carré demandé, parmi les enfants qui se trompent presque tous (19) choisissent le plus grand carré, seulement trois choisissent le plus petit (voir *tableau 1*).

La comparaison de carrés par couples est assez souvent observée, mais seulement trois enfants comparent les trois carrés pour choisir. Parfois les enfants explicitent leur raisonnement : certains parlent des dimensions du carré (par exemple «*le grand carré*» (le A") «*non, c'est le petit*» (A') ou, un des trois enfants qui comparent les trois carrés pour choisir : «*le moyen*»). D'autres expliquent que la pièce choisie «*a la même forme*». Très peu d'enfants rencontrent des difficultés à trouver la pièce, et la majorité de ceux qui ne la trouvent pas au premier essai, la trouvent au deuxième.

Le rectangle

	rectangle demandé (B)	rectangle "large et bas" (B')	rectangle "étroit et haut" (B")
réponses	39	9	2
f. r.	.78	.18	.04

Tableau 2 : Choix des enfants au premier essai, en valeur absolue, et fréquences relatives.

La majorité des enfants (78%) trouve le rectangle demandé au premier essai, quelques enfants (18%) choisissent B', et presque aucun (4%) choisi B" (voir *tableau 2*).

Il a été difficile d'observer la manière de procéder et les enfants ont peu parlé, on a vu cependant que quelques enfants (six) comparaient deux rectangles pour choisir, et que d'autres (quatre) ont comparé les trois rectangles. Le rapport entre largeur et longueur a parfois été exprimé : «*il est plus mince*», «*il faut un plus gros*».

Le triangle

	C	C""	C"'	G	F
réponses	19	17	6	5	1
f. r.	.40	.35	.13	.10	.02

Tableau 3 : Réponses et fréquences relatives au premier essai.

Trouver le triangle demandé est assez difficile, moins de la moitié des enfants y parvient au premier essai. Beaucoup choisissent au premier essai C"", peut-être parce qu'il a une meilleure forme, en tant que triangle, que C.

En cherchant la pièce qu'il faut, les enfants la décrivent : «*celle-ci est trop large*», «*c'est un peu la même forme, plus pointue, plus grande*», «*elle est longue en bas*». Souvent les enfants s'expriment par des gestes, par exemple, ils montrent qu'un côté est «plat» (voir *tableau 3*).

Les enfants doivent retourner la pièce (pour faire apparaître l'autre face) pour la placer, cela est aussi relativement difficile (treize enfants ont visiblement des difficultés) : des enfants ne prennent pas en considération la pièce C, certains la regardent mais en choisissent une autre, quelques-uns essaient la pièce mais ne peuvent pas la placer car ils n'ont pas l'idée de la retourner. Des enfants ont des difficultés à cause de l'orientation de la pièce (ils ne la reconnaissent pas parce que l'angle le plus aigu est en haut au lieu d'en bas).

L'octogone

	octogone (D)	**hexagone (D')**
réponses	32	17
f. r.	.65	.35

Tableau 4 : Réponses et fréquences relatives au premier essai.

Plus de la moitié des enfants (65%) choisissent l'octogone et un tiers l'hexagone (35%) (voir *tableau 4*).

Un certain nombre d'enfants comparent D et D', généralement, ils s'intéressent à la «taille» de la pièce : elle est «*plus grande*» ou «*plus petite*». Des enfants soulignent le fait que la forme a «*des pointes*». Un enfant compare D et D' et remarque que D a les côtés plus petits que D', un seul élève compte «*combien de coins*» ont D et D'.

Le polygone à 5 côtés et celui à 6 côtés

f. r.	E	F	E'	F'	**Effectif**
E	.78	.10	.04	.08	49
F	-	.73	-	.27	48

Tableau 5 : Réponses et fréquences relatives au premier essai.

Lorsqu'on leur demande le polygone E de 5 côtés, trois quarts des enfants le trouvent, 18% choisissent un polygone à 6 côtés avec un angle convexe (F ou F'), et seulement 4% choisissent le polygone à 5 côtés sans angle convexe (E'). Les enfants remarquent la convexité de la figure : «*elle a un trou là*», ils interprètent la figure E comme une figure avec «*un trou et plate ici*», tandis que la figure F' a «*un trou et une pointe*».

Quant à la pièce F, 73% enfants la trouvent au premier essai. La seule pièce qui prête à confusion est la figure F', que choisissent 27% des enfants. Ici aussi les enfants parlent de «trou» et de «pointe», ils remarquent aussi l'asymétrie de la figure («*ici c'est pas la même chose*»). La pièce F est moins difficile à retourner que la pièce C, peut-être à cause de son asymétrie évidente.

Discussion

Dans ces recherches de figures, l'enfant tient en premier lieu compte de la «taille» («*plus grand*», «*plus petit*»), même lorsque cela n'est pas pertinent (par exemple lorsqu'il compare D et D'). Il tient aussi compte du rapport entre la «longueur» et la «largeur» («*plus mince*», «*plus gros*»). Il ne dispose par contre pas de stratégies performantes pour comparer la «grandeur» de figures, car il ne peut, généralement, comparer qu'une ou deux figures au modèle. Dans ses choix, l'enfant tient compte des angles : est-ce qu'il y a des angles très aigus (figure «*pointue*»), la figure est-elle convexe («*a-t-elle des trous ?*»). Dans ces descriptions on dirait que les figures sont perçues globalement plutôt qu'analysées. Pour ce qui concerne les triangles, les enfants peuvent dire s'ils sont «*étroits*» ou «*larges*» et s'ils sont «*très pointus*» ou pas. Le nombre de côtés d'une figure n'intéresse par contre pas les enfants, un seul compte les sommets de D et D' pour savoir combien de «*coins*» ils ont. Retourner la figure pour faire paraître l'autre face est assez laborieux. Parfois, mais moins souvent, cela l'est aussi pour effectuer une rotation sans changer l'orientation.

B. La terminologie : le «carré», le «rectangle», le «triangle»

Hypothèse

A l'entrée à l'école l'enfant peut nommer quelques figures géométriques simples : «carré», «triangle» et «rectangle».

Activité

<u>Question 2</u>
Peux-tu me dire comment s'appelle cette forme? [Montrer le carré A, puis le rectangle B, puis le triangle C].

Résultats

	carré	rectangle	triangle
réponse correcte	44	16	36
f. r.	.91	.33	.75

Tableau 6 : Réponses correctes et fréquences relatives sur le terme «carré», «rectangle» et «triangle».

Le «carré» et le «triangle» sont bien connus : le «carré» est reconnu et nommé par presque tous les enfants (91%), le «triangle» par deux tiers d'entre eux (75%); par contre la réussite est nettement moins bonne pour le «rectangle» (33%) (voir *tableau 6*).

Les enfants qui ne connaissent pas le terme «carré», le nomment «triangle», «rectangle» ou ne savent pas. Ceux qui ne connaissent pas le terme «triangle» essayent avec «rectangle», «carré» ou «triangulaire», quelques-uns disent ne pas savoir. La terminologie utilisée par les enfants qui ne connaissent pas le terme «rectangle» est très variée : «triangle», «horizontal», «rectangulaire», «losange», «ovale», «barre», «parallèle», «long». A noter que certains de ces mots décrivent bien le rectangle et ses propriétés : par exemple «parallèle» ou «horizontal», qui se réfèrent au parallélisme et aux angles droits, ou «long», «barre» et peut-être aussi «ovale», qui décrivent la forme «allongée» du rectangle (rapport entre la longueur et la largeur).

C. Le classement de formes selon le nombre de côtés

Hypothèse

L'enfant est capable de distinguer côtés et angles et de classer les formes selon le nombre de côtés.

Activité

Question 3
L'expérimentateur montre l'octogone et compte ses côtés devant l'enfant, en faisant bien la distinction entre côtés et sommets.

Tu vois, cette forme a huit côtés. Peux-tu me dire combien cette forme-ci [montrer l'hexagone] *a de côtés ?*

Peux-tu me grouper toutes les formes qui ont trois côtés ?

Est-ce qu'il y en a d'autres ?

Peux-tu me grouper toutes les formes qui ont quatre côtés ?

Est-ce qu'il y en a d'autres ?

Résultats (sur 48 élèves)

	réponse correcte au premier essai	réponse juste après correction	autre
quatre côtés	15	7	26
f. r.	.31	.15	.54
trois côtés	33	-	12
f. r.	.75	-	.27

Tableau 7 : Réponses et fréquences relatives pour la classification des figures à 4 et à 3 côtés.

La classification des figures de quatre côtés est relativement difficile : un tiers des enfants y arrivent au premier essai; si on demande aux enfants de vérifier, la classification est correcte dans presque la moitié des cas. La classification des formes à trois côtés est nettement plus facile : trois quarts des enfants y arrivent au premier essai (voir *tableau 7*).

	manque G	F et/ou F' en trop	E et/ou E' en trop	F, F', E et E' en trop	autre
erreurs	15	1	7	4	6
f. r.	.46	.03	.21	.12	.18

Tableau 8 : Types d'erreurs et fréquences relatives pour la classification des formes à 4 côtés.

Presque la moitié (46%) des trente-trois enfants qui se trompent dans leur classification, ne se rendent pas compte que G est aussi un quadrilatère, sept (21%) classent les polygones à 5 côtés (E et E') dans les formes à 4 côtés et quelques enfants (12%) classent les polygones irréguliers à 5 ou 6 côtés comme formes à 4 côtés. Seul un enfant classe un polygone irrégulier à 6 côtés avec les quadrilatères. Six enfants (18%) donnent d'autres réponses (voir *tableau 8).*

Lors de la classification des formes à 3 côtés, neuf enfants font entrer G dans leur classification, quatre font d'autres erreurs.

Dans cette activité, on avait demandé à quelques enfants comment s'appelait le quadrilatère G, pour voir s'ils le considéraient comme un triangle, les enfants interrogés ont dit ne pas savoir, aucun n'a dit que c'était un triangle.

Démarches et difficultés

Les carrés et les rectangles sont choisis sans comptage des côtés par quinze enfants, treize ont besoin de compter les côtés d'un ou deux carrés ou rectangles avant de se rendre compte qu'ils ont tous 4 côtés; quinze enfants doivent compter pour tous les carrés et rectangles. Un enfant ne compte ni pour les carrés ni pour les rectangles et ne les classe pas comme quadrilatères; cet enfant a compté et classé D', E, F et D comme ayant 4 côtés, on a vu qu'il comptait un côté oui et un non.

Vingt-six enfants ont compté les côtés de G pour le classer dans les quadrilatères, l'un a pu le faire sans avoir besoin de compter et trois enfants ont compté mais n'ont pas trouvé 4 côtés pour G. Trente-neuf enfants comptent d'autres formes aussi (souvent E, E', F et F', parfois toutes les formes), dix d'entre eux classent certaines de ces formes dans les quadrilatères (généralement les polygones irréguliers). Les enfants font donc des erreurs dans le comptage des côtés, ceci a aussi quelquefois été observé par l'expérimentateur (des enfants comptaient les angles, mais il ne prenaient pas en considération l'angle convexe, d'où E classé comme «4 côtés», d'autres ne comptaient pas tous les côtés).

Vingt-quatre enfants n'ont pas ce besoin de compter les côtés des triangles pour savoir qu'ils en ont 3, pour neuf élèves il est suffisant d'opérer le comptage sur un ou deux triangles pour continuer à classer les autres comme formes à 3 côtés et dix enfants comptent tous les triangles pour les classer. Douze enfants comptent les côtés de la figure G pour vérifier (huit en trouvent 3) et un enfant classe G comme ayant 3 côtés sans les compter. Beaucoup s'intéressent seulement aux triangles, mais quelques-uns comptent aussi les côtés d'autres figures, surtout E, E', F, mais aussi ceux des carrés et des rectangles.

Conclusions

Bien qu'ils rencontrent quelques difficultés lorsque de nombreuses pièces qui se ressemblent sont présentées, les enfants se révèlent compétents dans le choix des figures. Ils se basent sur des critères intuitifs plus ou moins pertinents selon le cas : «grand», «peti», «mince», «gros», «pointu», «troué». Les formes sont décrites par l'effet perceptif global qu'elles offrent, mais très rarement analysées plus finement : peu d'enfants s'intéressent au nombre de côtés ou d'angles, ou comparent les pièces de façon exhaustive. Si l'enfant est capable de reconnaître des ressemblances, il a par contre plus de difficultés à opérer des transformations (par exemple trouver la pièce C) ou à mettre en acte des stratégies pertinentes pour résoudre le problème.

L'élève de première reconnaît aisément et sait nommer le carré et le triangle. Il semble moins familier avec le rectangle, qu'il décrit néanmoins avec pertinence, ce qui confirme ses compétences dans la reconnaissance des figures.

Classer des figures à trois côtés se révèle facile pour les enfants observés, qui n'ont pas besoin de compter les côtés, mais reconnaissent le triangle. La classification des figures à quatre côtés est moins bien réussie. L'erreur la plus fréquente consiste à ne pas admettre la figure G (perceptivement, un triangle amputé d'un angle), comme un quadrilatère. Certains enfants se trompent lorsqu'ils comptent les côtés, surtout lorsqu'un des angles est convexe.

Les enfants semblent se baser plutôt sur une perception passive des formes, alors qu'ils montrent plus de difficultés dans l'analyse active des figures et dans la construction de stratégies plus élaborées de recherche et de comparaison. Mais leurs connaissances et compétences, à l'entrée à l'école, sont loin d'être négligeables et permettent de penser qu'ils tireront profit d'activités sur des formes géométriques en première année primaire déjà.

5e RALLYE MATHEMATIQUE

Bonne nouvelle ! L'équipe responsable de ce concours a décidé de «remettre ça».

Le 5e rallye mathématique aura lieu durant l'année scolaire 1996 - 1997,

- il ne sera plus seulement romand mais international,
- il ne sera plus limité aux trois catégories de **3e, 4e et 5e** primaire mais s'étendra à la **6e** année.

Tous les renseignements nécessaires, l'épreuve d'entraînement et le bulletin d'incription seront publiés dans le numéro 175 de Math-Ecole, qui paraîtra au début de décembre.

Participer au Rallye mathématique romand avec une classe de 1e-2e-3e années, possible ?

Antoinetta Raccio, étudiante à l'Ecole normale de Neuchâtel[1]

Contexte de la classe

L'expérience qui va être développée dans cet article a été menée dans une classe de St-Aubin qui a la particularité de regrouper 14 élèves de trois degrés différents : 6 élèves de première année, 4 élèves de deuxième et 4 élèves de troisième.

Cette classe à trois degrés a vu le jour dans le collège de St-Aubin pour la première fois l'année dernière, à le rentrée scolaire 94-95. Elle représente un fait assez inhabituel dans le canton de Neuchâtel.

Dès le début de l'année scolaire, les élèves de la classe ont été habitués par leur enseignante à travailler souvent en groupes, degrés mélangés, pour toutes sortes d'activités. Cette cohabitation des trois degrés a fait apparaître et se développer au sein de la classe tout un mécanisme d'entraide mutuelle entre les élèves. Les élèves de troisième année parrainent leurs cadets, les aident en cas de nécessité. Les élèves de première année savent où demander de l'aide en cas de difficulté. Il s'instaure ainsi dans la classe un lien assez fort entre les élèves, favorisant toute relation sociale entre eux.

La situation assez insolite de cette classe a suscité la conduite de l'expérience qui va être exposée ici.

Idée de base

Jusqu'à quel point les interactions entre les élèves de cette classe peuvent-elles être profitables aux trois degrés dans un travail de groupe ? Quel peut être l'apport du travail de groupe, degrés mélangés, pour les élèves des trois degrés ? Comment s'organise et travaille un groupe contenant des élèves de degrés différents ?

Autant de questions intéressantes que peut se poser un enseignant ayant une classe à plusieurs degrés appliquant le travail de groupe, degrés mélangés.

En prenant comme support deux exercices tirés du 3e Rallye mathématique romand, l'idée de base serait que par un travail de groupe, degrés mélangés, tous les élèves seraient en mesure de résoudre les problèmes. Le projet est ambitieux et audacieux, quand on sait que les deux problèmes qui vont être utilisés devraient en principe être uniquement accessibles aux élèves de troisième année.

Il sera intéressant de noter par quels différents procédés les élèves des trois degrés aborderont les problèmes.

L'expérience devrait ainsi nous permettre de répondre à la question : «Serait-il envisageable d'inscrire l'année prochaine la classe au Rallye mathématique romand en faisant travailler les élèves par degrés mélangés ?».

Intentions

- Observer les échanges au sein des groupes et entre les degrés, les apports des uns aux autres.

[1] Travail effectué dans une classe de stage de St-Aubin (NE) tenue par Mme P. Schurch.

- Observer les démarches des élèves pour résoudre les problèmes, selon les degrés.

- Observer les différents niveaux de compréhension du problème dans les trois degrés.

- Ouvrir par conséquent une réflexion sur l'évolution de la pensée chez l'enfant de 6 à 9 ans.

Préparation de l'expérience

Deux exercices du 3e Rallye mathématique romand vont être proposés aux élèves. Les exercices ont été choisis de telle sorte qu'ils n'exigent pas d'opérations accessibles aux seuls élèves de troisième année (la multiplication par exemple).

Les élèves sont répartis en quatre groupes :
- 1e - 1e - 2e - 3e
- 1e - 1e - 2e - 3e
- 1e - 2e - 3e
- 1e - 2e - 3e

Les groupes sont formés de sorte qu'ils soient équilibrés de la meilleure façon. L'expérience va porter sur deux périodes réparties sur deux jours consécutifs. Les problèmes choisis sont :
- «A la ménagerie»
- «La main dans le sac»

(Voir en dernière page de cet article)

Déroulement de l'expérience

Chaque élève reçoit une feuille avec le problème. Le groupe a à disposition le matériel nécessaire : feuilles, crayons, billes, sacs, boîtes ... ou autre s'ils le désirent. Le temps à disposition est de 20 à 25 minutes.

Le temps écoulé, une synthèse est conduite, où l'on demande aux élèves d'expliquer leurs procédés de travail dans le groupe.

Bien évidemment, dans cette expérience, le plus enrichissant est d'observer les élèves travaillant en groupes, de les voir fonctionner et s'organiser entre eux.

Premier problème : «La main dans le sac»

Dans les quatre groupes, les élèves prennent immédiatement les billes et les sacs. Dans un premier temps, chacun lit sa feuille individuellement. Ensuite, les élèves de troisième année réexpliquent spontanément le problème à leurs cadets.

Dans deux groupes, les élèves de troisième et de deuxième années passent directement au dessin sur la feuille, les élèves de première suivant tant bien que mal. Dans les deux autres groupes, les élèves font des essais de tirage qui sont ensuite mis par écrit pour trouver une réponse. Dans les quatre groupes, une fois la solution trouvée, les élèves de première année sont mis à profit pour la vérifier.

Bilan

Les quatre groupes sont arrivés aux bons résultats ! Ce sont le plus souvent les élèves de troisième année qui ont trouvé les réponses par la réflexion, qui ont été ensuite vérifiées par les cadets à travers des essais. Les élèves ont pu tous participer d'une manière ou d'une autre à la résolution du problème. Celui-ci semble être compris par tous. Il faut cependant nuancer le terme «compris» selon les degrés.

Pour les élèves de troisième année, la compréhension a passé par la «découverte». Pour leurs cadets, elle a passé au travers de la «vérification».

Deuxième problème : «A la ménagerie»

Pour ce problème, il est mis à disposition des élèves, en plus du matériel cité, des petits bouts de papier, sans en préciser l'utilisation.

Dans les quatre groupes, à un certain moment, les élèves plus âgés comprennent l'utilité des bouts de papier en dessinant dessus les animaux de la ménagerie.

Dans les trois groupes, les élèves de première année sont chargés de dessiner les animaux, alors que leurs aînés, impatients, cherchent déjà une solution par réflexion. Dans un groupe, les élèves écrivent simplement le nom de l'animal (dans ce groupe, l'élève de première année restera passablement inactif).

Une fois les billets préparés, les élèves relisent les phrases ensemble et essayent de situer les animaux dans les cages. Un groupe tombe par hasard aussitôt sur la solution ! Dans les autres groupes, comme les élèves ne trouvent pas la solution en se basant sur les phrases, ils changent de tactique : ils placent d'abord les animaux un peu au hasard dans les cages (c'est la tâche des enfants de première année), ensuite ils relisent ensemble les phrases et essayent de trouver les ajustements nécessaires.

Dans les quatre groupes, on sent que les élèves de troisième année ne se contentent plus à un certain moment d'essais hasardeux, mais sont poussés vers une réflexion logique.

Bilan

Trois groupes sont arrivés à la bonne solution. Comme pour le problème précédent, tous les élèves semblent avoir compris le sens de celui-ci, mais les élèves de troisième année ont su amener une part de réflexion aux essais infructueux de leurs cadets, qui les a menés à la bonne solution.

Synthèse de l'expérience

A la fin de l'expérience, les élèves ont été réunis et il leur a été posé la question clé de l'expérimentation, à savoir la manière dont ils ont procédé et dont les trois degrés ont collaboré au sein du groupe pour résoudre les problèmes.

Les élèves de première année ont volontiers mimé les gestes qu'ils ont faits (tirer des billes dans le sac, déplacer les animaux dans les cages). A leur niveau, ils ont donc eu besoin de manipuler des objets pour comprendre le problème, de sorte à rester dans le concret.

Certains élèves de deuxième année, mais surtout ceux de troisième montrent qu'ils sont allés plus loin que le simple tâtonnement (essai - erreur) en cherchant la solution par une réflexion logique. Ils s'approchent plus ainsi de l'abstrait. C'est un début dans le développement de la pensée de l'enfant.

Quant à la collaboration au sein du groupe et entre les divers degrés, tout semble s'être très bien déroulé. Les élèves de première année ont demandé de l'aide aux aînés pour comprendre le sens du problème (les consignes), ils ont ainsi pu participer à sa résolution.

Deux élèves de première année estiment tout de même ne pas avoir beaucoup participé à l'expérience (les deux élèves étaient dans les deux groupes de quatre enfants).

Conclusion

Dans cette expérience, les interactions entre les trois degrés ont montré à quel point elles pouvaient être riches d'apports pour les élèves. L'enfant de première année est poussé par ses aînés à comprendre le problème, il est poussé en avant dans sa réflexion, sa pensée se développe.

L'élève de troisième qui a trouvé la solution et qui la communique à ses cadets doit reformuler ce qu'il a compris, il vérifie son hypothèse, développe ses savoirs.

Bien sûr, dans ce genre d'expérience, il faut aussi accepter que certains enfants, notamment ceux de première année, n'aient pas encore développé les capacités nécessaires de réflexion et demeurent plus ou moins passifs.

Notons tout de même qu'il y a des phénomènes (apprentissages ?) qui ne sont pas toujours visibles, mais qui se passent dans l'esprit d'un enfant, même si celui-ci semble passif.

Mais en acceptant cette situation, il reste tout à fait envisageable de tenter de suivre un Rallye mathématique romand avec cette classe, en le prenant bien sûr sous forme de jeu d'échanges entre les degrés.

Notons finalement que par ces jeux d'échanges ne peuvent se développer que des relations encore plus fortes entre les élèves sur le plan social, favorisant une fois de plus l'épanouissement de l'enfant.

La main dans le sac

Dans un sac, il y a 5 billes bleues et 5 billes rouges.
On plonge la main dans le sac, les yeux bandés.

a) **Combien faut-il prendre de billes au minimum, pour être sûr(e) d'en avoir 2 de la même couleur ?**

b) **Combien faut-il prendre de billes au minimum, pour être sûr(e) d'en avoir 2 de couleurs différentes ?**

Expliquez vos réponses.

A la ménagerie

A la ménagerie, vous êtes devant cinq cages, alignées les unes à côté des autres.

- La cage du singe n'est ni à côté de celle de l'ours, ni à côté de celle de la panthère;
- il y a deux cages entre celle du tigre et celle de l'ours;
- la cage de la panthère est à droite de celle de l'ours, elles sont l'une à côté de l'autre;
- la cage du lion est à côté de celle du singe.

Dessinez les cinq cages et notez dans chacune d'elles le nom de l'animal qui l'occupe.

L'aire et les erreurs

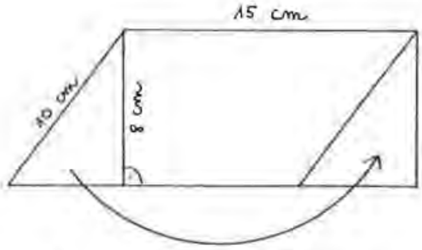
Michel Brêchet, Delémont

Cet article met en évidence certaines difficultés rencontrées par des élèves dits «faibles» de 13-14 ans lors de l'acquisition des connaissances nécessaires à la maîtrise de l'aire du parallélogramme. Des situations relatives au rectangle et au triangle seront également brièvement abordées. En outre, il vise à décrire et à expliquer diverses erreurs habituelles commises par ces élèves. Avant d'entrer dans le vif du sujet, précisons que les réflexions exposées ici n'ont pas de valeur scientifique. Elles proviennent d'observations et de constats effectués au cours de quelques séquences d'apprentissage. Je n'ai par ailleurs nullement eu l'intention d'être exhaustif; beaucoup de questions restent en suspens.

Aire et produit

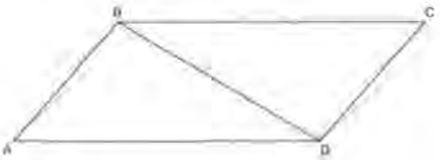
Première difficulté, il s'agit pour ces élèves de dépasser une conception très tenace selon laquelle l'aire d'une figure géométrique s'obtient en effectuant le produit des dimensions de deux de ses côtés. Examinons et commentons plusieurs erreurs provenant de cette conception.

- «Un parallélogramme dont les côtés mesurent 8 et 10 cm a une aire de 80 cm^2.» Fait significatif, la construction par les élèves de plusieurs de ces parallélogrammes, d'aspects fortement différents, ne suffit pas à remettre en cause cette affirmation. Pour eux, il faut donc à tout prix effectuer un produit avec les nombres présents (8 et 10); sinon, à quoi serviraient-ils ? Il y a donc extension, sans réel questionnement, des notions acquises à propos du carré et du rectangle.



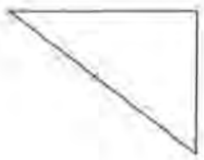
L'étude de la figure ci-dessus conduit fréquemment au raisonnement suivant : «Le parallélogramme a une plus grande aire que le rectangle, car ses côtés mesurent 15 et 10 cm et ceux du rectangle 15 et 8 cm.» Certes, la confusion aire périmètre, ou alors le théorème en acte «plus le périmètre d'une figure est grand, plus son aire est grande» peuvent expliquer cette erreur dans plusieurs circonstances, mais une autre cause est également en jeu. En effet, en observant cette figure, quelques élèves postulent avec une certaine assurance l'équivalence des aires, et ceci visuellement, donc sans calculs. Si on leur demande alors de les calculer, ils trouvent 120 cm^2 (15 x 8) pour le rectangle et 150 cm^2 (15 x 10) pour le parallélogramme ! Suit leur conclusion : les aires ne sont pas égales. Ces élèves sont convaincus que l'aire du rectangle est égale à 120 cm^2 (c'est une connaissance scolaire acquise), mais ils sont tout aussi convaincus, alors que ce problème n'a jamais été abordé au cours de leur scolarité, que l'aire du parallélogramme s'obtient en multipliant les longueurs de ses côtés. Et la constatation visuelle «ne fait pas le poids» par rapport à la détermination des aires par le calcul, d'où leur conclusion.

- L'aire du parallélogramme étant maîtrisée, on retrouve ce type de comportement lors de la recherche du problème classique suivant: «Quelle est l'aire du triangle ABD, sachant que le parallélogramme ABCD est constitué de deux triangles isométriques ?»



Les élèves calculent correctement l'aire du parallélogramme ABCD et la divisent par deux pour trouver l'aire du triangle ABD. Puis, afin de vérifier leur raisonnement, ils effectuent le produit de deux dimensions du triangle ABD et obtiennent par conséquent un résultat différent du précédent. Mais cela ne les empêche pas de s'y fier aveuglément et de privilégier cette procédure par rapport à la première.

• Même si un triangle rectangle est dessiné sur un réseau de points distants de 1 cm (voir ci-dessous), la recherche de son aire peut amener à des aberrations de ce type : «L'aire est égale à 15 cm^2 (5 x 3).»



• Enfin, toujours dans le même registre, le calcul de l'aire du rectangle formé par les sept pièces du Tangram est réussi par tous; mais si ces sept mêmes pièces sont assemblées un peu plus tard selon un triangle rectangle, on constate avec stupéfaction que plusieurs élèves multiplient les longueurs de deux côtés du triangle pour trouver son aire. Aire et forme sont ici étroitement liées : deux surfaces de formes différentes ne peuvent pas avoir la même aire.

Aire, perception et imagination

Deuxième difficulté, les situations classiques proposées aux élèves nécessitent de rechercher dans les objets perçus, voire dans leurs évocations, certaines formes caractéristiques, ou alors des signes de présence cachée. Voyons deux exemples.

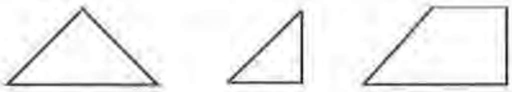
• L'analyse de la figure ci-dessous demande d'en extraire mentalement le rectangle, c'est-à-dire de l'isoler et de gommer tous les éléments (même s'ils sont peu nombreux) qui n'en font pas partie, puis de faire la même démarche pour le parallélogramme. Cela peut paraître évident ... mais pas pour tout le monde. Porter son attention successivement sur un quadrilatère puis sur un autre permettra à l'élève de se construire une bonne représentation de la tâche à accomplir.

• En outre, pour pouvoir transformer en un seul mouvement un parallélogramme en un rectangle équivalent, il faut tout d'abord être suffisamment attentif et observateur pour faire exister dans sa tête les éléments nécessaires (deux côtés parallèles) à la réalisation de la tâche. Il s'agit ensuite d'aller au-delà de ce qui est perçu visuellement et de s'impliquer dans son évocation, bref de faire preuve d'imagination (rechercher par exemple un triangle rectangle à déplacer). Il suffit d'exiger deux transformations différentes d'un même parallélogramme (selon les deux hauteurs), voire de considérer un parallélogramme dont deux côtés ne sont pas parallèles aux bords de la feuille, pour s'apercevoir que ce geste d'imagination n'est pas immédiat.

Aire et pavage

Une troisième difficulté est liée au fait que, pour certains élèves, il est impossible de mesurer avec précision la surface d'une forme géométrique à l'aide d'une unité ne permettant pas de la recouvrir exactement.

- On peut s'en rendre compte en posant le problème suivant: «En choisissant U comme unité d'aire, détermine l'aire de la figure A, puis celle de la figure B.»



unité **U** figure **A** figure **B**

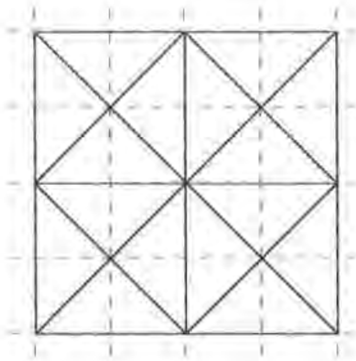
On trouve alors fréquemment 0 unité pour la figure A et 1 unité pour la figure B. La mobilisation d'un nombre non entier d'unités ne va pas de soi. A ce propos, on peut se demander quelle conception du nombre décimal les élèves se sont construits.

- La construction d'un rectangle dont l'aire mesure 0,5 dm^2 ou 1,5 dm^2 posent également de réelles difficultés. Certes, le décimètre carré n'est pas une unité franchement usuelle; par conséquent, préalablement à cette activité, il est souhaitable de faire construire aux élèves un carré de 1dm^2 et de leur montrer qu'il faut cent carrés de 1 cm^2 pour le recouvrir. Et pourtant, fait très surprenant, une écriture comme 0,5 dm^2 reste passablement mystérieuse. Certains élèves produisent tout de même une réponse et dessinent un rectangle de 5 cm^2 (5 x 1), de 25 cm^2 (5 x 5), de 0,5 cm^2 (0,5 x 1) ou de 10 cm^2 (10 x 1). Même lorsque l'on précise que 0,5 dm^2 signifie 1/2 dm^2 ou la moitié de 1 dm^2, la construction n'est pas évidente et des doutes quant à son exactitude subsistent. Et quand on demande ensuite de construire un rectangle de 1,5 dm^2, un questionnement intensif se réinstalle.

Alors, me direz-vous, comment faire pour que le concept d'aire acquière du sens, pour que surface, nombre et aire ne forment plus un tout indissociable et pour que les élèves repèrent les indices pertinents dissimulés dans une figure géométrique ?

Quelques pistes

- comparer des surfaces par découpage et assemblage, puis les recouvrir par des pavés de formes variées;
- confronter en permanence les notions d'aire et de périmètre et s'intéresser à leurs variations respectives;
- estimer des mesures de surfaces polygonales et non polygonales par encadrement, à l'aide de grilles de papier transparent dont les subdivisions sont de plus en plus fines;
- éviter le plus longtemps possible d'utiliser des formules pour calculer des aires;
- présenter des activités sur le rectangle qui ne nécessitent pas de calculer son aire et son périmètre;
- dénombrer, par exemple, les triangles et les carrés dans une telle figure:



- entraîner l'élève à deviner ce qu'il ne voit pas (en analysant par exemple des figures géométriques complexes).

Les quelques suggestions ci-dessus resteront toutefois sans effets significatifs si on ne leur consacre pas suffisamment de temps et si une grande part du travail à accomplir n'est pas dévolue aux élèves. Rappelons qu'un savoir mathématique s'élabore sur une longue durée et que tout apprentissage nécessite un investissement intellectuel important de la part de l'apprenant. Le non respect de ces contraintes didactiques conduit inévitablement bon nombre d'élèves à se construire des conceptions fortement éloignées des concepts scientifiques ... ce qui a de fâcheuses conséquences pour la suite de leur scolarité.

MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

Cette importante compétition de mathématiques, pour sa septième édition, a de nouveau battu tous les records de participation. Partie d'Alsace, elle atteint maintenant 20 pays européens, la Tunisie et le continent américain. Plus de 75000 élèves, de 2700 classes y ont participé en février 1996. La Suisse romande et le Tessin ne sont pas en reste : 4500 élèves et 225 classes pour leur cinquième participation.

Les principes

- **Des classes entières** de degrés 9 et 10 - au passage entre l'enseignement obligatoire et le post-obligatoire - reçoivent une palette de sujets variés (10 ou 13, selon le degré).
- **Les élèves s'organisent** pour résoudre les problèmes en une heure et demie. Le professeur est absent, la surveillance est assurée par un maître d'un autre établissement.
- Ils rendent **une seule feuille-réponse pour chaque problème.**
- La solution de l'**un des sujets doit être rédigée dans une langue étrangère**.

Les objectifs

- **Ouvrir des frontières** entre pays voisins, entre les mathématiques et les langues vivantes, entre les degrés d'enseignement, entre les élèves d'une classe.
- **Favoriser** l'intérêt pour les mathématiques, la pratique de résolution de problèmes, le travail en équipes, l'initiative des élèves, les échanges entre maîtres, la pratique d'une langue étrangère.

Les dates importantes pour l'édition 1996-97
- **délai d'inscription** : 22 novembre 1996,
- **épreuve d'entraînement** en décembre ou janvier,
- **épreuve définitive** le jeudi 6 mars 1997, l'après-midi.

Renseignements ou inscription au moyen de ce bulletin à *Mathématiques sans frontières*, Ecole secondaire, 2854 Bassecourt :

Classe inscrite : .... Degré : (9 ou10) ....

Section ou niveau : .... Effectif : ....

Ecole : Nom, adresse : .... Téléphone : ....

Nom du directeur : ....

Nom et prénom du professeur de mathématiques : ....

Adresse privée : ....

Téléphone privé : .... Signature : ....

Petite réflexion sur quelques problèmes de logique

Christophe Mironneau, étudiant à l'Ecole normale de Neuchâtel.

Dans un premier temps, voici quelques reflexions sur les problèmes de logique proposés par le recueil : *69 problèmes de logique*[1] destiné aux enfants de 9 à 13 ans. Dans un deuxième temps, viendra un compte rendu de ce qui s'est passé lors de l'étude du tableau de vérité dans la classe du Valanvron (8 - 10 ans) où j'ai expérimenté quelques-uns de ces problèmes.

«Problème» de logique

Ce recueil est vraiment bien constitué. Il commence par une introduction assez courte de 4 pages, c'est dire si l'on ne nous abreuve pas de bons principes pédagogiques. Place à la liberté. Cependant, on nous recommande dans tous les cas de commencer par le degré 0. Recommandation à suivre évidemment pour situer l'élève dans cette problématique. Cette démarche a l'avantage de mettre les enfants en condition de réussir ces problèmes et j'ose croire qu'il est important pour l'enfant de réussir ce qu'il fait. Comme dans toute activité mathématique, nous nous servons d'outils, celui qui est proposé ici est le tableau de vérité. Voici un exemple de problème du degré 0.

Claire, Yolande, Florence et Brigitte boivent régulièrement de l'eau minérale.

Chacune a une préférence : Evian, Vittel, Vichy ou Badoit.

Claire ne boit jamais d'eau d'Evian ni de Badoit.

Brigitte reste fidèle à Vittel.

Yollande ne supporte pas les bulles de l'eau de Badoit.

Force est de constater que vu sous cet angle, le problème est plutôt compliqué. La mémoire peut nous faire défaut, en effet, deux phrases sont négatives et on ne fait pas mention de Florence.

On nous propose alors le tableau suivant :

	Evian	Vittel	Vichy	Badoit
Claire				
Yollande				
Florence				
Brigitte				

On peut se faire la réflexion suivante : «Il suffit de mettre des croix pour marquer qui boit quoi». On s'aperçoit alors que l'on ne peut utiliser ni la première phrase de l'énoncé ni la dernière. Une discussion peut en ce moment-là s'instaurer avec les élèves et on doit déboucher sur la conclusion suivante : il faut tenir compte de l'affirmation et de son contraire. Ainsi on arrive à définir un code avec les élèves qui peut être par exemple : Oui / Non; 1 / 0, et que sais-je encore. Aux élèves de décider. Pour ma part, j'utiliserais 1 et 0.

On remplit le tableau :

	Evian	Vittel	Vichy	Badoit
Claire	**0** a)	0 c)	1 c)	**0** a)
Yollande	1 e)	0 c)	0 c)	**0** d)
Florence	0 e)	0 c)	0 c)	1 e)
Brigitte	0 c)	**1** b)	0 c)	0 c)

1 Schneider, E. et J. -B. *69 problèmes de logique pour apprendre à raisonner aux enfants de 8 à 13 ans*, A. C. C. E. S., 1994.

En gras : les affirmations de l'énoncé. En caractère «normal» : les déductions des affirmations.

On remplit le tableau dans l'ordre suivant :

a) lecture   b) lecture   c) déduction
d) lecture   e) déduction

C'est un ordre possible, il y en a d'autres sûrement, on peut par exemple remplir le tableau avec les affirmations et ensuite faire les déductions. Libre à chacun. Il est cependant important pour les enfants de faire la différence entre affirmation (= lecture de l'énoncé) et déduction (= réflexion). Un bon problème est donc un problème qui contient peu de lecture et beaucoup de réflexion. Celui-ci en est un, puisque les affirmations sont au nombre de 4 et les déductions au nombre de 12.

Il faudra encore que l'élève formule sa solution car le remplissage du tableau n'est pas une finalité. Il écrira quelque chose comme ceci : *Claire boit de l'eau de Vichy, Yolande de l'Evian, Florence de la Badoit et Brigitte de l'eau de Vittel.*

Il existe d'autres types de problèmes qui ne nécessitent pas l'emploi du tableau de vérité et c'est heureux. Voyons celui de la «queue» au cinéma.

Robert fait la queue au cinéma pour aller voir «les Visiteurs».

Il y a quatre personnes devant lui et la dame de derrière n'arrête pas de se plaindre.

Parmi les gens qui sont devant Robert, un grand-père est placé au milieu de la file d'attente (cela veut dire qu'il y a autant de personnes devant ce grand-père que derrière lui).

Où est placé le grand-père ?

L'élève doit trouver une façon de résoudre le problème. Il a plusieurs choix :

1) Mentalement.
2) Par écrit (Si... truc est... donc...).
3) Par un dessin.

Pour ma part, je préconiserais un dessin, mais l'élève fait ce qu'il veut. (C'est la liberté de choisir sa méthode dans l'obligation de se pencher sur le problème.)

En lisant l'énoncé, on peut «dessiner» ceci:

X X X X **R** X <= la dame qui se plaint.

1. L'élève doit prendre conscience du fait que la dame se plaigne ou non, n'a aucune importance et qu'il faut prendre les informations avec circonspection.
2. Si le grand-père est au centre de la file, il faut au moins 7 personnes dans la file.
3. Cette personne ne peut pas être rajoutée devant Robert puisqu'il n'y a que 4 personnes devant lui.
4. On doit alors rajouter une personne derrière Robert et le dessin donne :

   X X X X **R** X X
5. Le grand-père est donc immédiatement devant Robert.

   X X X **X** **R** X X
6. Il convient de regarder si une autre solution serait possible. En ajoutant 3 personnes par exemple. Cela donnerait :

   X X X X **R** X X X X
7. C'est impossible puisque le grand-père serait confondu avec Robert. En ajoutant encore des personnes, le grand-père passe après Robert ce qui est aussi en contradiction avec l'énoncé. L'unique solution est donc celle vue au point n° 5.

(Il est du reste probable que les élèves cesseront leurs investigations au point 5°.) L'élève devra encore formuler en français sa solution quelle que soit sa méthode de résolution.

Réflexions sur le déroulement de la leçon.

Après l'énoncé du premier problème, les élèves se demandaient si on se moquait d'eux, tant celui-ci était simple. Le deuxième problème fut réglé aussi vite, même si la réflexion partait d'un énoncé négatif, ce que nous avons relevé après quelques confusions. Nous avons ensuite passé à l'étude du tableau de vérité, ce qui s'est avéré très intéressant. Les enfants ont d'emblée pensé à mettre des croix pour signifier qui buvait quoi.

	Evian	Vittel	Vichy	Badoit
Claire			X	
Yollande	X			
Florence				X
Brigitte		X		

J'ai alors fait remarquer que si le problème avait été plus compliqué, cela n'aurait pas suffi. Un élève a alors proposé de mettre une croix pour signifier qu'une personne ne buvait pas de telle eau. Essai judicieux puisque la première phrase du problème était négative.

	Evian	Vittel	Vichy	Badoit
Claire	X	X		X
Yollande		X	X	X
Florence	X	X	X	
Brigitte	X		X	X

A la fin du problème, il s'est avéré que l'on pouvait mettre un rond pour mieux montrer qui buvait quoi, ce qui donnait ceci comme résultat final.

	Evian	Vittel	Vichy	Badoit
Claire	X	X	O	X
Yollande	O	X	X	X
Florence	X	X	X	O
Brigitte	X	O	X	X

Ce résultat est parfaitement correct, même si à mon sens, il n'est pas très lisible. Il s'en est suivi une discussion pour savoir quels autres codes pourraient être utilisés. Les élèves ont cité, les couples : [O et X, O et N, V et F, / et –, respectivement pour «positif» et «négatif». J'ai alors proposé oui et non ou 1 et 0.]
Les élèves sont alors partis dans un nouveau problème avec le code de leur choix. En règle générale, ce fut facile pour eux mis à part quelques ennuis de vocabulaire. Après quelques mises au point individuelles, le travail a bien démarré et a pu se poursuivre dans le calme. Je regrette peut-être une chose, c'est de ne pas avoir totalement laissé les élèves se débrouiller avec le tableau de vérité au départ. Maladresse due au manque d'expérience de «l'apprenti-enseignant» que je suis.

Quelques extensions possibles (que je n'ai pas eu l'occasion de réaliser dans cette classe.)

Les élèves pourraient faire des problèmes qui nécessitent des tableaux de vérité sans pour autant qu'on les donne, trouver d'autres énoncés pour un problème donné, fabriquer de toutes pièces un problème de ce type, trouver d'autres méthodes de résolution que le tableau de vérité.

Pour conclure, je dirais que j'ai eu énormément de plaisir à essayer ces problèmes en classe et même à en faire pour moi. Je voudrais remercier M. Michel Schenk de m'avoir proposé cette démarche dans le cadre d'un stage effectué au collège du Valanvron et M. Jacques-André Calame de m'avoir soutenu dans la rédaction de cet article.

Notes de lecture

Prèparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles - Tomes I et II

Roland CHARNAY - Michel MANTE, avec la collaboration de Jacques DOUAIRE et Dominique VALENTIN, Hatier Pédagogie, Paris 1995.

A lui seul, le titre de cet ouvrage est tout un programme !

Il faut savoir tout d'abord que le concours de professeur des écoles est, en France, le passage obligatoire pour devenir enseignant du primaire et que son épreuve de mathématiques est aussi un examen des connaissances du candidat sur le plan didactique. Il faut savoir aussi que ce concours se prépare soit en autonomie, soit dans le cadre des IUFM (Instituts universitaire de formation des maîtres). On est donc en présence d'un «manuel», c'est à dire, selon la définition du Petit Robert, *un ouvrage didactique présentant, sous un format maniable, les notions essentielles d'une science, d'une technique et spécifiquement les connaissances exigées par les programmes scolaires.* En d'autres termes, il s'agit d'un ouvrage didactique sur la didactique des mathématiques.

On est alors en droit de se poser une série de questions : peut-on «enseigner» la didactique par l'intermédiaire d'un manuel ? ne risque-t-on pas de la figer, de la transformer en postulats, principes, recettes, voire dogmes ? est-ce possible de convaincre quelqu'un, par une forme écrite, d'évoluer d'une conception transmissive des apprentissages vers une approche socio-constructiviste ? Et en effet, dès qu'on ouvre le bouquin on voit apparaître, parmi les «apports théoriques», les «activités» proposées à l'apprenant, sous forme de questions, de problèmes ou de sujets de synthèse, suivis de leurs «corrigés».

Mais, au delà des pages feuilletées et de l'examen rapide de la table des matières, on doit reconnaître que les activités proposées reposent sur des situations bien réelles, sur des travaux d'élèves, sur des pages de manuels, sur des problèmes intéressants, sur des questions que chaque maître se pose quotidiennement. Ce sont de vraies erreurs qui sont reproduites et qu'on nous demande d'analyser, des stratégies de résolution bien réelles qu'il s'agit de décrypter, des apports fondamentaux de didactique qui sont illustrés, des concepts mathématiques de base qui reçoivent un éclairage historique et épistémologique.

Trois chapitres sont consacrés aux éléments de didactique des mathématiques : les théories de l'apprentissage, la résolution de problèmes, l'analyse d'erreur et les dispositifs de remédiation. Les autres sont organisés en fonction des contenus des programmes d'école primaire et, parfois, des premières années du secondaire : nombre et systèmes de numération, ensemble des nombres naturels et les quatre opérations, nombres décimaux, proportionnalité, fonctions numériques, éléments de géométrie plane et dans l'espace, démonstration en géométrie, isométries et homothéties, mesure, équations.

A la lecture des corrigés et commentaires des activités, mesurés et bien étayés, toutes les appréhensions de la première approche se dissipent. Oui, l'ouvrage est bien un outil de formation pour tous ceux qui se posent des questions sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, de l'étudiant au maître «chevronné». C'est aussi un support pour les formateurs, une aide précieuse pour préparer des rencontres d'enseignants.

Destinataires: étudiants, maîtres et formateurs intéressés par la didactique des mathématiques.

Mots-clés: apprentissage et enseignement des mathématiques, didactique, formation, école primaire et secondaire.

F. J.

Pourquoi des mathématiques à l'école ?

Roland CHARNAY, ESF éditeur, Paris 1996.

" *La collection* Pratiques et Enjeux Pédagogiques, *dirigée par Michel Develay, propose des pistes de réflexion sur des questions d'éducation, d'enseignement et de formation avec le souci constant des auteurs, tous spécialistes dans leur domaine d'activité, de demeurer particulièrement clairs, concrets et accessibles à tous. Ces ouvrages sont destinés aux enseignants, aux étudiants, aux parents, et à tous ceux qui sont en charge de responsabilités éducatives. Sur chaque thème abordé ils récapitulent les travaux existants et apportent les éléments essentiels pour réfléchir et pour agir.* "

L'ouvrage de Roland Charnay, paru récemment dans cette jeune collection, répond parfaitement à cette description figurant sur sa dernière page de couverture. Il se lit comme un roman, à la seule différence que, arrivé à la fin, on ne résiste pas à l'envie d'en reprendre certains chapitres, de s'approprier les questions qui y sont posées, de chercher à mieux comprendre le sens de cette culture et de cette éducation mathématique que nous sommes chargés de transmettre à nos élèves.

Nous connaissons bien Roland Charnay, l'un des animateurs de l'équipe ERMEL dont les travaux ont beaucoup inspiré l'élaboration de nos nouveaux moyens d'enseignement romands «Mathématiques 1P-4P». Nous apprécions la pertinence de ses réflexions, la simplicité avec laquelle il s'exprime, la clarté de ses propos. Par son petit ouvrage, il souhaite expliquer et promouvoir, auprès d'un large public, quelques orientations actuelles concernant l'enseignement des mathématiques, avec le souci et la modestie de nous demander si son but est atteint.

Nous pouvons lui répondre affirmativement et même lui dire qu'il va au-delà de l'explication». Ses questions soutenues par des exemples bien choisis, interpellent, font progresser. On a l'impression de participer au débat sur l'enseignement des mathématiques, d'en partager les enjeux. Il y en a dix de ces questions, élémentaires, fondamentales :

1. Pourquoi faut-il enseigner les mathématiques ?
2. Qu'est-ce que les mathématiques ?
3. La réforme des maths modernes a-t-elle été utile ?
4. A quoi sert la didactique des mathématiques ?
5. Où est le sens en mathématiques ?
6. Que peut-on apprendre en résolvant des problèmes ?
7. Pourquoi faut-il s'intéresser à ce que produisent les élèves ?
8. Pourquoi est-il important d'inscrire les apprentissages dans la durée ?
9. Les moyens modernes de calcul peuvent-il modifier l'enseignement des mathématiques ?
10. Pour une culture mathématique à l'école.

Dix questions ! Ça semble peu ! Avec les éléments de réflexions apportés par l'auteur, on est vite convaincu que c'est déjà beaucoup. Et après avoir cherché à y répondre, à sa manière, sans jamais ressentir d'imposition, on est heureux de constater qu'on a fait un bout de chemin.

Destinataires : tous les enseignants, parents, responsables scolaires.

Mots clés : didactique, sens, problème, apprentissage, erreur, culture mathématique.

F. J.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

☐ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole***. (Tarifs en page 2 de couverture.)

Veuillez me faire parvenir :

Le Trésor de tonton Lulu (vol.1, 28 probl. de niveau "10") ..... (ex. à Fr. 25.-)*

Le Trésor de tonton Lulu (vol.2, 25 probl. de niveau "11") ..... (ex. à Fr. 27.-)*

Le nombre π, ADCS ..... (ex. à Fr. 42.-)*

Les jeux de NIM, par Jacques Bouteloup, ADCS ..... (ex. à Fr. 52.-)*

Jeux IV : de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP ..... (ex. à Fr. 28.-)*

Fichier Evariste APMEP ..... (ex. à Fr. 20.-)*

Les anciens numéros de *Math-Ecole*

(prix en page 2 de couverture) : ....

Annales du Championnat de jeux mathématiques et logiques (Fr. 13.- l'ex.)* :

- Niveau CM (degrés 4 et 5) : ***Récrémaths*** .... ex.
- Niveau collégiens :

Les Pentagones patagons (n° 8) .... ex. ***Le Serpent numérique*** (n° 10) .... ex.

Le Trésor du vieux Pirate (n°12) .... ex. ***Le Singe et la Calculatrice*** (n° 14) .... ex.

- Niveau lycéens et adultes :

La Biroulette russe (n° 9) .... ex. ***Le Pin's Tourneur*** (n° 11) .... ex.

Le Roi des Nuls (n°13) .... ex. ***Le Sabre d'Aladin*** (n° 15) .... ex.

- Anciens numéros encore disponibles (n° 3, 4, 5, 6 et 7) : ....

* Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

Nom et prénom : ☐Mme ☐M. ....

Adresse (rue et numéro) : ....

Localité (avec code postal) : ....

Date : .... Signature : ....

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7