MATH ECOLE

37e année

181

Du jouer au créer

Quel niveau de mathématiques nécessaire dans la vie ?

6e Rallye mathématique transalpin

février 1998

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

MATH-ECOLE

37e année 5 numéros par an

181

février 98

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (032) 889 8603
(de 14h à 17h 30, ma, me, je, ve)
ou (032) 889 8609
Fax (032) 889 6971

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09

Couverture
spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Graphisme et mise en page
Mathieu Chastellain

Sommaire

Editorial

Plans d'étude

François Jaquet, IRDP

La Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin vient d'adopter un nouveau «*Plan d'études romand de mathématiques pour les degrés de 1 à 6*» qui sera mis en oeuvre dans les classes correspondantes des cantons membres au même rythme et selon le calendrier d'introduction des nouveaux ouvrages d'enseignement des mathématique»[1].

Le document vient de sortir de presse, dans une présentation très soignée. Sous sa belle couverture bleue on y découvre un système intéressant de volets permettant de retrouver facilement six domaines d'études avec, pour chacun d'eux, des finalités, des intentions, des contenus, des compétences attendues et une progression.

Cette partie centrale est située dans le cadre élargi des intentions des activités mathématiques au préscolaire et aux degrés 7- 8 - 9. C'est à relever et à apprécier. Deux autres volets encore, bien articulés avec l'ensemble, soulignent l'importance de la résolution de problèmes, de la démarche scientifique et de l'activité de recherche dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Les auteurs de ce document ont réalisé là une belle synthèse du programme de mathématiques, de ses finalités, de la manière de le concevoir. Il faut les en féliciter. Il est nécessaire et indispensable que toutes les personnes engagées dans la discipline le lisent, mais aussi ceux qui enseignent d'autres matières scolaires, et encore ceux qui sont chargés de la gestion de l'école ou des choix politiques qui y sont liés.

Ceci nous amène à quelques considérations plus générales. Notre dernier-né des plans d'études de mathématiques est le sixième de sa famille romande. Ses aînés s'appelaient «CIRCE I» (1972), «CIRCE II» (1976), «CIRCE III» (1986), «L'ajustement des programmes expérimentaux de mathématiques en Suisse romande» (1987), «GRAP» (1989). Et on pense déjà à lui faire un petit frère !

Il est légitime de se demander si ce rythme de changement est adapté aux besoins de l'enseignement des mathématiques, surtout lorsqu'on constate que les documents de 1987 et 1997 ne présentent pas de différences fondamentales. L'un et l'autre se dissocient clairement des «mathématiques modernes» des années 70. L'un et l'autre s'écartent clairement du modèle structuraliste et associationniste des premiers plans d'études romands pour valoriser une approche génétique de l'apprentissage des concepts mathématiques.

Il faut aller au-delà d'une lecture rapide des textes pour répondre à cette interrogation. Il faut s'intéresser à ce qu'il y a entre les lignes, à l'histoire de ces plans d'études, à leur élaboration, aux débats qu'ils ont suscité en vue de leur adoption.

Par exemple, notre petit dernier fait l'objet d'un arrêté officiel des autorités scolaires romandes. Il est légitime. Son aîné de 10 ans, sans être «illégitime», n'avait reçu aucun aval, l'institution n'ayant alors d'yeux que pour son frère cadet en gestation (GRAP) qui devait répondre à d'autres at-

[1] Arrêté de la DIIP /SR+Ti du 30 octobre 1997

tentes, d'interdisciplinarité, de lisibilité et de rééquilibrage des programmes des différentes disciplines.

Le document de 1987 faisait suite à un long processus d'évaluation du curriculum, en période de «stabilisation» d'une innovation. Celui de 1997 bénéficie de la clause du besoin, de la demande générale de cohérence avec les moyens d'enseignement en élaboration, du désir de résoudre des problèmes.

Il faudra du temps pour comprendre la vraie portée et la place de la résolution de problème dans la construction des connaissances mathématiques. La faire figurer dans les nouveaux moyens d'enseignement et le nouveau plan d'études ne garantira pas sa mise en oeuvre. Mais, si elle n'est pas suffisante, cette condition est toutefois nécessaire.

On a parlé de cette importance du problème au cours de la large consultation qui a précédé l'adoption du nouveau plan d'études. On en parlera encore dans sa mise en oeuvre. On devra en tenir compte dans l'évaluation des connaissances, des compétences et des démarches. Par conséquent, légitimité oblige, on ne pourra plus accepter un «examen d'orientation» dans lequel on ne trouve que des techniques et des savoirs mémorisés, sans la moindre trace d'un problème à résoudre.

Un nouveau plan d'études, c'est aussi l'assurance que le débat se poursuit, avant, pendant et après son élaboration, au delà des mots, des formulations et des conceptions dominantes du moment.

Un nouveau plan d'études, c'est encore, de la part de ses utilisateurs, un travail d'interprétation de texte, d'appropriation et de reformulation des objectifs, d'explicitation des finalités qu'on attibue à l'enseignement des mathématiques, de pondération entre les différents domaines et contenus.

En 1987, dans les conclusions de son introduction à «*L'ajustement des programmes expérimentaux de mathématiques en Suisse romande*», Jean Cardinet disait ceci :

«... *Il apparaît que les objectifs éducatifs proposés dans tous les plans d'études n'ont rien des "Impératifs catégoriques" de Kant (même s'ils sont liés indiscutablement à certaines attitudes étiques et philosophiques). Au cours de la dernière décennie, leur formulation a beaucoup évolué et tout laisse à croire qu'elle évoluera davantage encore à l'avenir.*

Le changement est compréhensible. Tout enseignant a fait l'expérience qu'il devait chaque année repenser l'organisation de son cours. L'introduction d'une démarche d'évaluation scientifique suscite le même processus d'adaptation au sein du système scolaire. Le curriculum doit répondre aux besoins d'enseignants qui se transforment par le fait même qu'ils appliquent la méthodologie qui leur est proposée. Ils en voient mieux les difficultés; ils aperçoivent mieux les directions de développement qu'ils pourraient exploiter. Les objectifs éducatifs sont donc liés à un certain état du système scolaire. Si leur transformation vise bien à atteindre un certain optimum, il s'agit toujours de maintenir un équilibre dynamique, qui sera remis en question dès l'année scolaire suivante.

C'est sans aucun dogmatisme qu'on été présentées ci-dessus les directions d'adaptation qui paraissent souhaitables en Suisse romande pour la définition des objectifs. En d'autres termes, en d'autres lieux, les besoins pourront être différents. Pour les responsables de tous les plans d'études, l'essentiel restera d'écouter ces besoins en sachant que l'école est un système ouvert.

Ces conclusions n'ont pas pris une ride. Onze ans après, il n'est pas interdit de les reprendre à notre compte.

6e Rallye mathématique transalpin 1998

[ndlr] *Tous les records de participation sont battus pour le 6e Rallye mathématique transalpin. Du mardi 17 au jeudi 26 février, près de 140 classes de Suisse romande auront été aux prises avec sept problèmes, bien consistants. A la même période, des centaines d'autres classes d'Italie, du Luxembourg et du département de l'Ain en France voisine, résolvaient les mêmes problèmes, dans les mêmes conditions. Voici quelques extraits des consignes de passation :*

«**Surveillance**

Une personne «neutre», autre que le titulaire de la classe.

Préparation (pour le maître)

Avant l'épreuve, le maître veille à ce que les élèves puissent travailler dans la meilleure ambiance possible et qu'ils disposent de **tout le matériel qu'ils estiment nécessaire :** ciseaux, colle, règle, petits cubes ou jetons, compas, papier, crayons, calculatrice, etc.

Des **feuilles-réponses** (format A4, quadrillées), **une pour chaque problème**, seront mises à disposition des élèves, qui y noteront leurs solutions et leurs explications; ils pourront aussi y coller des figures découpées dans les feuilles d'énoncés.

Rappeler aux élèves qu'ils ne devront compter que sur eux-mêmes, s'organiser, se répartir le travail et que la classe ne rendra **qu'une seule solution par problème**, avec **justifications**, dont il est tenu compte lors de l'évaluation par un système de points attribués aux bonnes explications.

Déroulement (pour le surveillant)

Donner les feuilles d'énoncés à la classe. La distribution interne est sous la responsabilité des élèves. **Préciser quels sont les problèmes à résoudre, 7 par catégorie,** selon les indications des feuilles d'énoncés :

cat. 3 : de 1 à 7 **cat. 4 : de 2 à 8**
cat. 5 : de 5 à 11 **cat. 6 : de 6 à 12**
cat. 7 et 8 : de 7 à 13

Rappeler les consignes : durée 50 minutes, une réponse par problème pour la classe, ... **Noter l'heure** et ne plus intervenir, d'aucune manière, durant tout le travail (attitude neutre, aucune aide technique ni matérielle, etc.). **10 minutes avant la fin**, indiquer le temps qu'il reste et rappeler aux élèves qu'ils doivent préparer leurs réponses avec les explications nécessaires. Comme on le constate, c'est le groupe classe qui a la charge de l'activité, de A à Z. Et c'est ce qui constitue, avec la résolution de problème, l'un des aspects les plus intéressants du Rallye : il faut se répartir les tâches, confronter les solutions des différents groupes engagés sur le même problème, coopérer, débattre, etc. »

Le maître, s'il est tenu éloigné de sa classe, peut tout de même tirer un grand profit de la confrontation : observer les élèves d'une autre classe où il fonctionne généralement comme «surveillant», examiner les réponses et explications de ses propres élèves, en parler avec eux, les exploiter. Mais voyons les sujets de cette première épreuve, qui sera suivie d'une deuxième, un mois plus tard et d'une «finale» à la fin de mai, à

Yverdon-les-Bains où, malheureusement, toutes les classes ne peuvent accéder pour des raisons d'organisation pratique, mais où la lutte sera chaude.

Résultats et analyses dans les prochains numéros.

1. LE PETIT POUCET ET SES FRÈRES

Le Petit Poucet et ses quatre frères marchent dans la forêt, en file indienne. Le Petit Poucet est le dernier de la file et sème des miettes de pain pour retrouver le chemin du retour.

André est devant Bernard.
Joseph est devant Mario.
Il y a un des frères entre André et Mario.

Dans quel ordre peuvent marcher le Petit Poucet et ses frères ?

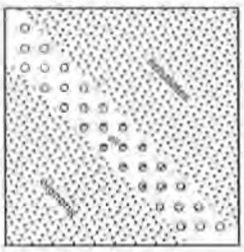
Expliquez votre raisonnement.

2. LE POTAGER DE GRAND-MÈRE

Voici le jardin potager de Grand-mère. Il est de forme carrée. Grand-mère a déjà planté 30 plants d'ail et elle souhaite mettre des oignons et des échalotes dans les deux zones voisines. Grand-mère est très ordonnée et précise. Elle tient absolument à ce que toutes ses plantes soient disposées régulièrement et parfaitement alignées.

Combien d'oignons et combien d'échalotes devra-t-elle planter ?

Expliquez votre raisonnement.



3. NOMBRES INCONNUS

En utilisant toutes ces cartes, une seule fois chacune, vous devez former des nombres tels que :

- ces nombres doivent être compris entre 25 et 62,
- il ne doit pas y avoir deux nombres qui se suivent (la différence entre deux de ces nombres doit toujours être plus grande que 1).

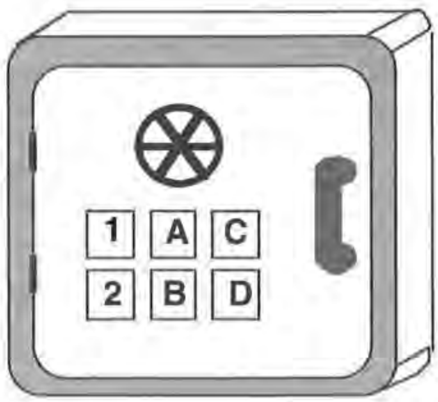
Quels sont ces nombres ?

Expliquez comment vous les avez trouvés.

4. LE CODE

Pour ouvrir la porte de mon coffre, je dois composer un code en pressant trois de ces six touches dans un ordre donné. Malheureusement, j'ai oublié le code, mais je me souviens qu'il commence par l'un des deux chiffres, suivi de deux lettres différentes. **Combien de codes dois-je essayer pour être certain de pouvoir ouvrir la porte ? Lesquels ?**

Expliquez comment vous les avez trouvés.



5. LES TROIS MAISONS

Trois commerçants, un Suisse, un Italien et un Français habitent dans ces trois maisons de la même rue, qui sont de couleurs différentes.

Le boucher habite dans la maison jaune qui est à côté de la rouge mais qui n'est pas à côté de la verte.

L'épicier, qui n'est pas suisse, habite à côté du Français.

L'Italien habite au numéro 21 et sa maison n'est pas jaune.

Quelle est la nationalité du pharmacien et de quelle couleur est sa maison ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

6. LES BILLES DE BILLY

Billy a 42 billes. Il les a mises dans sept boîtes de la façon suivante :

- chacune des sept boîtes contient un nombre différent de billes;
- dans la boîte qui en contient le moins, il n'y a qu'une seule bille et dans celle qui en contient le plus, il y en a10;
- une seule boîte contient un nombre de billes qui est la moitié du nombre de billes d'une autre boîte.

Combien de billes Billy a-t-il pu mettre dans chaque boîte ?

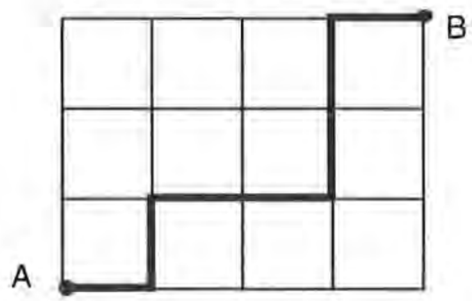
Expliquez votre raisonnement.

7. TOUS LES CHEMINS MÈNENT À B...

Pour aller de A à B, vous devez vous déplacer en suivant les lignes de la grille, seulement vers la droite ou vers le haut. On a déjà dessiné un chemin possible, mais il y en a d'autres encore.

Combien y a-t-il, en tout, de chemins différents menant de A à B ?

Indiquez toutes vos solutions, de manière à ce qu'on puisse les reconnaître facilement.



8. LE RETARDATAIRE

Dans la classe de Luc, de nombreux élèves ont pris la fâcheuse habitude d'arriver en retard à l'école.

La maîtresse propose un pacte pour les 25 jours de classe qui précèdent les vacances de Pâques :
«A la fin de cette période, chaque élève recevra 3 bonbons par jour où il est arrivé à l'heure et il m'en donnera 12 par jour où il était en retard.»

Luc, qui a été présent les 25 jours, ne reçoit aucun bonbon mais il ne doit pas en donner à la maîtresse.

Combien de jours Luc est-il arrivé en retard au cours de cette période ?

Expliquez votre raisonnement.

9. LA CHORALE

L'école de Chanterelle a 120 élèves, qui ne font pas tous partie de sa chorale.

La sol de la salle de musique de l'école est pavé de dalles carrées. Le maître de chant a décidé de placer chacun de ses chanteurs au centre d'une des dalles, de manière à remplir un carré de dalles sur le sol de la classe.

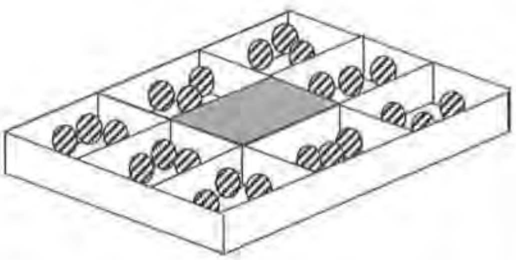
Mais, en plaçant ses chanteurs, il constate qu'il lui en manque 9 pour compléter le carré commencé. Il décide alors de former un carré plus petit mais 4 chanteurs n'arrivent pas à s'y placer et restent à l'extérieur.

Combien y a-t-il d'élèves dans la chorale de Chanterelle ?

Expliquez votre raisonnement.

10. LES BILLES D'AMÉLIE

Dans une boîte comme celle-ci, Amélie a placé ses billes de sorte qu'il y en ait 3 dans chaque compartiment, c'est-à-dire 9 sur chaque côté de la boîte.



En jouant, Amélie perd quatre de ses billes mais elle arrive cependant à placer celles qui lui restent de sorte :

- qu'aucun compartiment ne soit vide;
- qu'il y ait le même nombre de billes dans chaque compartiment situé au milieu d'un côté de la boîte ;
- qu'il y ait encore 9 billes sur chaque côté de la boîte.

De quelles manières Amélie a-t-elle bien pu placer ses billes ?

Quelques jours plus tard, Amélie regagne ses quatre billes perdues et en reçoit encore quatre nouvelles en cadeau.

Quelles possibilités a encore Amélie de placer toutes ses billes en respectant les conditions précédentes ?

Expliquez vos réponses.

11. LA PLUS PETITE DIFFÉRENCE

La grille **A** est partagée en deux régions par une ligne épaisse.
Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 11.

A

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

B

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Mais il est possible de trouver une différence plus petite en traçant d'autres lignes qui partagent la grille en deux régions en suivant les traits du quadrillage.

Dessinez une nouvelle ligne de partage, en rouge, sur la grille B, telle que la différence soit la plus petite possible.

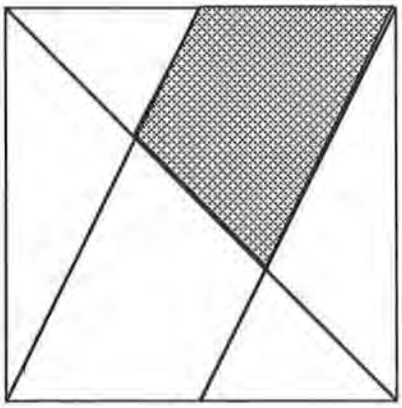
Expliquez comment vous avez procédé.

12. FRACTION DE TERRAIN

Le père Joseph a un terrain carré. Il le partage par trois droites passant par des sommets ou des milieux de côtés.

François héritera de la partie grise du terrain carré de son père Joseph.

Quelle fraction du terrain recevra-t-il ?



Justifiez votre réponse.

13. MENTEURS ET SINCÈRES

Une région lointaine est appelée le «Pays du Faux et du Vrai» car ses habitants se répartissent en deux catégories :

- les Sincères, qui disent toujours la vérité,
- les Menteurs, qui mentent toujours.

Un voyageur, à peine arrivé dans ce pays, rencontre deux de ses habitants, Tilt et Couac et leur demande :
«Êtes-vous Sincères ou Menteurs ?»

Tilt répond :
«L'un de nous, au moins, est Menteur».

Tilt est-il Menteur ou Sincère ? et Couac ?

Un peu plus tard, notre voyageur rencontre deux autres habitants de ce pays : Pic et son ami Flac qui rentrent chez eux. Le voyageur leur pose la même question :

»Êtes-vous Sincères ou Menteurs ?»

Pic répond :
«Nous sommes tous les deux Menteurs».

Flac ajoute :
«Seulement l'un de nous est Menteur».

Pic et Flac sont-ils Menteurs ou Sincères ?

Expliquez votre raisonnement.

Le kangourou des mathématiques **(v. p. 40)**

3. Un appareil fabrique des boîtes parallélépipédiques. Pour la hauteur (normalement 12 cm) sa précision est de 0,001 mètre, le côté du fond de la boîte est de 5 cm avec une précision de 0,003 mètre. On fabrique ainsi des milliers de boîtes ; parmi les volumes suivants lequel ne pourra jamais se rencontrer ?

a) 312 b) 262,871 c) 339,889
d) 350 e) 300 f) 288

4. Quel est le chiffre des unités du produit : 46 x 57 x 98 x 23 x153 x 75

a) 0 b) 2 c) 4 d) 5 e) 8

5. Si $\Diamond + O = 30$,
$\Diamond + \nabla + \nabla = 160$,
$O + \nabla = 80$
alors $\Diamond + O + O + \nabla = ...$

a) 80 b)100 c) 110 d) 210 e) 90

Du jouer au créer

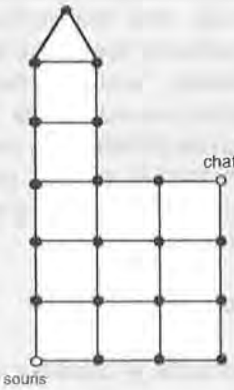
Une expérience en 1P/2P à l'école de Chateaubriand (Genève)

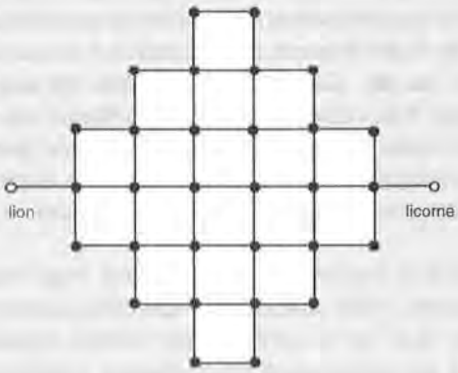
M. Jacquérioz, C. Rastello,
(collaboration écrite de Mireille Snoeckx).

De janvier à mai 1997, c'est dans 1'aventure d'une " création " d'un jeu que deux enseignantes genevoises se sont lancées en rassemblant leurs idées, leurs compétences, en intégrant une étudiante de première année dans l'observation de la démarche et des conduites des élèves et en discutant avec un formateur en mathématiques pour élaborer un dossier à l'intention de *Math-Ecole*. Petite histoire de " *beaucoup de plaisir mais aussi beaucoup d'efforts* " pour les élèves.

Chronique d'une réalisation

En janvier, deux jeux proposés dans *Math-Ecole* no 151, janvier 1992, *Le chat et la souris, Le lion et la licorne,* sont introduits en classe et mis à disposition dans le coin «ateliers».





Matériel : un plateau sur lequel sont dessinés les réseaux et deux pions placés sur les endroits marqués «chat et «souris» pour le premier jeu, «lion « et «licorne» pour le deuxième.

But et règles des jeux : Pour *Le chat et la souris* , le chat commence (très important). Chaque joueur, à son tour, déplace son pion d'une case, en suivant les lignes du réseau. Le chat doit attraper la souris en atteignant la case où elle se trouve.

Pour *Le lion et la licorne*, les joueurs décident qui, du lion ou de la licorne, commence. Le lion se déplace de trois cases et la licorne de quatre cases, en suivant les lignes du réseau. Au cours d'un même déplacement, le lion et la licorne peuvent repasser ou revenir sur des cases qu'ils viennent de quitter. L'essentiel est que le lion fasse trois «pas» et la licorne quatre «pas», dans n'importe quelle direction du réseau. Le gagnant est celui qui arrive à atteindre son adversaire en terminant son déplacement sur la case où il se trouve.

En deux exemplaires, réalisés au format A3, plastifiés, il est possible d'y jouer avec des jetons ou au tableau avec des aimants. En mars, parmi d'autres activités, les enfants sont invités à créer un jeu à partir de cette consigne " le jeu doit ressembler à l'un des deux grands jeux mais être différent " et dans les perspectives suivantes:

- amener le jeu à la maison pour y jouer en famille
- écrire au journal *Math-Ecole* pour savoir si les jeux inventés les intéressent et si une publication pourrait être envisagée.

Avant de commencer, les enfants sont invités à jouer encore une fois avec les deux modèles. Ils reçoivent une fourre plastique dans laquelle se trouve une feuille quadrillée et un feutre Weleda et ils dessinent un autre plan de jeu. Cette première étape est exécutée très rapidement et les enfants peuvent ainsi tout de suite expérimenter leur réalisation avec d'autres élèves en expliquant oralement les règles aux joueurs.

Même si les jeux se ressemblent, pour les enfants, c'est chaque fois une découverte; pour eux, ce ne sont pas les mêmes règles et il est nécessaire pour chaque créateur d'expliquer, de choisir, de décider de changements en cours de route s'il y a lieu.

Exemple : «Tu *perds, mais nous avons encore envie de jouer, alors je te donne une deuxième vie " ou " C'est mon jeu, je suis en train de perdre, alors je change la règle, ou j'arrête de jouer, ou j 'accepte de perdre.»*

En avril, pour la dernière étape, celle de l'écriture des règles, le cadre change: du lieu classe avec les deux enseignantes, les enfants se retrouvent en groupes de six élèves dans le local de la GNT (généraliste non titulaire). C'est une occasion pour la stagiaire de faire quelques observations :

«D'abord les élèves lisent les règles des deux jeux, puis ils font leurs propres règles.

– X n'arrive pas à trouver un titre, tout le monde l'aide.

– A veut toujours lire.

– B explique à C qui lui pose beaucoup de questions et veut tout en détail.

– Un 2P regarde un 1P écrire et s'il écrit juste.

– Z dit toujours: moi je sais

– E a dit ouf lorsque la maîtresse a dit que la cloche allait sonner.»

Enfin, après des échanges avec un formateur du service des mathématiques, l'observation s'affine et les jeux sont testés par d'autres enfants " pour éventuellement modifier les règles des jeux ". Les " nouvelles " règles n'ont pas été réécrites mais aménagées dans l'action. Et, en mai, une lettre, dictée par un groupe d'élèves, est envoyée à *Math-Ecole.* (Voir annexe 1)

Quels apprentissages?

Lorsque l'on consulte le classeur des jeux (Voir annexes 2), une première constatation s'impose : ils se ressemblent beaucoup et sont quasi identiques avec les modèles de jeux proposés. Les différences se manifestent dans les titres *(Le jeu du renard et de la poule, le jeu du cheval et du chevalier, le jeu de la carotte et du lapin)* dans le choix d'un nombre de cases autre pour le déplacement des joueurs *(Le dragon se déplace de quatre cases, le chevalier se déplace de trois cases en suivant les lignes du réseau* ou encore *le chat se déplace de 9 cases et le chien se déplace de trois cases en suivant les lignes du réseau.).*

L'intérêt de cette activité avec des élèves de cet âge ne se situe pas dans la création mais dans la compréhension des mécanismes qui régissent un jeu, dans la possibilité de transformer des règles en défendant des points de vue, en tenant compte des avis des autres et surtout en se confrontant aux obstacles liés au réel.

Ainsi Erwin avait inventé une sorte de labyrinthe ouvert avec des courbes. Il ne pouvait donc pas jouer " en se déplaçant sur les lignes du réseau " et a dû changer son dessin. Lors du tracé, il n'avait pas eu conscience des difficultés, et c'est en jouant qu'il a pu le faire. De même Cynthia voulait se déplacer en diagonale sur le quadrillage de départ; elle a ajouté les traits nécessaires pour réaliser son idée après avoir joué avec d'autres enfants.

D'autres constatations vont amener les élèves à réguler leur première proposition « *Trop facile de faire ce jeu; on se mange tout de suite; le chat devrait faire plus que le poisson.) ou* à préciser les objectifs (*C'est quand que je l'attrape celui-là ?: Tu peux le toucher.)*».

Un enfant s'était distancé du modèle en proposant un jeu à trois joueurs et il aurait renoncé à son projet devant la difficulté à écrire des règles sans modèle. Cela met en évidence l'intériorisation très rapide des normes d'écriture et d'orthographe qui peuvent être un frein notoire à la création.

Cette activité vise ainsi à permettre aux élèves de s'approprier des règles de fonctionnement, de se confronter à des modèles, de jeu, d'écriture de règles et de donner du sens à l'écrit. Elle favorise les échanges et offre un cadre structuré pour des interactions sociales, langagières et écrites autour d'un projet.

Et les mathématiques dans tout cela ?

Qu'ont-ils appris? question toujours lancinante, toujours présente, essentielle. Oui, ils ont appris. Mais qu'ont-ils appris en mathématiques ? Ils ont eu l'occasion de s'entraîner à se déplacer sur des réseaux, à "manipuler des nombres" mais ils ont surtout pu exercer les objectifs de l'enseignement des mathématiques et notamment "développer la curiosité, l'envie de comprendre et de penser par soi-même, la confiance en ses possibilités, c'est-à-dire les attitudes nécessaires pour aborder, comprendre et résoudre des situations problématiques les plus diverses".

Et en 1 P/2P, c'est un premier pas vers une manière plus dynamique et constructrice de s'engager dans l'enseignement mathématique.

Ecole de Châteaubriand
Madame
Corinne Rastello-Frésard
Classe 1P/ 2P
1 Place Châteaubriand
1202 Genève

Journal MATH-ECOLE
Rédaction
Case postale 54
CH- 2007 Neuchâtel 7

Genève, le 20 mai 1997

Suite page suivante

Madame, Monsieur,

Dans notre classe, nous avons joué au * chat et la souris * et au * lion et la licorne * (MATH-ECOLE no 151 / janvier 1992) .

Ensuite, nos maîtresses nous ont proposé d'inventer un jeu qui ressemble au * chat et la souris * ou bien au * lion et la licorne *, mais qui soit différent.

Est-ce que ça vous intéresse de connaître nos jeux? Quand ils seront tous terminés, il y en aura 17.

Nous, nous aimerions vous les envoyer pour qu'ils soient publiés dans le journal et que d'autres enfants puissent y jouer et avoir du plaisir à y jouer.

Nous espérons que vous nous enverrez une réponse très, très vite.

Nous vous envoyons nos meilleures salutations,

Tous les enfants de la classe et les maîtresses

Sonia
Corinne
Laura
ALEXandrine
ERSAN
HELDER
Tania
Andre
Crocifisso.
Soraya
Yannis
Alexia
stefAno
Madeleine
Cedric
simeon
Mikael
SoPhie
Cyndie
Myriam

Prénom Laura
date 13 mai 1997

Le jeu du Lapin et du chasseur

* Jeu à 2 joueurs
* Temps de jeu : 5 minutes.

Matériel :

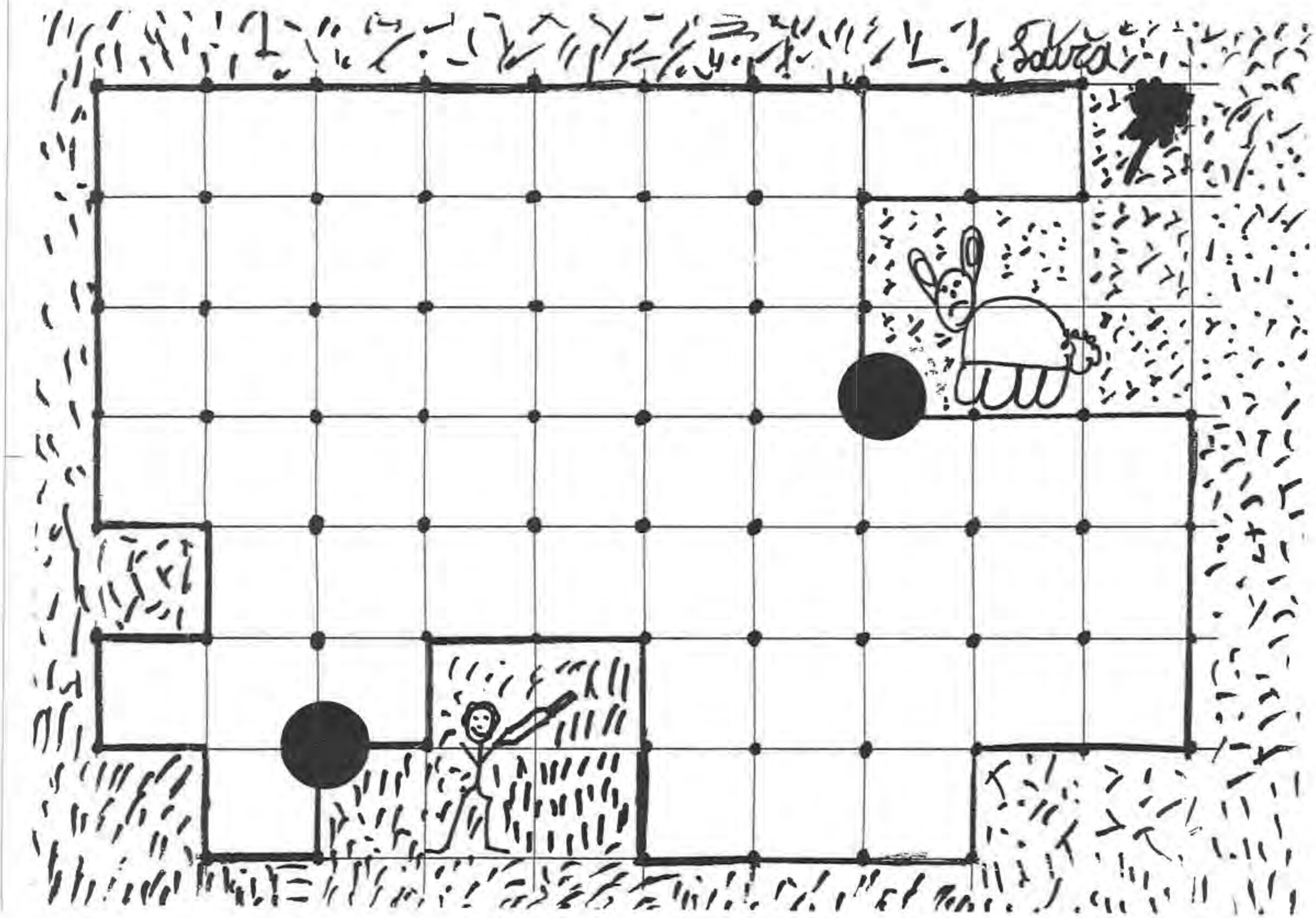
* Un plateau de jeu sur lequel est dessiné le réseau ci-dessous.
* 2 pions différents (jetons)

But du jeu :

Le chasseur doit attraper le lapin en atteignant la case où il se trouvera

Règles:

- Au début de la partie, les pions sont placés aux endroits indiqués lapin et chasseur.
- Le lapin commence.
- Le lapin se déplace de 5 cases et le chaseur de 4 cases en suivant les lignes du réseau.


Laura

Prénom Stefano
date

Le jeu des 2 Souris et du chat

* Jeu à 3 joueurs.
* Temps de jeu : 15 minutes.

Matériel :

* Un plateau de jeu sur lequel est dessiné le réseau ci-dessous.
* 3 pions différents (jetons)

But du jeu :

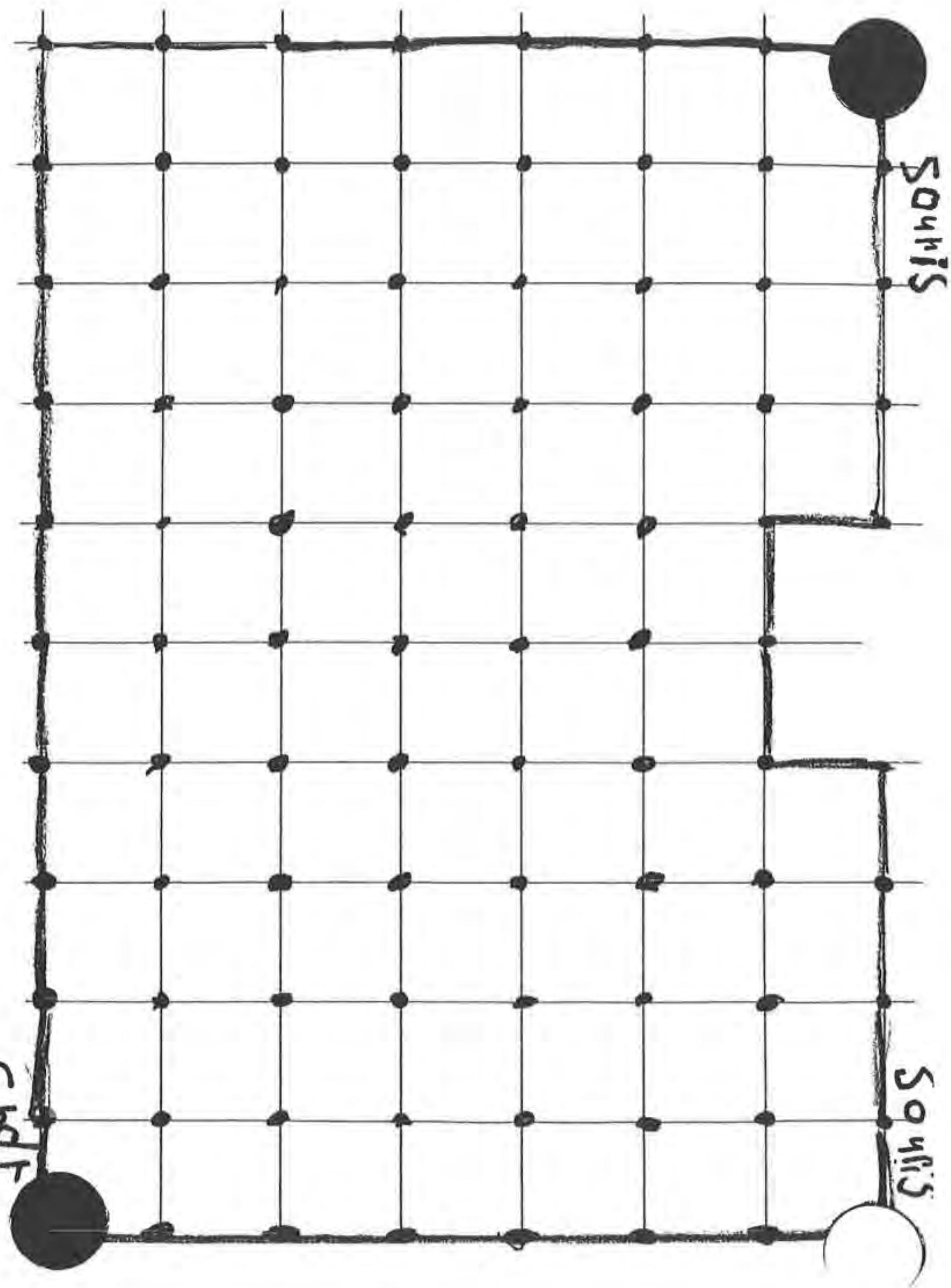
• le chat doit attraper les 2 souris en atteignant la case où elles se trouveron

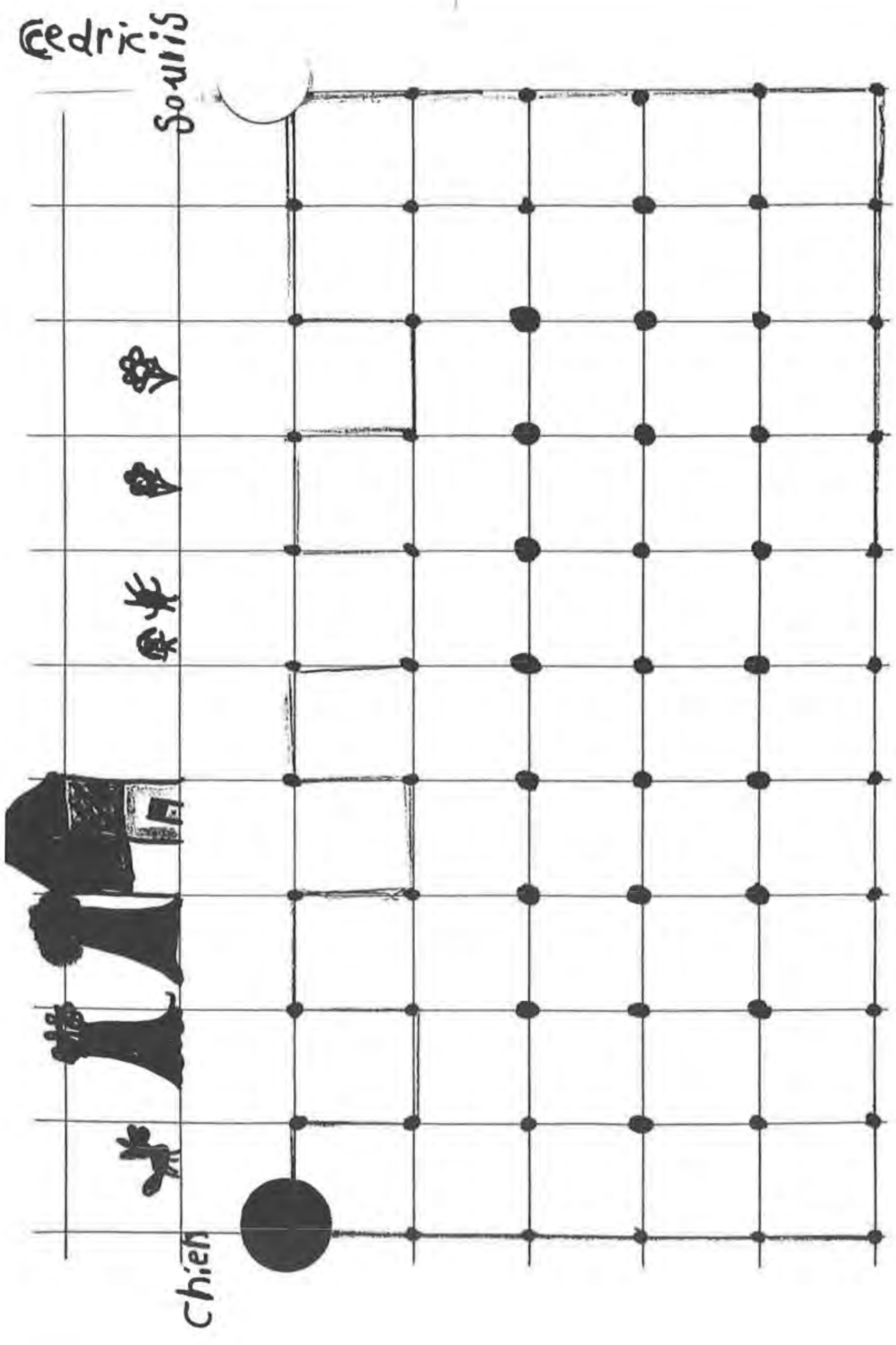
Règles:

• Au début de la partie les pions sont placés aux endroits indiqués "chat et souris

• la souris jaune commence, après c'est le chat, après c'est la souris bleue.

• la souris jaune se déplace de 5 cases la souris bleue se déplace de 4 cases le chat se déplace de 3 cases en suivant les


Souris
Souris
Chat


Cedric
Souris
Chien

Quel est le niveau de mathématiques nécessaire dans la vie ?

Huit thèses relatives au cours de mathématiques dans l'enseignement général

H. W. Heymann Bielefeld (Allemagne)

[ndlr] Quel niveau de mathématiques l'enseignement scolaire doit-il donner, notamment aux élèves qui ne briguent pas "un métier directement lié aux mathématiques"?

Les équations et logarithmes, les calculs des probabilités et les intégrales sont-ils encore réellement indispensables dans l'enseignement général ? En Allemagne, ces questions et leurs aspects périphériques sont examinés avec soin par des responsables de l'Éducation, des instituts et des facultés de mathématiques. Le débat a été soulevé par le mémoire d'habilitation à l'enseignement supérieur de Hans Werner Heymann, qui résume ci-dessous les thèses centrales de son travail.

Cet article a été publié dans la revue allemande **B&W** *Bildung und Wissenschaft* no 1/1996. Nous remercions son auteur de nous permettre de le reprendre pour les lecteurs de *Math-Ecole* qui constateront que nos préoccupations sur les finalités de l'enseignement des mathématique sont partagées par d'autres. (Traduction : Joëlle Grünastel)

1. Un fossé sépare le rôle social des mathématiques et l'importance qu'on leur attribue subjectivement. D'une part, les mathématiques sont un facteur essentiel dans notre culture et sans elles notre civilisation n'existerait pas. Mais d'autre part, de nombreux jeunes ne voient pas l'intérêt d'apprendre cette matière durant toute la scolarité.

2. Comme c'est le cas pour toutes les matières traitées dans les écoles d'enseignement général, il faut se demander en quoi le cours de mathématiques contribue à la transmission scolaire de la connaissance générale. Certes, un concept d'enseignement général ne permet pas de déduire comment une matière spécialisée de l'enseignement général devrait être structurée dans le détail. Mais certains concepts pourraient - en corrélation avec des réflexions sur les contenus et la pédagogie - fournir des critères qui serviraient à mieux juger d'une matière d'enseignement et à mieux la structurer.

3. Le concept que j'ai présenté s'appuie sur les tâches essentielles qui incombent aux écoles d'enseignement général de notre société. Je les ai classées de la manière suivante: préparation des élèves à la vie, transmission d'une cohérence culturelle, orientation mondiale, éveil de la réflexion et du raisonnement, éveil du sens de la responsabilité personnelle, contribution à l'épanouissement de la personnalité dans la compréhension des autres et la coopération, consolidation du moi. Les thèses relatives au cours de mathématiques et développées ci-dessous s'orientent sur ces tâches.

4. Préparation à la vie : cet objectif, pris dans le sens le plus pragmatique du terme et visé à travers l'enseignement des mathématiques, fait l'objet tant d'une surestimation que d'une sous-estimation. D'une part, la majorité des adultes utilise rarement dans la vie active et quotidienne des mathématiques d'un niveau supérieur à celui de la 8e. D'autre part, le cours traditionnel de mathématiques néglige des qualifications "moins poussées" mais importantes au quotidien: il devrait aborder, dans le cadre de la réflexion mathématique, des activités mathématiques indispensables dans la vie, telles que l'estimation, l'évaluation approximative, l'interprétation et la représentation de données, ou la manipulation judicieuse d'auxiliaires techniques comme les calculettes et les ordinateurs, de même qu'il devrait permettre aux élèves de s'y exercer plus intensivement.

5. Transmission d'une cohérence culturelle en plus de l'enseignement traditionnel des mathématiques en tant que bien culturel, le cours a le devoir de pallier l'isolement culturel, si souvent décrit, des mathématiques. Il faudrait que par-delà l'acquisition des notions de mathématiques élémentaires et vitales, les élèves fassent l'expérience de la portée universelle des mathématiques en tant que forme de pensée et moyen de résoudre des problèmes.

Le cours de mathématiques devrait être plus nettement orienté sur des idées centrales qui mettent en évidence le lien entre la culture mathématique et la culture non mathématique, par exemple la notion des chiffres, des mesures, de la corrélation fonctionnelle, de la structure spatiale, de l'algorithme, de la reproduction mathématique en miniature.

6. Orientation mondiale : les mathématiques sont une partie du monde et invisiblement inhérente au monde. Le cours de mathématiques devrait favoriser des expériences variées, telles que interpréter, modéliser et miniaturiser, mieux appréhender et maîtriser des problèmes à priori non mathématiques au moyen des mathématiques.

7. Apprendre à réfléchir et à raisonner : pour beaucoup d'élèves les mathématiques sont, paradoxalement, une matière purement et simplement incomprise. On ne peut pas former la pensée globale ni la pensée mathématique à partir de mathématiques incomprises. Il faudrait donner aux élèves le temps et l'occasion d'utiliser activement leur capacité intellectuelle constructive et analytique pour comprendre les mathématiques et se servir de cette compréhension pour éclaircir des phénomènes ambigus c'est-à-dire "consolider" la pensée générale.

8. Dimension sociale et subjective de l'apprentissage des mathématiques : savoir prendre des responsabilités, communiquer avec son entourage et travailler en coopération, renforcer le moi des élèves. Tout cela semble avoir peu de rapport avec l'enseignement traditionnel des mathématiques. Il semble erroné de séparer l'enseignement de cette matière de sa vocation sociale. La qualité éducative du cours de mathématiques ne dépend pas uniquement de la matière, elle dépend aussi de la manière dont celle-ci est traitée et de l'esprit qui règne au sein d'une classe, bref : de la structure du cours.

Il faut développer une structure de cours qui réserve un espace à l'optique subjective des élèves, à des dérivations, des erreurs productives, des interprétations alternatives, des échanges d'idées, à une approche ludique des mathématiques, à des questions relatives au sens et à la définition des choses, ainsi qu'à l'action autonome et responsable.

Objet de critique

Deux passages relativement courts de ma thèse ont retenu l'attention publique et soulevé la critique (après une présentation à la fois unilatérale et fausse dans les médias) avec une ampleur qui m'a fort surpris. Tous deux contiennent ces réflexions : comment le cours de mathématiques peut-il et devrait-il contribuer à préparer les enfants à la vie dans le sens pragmatique du terme?

Je constate que dans l'exercice de leur profession et dans la vie quotidienne, la majorité des adultes dans notre société n'utilise pas un niveau de mathématiques supérieur au niveau de la 8e classe: calcul du pourcentage, des intérêts, règle de trois. J'attire l'attention sur plusieurs enquêtes empiriques qui soutiennent ce constat pouvant être pris comme indice des connaissances générales partagées par la société.

L'idéal pour cette majorité d'élèves qui vraisemblablement n'exerceront pas une profession très liée aux mathématiques, serait une préparation mathématique adéquate à la vie, c'est-à-dire qui soit faite suivant d'autres critères que pour ceux que briguent le métier de mathématicien dans le sens large du terme. (C'est à cette différenciation que répondent actuellement les cours de mathématiques en matière de base et matière renforcée dans les terminales de lycée, même si la formule n'est pas encore tout à fait satisfaisante).

C'est pourquoi je donne à débattre le scénario suivant: indépendamment du type scolaire, une extrême différenciation du cours de mathématiques à partir de la 9e classe (seconde), avec des "cours de base" dans lesquels la systématique serait plus souple et une partie du contenu standard actuel (p. ex. la trigonométrie) ne serait plus obligatoire. La systématique traditionnelle serait remplacée par : un approfondissement des mathématiques proches du quotidien, y compris l'approche créative du nouveau matériel informatique; des projets intéressants dans lesquels les mathématiques sont utilisées dans des schémas non mathématiques pour cerner divers problèmes; un approfondissement "à la Wagenschein" de thèmes propres aux mathématiques, pour lesquels il ne reste souvent pas assez de temps dans le cadre d'un cours traditionnel.

Dans les terminales de lycée, poursuite du cours de base pour les non futurs mathématiciens, avec un contenu qui s'écarte fortement des cours de mathématiques comme matière renforcée et qui traite par exemple de la statistique à orientation socio-scientifique au lieu de l'analyse.

Le Kangourou des Profs (voir p. 40)

Les professeurs de mathématiques ont aussi leur jeu : il s'agit de donner, a posteriori, l'ordre de difficulté des questions, de la plus réussie à la moins réussie : A vous de jouer ...

A votre avis dans quel ordre de difficulté croissante se sont finalement classées les questions 1,6,10 et 17 du kangourou 1997 (en 3e : degré 8 en Suisse romande)? Et devinerez-vous le pourcentage de bonne réponse de chacune d'elles ?

Q1 L'année dernière 1 100 000 jeunes de 22 pays ont participé au Kangourou. Combien de milliers de participants y a-t-il eu à ce Kangourou ?

a) 110 b) 1010 c) 1100 d) 1001 e) 11000

Q6 A, B, C sont trois points. On veut rajouter un quatrième point de façon à ce que les quatre points soient les sommet d'un parallélogramme. Combien de points conviennent ?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

Q10 Ce matin, Laura, en faisant sa toilette, aperçoit dans le miroir les aiguilles de la pendule placée derrière elle. " Tiens, dit-elle, la pendule est arrêtée : elle marque quatre heures mois cinq. " Laura se trompe ! Quelle heure est-il en réalité ?

a)8h05 b) 4h55 c) 7h55 d) 8h55 e) 4h05

Q17 Une montre digitale affiche l'heure suivante : **19 :57 :33**

Quel est le nombre minimum de secondes qui s'écouleront avant que tous les chiffres de l'affichage aient changé ?

a) 147 b) 1 c) 27 d) 60 e) 120

Réponses :
Voici l'ordre de réussite, (entre parenthèse, le pourcentage de réussite) :

Q17 (78,7%) ; Q1(78,3%) ; Q10 (70,1%) ; Q6(49%).

CABRIdées : A vous faire monter la pression !

Michel Chastellain, SPES (Vd)

«*Est-il possible de représenter, par une construction appropriée à l'aide de "Cabri-géomètre", la pression qui s'exerce en n'importe quel point d'un liquide ?*» Cette question – posée tout récemment par un stagiaire physicien en formation initiale – fut à l'origine d'une séquence de recherche commune, passionnante à plus d'un titre. Voici donc les étapes essentielles de la réflexion menée par notre groupe d'une dizaine de participants, qui se déroula durant un cours d'initiation à la mise en pratique en classe de ce logiciel.

Petit rappel théorique

Pour ceux d'entre nous dont les souvenirs sur le sujet se seraient noyés dans les «vapeurs du temps», rappelons qu'au sein d'un liquide il règne une certaine pression, tout comme dans un gaz d'ailleurs. Celle-ci varie – il n'y a qu'à nager sous l'eau pour s'en rendre compte – en fonction de :

- la profondeur h_p (ici exprimée en m) à laquelle se trouve le point p considéré sous la surface libre du liquide;
- la masse volumique ρ du liquide concerné (dans notre recherche nous avons admis qu'il s'agissait d'eau; par conséquent, elle correspond à 10^3 kg/m^3);
- l'intensité de la gravitation g (égale à 9,81 m/s^2).

De plus, il ne faut pas oublier de prendre en considération la pression exercée sur la surface libre du liquide, à savoir la pression atmosphérique p_a d'environ 10^5 N/m^2. Précisons enfin que la pression en un point d'un liquide ne dépend ni de la forme, ni du volume du récipient qui le contient. Elle s'exprime à l'aide de la formule générale :

$$P = p_a + \rho \cdot g \cdot h_p$$

Conditions à respecter

Ce bref descriptif met en évidence les différents éléments constitutifs de la construction à réaliser :

- le récipient ne sera pas nécessairement représenté par un rectangle symbolisant un cylindre droit. Il doit être modifiable «en taille» et en hauteur;
- la pression P cherchée sera représentée par la somme de deux segments, p_a d'une part et $\rho \cdot g \cdot h_p$, d'autre part;
- ce second segment sera lui-même le produit de trois autres segments, à savoir respectivement ρ, g et h_p;
- pour obtenir ce second segment, il s'agira d'appliquer le modèle géométrique du produit de plusieurs segments;
- compte tenu des unités en jeux, il s'agit de choisir un «modèle d'échelle approximatif» que nous avons, après moult discussions, déterminé ainsi : (h_p = 1m)

$$\begin{array}{lllllllll}
\rho & \cdot & g & \cdot & h_p & = & & & \\
10^3 & \cdot & 9{,}81 & \cdot & 1 & = & & & \\
\text{kg/m}^3 & \cdot & \text{m/s}^2 & \cdot & \text{m} & = & \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\text{m} & = & \text{N/m}^2 \\
10^3 & \cdot & 10^1 & \cdot & 10^0 & = & 10^4\ \text{N/m}^2 & &
\end{array}$$

Comme : $P = p_a + \rho \cdot g \cdot h_p$,

c'est-à-dire, $(10^5 + 10^4)$ N/m^2 , nous représenterons la pression atmosphérique par un segment dix fois plus long que celui correspondant au produit de $\rho \cdot g \cdot$ hp.

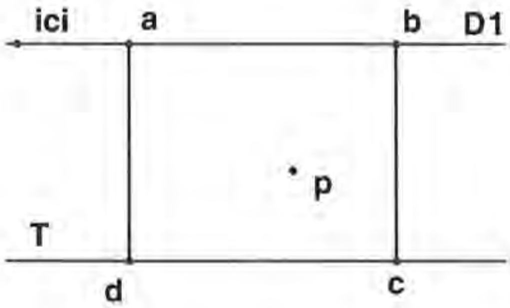
En d'autres termes, l'échelle est :

1 cm $\rightarrow$ 10000 N/m^2.

Quel récipient ?

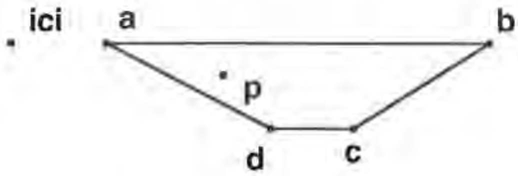
Le premier «petit» problème rencontré concerne la réalisation du récipient. Pour répondre à la double demande (modification en tout temps de la forme et de la hauteur), nous avons :

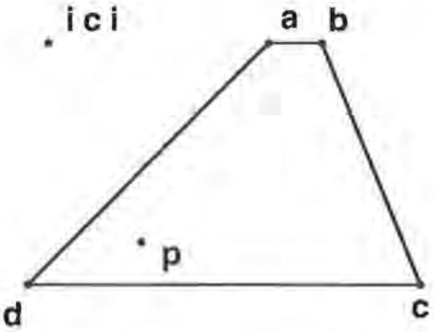
- tracé une *droite de base* T;
- placé un *point de base* (**ici**) dont la distance à T représente la hauteur «modifiable» du récipient;
- tracé D_1, une *droite parallèle* à T par le point (**ici**);
- placé quatre *points sur objet* a, b, c et d, respectivement deux à deux sur les droites D_1 et T;
- placé un *point de base* p, représentant un point quelconque du liquide situé dans le récipient abcd.



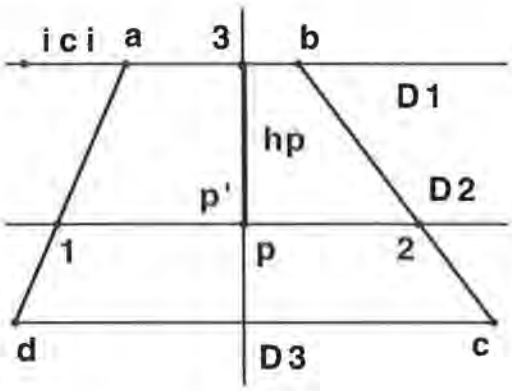
En procédant ainsi, on peut alors obtenir, après avoir camouflé les droites D_1 et T à l'aide de l'outil aspect des objets, n'importe qu'elle forme de récipient.

Pour y parvenir, il suffit de déplacer l'un, ou plusieurs, des points a, b, c d, ou (**ici**) comme dans les deux exemples suivants :





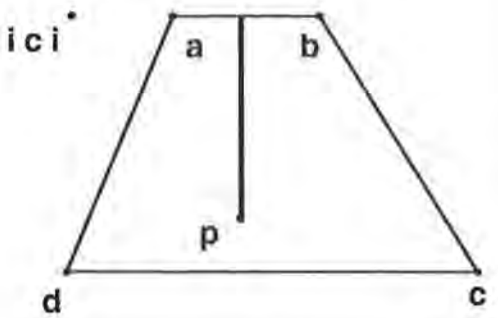
Le deuxième problème qui se pose alors consiste à représenter, à l'aide d'un segment h_p, la profondeur à laquelle se situe le point p sous la surface libre du liquide, de telle manière que ce segment n'existe pas lorsque p est à l'extérieur du récipient. Cette phase, objet de nombreuses tentatives infructueuses, devient possible en créant un point p' – qui ne se superpose au point p que lorsque p est à l'intérieur du récipient – de la manière suivante :



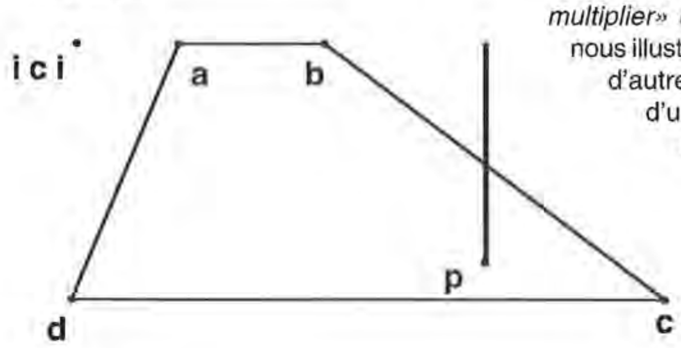
- tracer D_2, une *droite parallèle* à T par le point p;
- construire ses *intersections* 1 et 2, respectivement avec les côtés [ad] et [bc] du récipient;
- tracer le *segment* [12];
- tracer D_3, une *droite perpendiculaire* à D_2, par le point p;
- construire son *intersection* 3 avec la droite D_1;
- construire l'*intersection* p' de la droite D_3 avec le segment [12];
- finalement tracer le *segment* [3p'] qui représente la hauteur h_p.

Après avoir camouflé les droites et points de construction, on peut alors illustrer les trois cas satisfaisants suivants :

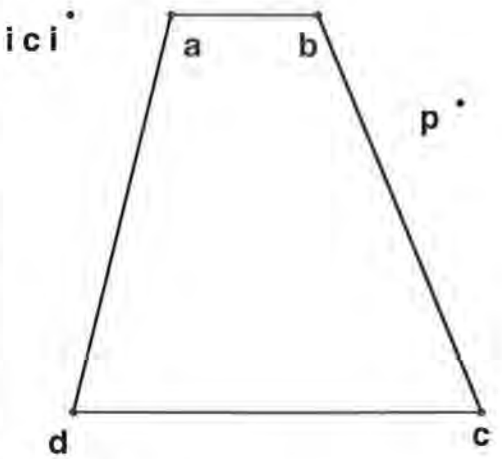
1) p est à l'intérieur du récipient :



2) p est à l'intérieur du récipient, avec une profondeur h_p en partie à l'extérieur du récipient :



3) p est à l'extérieur du récipient et le segment h_p n'existe plus

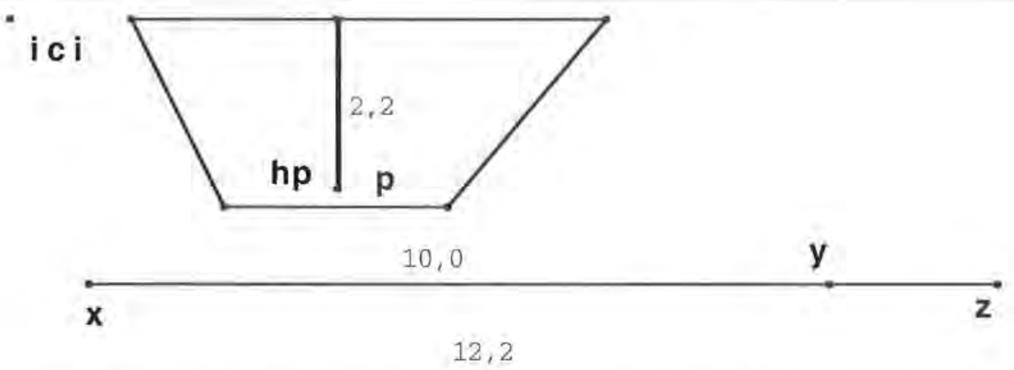


Le troisième et dernier problème à résoudre est celui de la construction du segment [xz] qui illustre la variation de pression, en fonction de la position du point p.

Conformément à ce qui a été dit préalablement ($p_a = 10^5$ N/m^2 et 1 cm $\rightarrow$ 10000 N/m^2) nous avons admis une pression atmosphérique «stable» représentée par un segment [xy] de 10 cm .

Quant au segment [yz], égal au produit de $\rho \cdot g \cdot h_p$, il doit se modifier en fonction de ρ et de h_p, la gravitation g étant admise comme une constante égale à environ 10 m/s^2.

Afin de ne pas «alourdir» cette présentation, nous ne reviendrons pas sur la construction du produit de plusieurs segments décrite en détail dans l'article intitulé «*Une machine à multiplier» de "Math-Ecole" n° 174»*, mais nous illustrerons simplement un cas, parmi d'autres, correspondant à la pression d'un point p situé dans de l'eau, à une profondeur de 2,2 m :



Bien évidemment, on pourrait s'amuser à modifier la masse volumique afin de voir évoluer la pression d'un point p situé à la même profondeur, mais dans un autre liquide.

En conclusion, cette recherche nous a offert notamment l'occasion :

- de concevoir, en groupe, la résolution d'un problème,
- de revoir quelques notions élémentaires de physique,
- de s'intéresser à de multiples grandeurs différentes,
- d'effectuer des transformations d'unités,
- de se pencher sur des problèmes de représentation à l'échelle,
- d'élaborer des constructions géométriques.

Comme quoi une simple question, au départ, se révèle parfois d'une richesse insoupçonnée !

Merci à Marc Künzli et à Thivent Besson de l'avoir posée et de s'être plus particulièrement attelés à la résoudre.

Le Kangourou de midi

Depuis 3 ans, l'équipe du Kangourou propose aux collègues organisateurs du Kangourou dans les établissements quelques questions mathématiques amusantes afin d'intéresser aussi le personnel de l'établissement qui participe à l'organisation du jeu et parfois aussi des parents qui viennent l'après-midi faire la fête des maths à l'école. Voici quelques-unes des questions des années passées ...

Trois pas vers l'Euro ...

Ce paquet de 10 kilos de lessive a un prix d'appel à 99 francs. On considérera qu'un Euro = 6,70F.

Q1. Quel sera son prix en Euro ?

a) 66,7 b) 6,69 c) 14,78
d) 663,333333... e) 663,3

Q2. Pour avoir un prix du genre 19 Euros, combien pèsera alors le paquet si l'on veut que ni le capitaliste ni le pauvre consommateur n'y perde ?

a) 12kg b) 10kg03g c) 120kg
d) 903,06g e) 12kg 855

Q3. Le paquet original mesurant 10 x 10 x 100 cm, quelles dimensions conviendraient pour un paquet de 19 Euros de même contenance que le paquet initial ?

a) 10 x 10 x 90,3
b) 10 x 10 x 128,6
c) 10 x 10 x 165,4
d) 10 x 10 x 212,6
e) 10 x 10 x 108,8

Des sphinx à l'échelle "n"

François Drouin
APMEP Lorraine

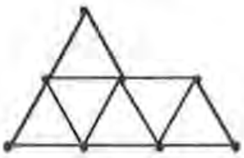
[ndlr] Dans nos numéros 175 et 176, nous avons présenté le problème du sphinx, tiré du bulletin de l'APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) et avons donné deux solutions du pavage de S_3 avec S_1.

La section régionale de l'APMEP de Lorraine avait aussi travaillé sur ce thème et nous a transmis un article, publié dans sa brochure OBJETS MATHÉMATIQUES . Nous remercions nos collègues d'outre Jura, qui sont allés beaucoup plus loin que nous dans cette recherche et nous disent que «si des lecteurs joueurs suisses trouvaient d'autres solutions (ou une justification du fait que nous les avons toutes trouvées), il est clair que nos adhérents lorrains seraient intéressés».

Pour rappel, voici la définition du sphinx et les deux questions qui nous intéressent ici :

Le sphinx est une figure formée de six triangles équilatéraux (hexatriangle) disposés comme sur la figure 1 (sphinx S_1).

fig. 1

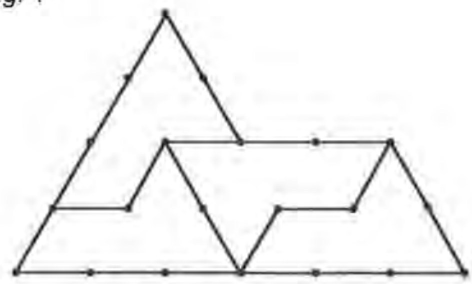


sphinx S_1

Un sphinx est une «rep-figure», c'est-à-dire une figure qui peut être pavée par des figures qui lui sont semblables.

Voici par exemple le sphinx S_2, pavé avec quatre sphinx S_1:

fig. 1'



sphinx S_2

1. De combien de façons peut-on paver le sphinx S_3 avec 9 sphinx S_1 ?

2. De combien de façons peut-on paver le sphinx S_4 avec 16 sphinx S_1 ?

Démontrons que des sphinx S_k, ou «à l'échelle k», sont pavables par des sphinx S_1 .

I) Si k est pair ; $k = 2^n k_1$ avec k_1 impair.

Le découpage de la partie inférieure de la figure 1' nous donne une décomposition en pièces à l'échelle $2^{n-1}k_1$, elles-mêmes décomposables en pièces à l'échelle $2^{n-2}k_1$, etc, jusqu'à une décomposition en pièces à l'échelle k_1 (avec k_1 impair).

II) Il reste donc à démontrer la propriété pour une échelle k impaire.

Nous examinerons successivement les trois classes de reste de k dans la division par 3 :

1. Si $k \equiv 0 \pmod 3$ donc si $k = 3k_2$.
Le sphinx S_3 est pavable par des sphinx S_1, comme le montre la figure 2.

Supposons que le sphinx à l'échelle $3k_2$ est pavable par des sphinx S_1.

Montrons que le sphinx à l'échelle $3(k_2 + 1)$ est pavable par des sphinx S_1 : (figure 3)

les parallélogrammes 1, 2, 3 ont pour dimensions respectives $[6k_2 ; 3]$, $[3k_2 + 3 ; 3]$, $[9k_2 - 3 ; 3]$. $3k_2$ étant impair, les nombres $6k_2$, $3k_2 - 3$ et $9k_2 - 3$ sont pairs et ces trois parallélogrammes 1, 2, 3 sont pavables par des parallélogrammes du type de la figure 4.

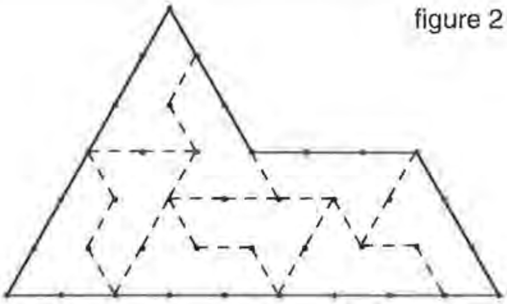


figure 2

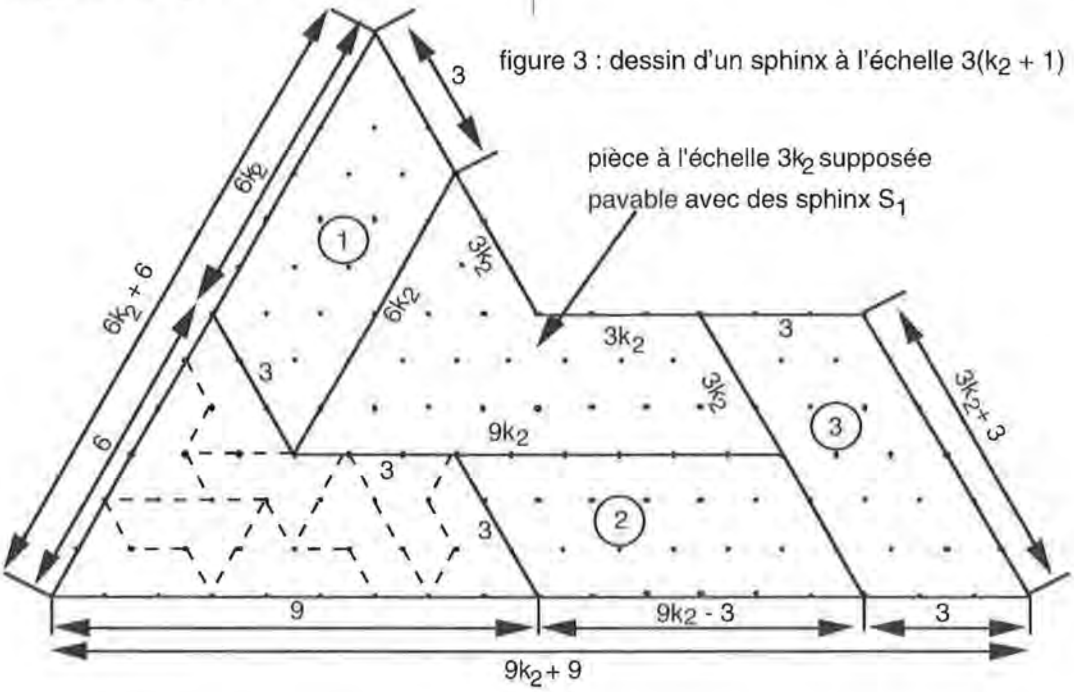


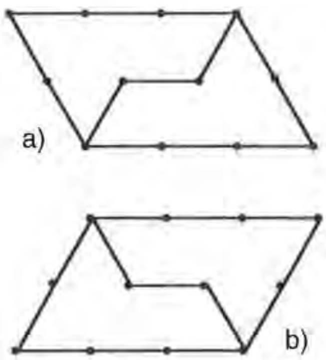
figure 3 : dessin d'un sphinx à l'échelle $3(k_2 + 1)$

le sphinx à l'échelle $3(k_2 + 1)$ étant constitué de polygones eux-mêmes pavables par les sphinx S_1, il est lui-même pavable par ces sphinx. La propriété est alors démontrée lorsque $k \equiv 0 \pmod 3$.

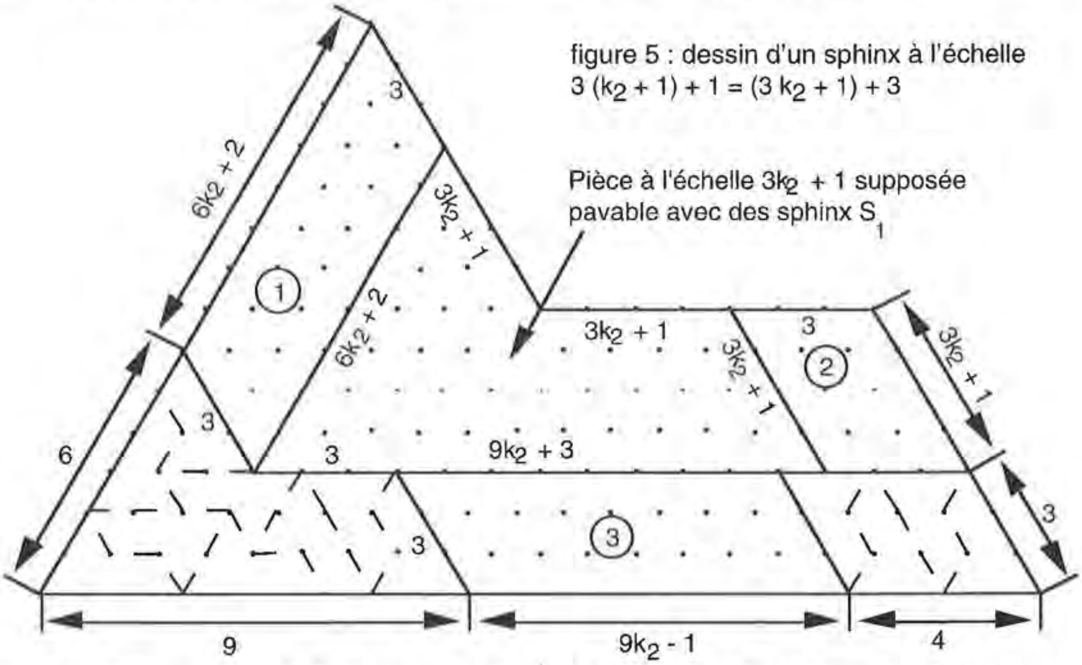
2. Si $k \equiv 1 \pmod 3$ donc si $k = 3k_2 + 1$.

Le sphinx S_4 est pavable par des sphinx S_1 (en utilisant le pavage par des sphinx S_2, de façon analogue au pavage de la figure 1). Supposons que le sphinx à l'échelle $3k_2 + 1$ est pavable par des sphinx S_1.

figure 4



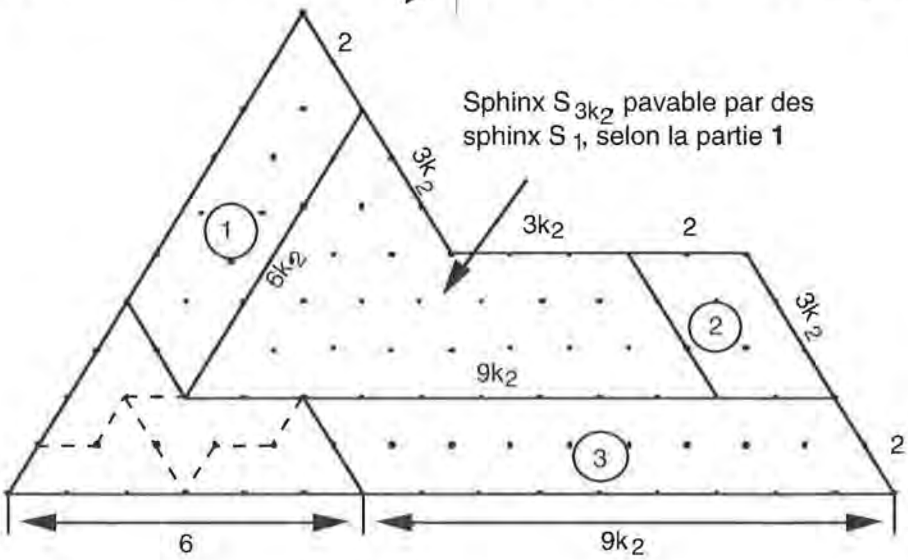
Montrons que le sphinx à l'échelle $3(k_2 + 1) + 1$ est pavable par des sphinx S_1 :



Les parallélogrammes 1, 2, 3 ont pour dimensions respectives $[6k_2 + 2 ; 3]$, $[3k_2 + 1 ; 3]$, $[9k_2 - 1; 3]$. $3k_2$ étant impair, les nombres $6k_2 +2$, $3k_2 + 1$ et $9k_2 - 1$ sont pairs et ces trois parallélogrammes sont pavables par des parallélogrammes du type de la figure 4.

Le sphinx à l'échelle $3(k_2 + 1) + 1$ étant constitué de polygones eux-mêmes pavables par les sphinx S_1, il est lui-même pavable par ces sphinx. La propriété est alors démontrée lorsque $k \equiv 1 \pmod 3$.

3. Si $k \equiv 2 \pmod 3$ donc si $k = 3k_2 + 2$.



Les parallélogrammes 1, 2, 3 ont pour dimensions respectives [2 ; $6k_2$], [2 ; $3k_2$], [2 ; $9k_2$]. Les nombres $6k_2$, $3k_2$ et $9k_2$ sont des multiples de 3 et ces trois parallélogrammes sont pavables par des parallélogrammes du type de la figure 4a ou 4 b.

Le sphinx à l'échelle $3k_2 + 2$ étant constitué de polygones eux-mêmes pavables par les sphinx S_1, il est lui-même pavable par ces sphinx. La propriété est alors démontrée lorsque $k \equiv 2 \pmod 3$

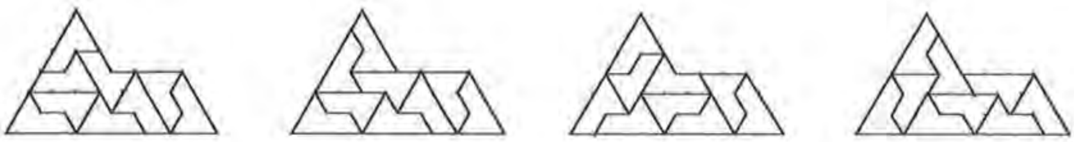
La propriété est alors démontrée lorsque $k \equiv 2$ (mod 3).

En conclusion, la propriété est démontrée lorsque k est impair, donc d'après la partie I, la propriété est démontrée pour tout k entier naturel.

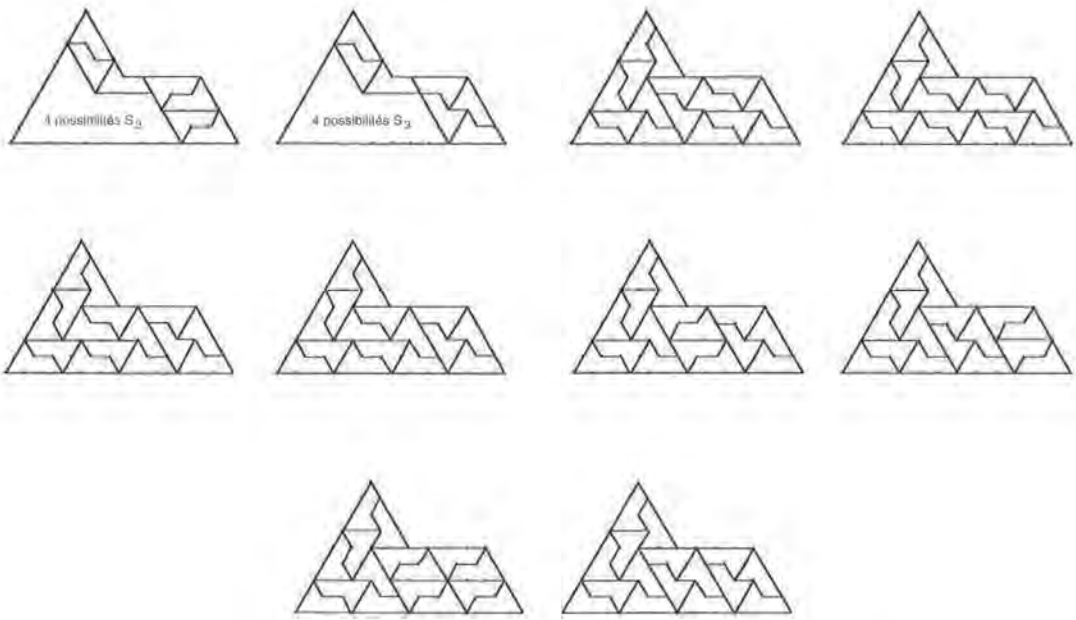
Quelques solutions

S_1 et S_2, une seule solution (voir figure 1)

S_3, 4 solutions :



S_4, 16 solutions :



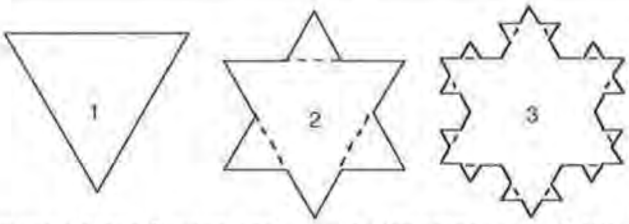
Histoire d'étoiles

Michel Brêchet

L'action ne se déroulera pas aux confins de l'univers... bien que, après réflexion, il est peut-être prématuré d'être à ce point affirmatif. Nous ne tenterons pas non plus de percer les secrets de la Voie Lactée... mais là aussi sommes-nous certainement un rien trop catégoriques. Néanmoins rassurez-vous, vous serez tout de même amenés à papillonner d'une étoile à l'autre. Des étoiles bien réelles au début de l'histoire, mais qui, au fil des minutes et pour l'éternité, en engendreront d'autres, infiniment plus complexes, sans existence physique et donc issues de l'imagination... enfin, cela reste à voir !

L'occasion est belle pour faire un peu de mathématiques. Des mathématiques pour aiguiser la curiosité des élèves, les conduire à la notion de paradoxe, les amener à "voir" l'infini, mais aussi pour leur permettre d'investir leurs connaissances dans une situation qui a du sens et, dans une certaine mesure, les sensibiliser aux trésors d'inventivité que la nature a développés au cours des milliards d'années. De quoi s'agit-il ?

"Fractoiles"



Les côtés de chacune de ces figures sont isométriques. A chaque étape, la longueur du côté de la figure précédente est divisée par trois. En partant d'un triangle équilatéral dont le côté mesure 13,5 cm, pourrait-on imaginer une étoile dont le périmètre est supérieur à 1 m ? à 100 m ? à la distance Terre-Lune ? Existe-t-il une étoile dont l'aire est supérieure à celle du sol de ta salle de classe ?

Vous aurez peut-être reconnu qu'en répétant à l'infini la transformation induite par les trois figures ci-dessus, on obtient le "flocon de neige" du mathématicien Helge Von Koch (1870-1924), qui fut, au début de ce siècle, le premier à le décrire. Cette suite de figures est remarquable par la diversité des notions qu'elle permet d'aborder :

- la construction de polygones,
- la notion de fonction,
- les figures semblables,
- le calcul algébrique,
- les calculs d'aire et de périmètre,
- la relation de Pythagore,
- la limite d'une suite de nombres,
- l'infini,
- la résolution d'inéquations,
- la notation scientifique,
- l'utilisation de la calculatrice,
- ...

«Fractoiles» représente donc un exemple type d'activité «horizontale» et constitue un problème de recherche bien consistant. Il s'adresse prioritairement à des élèves de 14 ans et plus, et nécessite, dans le cadre de la scolarité obligatoire, au minimum quatre périodes de travail.

Gestion de la classe, démarches possibles, difficultés rencontrées[1]

Phase d'approche

La première tâche des élèves a consisté à observer attentivement les trois figures et à déduire les règles implicites qui permettent de passer d'une figure à l'autre. L'appréhension du processus itératif n'a pas été immédiate et il s'est avéré nécessaire de leur demander de dessiner en partie le contour de l'étoile no 4. Une discussion collective a ensuite offert la possibilité de faire émerger de nombreuses représentations:

Plusieurs élèves ont été affirmatifs[2]: *"Comme à chaque étape le nombre de côtés augmente, il est certain que l'on pourra obtenir une étoile dont le périmètre est supérieur à la distance Terre-Lune".* Certains se sont montrés plus sceptiques: *"D'une étoile à l'autre, les côtés deviennent de plus en plus petits; dès lors, la somme d'un très grand nombre de très petites choses est-elle forcément très grande ?".*

D'autres ont révélé des difficultés à prendre conscience des variations respectives des deux grandeurs en jeu, à savoir celles de périmètre et d'aire: *"Une figure dont le périmètre est égal à la distance Terre-Lune est immanquablement très très grande, et donc bien plus grande que le sol de la salle de classe".*

Enfin, quelques élèves ont été dans l'impossibilité de se prononcer sur des objets n'existant que par une abstraction d'esprit : *"A partir d'une certaine étape, les figures deviendront très compliquées et ne seront plus constructibles, elles n'auront plus d'existence matérielle; on ne peut pas prévoir ce que deviendront le périmètre et l'aire de chacune d'elles".*

Toujours dans le but d'aider les élèves à s'approprier la situation, je leur ai demandé de construire en vraie grandeur, sur feuille blanche, la troisième étoile. Ce travail a notamment conduit à :

- apprendre à analyser une figure pour la reproduire : il est ici très utile de repérer les triangles équilatéraux qui ne sont pas totalement tracés, les côtés parallèles, les angles isométriques,
- développer l'habileté manipulatoire des élèves,
- utiliser un langage précis : côté, angle, sommet,
- appliquer en situation certaines techniques: subdiviser un segment en trois parties isométriques et reporter un angle à l'aide du compas.

Phase de recherche

Élaborer une procédure permettant de trouver les termes de la suite des périmètres.

Trois figures sont dessinées ... et d'autres sont à imaginer. Pour supporter cette tâche de représentation et trouver une méthode de résolution, un tableau de valeurs s'est révélé être un moyen approprié. Son élaboration a passé par :

- le dénombrement des côtés de chaque étoile, que l'on obtient en multipliant par quatre le nombre de côtés de l'étoile précédente,
- le calcul de la mesure de chaque côté, quotient d'une division par trois de la mesure du côté de l'étoile précédente,
- une succession de multiplications du nombre de côtés par la mesure de chacun d'eux, afin de déterminer les valeurs des différents périmètres.

[1]Les lignes qui suivent reflètent le déroulement de cette activité avec des élèves de 9e année.

[2]Les textes en italique sont une "traduction" en langage adulte des propos des élèves.

étape	1	2	3	4	5	6	7
nombre de côtés	3	12	48	192	768	3072	12288
mesure du côté (cm)	13,5	4,5	1,5	0,5	0,166...	0,055...	0,0185...
périmètre (cm)	40,5	54	72	96	128	170,66...	227,55...

Une constatation immédiate s'est imposée : le périmètre augmente d'une figure à l'autre. A ce stade, les élèves ont dû choisir une stratégie pour arriver au but. Ils auraient, bien sûr, pu augmenter le nombre de couples "étape/périmètre", ... mais ils ont estimé que cela leur prendrait beaucoup de temps.

(C'est encore loin la Lune ? Tais-toi et calcule !!) Ils ont alors cherché une régularité. Certains ont cherché la fonction qui associe chaque numéro d'étape au périmètre de l'étoile correspondante. Une procédure de ce genre est toujours très efficace. Malheureusement, la complexité de la loi de passage en jeu ($n \to 40,5 \cdot (4/3)^{n-1}$) a provoqué de nombreux découragements.

La plupart ont procédé de proche en proche et ont trouvé la relation existant entre les ▶ périmètres successifs. Trois méthodes pour la mettre en évidence[3]:

a) Numériquement, par divisions :

54 : 40,5 = 1, 33 ... 72 : 54 = 1,33 ...
96 : 72 = 1,33 ... ...

b) Géométriquement: à chaque étape, on remplace le tiers central d'un côté par les deux autres côtés du triangle équilatéral construit sur lui. La longueur d'un côté est donc tout d'abord divisée par trois, puis multipliée par quatre. En conséquence, elle est multipliée par 4/3.

c) Algébriquement: dans ce cas, le niveau d'abstraction est plus élevé; la raison 4/3 s'avère cependant très explicite.

étape	1	2	3	4	5
nombre de côtés	3	12	48	192	768
mesure du côté	a	a/3	a/9	a/27	a/81
périmètre	3a	4a	16a/3	64a/9	256a/27

Comment exploiter alors cet opérateur multiplicatif ? Un des obstacles rencontré par plusieurs élèves a consisté à dépasser le modèle de la linéarité. En voici deux manifestations :

"Le périmètre de la 5e étoile est supérieur à 1 m. En conséquence, c'est à la 500e étape que l'on obtiendra une étoile dont le périmètre est supérieur à 100 m".

"Le périmètre de la 2e étoile est égal à 40,5 · 4/3. Le périmètre de la 20e étoile sera donc égal à 40,5 · 4/3 · 20".

Ces élèves ont pu prendre conscience de l'inadéquation de leur modèle en vérifiant, sur ma demande, leurs hypothèses à partir d'autres cas particuliers.

Habituellement, une procédure de type "pas à pas" est longue et fastidieuse. Toutefois, dans ce problème, une telle procédure se révèle particulièrement efficace, ... à condition d'utiliser judicieusement la calculatrice. En effet, pour répondre aux questions relatives au périmètre, il suffit d'effectuer la suite d'opérations

3 En règle générale, seules les deux premières sont utilisées par les élèves.

$$40{,}5 \cdot 4/3 \cdot 4/3 \cdot 4/3 \cdot 4/3 \cdot 4/3 \cdot 4/3 \cdot \ldots$$

et de dénombrer les facteurs 4/3 nécessaires au franchissement de chacune des valeurs données. Précisons que pour la distance Terre-Lune (380000 km), les élèves devront être à l'aise avec la notation scientifique, ou alors, pour contourner les difficultés liées à cette écriture, exprimer le périmètre de la figure initiale en km.

On trouve finalement les résultats suivants :

comme $40{,}5 \cdot (4/3)^{20} \approx 12771$
et $0{,}000405 \cdot (4/3)^{72} \approx 400907$

il faudra respectivement 21 et 73 étapes pour obtenir les étoiles demandées.

Qu'en est-il de la suite des aires ?

A priori, la majorité des élèves était catégorique : *"A partir d'une certaine étape, toutes les figures auront une aire supérieure au sol de la salle de classe"*. Pour montrer cette prétendue évidence, la plupart d'entre eux ont réalisé un tableau de valeurs. Une telle approche numérique demande, par exemple, à chaque étape :

- de déterminer la mesure du côté de la figure,
- de dénombrer les "petits triangles",
- de calculer l'aire de chacun d'eux en utilisant le théorème de Pythagore, car il serait très délicat d'envisager un travail fondé sur des mesures,
- de calculer l'aire de l'étoile.

étape	1	2	3	4	5
mesure du côté (cm)	13,5	4,5	1,5	0,5	0,166...
nombre de "petits triangles"	1	12	120	1128	10344
aire d'un "petit triangle" (cm2)	78,92	8,77	0,97	0,11	0,01
aire de l'étoile (cm2)	78,92	105,22	116,91	122,11	124,42

Ici également, l'aire augmente d'une étoile à l'autre, ... mais l'écart, d'une aire à l'autre, devient toujours plus petit. Il est donc bien difficile, en se fondant sur l'étude de ce tableau, de prévoir s'il existera une étoile dont l'aire est supérieure au sol de la salle de classe. Et voilà l'incertitude qui s'installe !
Comme dans le cas précédent, il s'agit de trouver une méthode permettant de calculer rapidement les termes de la suite des aires. Cette tâche est cependant inaccessible à des élèves de scolarité obligatoire. Si A_1 désigne l'aire de la figure initiale, l'aire de la nième figure est donnée par la formule

$$A_n=A_1(1+1/3(1+4/9+(4/9)^2+(4/9)^3+\ldots+(4/9)^{n-2}))$$

formule dont le niveau de complexité est indéniable. Dès lors, comment sortir de l'impasse ? Envisageons deux stratégies (... mais signalons qu'aucune d'elles n'a été mise en oeuvre spontanément par les élèves) :

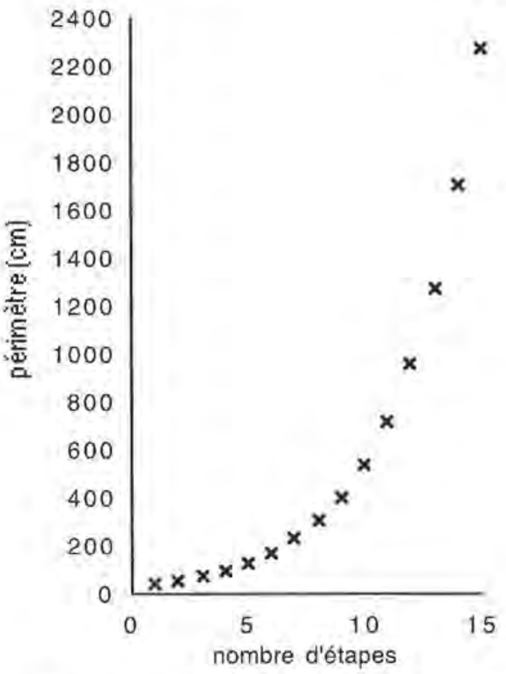
a) En regardant cette suite de figures de près, on constate, d'une part, qu'à chaque étape les triangles ajoutés sont toujours suffisamment petits pour ne pas se chevaucher. D'autre part, et c'est là un résultat très surprenant, chaque figure sera toujours à l'intérieur du cercle circonscrit au triangle initial, et ainsi aucune d'elle n'atteindra l'étendue du sol de la salle de classe. Voilà pour la méthode "bon sens".

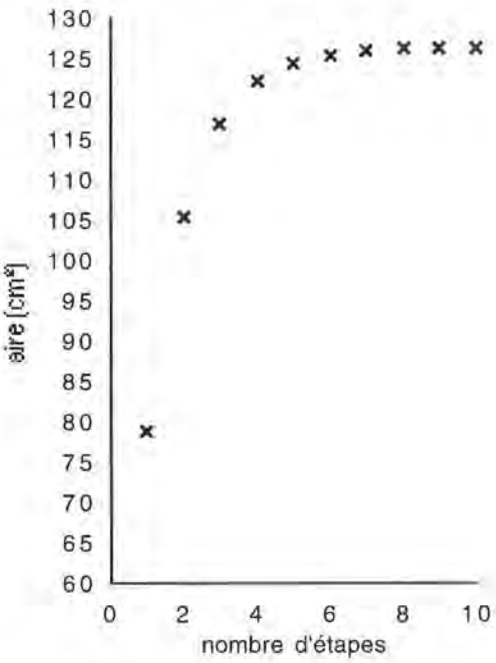
b) Contrairement aux questions relatives au périmètre, le calcul de quelques couples supplémentaires "étape/aire" permet ici de répondre à la question posée. Les élèves sont en effet assez vite convaincus que, même après un grand nombre d'étapes, les aires des figures ne seront guère plus grandes que celle du triangle initial.

Phase de synthèse

C'est finalement les représentations graphiques qui montrent le plus clairement les étonnantes propriétés de cette suite de figures, propriétés qui vont à l'encontre de toute intuition raisonnable et semblent fondamentalement différentes de tout ce que l'on peut rencontrer dans la nature :

la suite des périmètres tend vers l'infini, car l'opérateur multiplicatif en jeu est supérieur à 1, la suite des aires est bornée (sa limite est égale à $8/5 \cdot A_1 \approx 126{,}27$). Le "flocon de neige" est donc une figure de périmètre infini contenue dans un espace fini.





Les mathématiques : monde clos ou langage de la nature ?

Si ce problème présente un intérêt évident pour le scientifique, il pourrait aussi contribuer à renforcer le point de vue, largement répandu chez les élèves, selon lequel les mathématiques sont un monde clos avec de propres règles et non un ensemble d'outils de compréhension et d'analyse du réel. Et si l'étude s'arrêtait ici, les élèves pourraient légitimement penser qu'un objet comme le "flocon de neige" n'a pas d'équivalent dans la nature, qu'il est et restera un pur produit du cerveau humain. A leurs yeux, une fois de plus serions-nous tentés de dire, le thème de la leçon de mathématiques aurait été puisé uniquement dans le domaine de l'imaginaire. En fait, il n'en est rien, et c'est en lorgnant du côté de l'histoire que l'on s'en convaincra.

Un peu d'histoire

Au cours des années 60, le mathématicien français Benoît Mandelbrot (1924 -) s'intéressa aux figures obtenues par itérations successives[4] . Il suggéra alors de les appe-

[4] A la suite de la découverte de Von Koch, quelques mathématiciens imaginèrent à leur tour des objets possédant les étranges propriétés du "flocon de neige". L'un d'eux est le tapis de Sierpinski, construit en découpant en son centre le neuvième de son aire, puis en découpant les centres des huit petits carrés restants, et ainsi de suite. L'analogue tridimensionnel est l'éponge de Menger, un réseau spatial dont l'aire est infinie mais dont le volume est nul.

ler **objets fractals** (du verbe latin frangere, briser). Ces figures infiniment complexes n'ont bien entendu pas de réalité physique; ce sont des idéalités. Elles reposent sur un concept commun, celui de l'invariance d'échelle. Celle-ci implique la récurrence, un motif à l'intérieur d'un motif.

Les objets fractals présentent donc le même aspect, quel que soit leur grossissement. Cette propriété est liée à la technique de construction de ces objets: une même transformation répétée à des échelles de plus en plus petites.

Mandelbrot étudia au cours de sa carrière quantité de phénomènes dont le degré d'irrégularité est conservé, quelle que soit la finesse de l'analyse, c'est-à-dire des phénomènes présentant une irrégularité régulière ! Il créa la géométrie fractale, qui trouva des applications dans l'étude des cyclones, de la surface terrestre, du contact entre un pneu et le bitume, des rythmes économiques, des perturbations électriques, etc. L'invariance d'échelle comme principe organisateur permit d'établir des rapprochements inédits et insoupçonnés. Ainsi, comme le montre J. Gleick[5] :

La structure fractale apparut également dans les poumons, dans la ramification des vaisseaux sanguins et dans l'appareil digestif. Les poumons d'un être humain renferment une surface supérieure à celle d'un court de tennis. Dans la plupart des tissus, aucune cellule n'est jamais éloignée de plus de trois ou quatre cellules d'un vaisseau sanguin, et pourtant les vaisseaux et le sang occupent très peu d'espace. Dans l'appareil digestif, les tissus présentent ondulations sur ondulations.

De découvertes en découvertes, fractal devint finalement synonyme d'une manière de décrire et de penser les formes irrégulières, fragmentées et disloquées, du contour cristallin des flocons de neige aux poussières discontinues des galaxies. La géométrie fractale serait-elle la vraie géométrie de la nature ?

"Prenez un segment; enlevez le tiers central, puis enlevez le tiers central des segments restants, et ainsi de suite. L'ensemble de Cantor est la poussière de points resultante. Leur nombre est infini, mais leur longueur totale vaut zéro. Mandelbrot vit dans l'ensemble de Cantor un modèle pour l'apparition des erreurs sur une ligne de transmission électrique. Les ingénieurs observaient des périodes de transmission libres d'erreurs mélangées à des périodes au cours desquelles les erreurs arrivaient en rafales. En y regardant de plus près, ces rafales, elles aussi, renfermaient des périodes libres d'erreurs. Mandelbrot découvrit que, quelle que fût l'échelle de temps, des heures ou des secondes, les erreurs et les intervalles de transmission propres étaient liés par une relation constante."

[5] James Gleick
La théorie du chaos (Flammarion, 1991)

Le partage du carré : suite et fin ?

François Jaquet, IRDP

Au fil des numéros[1], le partage d'un carré en 6 triangles semblables s'affirme comme un bel exemple de problème coopératif.

Michel Criton, qui l'avait proposé dans la revue *Jouer, Jeux mathématiques* (reprise par *Tangente*), a pu obtenir les solutions et nous envoie les trois familles manquantes dans notre numéro 179, dont l'une a été trouvée entretemps par un de nos lecteurs, Jean-François Theumann.

Dans ces trois familles, le rapport des longueurs des côtés de l'angle droit de ces triangles est toujours une solution réelle d'une équation du troisième degré :

pour A : $x^3 - x^2 + 3x - 2 = 0$ et vaut $x \approx 0{,}715$.
pour B : $2y^3 - y^2 + 3y - 2 = 0$ et vaut $x \approx 0{,}632$.
pour C : $3z^3 - 2z^2 + 2z - 1 = 0$ et vaut $z \approx 0{,}552$

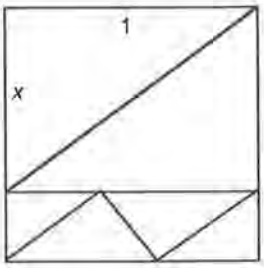
Nous voici donc arrivés aux 97 solutions annoncées par Nob Yoshigahara. Mais y en-a-t-il d'autres ?

Et pourquoi, parmi les neuf familles découvertes, tous les rapports entre les côtés des angles droits des triangles sont-ils solution d'une équation du premier degré ou d'une équation du troisième degré ?

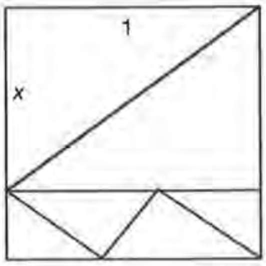
Merci à tous les lecteurs qui voudront bien nous transmettre leurs remarques ou compléments sur ce problème. [ndlr]

[1] Voir *Math-Ecole* no 175, 179, 180

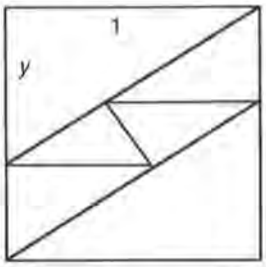
A_1



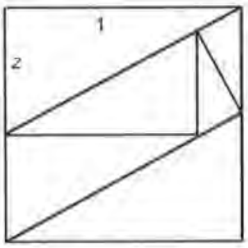
A_2



B



C



Famille A (x = 0,715 ...)
Tetsu Kawahara, Japon, 2 solutions différentes.

Famille B (y = 0,632 ...)
Dick Hess, USA, 1 seule solution.

Famille C (z = 0,552...)
Nob Yoshigahara, Japon et Jean–François Theumann,Suisse, 1 seule solution.

Le coin du net

Luc-Olivier Pochon, IRDP

I claim that to design systems that involve both machines and people's minds is art first, technology second, and in no way a derivative specialty off in some branch of computer science.

Ted Nelson (1972) Xanadu. In Dream Machines.

Une nouvelle «virée» sur des sites consacrés à l'enseignement des mathématiques déjà mentionnés dans cette rubrique amène quelques déceptions, notamment en ce qui concerne le versant francophone. Si les contenus annoncés étaient souvent alléchants - cours de mathématiques, tests d'auto-contrôle, glossaires, coins d'énigmes mathématiques et de jeux de logique, services de consultation, etc. - les réalisations stagnent et laissent souvent à désirer. Les contenus restent rares et épars. Les sites se font et se défont. Trop de liens mènent aux pages fatidiques «under construction». Mais il est vrai que les sites consacrés aux mathématiques et à l'éducation deviennent de plus en plus nombreux sur Internet et qu'il serait quelque peu prétentieux de vouloir porter un jugement sur l'ensemble des productions.

Comme pour les chercheurs d'or, il n'est pas toujours aisé de découvrir un bon filon ! Il est aussi vrai que les bonnes idées ne manquent pas (mais pas forcément nouvelles !) : présentations de théorèmes de géométrie sous la forme d'images animées, jeux divers, foires aux questions sur les sujets épineux de l'enseignement mathématique. etc.

Du côté anglo-saxon, le choix est plus vaste et les travaux ont souvent un caractère plus achevé. Au niveau des mathématiques et de l'éducation une solution très intéressante est celle d'un forum (groupe de discussion) qui donne lieu à une gazette «électronique». Vous pouvez trouver cette revue «en ligne» à l'adresse suivante :

http://forum.swarthmore.edu/electronic.newsletter/

Son but est de donner accès à des ressources qui sont construites à partir des questions posées et des réponses apportées par les membres de la communauté virtuelle qui en a fait son point de ralliement. Elle permet à chacun de présenter ses projets avec toutefois un exigence de qualité que sous-tend l'idée de revue.

Trois à quatre articles originaux paraissent chaque semaine, chacun renvoyant à de nombreuses références. On y trouve des informations pour tous les niveaux d'enseignement. Au mois de novembre, une famille de références concerne le pavage du plan et la construction d'«origami».

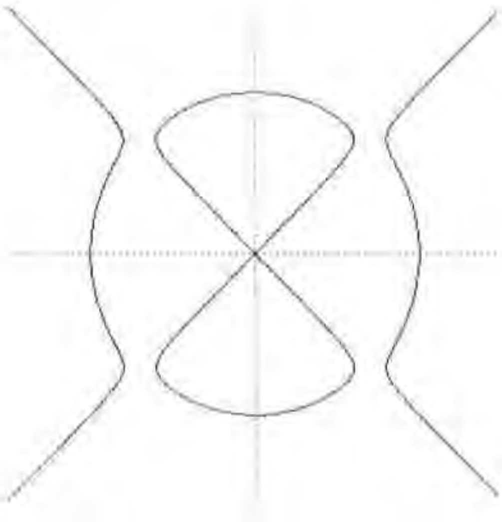
Un autre site remarquable, mais également en anglais et pas directement lié à l'éducation, est celui des archives d'histoire des mathématiques «MacTutor History of Mathematics Archive» à l'adresse :

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/

On y trouve les biographies de la plupart des «grands» mathématiciens, un index des courbes les plus fameuses (voir figure), une bibliographie sur l'histoire des mathématiques, l'adresse des sociétés mathématiques, etc.

En définitive, ce nouveau (mais bref) tour d'horizon de la planète net montre un monde fort contrasté, allant de brouillons électroniques à de véritables encyclopédies interactives et collectives. De bonnes idées de cours interactifs restent à être ajustées pour être réellement efficaces du point de vue didactique.

▶



Mais L' Internet montre ses véritables potentialités au niveau des créations collectives. Il semble que seuls des réseaux constitués par des communautés d'intérêt peuvent répondre aux réseaux des machines et des bases de données, et en orchestrer l'ensemble. Perspective intéressante qui doit réjouir plus d'un systémicien!

figure : *La courbe du diable est une courbe fameuse figurant dans les archives d'histoire des mathématiques de MacTutor. Selon cette source, cette courbe a été étudiée par Gabriel Cramer (mathématicien genevois) en 1750 et François Sylvestre Lacroix en 1810. Elle apparaît dans les Nouvelles annales en 1858.*

Les courbes de cette famille sont données par la relation :

$$y^4 - x^4 + a\,y^2 + b\,x^2 = 0$$

Il est possible de façon interactive de modifier les paramètres intervenant dans la relation et d'apprécier les changements au niveau de la figure.

Extrait de PanoraMath96
(Mathématiques sans frontières)

Le chèvrefeuille

Le chèvrefeuille est une plante aux fleurs odorantes de la famille des caprifolliacées et qui grimpe le long des arbres.

Notre chèvrefeuille est enroulé autour d'un tronc cylindrique de 40 cm de diamètre.

Il en fait huit fois le tour en une hélice régulière pour atteindre une hauteur de 12 m.

Calculez la longueur totale de la liane.

Le télésiège

Au moment où Alain qui est assis sur le siège n° 98 croise le siège n° 105, son copain George, qui occupe le siège n° 241 croise le siège n° 230.

Bien sûr, les sièges, régulièrement espacés sur le cable, sont numérotés dans l'ordre à partir du n° 1.

Combien cette remontée mécanique compte–t–elle de sièges en tout ?

Revue des revues

PRATIQUES Math

C'est avec plaisir que nous avons découvert, il y a un an environ, *PRATIQUES Math*, qui existe pourtant depuis bientôt une dizaine d'années. Ce bulletin est réalisé par des praticiens de la classe de mathématiques à destination d'enseignants de mathématiques mais il «ne parle pas que de mathématiques». *PRATIQUES Math* veut d'abord être un outil d'échanges entre enseignants. Il veut donner la parole à ceux qui militent pour une prise en compte plus globale des jeunes en sortant des coutumes et des rituels de l'enseignement des mathématiques. Les rubriques donnent un aperçu des propositions que l'on peut trouver au fil des différents numéros :

- Formation des enseignants
- Outils pour la classe
- Activités pour la classe
- Math enjeux
- Verrous au changement
- Articulation entre cycles
- Système éducatif
- L'établissement scolaire
- Études didactiques
- Livres et revues

A ce jour dix numéros spéciaux sur des thèmes particuliers sont disponibles :

- Prendre en compte l'évaluation à l'entrée en collège.
- Évaluer avec des QCM
- Que donner comme devoirs à la maison ?
- Articles pédagogiques
- Prendre en compte l'évaluation à l'entrée au Lycée
- Des situations problèmes pour la classe
- Apprendre à lire des mathématiques
- Quelles statistiques pour le collège ?
- Liaison terminale /post-bac
- La calculatrice en classes de collège

Ce bulletin a sa place dans toute bibliothèque de collège secondaire, de centre de documentation pédagogique, d'institution de formation des maîtres. On peut évidemment aussi s'y abonner individuellement.

Comme son nom l'indique, PRATIQUES *Math* contient beaucoup de suggestions vraiment «pratiques» pour la classe de mathématiques. En voici quelques-unes tirées des 71 «Propositions d'activités» du numéro 26, d'octobre 1997 (pages 9 à 23) :

1. Dans un livre de mathématiques de 1902 on a trouvé le petit problème suivant :

Un ramasseur de mégots fait une cigarette avec quatre mégots. Il ramasse onze mégots. Combien fumera-t-il de cigarettes entières ?

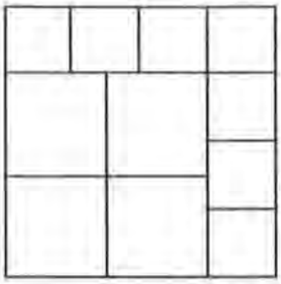
Sauras-tu y répondre ?

2. Voici une méthode de calcul d'une soustraction utilisée il y a 500 ans par Ramus, qui fut le premier professeur de mathématiques au Collège Royal :

5946		5999	8215		8999
-2524	→	-2577	-7907	→	-8691
		3422			0308

Pourrais-tu rédiger le texte de présentation de cette méthode en expliquant, selon toi, ses avantages et ses inconvénients ?

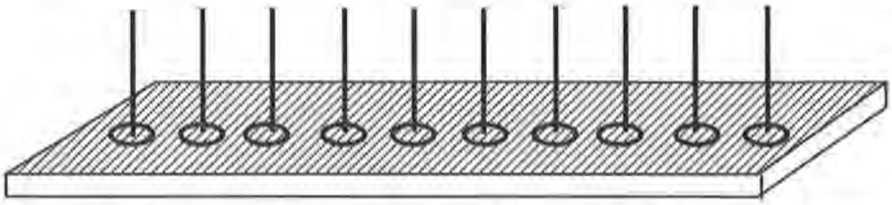
3. Le carré suivant a été découpé en 11 carrés. Peut-on découper un carré en 4,6,7,5,8,3,9,2 ... carrés ?



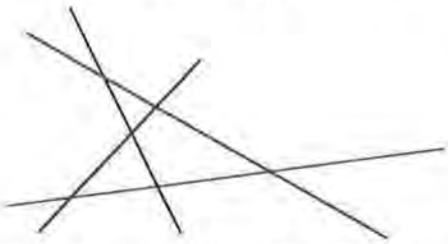
4. Une balle de caoutchouc tombe d'une fenêtre à 32 m au-dessus du sol. Elle rebondit chaque fois à la moitié de sa hauteur de chute. On attrape la balle juste au moment où elle rebondit à 1 m de hauteur. Quelle est la longueur du parcours (à la verticale) effectué par cette balle ?

5. Je pense à un nombre décimal. Si je le soustrais à 4 ou si je le multiplie par 4 je trouve le même résultat. Comment retrouverais-tu le nombre auquel j'ai pensé ?

6. Voici 10 tiges alignées. Sur chacune est placé un anneau. Comment procéderais-tu pour réunir les anneaux deux à deux, en cinq coups. A chaque coup, un anneau passe par-dessus deux tiges occupées

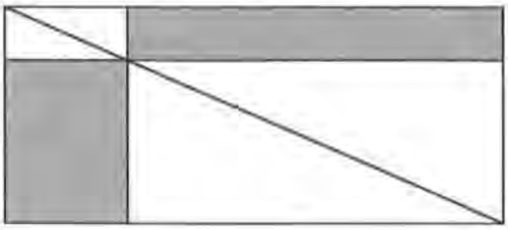


7. Combien peut-on former de triangles en dessinant quatre droites ?



(D'autres dessins sont possibles, et on peut augmenter le nombre de droites)

8. A partir d'un point d'une diagonale d'un rectangle, on trace deux rectangles comme l'illustre ce dessin. Les deux rectangles ainsi obtenus ont-ils même aire ?



Adresse de la rédaction : CEPEC (Centre d'Études Pédagogiques pour l'Expérimentation et le Conseil),
14, Voie Romaine - F-69290 CRAPONNE
Tel : 04 78 44 61 61 - Fax : 04 78 44 63 42 - Courriel : cepec@calva.net
Destinataires : Revue pédagogique et didactique à destination d'enseignants de mathématiques en primaire, en collège et en lycée, de formateurs d'enseignants, de responsables pédagogiques en établissements scolaires, d'étudiants en sciences de l'éducation ou en didactique.
Forme et fréquence de parution : Trois numéros par an de 32 à 40 pages. Format A4. Parution de numéros spéciaux sur thème : service hors abonnement.
Abonnements : France et DOM-TOM (Tous modes de paiement) : Abonnement : 100 FF par an. Numéros spéciaux : 50 F par numéros (40 F pour les abonnés). Étranger Virement CCP 5030 38 D Lyon ou Mandat : Abonnement : 130 FF par an. Numéros spéciaux : 65 F par numéro (52 F pour les abonnés)

Le kangourou des mathématiques

Le 20 mars1998 La FETE DES MATHS Un million et demi de jeunes dans toute l'Europe vont faire la fête des Maths avec le Kangourou, le vendredi 20 mars au matin

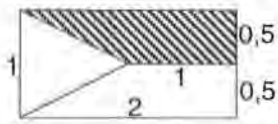
L'association Kangourou Sans Frontière, vous donne rendez-vous le 20 mars prochain avec les jeunes écoliers, collégiens, lycéens, étudiants de Pologne, République Tchèque, Allemagne, Italie, Pays-Bas, Belgique, Slovénie, Roumanie, Bulgarie, Moldavie, Estonie, Biélorussie, Russie, Slovaquie, Ukraine, France. En Suisse, une dizaine d'établissements scolaires participent ...

Voici en guise d'amuse-méninges un petit assortiment des perles du collier Kangourou ...

Les questions du Kangourou 1998

20 pays vont participer au Kangourou 98. Pour décider en commun des questions, des représentants de chaque pays se sont réunis en novembre dernier. Voici des questions sur lesquelles ils ont travaillé mais auxquelles vous avez échappées !

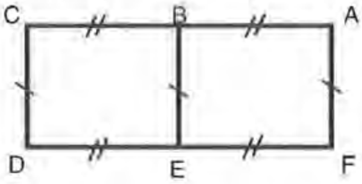
1. Sur le drapeau suivant quel est le rapport entre la surface du trapèze colorié et le drapeau ?



a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{3}{8}$ e) _

2. Sur l'aire de jeu représentée par la figure suivante où AB > AF, Alfred a suivit le parcours ABCDEF, Barnabé ABEFABEFA, Constantin ABEDCBEFA, Dimitri ABCDEBEFA et Ernest ABEBAFEFA.

Qui a parcouru un trajet moins long que celui de Barnabé ?



a) Alfred
b) Alfred et Constantin
c) personne
d) Alfred et Dimitri
e) Dimitri et Ernest
f) Dimitri et Constantin

Renseignements, Inscriptions :

Fax : 33 1 43 26 88 49
minitel : 3615 kang
internet : www.mathkang.org
e-mail : info@mathkang.org
tél. : 33 1 43 26 36 49

La Bibliothèque du Kangourou

Annales collèges 91/97 (corrigées, commentées, avec statistiques).

L'encyclopédie Kangourou au collège Exomalices (4, 3, 2)

Les Kangourous de Poincaré, un recueil d'anecdotes sur les mathématiciens du XXème siècle.

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : ***Math-Ecole*** **- CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

☐ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole*** . (Tarifs en page 2 de couverture.)

Veuillez me faire parvenir :

Collection «Maths pour tous» *(4 cahiers)*. ***Histoire de maths.***
Le monde des symétries. Py, Pytha, Pythagore. La Magie du calcul. ...... *(ex. à Fr. 45.-)*
Le nombre π, ADCS ...... (ex. à Fr. 40.-)*
Les jeux de NIM, par Jacques Bouteloup, ADCS ...... (ex. à Fr. 52.-)*
Jeux IV : de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP ...... (ex. à Fr. 28.-)*
Fichier Evariste APMEP ...... (ex. à Fr. 20.-)*
Enseigner la géométrie dans l'espace, APMEP ...... (ex. à Fr. 32.-)*
Faire de la géom. en jouant avec Cabri-géomètre (I/II) ...... (ens. à Fr. 30.-)*
Encyclopédie kangourou, ACL ...... (ex. à Fr. 28.-)*
Mathématiques du kangourou, ACL ...... (ex. à Fr. 28.-)*
Exos-malices, ACL ...... (ex. à Fr. 29.-)*
Les maths & la plume, ACL ...... (ex. à Fr. 14.-)*
Jeux et découvertes mathématiques, ACL ...... (ex. à Fr. 14.-)*
Panoramaths 96, APMEP ...... (ex. à Fr. 20.-)*
Pliages mathématiques, ACL ...... (ex. à Fr. 17.-)*
Apprivoiser l'infini, ACL ...... (ex. à Fr. 25.-)*
Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, N. Rouche, CREM ...... (ex. à Fr. 26.-)*
Maths en vacances. Hypercube. ...... (ex. à Fr. 15.-)*

Les anciens numéros de ***Math-Ecole*** (prix en page 2 de couverture)

Annales du Championnat de jeux mathématiques et logiques ...... (Fr. 13.- l'ex.)* :

- Niveau CM (degrés 4 et 5) :
  - ***Récrémaths*** .... ex.
  - ***50 Enigmes mathématiques faciles*** ...... (ex. à Fr. 16.-)*
- Niveau collégiens :
  - ***Les Pentagones patagons*** (n° 8) .... ex.
  - ***Le Serpent numérique*** (n° 10) .... ex.
  - ***Le Trésor du vieux Pirate*** (n°12) .... ex.
  - ***Le Singe et la Calculatrice*** (n° 14) .... ex.
  - ***50 Enigmes mathématiques pour tous*** ...... (ex. à Fr. 16.-)*
- Niveau lycéens et adultes :
  - ***La Biroulette russe*** (n° 9) .... ex.
  - ***Le Pin's Tourneur*** (n° 11) .... ex.
  - ***Le Roi des Nuls*** (n°13) .... ex.
  - ***Le Sabre d'Aladin*** (n° 15) .... ex.
  - ***50 Enigmes mathématiques pour lycéens*** ...... (ex. à Fr. 16.-)*
- Anciens numéros encore disponibles (n° 3, 5, 6 et 7) : ....

* Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

Nom et prénom : ☐ Mme ☐ M. ....

Adresse (rue et numéro) : ....

Localité (avec code postal) : ....

Date : .... Signature : ....

JAB

1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7