MATH ECOLE

L'utilisation de la calculette dans une classe à degrés multiples

Quelques instruments de pensée en géométrie

Sur un réseau

39e année

193

août 2000

Math-Ecole, pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.

Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces – bonnes – lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques**.

Dans *Math-Ecole*, on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :

- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques,
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros) :
Suisse : CHF 30.– compte de chèque postal 12-4983-8
Etranger : CHF 35.– par mandat ou virement postal international au compte 12-4983-8
Prix au numéro : CHF 7.–
anciens numéros : CHF 3.– /pièce (n°136, 152 et 153 épuisés)
Abonnements collectifs (livraison à une même adresse) :
de 5 à 9 CHF 22.- par abonnement
de 10 à 50 CHF 20.- par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande.)

Pour toute correspondance ou information :
Rédaction de ***Math-Ecole*, Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**,
par courrier électronique E–mail : **francois.jaquet@irdp.unine.ch**
ou par INTERNET : **http : //www.irdp.ch/math-eco**

Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.

MATH-ECOLE

39e année, cinq numéros par an

193

août 2000

Adresse
Rédaction de *Math-Ecole*
Case postale 54
CH-2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut de Recherche et
de Documentation Pédagogique
Fbg de l'Hôpital 43, CP 54
CH - 2007 Neuchâtel 7
Tél (032) 889 86 03
(de 14h à 17h30, ma, me, je, ve)
ou (032) 889 86 09
Fax (032) 889 69 71

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Comité
Michel Brêchet
Jacques-André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Rachel Habegger
Denis Odiet
Luc-Olivier Pochon
Alain Ramelet
Hervé Schild
Martine Simonet
Mireille Snoecks
Janine Worpe

Mise en page
Raphaël Cuomo

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH-1950 Sion
Tél (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09

Couverture
Spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Sommaire

Éditorial
Patrons vaudois : le niveau baisse

François Jaquet

Les patrons vaudois sont mécontents, les apprentis ne savent plus écrire, ni lire, ni compter. Et cette douloureuse vérité est étalée sur trois pages de l'Hebdo (3 août, p. 16 à 18) avec des titres fracassants : «rapport accablant», «niveau solaire : alerte rouge», «53 bourdes dans une dictée, à qui la faute ?»

Fort heureusement pour nous, la colère et les critiques les plus véhémentes s'adressent à l'enseignement du français et la «faillite» est celle de l'école vaudoise. Mais, cependant, il semble bien que les mathématiques et les autres cantons ne soient pas tout à fait hors de cause :

«Durant les cinq dernières années, les résultats des tests effectués par les apprentis de première année issus des cantons de VD, NE, FR, VS JU et BE francophone reflètent une baisse des résultats» relève la fédération agricole. «En ce qui concerne les mathématiques, le niveau est à qualifier d'insuffisant. On rencontre, en particulier, d'énormes difficultés en algèbre, même au niveau d'une équation du premier degré à une inconnue, des problèmes avec les pourcentages qui sont mal maîtrisés, et également des problèmes de logique relativement graves» affirme un imprimeur-éditeur. La fédération des garagistes constate, elle, «une baisse linéaire et constante de la qualité de l'enseignement scolaire». Un dentiste estime que «...Une règle de trois est souvent hors de la compétence des apprenties». «Ils ne savent pas calculer sans l'aide de la machine à calculer, sont perdus face à un pourcentage ou à une fraction» écrit le responsable de la formation d'un grand groupe de distribution. «Pourquoi les livrets ne sont-ils plus appris par coeur ?» demande une commune.

Au départ de l'affaire, une initiative curieuse émanant du plus haut niveau de l'autorité scolaire : aller demander aux associations professionnelles si les reproches récurrents qu'ils font à l'école sont vraiment fondés. C'est-à-dire : aller chez ceux qui dénigrent l'école pour leur demander de confirmer leur dénigrement. Ou, plus simplement encore, aller se jeter dans la gueule du loup.

On aurait pu imaginer que, face aux critiques, on ait entrepris une enquête «objective» pour tenter d'évaluer les connaissances effectives des apprentis, on ait mis en place un relevé de données comparatives, on ait réuni les différents partenaires du monde scolaire et professionnel. Mais passons et reprenons la lecture de l'article et ce qui y est présenté comme des faits.

Un premier commentaire concerne l'absence totale de références scientifiques dans la présentation des résultats de la consultation. L'article ne précise pas les questions posées ; il n'y a ni regroupements des résultats, ni dépouillement systématique, ni statistiques. Il y a bien une vingtaine de citations ou d'extraits de rapports, mais le lecteur doit faire confiance aux journalistes qui les ont choisis ou aux conclusions du Centre patronal qui s'appuient sur «deux classeurs fédéraux de réponses reçues». Il n'y a pas de doute, c'est évident, c'est flagrant, on ne remet pas en cause les affirmations des uns et des autres :

«Visiblement», l'école ne remplit pas sa mission, les lacunes sont relevées de «manière constante», les employeurs sont «unanimes» à dénoncer la dégradation, et ils sont même arrivés à préciser le début du phénomène qu'ils font «remonter à une dizaine d'années». (Cette précision – de 5 à 10 ans selon les sources – doit faire pâlir d'envie tous ceux qui, dans le monde entier, s'occupent de l'évaluation des systèmes scolaires.)

Dans le même style de fausses vérités assénées, le lecteur apprendra que «depuis des décennies, la pédagogie fait rage dans le canton de

Vaud», «il n'y a plus de dictées, plus de livret, plus de notes, plus d'examens»,...

Un deuxième commentaire concerne la méconnaissance des programmes de l'école obligatoire par ses détracteurs. L'article parle de «suppression du livret, abandonné en 1972-73 mais réintroduit partiellement par les enseignants, avec semble-t-il la bénédiction tacite du département» Or cette affirmation est dénuée de tout fondement: le livret n'a pas été supprimé lors de la réforme des années septante, ni réintroduit plus tard. La table de multiplication a simplement perdu ses aspects de mémorisation virtuose et est devenue une connaissance réfléchie. Les attentes sur la «règle de trois» – encore requise lors des examens d'apprentis alors qu'elle a disparu depuis plus de vingt ans de nos manuels et programmes – sont de même nature que celles sur le livret, sur les pourcentages, sur les équations.

Ceux qui se plaignent semblent ignorer que les programmes ont changé, que les conceptions de l'apprentissage ont évolué, que les finalités de l'enseignement des mathématiques ne sont plus les mêmes aujourd'hui que de leur temps. Un perroquet peut réciter un livret en un temps record, un élève méticuleux peut copier une règle de trois, on peut transformer des équations en entraînant quelques automatismes de base. Mais toutes ces connaissances ne deviennent intéressantes qu'au moment où elles sont opérationnelles, lorsqu'on sait pourquoi on les choisit, lorsqu'on sait à quoi elles servent.

Les apprentis d'aujourd'hui et de demain devront être mobiles, travailler en équipes, utiliser des nouvelles machines. Ils seront confrontés à des problèmes, consistants, pour la résolution desquels il leur faudra trouver des pistes souvent originales. De la première à la neuvième année, en mathématiques, notre école tente précisément de placer les élèves devant des situations problématiques où ils doivent chercher, émettre des hypothèses, essayer, vérifier. Pourquoi n'en serait-il pas ainsi lors des examens d'entrée en apprentissage ?

Notre dentiste qui réclame la règle de trois ne pourrait-il pas, pour évaluer ses futurs apprentis, leur poser un problème en acceptant qu'ils le résolvent de différentes manières ? Il pourrait, par exemple, les confronter à une situation de proportionnalité et constater que certains complètent un tableau de valeurs, que d'autres travaillent de proche en proche, qu'il y en a d'autres encore qui cherchent le coefficient de linéarité, ou qui esquissent un graphique. Il verrait alors se développer des stratégies de résolution, peut-être plus lentes que sa règle de trois, mais combien plus révélatrices des degrés de compétence.

Notre imprimeur-éditeur qui exige des connaissances en algèbre et la résolution d'une équation à une inconnue est-il certain que ces compétences soient au programme des apprentis qu'il va accueillir ? Ne pourrait-il pas leur proposer un vrai problème et le leur laisser résoudre avec leurs propres moyens ?

La baisse de niveau des connaissances est un phénomène déjà cité dans la Grèce classique. Combien de salive y a-t-on consacré au cours des siècles, combien d'encre a-t-elle déjà fait couler depuis que notre presse hebdomadaire (mais aussi parfois quotidienne) envenime périodiquement les relations entre l'école et la société ? Personne n'est gagnant dans ce climat de conflit où pleuvent les accusations, où naissent les rumeurs qui, parfois, frisent la calomnie.

Il y aurait mieux à faire: adapter ses critères de choix et ses examens à la population concernée et à sa formation, se rendre dans les écoles pour comprendre ce que les élèves savent réellement, déterminer les connaissances à mesurer en fonction des capacités qui seront réellement essentielles pour la suite. Finalement, il ne s'agit que d'accepter les futurs apprentis tels qu'ils sont. Certains patrons le savent bien lorsqu'ils s'adressent à eux dans ces termes, par une affiche de format mondial visible actuellement sur les murs de nos gares: «...l'apprentissage,... c'est monstre bien !»

L'utilisation de la calculette dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans une classe à degrés multiples.

Yves Cudré, Nyon

Introduction

Cet article fait suite à celui de J.-M. Favre paru dans *Math-Ecole* no 191 lequel pose la question de l'utilisation des calculettes de poche à l'école.

A l'heure de l'ordinateur dans la classe, l'usage des calculettes à l'école reste d'actualité et leur présence tend même à se généraliser avec leur apparition sur les montres des élèves, les téléphones portables ou bien d'autres gadgets électroniques dont raffolent les enfants. Je constate qu'il est vain de vouloir interdire l'utilisation de ces machines dans nos classes; il vaut mieux dès lors essayer d'en tirer parti pour en faire un auxiliaire valable du développement de notions de mathématiques chez les élèves.

Effectuant occasionnellement des remplacements dans les classes de 7 à 9 des trois divisions, j'ai constaté que les machines à calculer deviennent omniprésentes dès la huitième année et particulièrement dans les classes de la Voie Secondaire Générale (VSG) et dans celles de la Voie Secondaire de Baccalauréat (VSB). Elles servent à effectuer les calculs dans les résolutions de problèmes et sont en permanence sur le pupitre des élèves. Voyant cela, je me demandais alors s'il n'y avait pas une autre piste permettant une utilisation «intelligente» de ces machines qui dépasserait le stade du calculer-vérifier[1].

Position personnelle par rapport à la calculatrice de poche (CP)

Lorsque j'étais moi-même au collège, je me souviens des premières machines mises à notre disposition par notre maître. Elles avaient le format d'un livre de poche. Nous avions dû fabriquer une boîte de protection en carton renforcé et elles étaient de grandes dévoreuses de piles 1,5 V qu'il fallait acheter avec notre argent. Nous les avions reçues en 8e année et elles nous servaient essentiellement à faire des calculs commerciaux. L'objet était magique et j'estimais que j'avais de la chance d'avoir un tel outil à disposition. Presque vingt-cinq ans plus tard, les CP sont souvent sur les tables des élèves les plus grands au même titre que la règle et le crayon. Elle font partie de leur équipement habituel mais leur utilisation n'a pas changé; elles sont simplement devenues omniprésentes.

En tant qu'enseignant dans une classe à degrés multiples[2], je faisais pourtant partie de ceux qui se rebiffent contre l'emploi de cette machine en classe car j'étais persuadé que son utilisation au quotidien tuerait rapidement les aptitudes des élèves en calcul mental. J'en étais resté au stade de la CP contre le calcul mental ! Une telle attitude rejoint tout à fait les études citées par E. Bruillard[3] qui montrent les réactions de rejet des enseignants qui craignent certains effets désastreux de la CP dans leur classe.

1. Ma motivation personnelle était dès lors d'introduire les calculettes afin d'en faire véritablement un instrument supplémentaire favorisant la motivation et la compréhension de mes élèves.

2. Ma classe est une sorte de classe à effectif réduit qui compte aujourd'hui huit élèves de onze à quatorze ans. Ils suivent les programmes de six et septième année de la VSO et doivent en principe réintégrer les classes ordinaires dans les meilleurs délais.

3. Bruillard, E. (1993). *Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école: une analyse.* Grand N no 53, pp. 67-78.

Je pensais depuis mes débuts dans l'enseignement que la CP n'aurait pas sa place dans ma classe tant que je n'avais pas l'assurance qu'elle ne réduirait pas les aptitudes des élèves au calcul mental. Ainsi, depuis neuf ans, je n'avais (presque) jamais laissé entrer de CP en classe. J'étais un vivant exemple de la résistance passive des enseignants à l'égard de la CP !

Au cours d'un séminaire suivi dans le cadre de ma formation de maître de classe de développement, j'ai constaté que l'attitude des autres membres du groupe rejoignait la mienne à bien des égards. Dans un premier temps cela m'a rassuré tout en venant renforcer mes convictions premières. Et ce n'est finalement que grâce à une remarque d'un collègue concernant sa propre utilisation de la calculette en classe que la situation a pu se débloquer.

En préconisant une période hebdomadaire d'exercices des techniques opératoires ou de calcul mental sans CP, il disait pouvoir mettre la calculette à disposition des élèves lors des autres périodes, tout en s'assurant que certaines bases de calcul ne se perdaient pas. Et je constate aujourd'hui que ce n'est qu'une fois que j'ai pu être rassuré sur ce plan-là, qu'il m'a été possible de consentir à l'introduire auprès des élèves de ma classe.

Introduction des CP dans ma classe

Cette introduction, qui ne s'est pas faite sans peine, s'est établie sur plusieurs mois. Voici donc quelques étapes marquantes qui l'ont rendue possible.

Septembre 99 :
Deux élèves apportent une CP en classe et un troisième peut utiliser la CP grâce à sa montre. Je tolère parfois ces engins pendant les cours de maths mais j'interdis leur utilisation la plupart du temps.

Octobre 99 :
Sarah[4], une élève de ma classe, utilise sa CP sans m'en demander la permission. La CP lui permet de travailler plus vite et de résoudre certaines opérations sans faire de calculs écrits. Les autres le remarquent et la dénoncent afin que j'intervienne ; ils la traitent de tricheuse. Sarah se perçoit elle aussi comme une tricheuse.

Octobre 99 :
Je demande aux enfants d'apporter une CP en classe qui y restera en permanence. Christine m'annonce que sa maman refuse de lui en procurer une car elle craint qu'elle en abuse en classe.

Ces réactions sont rapportées au séminaire car elles m'interpellent en posant le problème de fond d'une manière crue. Les enfants se perçoivent comme des tricheurs s'ils utilisent la CP. Mon attitude y est pour beaucoup puisque j'interdis son usage ou je désire le contrôler étroitement. D'autre part, certains parents voient d'un mauvais œil l'entrée de la CP en classe, car ils ont les mêmes craintes que les enseignants.
Fort de l'appui du séminaire, je décide alors de chercher à modifier cette perception de l'objet en généralisant son utilisation dans ma classe.

Novembre 99 :
La classe dispose d'une machine par élève que j'ai pu acheter avec l'autorisation du directeur. Les machines possèdent une touche %, √ , MRC, M– et M+.

4. Tous les prénoms cités sont fictifs.

Ces machines sont à disposition des élèves au centre de la classe dans une jolie boîte en carton. Depuis ce moment, ils peuvent venir prendre une CP quand ils le désirent mais doivent m'avertir.

Novembre 99:
La première expérience en classe a lieu. La mère de Christine, qui ne voulait pas que sa fille vienne à l'école avec une CP, est surprise de voir toutes ces machines lors d'un entretien. Je peux lui répondre posément et la convaincre du bien-fondé de la démarche car ce sont les enfants eux-mêmes qui m'ont apporté des réponses lors de l'expérimentation qui vient de se dérouler.

Janvier 00:
D'autres expérimentations ont lieu en classe. Le sentiment des enfants vis-à-vis de leurs machines évolue. Ils demandent «quand on utilisera encore les machines ?» alors qu'elles sont presque en permanence à leur disposition.

Quelques constats concernant cette introduction

Cette brève chronologie témoigne de la durée nécessaire à l'évolution des attitudes parmi les acteurs de la classe à l'égard de la CP autrement dit du temps qu'il a fallu aux élèves pour que leur perception de la CP évolue et change, petit à petit, en même temps que la mienne. Elle montre également que son intégration dans ma classe était maintenant sur la bonne voie.

A ce titre, j'aimerais faire part de deux choses qui m'ont particulièrement surpris.

1. Idée préconçue de ma part: je pensais que la CP intéresserait les élèves en tant qu'objet parce qu'elle possède des touches et qu'elle affiche des nombres ou quelques lettres au gré de ce qu'on lui donne à faire. Or la première réaction d'une majorité d'élèves qui déclarèrent: «On connaît déjà, on sait comment ça marche» me décontenança. Je ne m'y attendais pas et je réalisai que la tâche serait plus difficile que prévu.

   J'ai cependant pu constater qu'il se trouvait toujours un ou plusieurs élèves qui ne «crochaient» pas sur l'activité que je leur proposais avec la CP. Par contre, dès qu'un camarade faisait une découverte et la communiquait aux autres, même les plus réfractaires voulaient savoir ce qui s'était passé et essayaient à leur tour ce qui venait d'être proposé. Les élèves traversaient donc des phases de rejet apparent puis revenaient régulièrement dans le «jeu» au gré de ce que découvraient leurs camarades et non pas tellement de ce que je souhaitais les voir faire.

2. Pour être à même d'entendre et de chercher à exploiter les découvertes des élèves, il m'a été difficile voire impossible de prévoir à l'avance ce qui allait être abordé au cours des échanges. Ainsi, je me suis résolu, ce qui n'a pas été une mince affaire, à ne pas préparer d'exercices. A moins de diriger radicalement les opérations, on a en effet toutes les chances d'aborder autre chose que la notion qu'il était prévu de découvrir à ce moment-là !

   Dans ces moments de découverte qui vont très vite, j'ai pu constater que mon rôle est pourtant essentiel. Je peux donner une direction qui va orienter une découverte vers un aspect intéressant précis. Malheureusement pour moi, je ne peux pas tout maîtriser et à tout moment, l'attention des acteurs peut m'être retirée par une nouvelle découverte plus sensationnelle !

En voici un exemple (résumé)

Cette expérimentation a eu lieu à la fin d'un moment dirigé en collectif.

- Elle commence par Sarah qui est fière d'avoir pu faire apparaître le code ERROR sur sa CP. Je lui demande de nous indiquer comment elle a fait mais elle ne parvient pas à refaire son cheminement. Tout de suite, les autres s'emparent du problème et d'autres ERROR apparaissent rapidement.

- Loïc trouve:
66666666 – 99999999 = – – ERROR.
Alain propose 456 x 88888888 = ERROR.
Loris trouve 9 x 9 x 9 x 9 x ... ERROR.
Divers cheminements sont donnés et on en vient à rechercher le plus court.
Loris propose 0 : = ERROR en trois touches.
Je propose 8 : 0 = ERROR
Ils s'essaient tous à la première proposition de Loris ainsi qu'à la mienne. Je leur demande pourquoi la machine affiche ERROR, qu'est-ce qu'elle fait ? Ils ne savent pas. Loris dit ensuite qu'elle divise par zéro. Je demande si c'est possible de diviser par zéro et combien ça fait. Ils répondent pour la plupart que ça fait zéro. Je leur demande combien fait 8 : 0 et ils répondent spontanément zéro.

- Alain préfère chercher discrètement d'autres possibilités de trouver le code ERROR et déclare l'obtenir d'une manière originale qui détourne les autres élèves de mes questions concernant le zéro.

- Alain propose 78945612 M– M– ERROR et les autres testent sa solution avant d'essayer de trouver d'autres pistes à l'aide des touches MRC M– et M+. Plusieurs solutions sont produites.
Ne voyant pas encore d'exploitation possible, je leur demande à quoi peuvent servir les trois touches MRC M– et M+.

- Ils découvrent immédiatement que le témoin MEMORY apparaît et que c'est donc une mémoire... mais comment l'utiliser ?

- Loïc propose 5 x 5 = M+ ON MRC et plusieurs camarades, faisant à leur tour cette opération, sont surpris de constater que la machine fait réapparaître le nombre 25 à l'écran.

- Loris propose 7 M+ ON MRC et ils constatent que c'est la touche MRC qui rappelle le contenu de la mémoire sur l'écran. Surprise admirative d'une majorité !

- On discute un peu de la mémoire de la machine et c'est là que je peux faire déboucher cette recherche avec la CP sur un point essentiel de leur programme de mathématique en posant au tableau deux calculs qu'ils doivent faire avec leur machine et les touches MRC M– et M+ qu'ils viennent de découvrir:
(17 x 23) + 19 =...... ils trouvent 410 et disent que c'est facile;
19 + (17 x 23) = ... ils trouvent 826 et sont interpellés.Ils n'ont pas utilisé les touches MRC, M– et M+.

- Puis très peu de temps après, les élèves doivent trouver...
(18 x 19) + (7 x 45) = 657
Sarah trouve très vite 15705 et ne comprend pas pourquoi ce n'est pas juste.
Certains notent le résultat intermédiaire et d'autres utilisent leur propre mémoire pour retenir le résultat de la première partie. Aucun n'a utilisé les touches MRC, M+, M–.
A ce moment précis, ils perçoivent mieux l'utilité de la mémoire de la machine.

- Comment utiliser les touches MRC, M– et M+ pour faire ce calcul ?
Loris y parvient rapidement et peut communiquer sa procédure aux autres qui trouvent à leur tour 657 à l'aide des touches indiquées par leur camarade.

- Je pose au TN...
(9 x 13) + (18 x 22) + (14 x 14) + (101 x 12) = 1921
avec comme consigne d'utiliser les touches MRC et M+.
Alain est découragé et Sarah dit ne plus

vouloir faire cela. Mais Loris lui propose son aide et ils reprennent le problème à deux. L'ensemble de la classe cherche la solution et après quelques minutes, une procédure est proposée et presque tous y parviennent.

- Ils finissent par savoir exécuter ces calculs grâce aux touches MRC M– et M+...
  749 : (77 : 11) = 107
  (1800 – 727) - (76 x 2) = 921
  (49 x 9) - (24 x 5) = 321

- Je suis ravi de ce qu'ils sont maintenant capables de faire avec leur machine !

Quelques commentaires concernant cette expérimentation

Au vu de cette description, on comprend quel chemin il a fallu parcourir, afin de rendre les élèves attentifs à une question essentielle du programme pour laquelle ils n'auraient peut-être eu aucun intérêt. Je constate que grâce à la CP, il a été possible d'aborder une problématique à laquelle je n'avais pas pensé avant de commencer ce jour-là. C'est véritablement grâce à l'outil CP que nous avons pu arriver à aborder cette question dans un enthousiasme presque intact après 30 minutes de manipulations intensives !

Ce sont là des moments d'une grande richesse qui permettent d'aborder un nouveau champ tout en laissant le plus possible l'initiative aux élèves. Même s'il faut bien admettre que si on joue le jeu jusqu'au bout, on ne sait pas toujours où l'on va exactement, ni comment et quand on y arrivera !

Relevons encore pour terminer que c'est juste après ce moment-là que Loris et Alain m'ont demandé s'ils pouvaient acheter leur propre machine et que le lendemain et les jours suivants, Loris me sollicitera à plusieurs reprises pour savoir quand on utilisera à nouveau les CP.

Conclusions

Mes expérimentations de l'utilisation de la CP dans ma classe m'ont donc montré qu'il est possible de l'introduire autrement que comme un outil de vérification ou un instrument d'autocorrection.

Un des grands avantages de la CP réside dans le fait que c'est un objet avec lequel les élèves sont à l'aise, en confiance. Ils peuvent très vite mener leurs propres expériences, les répéter à l'infini et en tirer des règles sur la base des observations qu'ils ont faites.

Dans une telle perspective, l'utilisation de la calculette est très intéressante car elle donne l'occasion aux élèves de se mettre eux-mêmes en situation de recherche.
Par ailleurs, ces moments de découverte collective ou individuelle sont, s'ils sont menés avec doigté et détermination, d'une grande richesse. Ce n'est pas du temps perdu car ils permettent à tous de suivre et chaque élève peut même devenir l'initiateur d'une partie de la démarche. Il me semble que tant que l'on s'évertuera à vouloir développer des activités très précises avec les CP, au plus près des exigences du programme, les maîtres seront contraints de poursuivre leur travail sans véritablement intégrer cet objet dans leurs leçons. Et la CP restera un instrument de vérification dont on se méfiera.

Par contre, si on l'utilise au profit d'une démarche plus ouverte dans laquelle on donne aux élèves le statut d'explorateur et au maître celui de conseiller, je pense que la CP peut devenir un outil intéressant, motivant pour les élèves comme pour les enseignants.

C'est là du reste je pense que réside une partie de l'explication à apporter au fait que la CP reste depuis trois décennies comme reniée par bon nombre d'enseignants (tout au moins dans les classes primaires et dans l'enseignement spécialisé). Une utilisation «intelligente» de cette machine implique en effet des moments très ouverts dans la classe pendant lesquels les élèves mènent des expériences que le maître tente d'orienter vers les points les plus intéressants. Les découvertes faites n'étant parfois pas celles auxquelles il fallait s'attendre, ce sont donc des moments difficiles à insérer dans un chapitre précis de nos programmes. J'y vois là un écueil pour le maître scrupuleux voulant absolument illustrer un point précis du programme en cours avec la CP.

On pourrait dès lors proposer des moments de découverte hebdomadaires de la CP en classe tout comme on trouve des moments de calcul mental ou de géométrie. Ceci permettrait d'aller bien au-delà du calculer-vérifier éprouvé jusqu'ici et d'utiliser enfin cet objet – dont j'ai pu reconnaître le potentiel – comme outil de découverte motivant pour les élèves.

Histoire d'un casse-tête: le dilemme de Monty Hall

Ce petit problème est tiré d'un ouvrage récent[1] retraçant la vie du grand mathématicien Paul Erdös. Selon cet ouvrage le problème a été posé par un lecteur de la rubrique «Ask Marilyn» de la revue *Parade*, dans cette version :

> «Vous êtes dans un jeu télévisé et vous avez à choisir entre trois portes. Derrière une porte il y a une auto et derrière chacune des deux autres une chèvre. Vous choisissez par exemple la porte 1 et l'animateur, qui connaît l'endroit où se trouve l'auto, ouvre une autre porte, derrière laquelle se trouve une chèvre. Après cela il vous laisse le choix de garder la porte 1 ou de reporter votre dévolu sur l'autre porte restée fermée. Qu'est-ce que vous feriez ?» (étant entendu que c'est l'auto qui vous intéresse !)

Il se trouve que ce casse-tête était déjà bien connu sous le nom de « dilemme de Monty Hall» ou «problème des trois portes». C'est celui auquel font (ou faisaient) face les participants à un classique jeu télévisé «Let's make a deal» animé principalement par Monty Hall avec un «grand prix» dans une des boîtes et des prix «de consolations» dans les deux autres boîtes.

L'intérêt de l'épisode de la publication dans les colonnes de *Parade* est qu'il a donné lieu à une véritable polémique entre l'animatrice de la rubrique (Marylin vos Savant) et des lecteurs qui n'étaient pas d'accord avec la solution proposée.

Après les lecteurs de *Parade*, ceux de *Math-Ecole* pensent-ils qu'il vaut mieux changer de porte ou que ce changement n'a aucune incidence sur l'espérance de gain ?

Nous nous proposons d'aborder la solution de ce casse-tête dans le prochain numéro de *Math-Ecole* en y publiant, le cas échéant, votre (vos) solution(s).

L.-O. Pochon

1. HOFFMAN, P. (1999). *The man who loved only numbers*. London : Fourth Estate.

Quelques instruments de pensée en géométrie[1]

Thérèse Gilbert, Université Catholique de Louvain, Belgique

Au départ, une question d'un instituteur: «Quelles connaissances géométriques les enfants doivent-ils absolument avoir acquises en quittant l'école primaire ?» Répondre en termes de concepts (le parallélogramme, le losange,... la perpendicularité, le parallélisme,... les symétries orthogonales, les rotations,...) ne nous semble pas suffisant, tant la façon dont ils auront découvert ces concepts, les relations qu'ils verront entre eux et les images mentales que ces concepts évoqueront en eux influencent la façon dont ils pourront les utiliser en temps utile. L'enseignement actuel de la géométrie en primaire se réduit parfois à des leçons de vocabulaire et de définitions («le losange est un quadrilatère aux côtés de même longueur»), à des études de propriétés («ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu») et à des classements («d'un côté les polygones, de l'autre les autres figures planes»). Peu de problèmes y sont résolus et les concepts, dont les enfants ont donc peu l'occasion de se servir, sont abordés indépendamment les uns des autres.

1. [ndlr] Cet exposé a été présenté à Lausanne, le 6 mars, au Centre de Perfectionnement et de Formation du Canton de Vaud, dans le cadre d'une formation de deux jours sur la géométrie et le visuel au service de nombres en primaire (3P-4P). Les lecteurs qui auraient suivi l'exposé seront heureux d'en retrouver le texte dans *Math-Ecole*. Nous remercions Thérèse Gilbert d'en faire profiter l'ensemble de nos lecteurs.
Ce texte sera aussi publié dans les actes d'une journée académique sur la géométrie à l'école primaire, organisée le 26 avril 2000 par l'IREM de Lille, le CRDP du Nord-Pas de Calais et l'APMEP Régionale de Lille.

Autre question que l'on se pose naturellement lorsque l'on réfléchit à l'enseignement de la géométrie en primaire: «Selon quels critères peut-on déterminer l'intérêt de telle ou telle séquence d'enseignement en géométrie ?» Il est parfois difficile de justifier les choix d'activités que l'on fait. Même quand on est persuadé que celles-ci sont éducatives, les raisons de cette impression restent parfois obscures.

Pour tenter de répondre à ces deux questions, nous nous sommes interrogé sur la façon dont on résout des problèmes géométriques. Cela nous a amené à déterminer des *instruments de la pensée géométrique*, c'est-à-dire les outils mentaux élémentaires qui sont utilisés le plus souvent lorsque l'on résout un problème géométrique. Ces outils sont nombreux et peuvent être décrits de diverses façons. Nous les présentons ci-dessous en cinq groupes. Ceux-ci ont des liens évidents entre eux et pourraient être classés selon d'autres critères.

Nous commençons par présenter deux problèmes géométriques simples – que le lecteur est invité à résoudre avant d'en lire les solutions – qui nous donneront l'occasion de mettre en évidence certains de ces outils ou instruments de pensée. Ceux-ci seront ensuite développés et complétés par d'autres, qui seront illustrés à l'aide de brefs exemples.

Tous les problèmes décrits ci-après appartiennent au domaine géométrique. Les instruments de pensée mis en évidence ne sont pas pour autant tous propres à une activité spécifiquement géométrique. Certains sont utiles plus généralement à la résolution de problèmes mathématiques ou autres. Néanmoins nous développerons prioritairement ceux qui nous paraissent les plus spécifiques à la géométrie ainsi que ceux qui nous semblent les plus négligés dans cette branche des mathématiques.

En outre s'il est vrai que les exemples illustrant la façon de développer les instruments de pensée exhibés concernent l'enseignement primaire, les deux problèmes qui suivent, eux, sont du niveau de l'enseignement secondaire. Il nous a en effet semblé utile, pour enrichir notre réflexion sur la géométrie en primaire, d'examiner la pensée mathématique en recherche en dépassant le cadre de l'enseignement primaire.

Deux problèmes

Situation 1. *On donne un segment AB (figure 1). On demande de trouver tous les points C tels que le triangle ABC soit isocèle.*

Situation 2. *On donne un segment AB (figure 1). On demande de trouver tous les points C tels que le triangle ABC soit rectangle.*

figure 1

Développons les solutions de ces deux problèmes en détaillant un cheminement qui permet d'arriver à les résoudre. La colonne de droite ci-après reprend les principaux instruments de pensée utilisés.

Dans la situation 1, on pense d'abord aux points de la médiatrice de *AB*, surtout si l'on redresse le segment (fût-ce mentalement) pour le voir horizontalement: dans ce cas, on imagine facilement un triangle isocèle «posé sur sa base» (le troisième côté, celui qui, éventuellement, n'est pas de même longueur que les deux autres), c'est-à-dire dans la position habituelle; puis on augmente ou on diminue continûment la hauteur de ce triangle en déplaçant *C* sur la demi-médiatrice (celle au-dessus de *AB*). Le mouvement permet d'atteindre en pensée les triangles isocèles inaccessibles pratiquement (car trop hauts) ou indiscernables du segment (car trop plats). On prolonge naturellement cette demi-droite vers le bas et on évoque les triangles isocèles «posés sur leur pointe», dans une position symétrique à ceux qui sont sur leur base. C' est la symétrie de la situation qui permet de se *persuader* que la médiatrice de *AB* est le lieu des points équidistants de *A* et *B*.

Redresser une figure pour l'amener dans une position privilégiée, où les intuitions émergent plus facilement.

Prolonger en pensée un mouvement pour atteindre des cas inaccessibles.

Evoquer la symétrie pour se ramener à une situation connue.

L'argument de symétrie est évoqué comme raison suffisante.

Mais il existe d'autres endroits possibles pour le point *C*: si cette fois on choisit de considérer *AC* comme base du triangle isocèle, on trouve un point *C* possible en traçant un côté *BC* de même longueur que *AB*. En répétant l'opération, on se rend compte que *C* est sur un cercle centré en *B*. Et c'est forcé, puisque *BC* est toujours de même longueur que *AC*. Pour obtenir *tous* les points *C* (et il y en a une infinité !) tels que *BC=AB*, il suffit donc de tracer le cercle centré en *B* passant par *A*. Le cercle apparaît donc comme ensemble de points, alors que l'idée première du cercle est celle d'une courbe; c'est le mouvement continu du segment *BC* autour de *B* qui permet de percevoir l'ensemble des points comme une courbe.

Parcourir une infinité de points d'un simple mouvement. Le mouvement engendre des figures.

Par raison de symétrie, le cercle centré en *A* et passant par *B* forme également un ensemble d'endroits possibles pour *C*.

Evoquer la symétrie pour se ramener à une situation connue.

De ces trois courbes, la médiatrice et les deux cercles (*figure 2*) il faut bien sûr enlever les points d'intersection avec la droite *AB* pour que les points *A*, *B* et *C* ne soient pas alignés.
Dans la situation 2, on pense d'abord aux perpendiculaires à *AB* passant par *A* ou *B*. On peut faire le même genre de remarques que pour la situation 1 à propos du mouvement et de la symétrie qui peuvent être évoqués pour cette partie de solution.

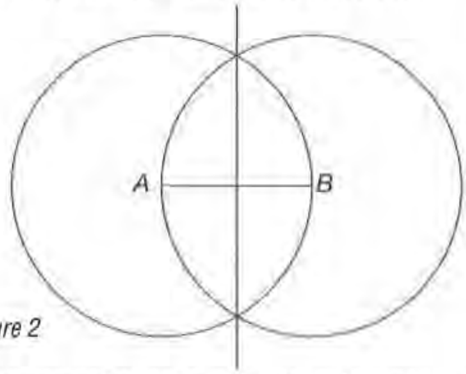


figure 2

Pour compléter cette solution, il faut penser aux triangles qui sont rectangles en *C*. Quelques essais expérimentaux nous permettent de voir se dessiner une courbe ressemblant un peu à un cercle centré au milieu de *AB*. Mais est-ce bien un cercle ? Pour le voir, on peut commencer par repartir du segment *AB* incliné. Deux des endroits possibles pour le point *C* se trouvent naturellement en traçant des droites verticales et horizontales par les points *A* et *B* (*figure 3*) : c'est bien comme cela que l'on représente le plus fréquemment les triangles rectangles.

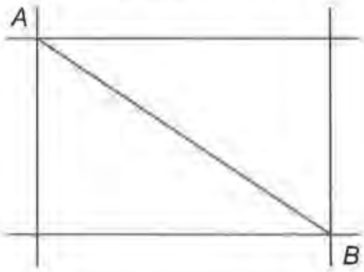


figure 3

On voit alors apparaître un rectangle en position privilégiée. En inclinant autrement le segment *AB*, on trouverait un autre rectangle, formé de deux triangles rectangles. Finalement, au lieu de chercher le lieu du

Enrichir une figure : le triangle rectangle est complété en un rectangle.

troisième sommet des triangles rectangles dont *AB* est l'hypoténuse, autant chercher le lieu des troisième et quatrième sommets *C* et *D* des rectangles dont *AB* est une diagonale. Ces points *C* et *D* sont les extrémités de la deuxième diagonale des rectangles cherchés, diagonale qui doit forcément être de même longueur que *AB*. Comme de plus les deux diagonales doivent se couper en leur milieu, il suffit pour trouver tous les points *C* et *D* de faire tourner *AB* autour de son milieu en gardant la trace que laissent ses extrémités. Cette trace est un cercle.

Changer l'énoncé du problème.

Ajouter quelque chose à une figure : ici, se représenter le rectangle à l'aide de ses diagonales.

Aller chercher la bonne propriété.

Parcourir une infinité de points d'un simple mouvement.

Isoler par la pensée ce qui importe pour résoudre le problème : ici, les extrémités des diagonales qui tournent.

Une autre façon de se convaincre qu'on est bien en présence d'un cercle consiste à se souvenir que tout triangle inscrit dans un demi-cercle est rectangle et, réciproquement, que tout triangle rectangle est inscrit dans le demi-cercle dont le diamètre est l'hypoténuse du triangle. Comment prouve-t-on habituellement cette proposition ?

Donnons-nous un diamètre *AB* d'un cercle et un point *C* sur ce cercle, et montrons que le triangle *ABC* est rectangle en *C*. Notons pour cela *O* le centre du cercle. Traçons le rayon *OC* et le triangle *ABC*. Cela fait apparaître deux triangles isocèles (même s'ils ne sont pas sur leur base) *AOC* et *BOC*. Puisqu'ils sont isocèles, les deux angles à la base de chacun d'eux sont égaux (*figure 4*). L'angle en *C* vaut donc la moitié de la somme des angles du triangle *ABC*. Or cette somme, comme dans tout triangle, vaut 180°. Donc l'angle en *C* vaut 90°.

Le cercle enrichi de rayons et de cordes fait apparaître des triangles isocèles : les rayons et les cordes cessent d'être des attributs du cercle (qui, lui, s'évanouit) pour devenir des côtés de triangles.

Le fait de voir une figure familière, ici un triangle isocèle, rend disponible une série de propriétés. Aller chercher les connaissances utiles.

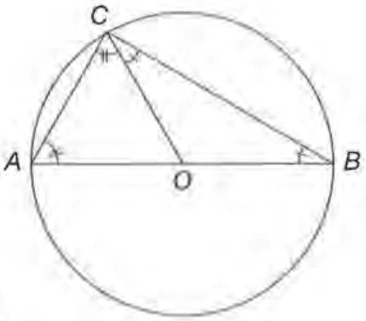


figure 4

Prouver la contraposée.

Inversement, il faut montrer que si *ABC* est rectangle en *C*, le point *C* est sur le cercle de diamètre *AB*, ou encore que si *C* n'est pas sur le cercle, alors le triangle *ABC* ne peut pas être rectangle en *C*, ce qui est équivalent. Soit donc un triangle *ABC* tel que *C* n'est pas sur le cercle de diamètre *AB* (*figure 5*). Dans le cas où l'angle *CAB* n'est pas droit, appelons *D* le deuxième point d'intersection de la droite *AC* et du cercle. Comme nous l'avons montré auparavant, l'angle *ADB* est droit. L'angle *ACB*, lui, ne peut donc pas être droit, puisque par un point (ici *B*) extérieur à une droite (ici *AC*), il ne passe qu'une perpendiculaire à cette droite (ici *BD*). Dans le cas où *AC* est tangent au cercle, l'angle *CAB* est droit et donc l'angle *ACB* ne peut pas l'être.

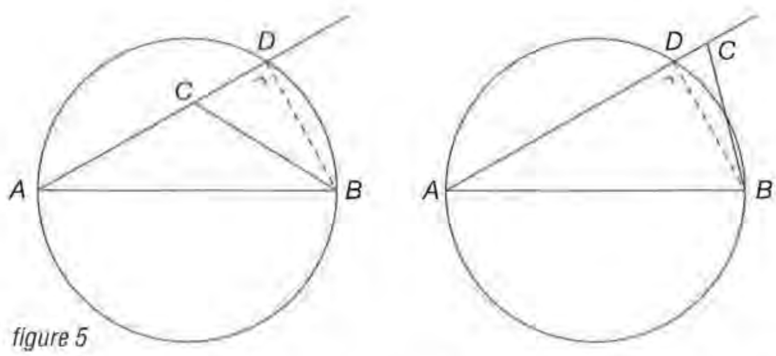


figure 5

La solution du problème de la situation 2 est finalement constituée de trois courbes : deux droites et un cercle, dont il faut enlever les points A et B (*figure 6*).

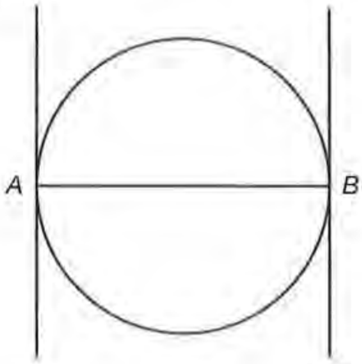


figure 6

En regardant les solutions des deux problèmes (figures 2 et 6), on s'aperçoit qu'elles se ressemblent : dans l'une, il y a deux cercles et une droite, et dans l'autre, un cercle et deux droites. Peut-on expliquer cette ressemblance à partir des énoncés ?

Quel rapport y a-t-il entre un triangle isocèle et un triangle rectangle ? Réponse : dans un triangle isocèle, il y a deux triangles rectangles isométriques. Au lieu de résoudre le problème de la situation 2 en reprenant tout à zéro, nous aurions peut-être pu nous servir de la solution du premier problème. En particulier pour le cas où les triangles dont on cherche les troisièmes sommets C sont rectangles en C, qui est le cas le moins évident.

Voir des liens entre les concepts : ici, les triangles isocèle et rectangle.

A chaque triangle isocèle ABC tel que $AB=CB$ correspond un triangle rectangle que l'on trouve en traçant la médiatrice de AC (*figure 7*) : si C' est le milieu de AC, le triangle ABC' est rectangle en C'. Oublions alors les triangles dessinés et ne regardons plus que les points A, C et C'. Que décrit le milieu C' de AC, lorsque C parcourt le cercle centré en B de rayon AB ? On peut voir C' comme l'image de C par une homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$. La courbe décrite par C' est donc l'image du cercle (*figure 8*) centré en B de rayon AB que décrit C. Il s'agit donc du cercle centré au milieu de AB et de rayon $\frac{AB}{2}$.

Isoler par la pensée ce qui importe pour résoudre le problème.

Le fait d'évoquer un concept (ici l'homothétie) rend disponible une série de propriétés.

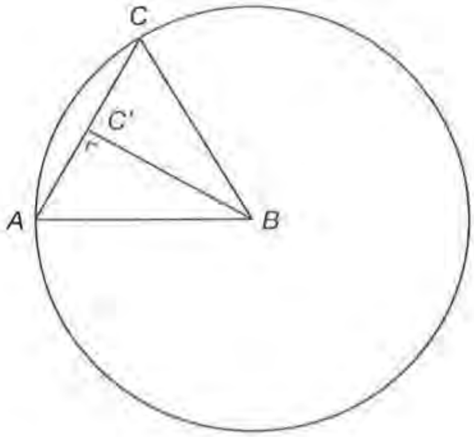


figure 7

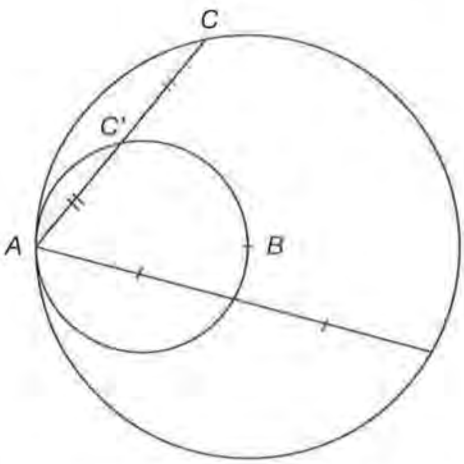


figure 8

Cette nouvelle résolution du problème des triangles rectangles en C apporte une preuve supplémentaire du fait que si ABC est rectangle en C, alors C est sur le cercle de diamètre AB. Nous avons donc donné trois preuves de cette proposition. La première utilisait essentiellement une propriété des diagonales du rectangle, la deuxième utilisait notamment la propriété de la somme des angles d'un triangle, la troisième utilise notamment une propriété des homothéties. La question que l'on pourrait se poser maintenant est «comment est-il possible de démontrer le même résultat en se basant sur des propositions apparemment très éloignées les unes des autres ?». Il se pourrait par exemple que certaines d'entre elles se démontrent à l'aide des autres ou même à l'aide du résultat qu'elles ont permis ici de démontrer. Ces questions pourraient déboucher sur un essai d'organisation déductive des premiers résultats de la géométrie… mais ce n'est pas l'objet de cette étude.

Les sections suivantes sont consacrées au développement de quelques aptitudes utiles à la résolution de problèmes, notamment en géométrie.

Créer ou disposer de liens entre différentes connaissances

La possibilité de disposer de relations entre des notions acquises et l'aptitude à en établir de nouvelles sont essentielles dans la résolution de problèmes. Elles favorisent la mobilité de l'esprit indispensable à toute activité intellectuelle, y compris la géométrie. Comme l'a écrit Polya [5], «une performance essentielle (peut-être la plus importante) du chercheur consiste à mobiliser des éléments appropriés de ses connaissances et à les relier au problème».

Si nous avons choisi d'insister sur cette aptitude, bien qu'elle ne soit pas spécifique à la géométrie, c'est parce que nous pensons qu'elle n'est pas encore suffisamment prise en compte dans l'enseignement de la géométrie.

Voyons plus précisément quelles aptitudes de ce type exige la résolution de problèmes.

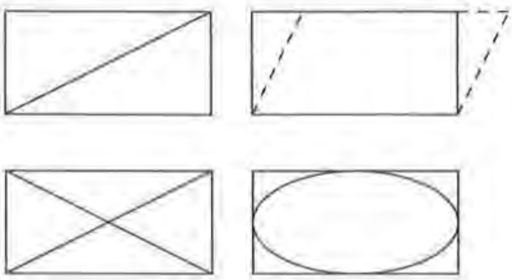
Il faut pouvoir évoquer les connaissances adéquates. Ce qui distingue la résolution de problèmes de la compréhension d'une solution donnée est justement cette exigence de pouvoir aller chercher «dans un coin de sa tête» l'information utile. Les connaissances doivent être disponibles et donc «reliées» chacune à de nombreuses autres. Une étape déterminante dans la résolution d'un problème peut être d'en reconnaître un aspect familier (comme le triangle isocèle dans le cercle) et de se souvenir de résultats associés à cet aspect (comme l'égalité de deux angles dans un triangle isocèle) (Polya [5]). Autre exemple: dans le problème des troisième et quatrième sommets du rectangle (page 4), le problème est pratiquement résolu si l'on pense à la propriété des diagonales du rectangle. Encore faut-il y penser...

Il faut pouvoir enrichir une figure ou une situation ou la regarder autrement. Pour pouvoir reconnaître un aspect familier dans une figure donnée, il faut souvent la compléter en une autre, y voir des segments non encore tracés, etc. Par exemple, dans le problème du troisième sommet du triangle rectangle, le fait de compléter le triangle en un rectangle, puis de se représenter celui-ci avec ses diagonales, constituait un pas vers une solution. Polya [5] parle d'*ajouter* et de *regrouper* (au sens de restructurer): par exemple ajouter un autre triangle rectangle au premier, puis associer quatre côtés pour voir apparaître un rectangle, ou encore ajouter des rayons et des cordes à un cercle, puis les regrouper pour les voir comme des côtés d'un triangle. Il arrive aussi que l'on puisse voir des choses nouvelles sans rien ajouter à une situation. Polya parle de «modifier la «structure» de notre vision du problème».

Si le fait de pouvoir créer et disposer de liens entre les concepts favorise la résolution de problèmes, *il faut aussi parfois pouvoir isoler par la pensée une partie d'une situation*. On l'a déjà vu dans les problèmes analysés au début de ce texte. Certaines lignes s'évanouissaient au profit d'autres lignes qui apparaissaient autrement. Polya parle d'*isoler* et de *combiner*. Voici un autre exemple où il est utile d'isoler une partie d'une figure: sur une feuille blanche, on donne trois points non alignés A, B et C et on demande de colorier en rouge la partie de la feuille plus proche de A que de B et C, en jaune celle plus proche de B que de A et C, en bleu celle plus proche de C que de A et B. Certains sont déroutés par un tel problème parce qu'ils se demandent ce qu'il doivent faire avec ces trois points (par exemple, ils font passer par C la ligne séparant la zone rouge de la jaune), d'autres ont tendance à tracer des lignes de séparation parallèles ou perpendiculaires aux bords de la feuille. Pourtant, on peut trouver rapidement la solution en se disant dans un premier temps que la ligne de séparation entre la zone rouge et la jaune ne dépend que de A et B et en éliminant pour un moment cet élément perturbateur que constitue le point C.

Il arrive encore trop souvent que les concepts de géométrie soient vus de façon statique et isolée. Pour favoriser l'élaboration de relations entre les figures ou les concepts, nous proposons de présenter des situations qui poussent à enrichir une figure, par opposition à celles qui présentent un *portrait de base*[2] réduit à l'illustration des propriétés déterminantes liées à la définition du concept. Par exemple, le portrait de base[2] du rectangle est celui de la figure 9, tandis que la figure 10 présente quelques-uns des *portraits enrichis* du rectangle. On peut y voir le rectangle décomposé en deux ou en quatre triangles, ou obtenu par découpage et collage d'un parallélogramme, ou inscrit dans un cercle, ou circonscrit à une ellipse, ou encore faisant partie d'une famille de rectangles isopérimétriques ou isosuperficiels. On y voit aussi un dessin de parallélépipède rectangle dont les faces apparaissent soit sous forme de rectangle, soit sous forme de parallélogramme, et enfin un rectangle quadrillé qui peut évoquer un produit (2 x 3) ou la formule d'aire du rectangle.

figure 9



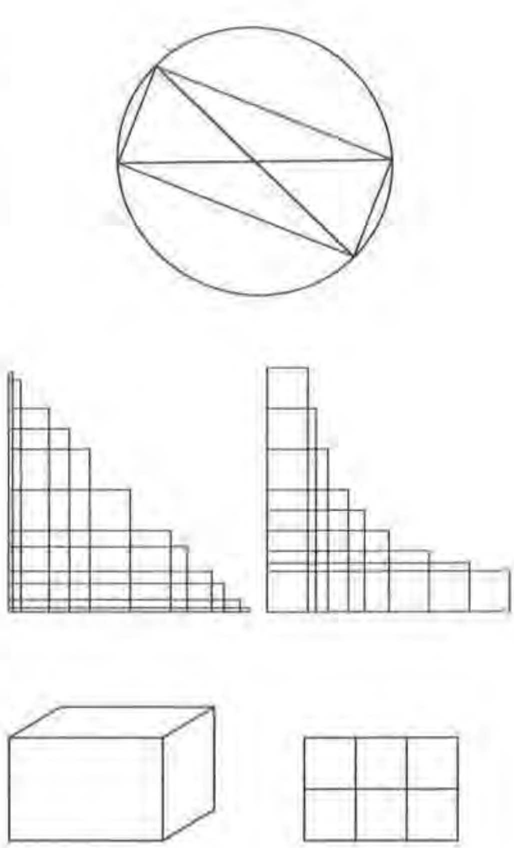


figure 10

Tous ces portraits peuvent être découverts grâce à des activités appropriées. Par exemple, des activités d'assemblage de triangles, de dessins, de constructions de rectangles avec une ficelle, etc. Ce type d'activités permet aussi de travailler les concepts *par famille* et *dans un contexte*, par opposition à l'étude décontextualisée de monographies, et parfois de travailler en même temps «le mouvement pensé» ou la symétrie, deux instruments de pensée qui sont commentés aux sections suivantes.

Il est important aussi de développer des liens entre différentes matières. Par exemple, les connaissances des objets du plan et celles des objets de l'espace peuvent s'appuyer les unes sur les autres. On peut travailler cela via le tracé ou l'interprétation de représentations, les développements, les mouvements spatiaux appliquant une figure plane sur une autre, etc.

2. Sur les concepts de *portrait enrichi* et de *portrait de base*, voir aussi CREM [1]

La géométrie peut aussi fournir des supports visuels aux nombres et aux opérations. On peut par exemple visualiser les nombres, l'addition et la soustraction sur une droite, représenter les produits par des rectangles, sans parler des nombres figurés (les nombres carrés, triangulaires, etc.) et des fractions et des opérations qui portent sur elles et qui se représentent de façon privilégiée sur des supports géométriques.

Imaginer des mouvements

L'idée de mouvement est absente des mathématiques axiomatiques actuelles. Dans *Les fondements de la géométrie* de D. HILBERT [4], il n'est jamais question d'appliquer un segment sur un autre pour les faire coïncider ou de faire glisser un triangle le long d'une droite ou autour d'un point pour le voir dans une autre position. Lorsque l'on veut évoquer ce qu'on appellerait la «superposabilité» dans le langage courant, on parlera plutôt de *congruence* de segments ou de figures, terme dont l'utilisation est régie par un groupe d'axiomes. Ce qui permet de modéliser l'idée de mouvement en lui-même, en tant que façon d'envoyer des points sur d'autres points, est le concept de *transformation* (du plan, de l'espace,...). Mais celui-ci se distingue de l'idée mouvement en tant que déplacement ou en tant que déformation continue, notamment en ce qu'on ne s'intéresse nullement aux étapes intermédiaires de ce mouvement. Une transformation associe à chaque point (du plan, de l'espace, ...) un point image. Le concept de transformation ne renvoie donc pas à l'idée du chemin que les points pourraient emprunter pour atteindre leur image.

La raison de la volonté d'éliminer l'idée de mouvement des mathématiques formelles est de se prémunir contre les dangers des raisonnements intuitifs, se basant sur une interprétation de la réalité au lieu de n'utiliser que les axiomes ou les propositions déjà démontrées, lors de l'organisation déductive de résultats mathématiques. N. ROUCHE a dit que «le formalisme, c'est l'oubli méthodologique du sens». Lorsqu'on écrit des mathématiques formelles, on met de côté (pour un temps) les intuitions que l'on a et qui pourraient induire un manque de rigueur. Dans une certaine mesure, on privilégie la «forme» au détriment du sens, ou du moins d'une partie du sens, celle constituée d'images mentales, d'exemples, de contextes, de mouvements,...

Par contre, cette idée de mouvement intervient très souvent dans la constitution des mathématiques lorsque la pensée est encore en recherche. Et c'est d'ailleurs bien parce qu'elle prend une place importante dans la pensée intuitive que des mathématiciens comme D. HILBERT ont pris soin de s'en libérer dans l'écriture de preuves formelles.

Voyons comment cette idée de mouvement intervient dans la pensée géométrique.

Le mouvement est utilisé pour amener une figure dans une position privilégiée. On l'a vu dans la résolution des deux problèmes de départ, certaines figures sont plus facilement identifiables dans une position privilégiée. Par exemple, on reconnaît plus facilement qu'un triangle est isocèle si son axe de symétrie est vertical, et les propriétés qu'il vérifie (par exemple, le fait que la médiatrice de sa base passe par le sommet opposé) apparaissent plus facilement dans cette position. Mais il n'est pas toujours nécessaire de redresser effectivement cette figure pour la percevoir facilement, il suffit parfois de «penser ce mouvement» de redressement. Pour lire un plan de ville tout en roulant et savoir si, pour emprunter telle rue, il faut virer à gauche ou à droite, certains tournent le plan sur leurs genoux, d'autres ne le font qu'en pensée. Le «mouvement pensé» constitue donc aussi un moyen d'appréhender l'espace.

Le mouvement engendre des figures géométriques. Le cercle est engendré par une extrémité d'un segment qui tourne autour de l'autre. Le fait de concevoir ainsi le cercle, plutôt que de le voir comme un ensemble de points équidistants du centre, est utile dans la résolution de problèmes. De même, le cône peut être engendré par une droite qui tourne autour d'un axe qui lui est sécant, en gardant toujours la même inclinaison par rapport à cet axe.

Le mouvement est utilisé pour parcourir une famille infinie d'objets et pour accéder à des objets extrêmes. On l'évoque, par exemple, pour parcourir mentalement l'infinité des triangles isocèles de base fixée *AB*. Le mouvement consistant à déplacer continûment le sommet sur la médiatrice de *AB* permet de parcourir cette famille infinie et d'imaginer tous les triangles isocèles (à similitude près), y compris des triangles de hauteur très grande ou très petite.

Le mouvement crée des liens entre diverses notions géométriques. C'est le cas, par exemple, pour le rectangle et le parallélogramme: quatre tiges rigides articulées fournissent un moyen de visualiser le mouvement permettant de passer continûment d'une figure à l'autre.

La continuité d'un mouvement est évoquée pour se convaincre de l'existence d'une situation. Donnons un exemple: on veut savoir si une section de tétraèdre régulier par un plan peut être carrée. On se persuade aisément qu'une telle section peut être rectangulaire; on choisit pour cela un plan parallèle à deux arêtes non coplanaires (*figure 11*). Mais en déplaçant ce plan d'une arête vers l'autre, on déforme le rectangle. La section passe d'un rectangle allongé dans un sens (lorsque le plan est près d'une des deux arêtes) à un rectangle allongé dans l'autre sens (lorsque le plan est près de l'autre). Comme ce mouvement déforme continûment cette section, qui conserve par ailleurs son caractère rectangulaire, celle-ci doit forcément passer par un stade intermédiaire: le carré. Remarquons que nous pourrions également prouver cela en évoquant l'argument de symétrie (des deux parties de tétraèdre séparées par une telle section).

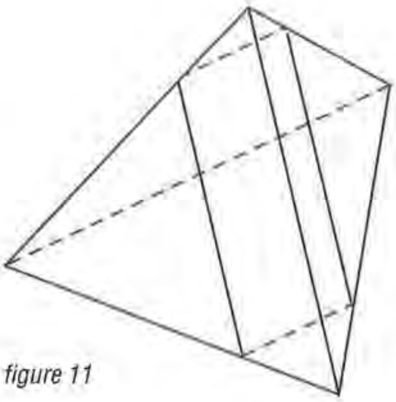


figure 11

Autre exemple: on voudrait couper un quadrilatère quelconque en deux parties de même aire, et ce à l'aide d'une droite. Construire une telle droite n'est pas évident. Y a-t-il seulement une solution ? En fait, on peut voir qu'il y a une infinité de solutions. Plus précisément, par tout point (même extérieur au quadrilatère) il passe au moins une droite séparant ce quadrilatère en deux parties de même aire. Pour le voir, fixons un point quelconque *P* et prenons une droite *d* quelconque passant par *P*. Orientons cette droite, de manière à pouvoir parler de sa droite et de sa gauche. Supposons maintenant que l'aire de la partie de quadrilatère située à droite de *d* soit supérieure à celle de la partie de gauche. Faisons alors tourner *d* autour du point *P*. Au bout d'un demi-tour, la situation est inversée: l'aire de la partie située à droite de *d* est inférieure à celle de la partie de gauche. Comme ce changement s'est fait de façon continue, la droite est forcément passée, lors de sa rotation, par une position où l'aire du quadrilatère est correctement répartie. Nous prouverions de la même manière que dans n'importe quelle direction, il existe une droite séparant ce quadrilatère en deux parties de même aire. Le mouvement évoqué serait alors une translation continue.

En plus d'être un instrument de pensée dans la résolution de problèmes, le mouvement est évidemment utilisé dans la représentation intuitive des transformations comme les isométries, les similitudes, les dilatations, les cisaillements, etc.

Cette aptitude à penser un mouvement peut être préparée dès le plus jeune âge d'abord en bougeant (la psychomotricité), c'est-à-dire en vivant des mouvements avec son corps, mais aussi en regardant ceux des autres, en les mimant avec ses mains, etc. Mais à tous les âges, on peut favoriser les activités qui nécessitent d'anticiper un mouvement (plus ou moins compliqué) d'objets (plus ou moins concrets, plus ou moins compliqués), et qui mettent en œuvre certaines des propriétés du «mouvement pensé» développées plus haut.

Repérer des symétries

Contrairement au mouvement, la symétrie est un *concept* mathématique que l'on étudie dès l'école primaire. Alors pourquoi la citer parmi les instruments de pensée ? Parce que cette notion est à la fois un instrument de pensée et un concept mathématique. De même que le mouvement se modélise mathématiquement en les concepts de congruence ou de transformation, la symétrie en tant qu'instrument de pensée se modélise mathématiquement en le concept de... symétrie, ou plus généralement d'isométrie.

D'ailleurs lorsqu'on veut justifier rigoureusement une impression perçue en utilisant des arguments de symétrie, c'est-à-dire donner une démonstration de la conjecture découverte, il arrive le plus souvent que le concept de symétrie (ou d'isométrie) soit l'élément clé de la démonstration.

Mais... les isométries sont des transformations, observera-t-on. Qu'est-ce qui distingue alors le mouvement de la symétrie, pris tous deux comme instruments de pensée ? Seulement le fait que le mouvement recouvre des transformations plus diverses ? En fait, lorsqu'on évoque l'argument de symétrie, on s'intéresse plus au résultat d'une transformation éventuelle qu'à sa trajectoire ou aux états intermédiaires de cette trajectoire. Par exemple, lorsqu'on évoque la symétrie pour s'assurer de l'existence d'un carré comme section d'un tétraèdre régulier, on ne pense pas à la façon dont une des parties de tétraèdre peut être envoyée sur l'autre, et à sa trajectoire éventuelle (s'il s'agit d'un déplacement), mais plutôt au fait que ces deux parties sont «pareilles» et que vu leur «régularité», cela ne peut donner lieu qu'à une section dont les angles ainsi que les côtés sont «les mêmes». Par contre, lorsque, pour résoudre le même problème, on évoque le mouvement comme décrit précédemment, ce sont les états intermédiaires (dont l'un présente une section carrée) de ce mouvement qui nous intéressent.

Relevons les manières dont l'argument de symétrie intervient dans la pensée.

La symétrie complète le mouvement et se combine avec lui. Il arrive souvent que pour percevoir une symétrie on redresse, fût-ce mentalement, une figure. D'autre part, là où certains percevront directement une symétrie, d'autres évoqueront le mouvement. Considérons par exemple un prisme non droit dont la base est un hexagone régulier et dont deux des faces latérales sont rectangulaires. Nous aimerions montrer que les quatre autres faces latérales sont isométriques. Un premier argument de symétrie directement perceptible (que l'on expliciterait en évoquant la symétrie orthogonale par rapport à un plan bien choisi perpendiculaire aux deux bases) nous convainc qu'elles sont isométriques deux à deux. Le fait qu'elles le soient toutes les quatre l'est moins, car toutes ces faces ne sont pas «inclinées» de la même façon. Mais un deuxième argument de symétrie nous permet de constater que les angles α et β notés sur la *figure 12* sont de même amplitude : cet argument ne s'explicite plus en évoquant une symétrie orthogonale par rapport à un plan, mais plutôt une symétrie axiale, c'est-à-dire une rotation de 180 degrés autour d'un axe bien choisi, rotation que l'on peut visualiser en faisant tourner le prisme, au départ posé sur une base, pour le poser sur son autre base.

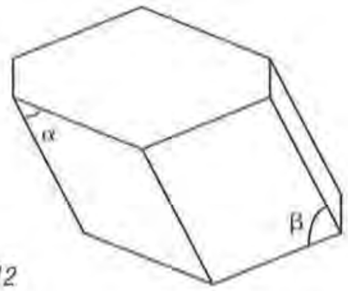


figure 12

L'argument de symétrie comme raison suffisante. Comme on l'a dit, on perçoit tout de suite que le lieu des points équidistants de deux points donnés *A* et *B* est la médiatrice du segment *AB*. De même, en évoquant la symétrie de la situation, on voit directement que le lieu des points équidistants à deux droites sécantes ne peut être que l'union des deux bissectrices des angles qu'elles forment.

On évoque la symétrie pour se ramener à une situation connue. Nous avons déjà cité des exemples plus haut (pages 2 et 3). Ajoutons celui lié au problème suivant: on cherche le plus court chemin entre les points *A* et *B*, passant par un point de la droite *d* (figure 13). Une solution immédiate consiste à considérer le point *B'*, symétrique de *B* par rapport à d. Le plus court chemin de *A* à *B'* passant par un point de *d* est évidemment le segment *AB'*. Notons C le point d'intersection de *AB'* et *d*. En évoquant la conservation des longueurs par symétrie, on déduit que le chemin cherché est composé des segments *AC* et *CB*.

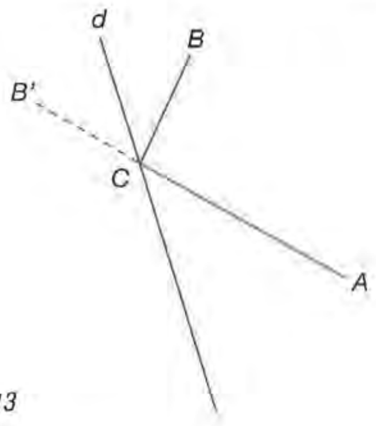


figure 13

La symétrie crée des liens entre diverses figures géométriques. En ce sens, elle constitue aussi un moyen d'appréhender la structure des objets de l'espace et des figures planes. Ainsi les formes géométriques de la *figure 14* peuvent être découpées dans du papier en pliant celui-ci en deux et en donnant exactement deux coups de ciseaux. Le point commun entre les formes géométriques de la *figure 15* est le nombre et la disposition de leurs axes de symétrie. Les petits enfants ont accès à ces ressemblances via notamment la fabrication de motifs par pliage et découpage de papier. La symétrie apparaît aussi comme un moyen d'engendrer des figures géométriques, éventuellement infinies, comme celles que l'on obtient en utilisant deux miroirs (ou plus) placés face à face, parallèles ou formant un angle.

figure 14

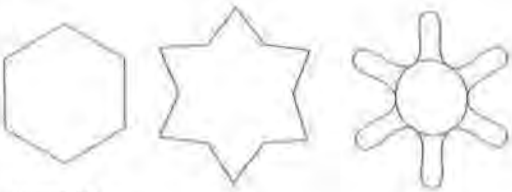


figure 15

Tout petit, l'enfant est amené à *percevoir* et à *reproduire* (dans ses dessins ou ses constructions) la symétrie des êtres ou des objets qui l'entourent. Mais il est aussi important que l'enfant apprenne à s'appuyer sur la symétrie pour *structurer l'espace* et pour *argumenter*. Les activités liées aux miroirs, aux pliages et découpages, aux frises, pavages et rosaces offrent de telles occasions. Il nous semble, en tout cas, essentiel de ne pas isoler la symétrie, mais au contraire de la présenter le plus souvent dans un contexte suffisamment riche.

Comparons deux activités. La première consiste à compléter le sapin de la figure 16 pour qu'il soit symétrique par rapport à l'axe vertical. La deuxième consiste à tracer deux segments issus d'un même point, puis à placer un miroir de façon à voir une figure fermée, et à dresser une liste des types de figures qui peuvent ainsi être obtenus. On pourra par exemple se demander s'il est possible d'obtenir un carré, un triangle, un parallélogramme,...

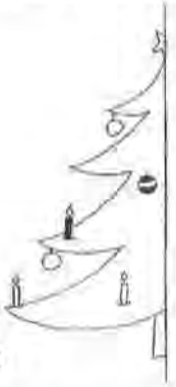


figure 16

Dans la première activité, la symétrie est imposée et la figure est figée. Dans la deuxième, c'est l'enfant qui, après un temps d'observation (et de réflexion), évoquera la symétrie –«c'est toujours la même chose dans le miroir et sur la feuille»– pour argumenter, par exemple pour exclure le cas du parallélogramme quelconque. La symétrie apparaît ici dans un contexte, celui du miroir et des figures géométriques qu'il permet de visualiser, et donne une clé de comparaison de ces figures. Dans cette activité, le mouvement, lui aussi, peut apparaître comme argument ou comme moyen d'exploration de ces figures: «si on place le miroir comme ceci, on obtient une figure convexe, si on le place comme cela, la figure est non convexe, et entre les deux, on obtient un triangle».

Imaginer des situations de l'espace

Dès qu'il arrive à l'école, l'enfant s'habitue au travail sur feuille. Il arrive encore souvent que la plupart des activités, géométriques ou autres, lui soient proposées sur papier. Il arrive aussi que l'on aborde les problèmes intéressants de géométrie de l'espace vers quinze ans seulement. Pour certains, il est déjà tard pour se forger une «vision dans l'espace», cette capacité s'estompant si on ne l'exerce pas. Pourtant, travailler des situations de l'espace, c'est partir de ce que l'enfant côtoie, et beaucoup de beaux problèmes de géométrie de l'espace sont accessibles à de jeunes enfants: par exemple, la construction d'une maquette (éventuellement, à l'échelle), le modelage de solides en plasticine, le développement de solides, l'observation ou la prévision d'images d'objets dans un miroir,...

Les programmes (belges) de l'enseignement primaire insistent sur la compétence «savoir structurer l'espace». Que signifie cette expression ? Elle recouvre plusieurs compétences comme:

- saisir la structure des objets (par leurs régularités, leurs symétries,...),
- repérer les ressemblances et les différences de structures entre objets, ce qui implique aussi de reconnaître dans certains objets la structure d'autres objets,
- repérer ou imaginer les positions relatives d'objets entre eux, ou de soi-même par rapport à des objets,
- repérer les ressemblances et les différences de structures entre situations, ce qui implique aussi de reconnaître dans certaines situations la structure d'autres situations,...

Parmi les activités qui permettent de «saisir l'espace», citons les représentations planes d'objets de l'espace, qui ont joué un rôle important dans l'évolution de la (ou des) géométrie(s). C'est également un sujet accessible et attrayant dès le plus jeune âge, plus précisément dès que l'enfant est capable de tenir un crayon ou de s'intéresser aux images d'un livre. De plus, la capacité d'interpréter des représentations est utile dans la vie de tous les jours (plans de ville, plans de montage, photos, jeux vidéo, etc.) et dans de nombreux domaines scientifiques comme la géographie, la chimie, l'architecture, la mécanique, la crystallographie, l'astronomie, etc.

Pourtant, les activités ayant trait aux représentations sont souvent négligées à l'école, probablement parce qu'elles ne visent pas directement des concepts mais plutôt des comportements, comme le fait de coordonner plusieurs vues, de s'imaginer ce que l'on verrait à une autre place, de mettre en évidence la structure (les propriétés) des objets, non pour les décrire mais pour les dessiner, d'imaginer les côtés cachés d'un objet, etc.

Distinguons plusieurs types d'activités de représentation.

Un premier type concerne *la représentation en trois dimensions d'objets de l'espace*. Il s'agit d'inventer et de construire, ou de reproduire des objets dans divers matériaux[3] (plasticine, cartons, legos,...).

Le *passage de représentations planes aux situations spatiales ou aux objets qu'elles représentent (et vice versa) est également source d'activités intéressantes*. Il peut s'agir, par exemple, de disposer plusieurs photos d'une même construction aux endroits correspondants à leur prise de vue, ou encore, de repérer sur un plan un lieu connu.

Un autre type d'activités concerne *l'interprétation de représentations planes d'objets inconnus*. Par exemple, on peut imaginer et construire une maison en Dupplos dont on possède quatre photos (cf. activité de M. Meuret en maternelle décrite dans CREM [2]) ou encore un assemblage de petits cubes à partir de plans cotés ou de dessins en perspective (cf. activités en maternelle et en primaire décrite dans M. De Terwangne [3]).

3. Le CREM a développé de nombreuses activités de représentation de l'espace dans [2]

Enfin, *la représentation plane d'objets réels ou imaginés* sous diverses formes (perspective parallèle, par exemple à l'aide de papier pointé, représentation en projection orthogonale, plan coté,...) est également source d'apprentissages géométriques enrichissants (cf. M. De Terwangne [3] et CREM [2]).

Toutes ces activités présentent des possibilités à tous les âges de l'enseignement fondamental (et plus).

S'exprimer et argumenter

Distinguons deux composantes du langage: le vocabulaire et l'expression.

Le vocabulaire. Dans les mathématiques constituées, le choix d'une terminologie est arbitraire. Evidemment aucun mathématicien ne s'amuse à employer une terminologie complètement différente de celle en usage dans son domaine. Cela rendrait ses travaux moins lisibles. Mais il arrive quand même qu'un même mot désigne des concepts (légèrement) différents d'un ouvrage à l'autre. Evidemment il est essentiel que le vocabulaire choisi ne varie pas au sein d'une même théorie. Mais l'objet des mathématiques n'est pas d'étudier du vocabulaire.

Est-il plutôt d'étudier des concepts ? Pas vraiment. Il est vrai que toute théorie mathématique comprend une part de définitions, mais les concepts introduits le sont toujours pour simplifier l'exposé de la théorie, et celle-ci n'a d'intérêt que si elle répond à des problèmes ou explique des phénomènes. Les mathématiques trouvent leur sens non dans l'étude de concepts mais dans la résolution de problèmes. Pour parler clairement, on peut se demander si le fait de nommer les formes de la figure 17 est une activité spécifiquement mathématique. Par contre, le fait d'essayer de reconstituer la cinquième à l'aide des quatre premières (ou de justifier le fait que c'est impossible ?) s'en rapproche plus. Cependant, dans cette dernière activité, pour communiquer sa solution à quelqu'un d'autre, il est plus pratique de disposer du vocabulaire adéquat... A moins que ce ne soit l'occasion de l'apprendre ou de décider d'une terminologie commune. Le vocabulaire apparaît alors comme un moyen (ici, de s'entendre), non comme une finalité.

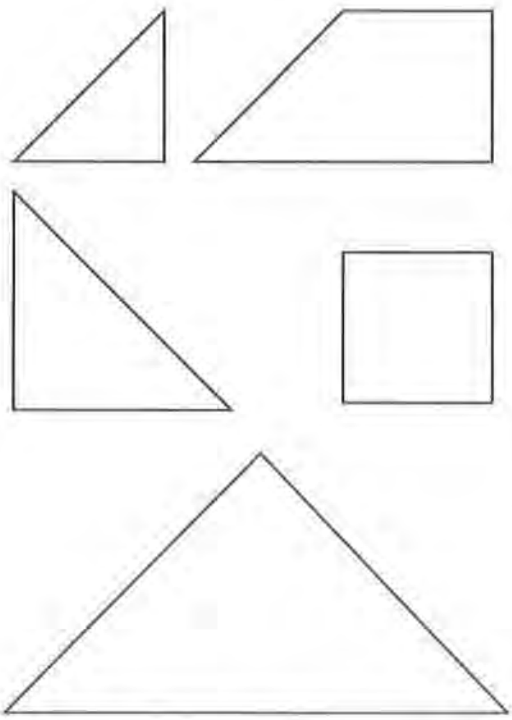


figure 17

Une fois acquise, une terminologie peut-elle être un outil de pensée ? Effectivement, les mots évoquent souvent un stock d'images mentales (cf. le portrait enrichi, page 17), où l'on peut puiser ce qui est nécessaire à la résolution du problème étudié. En ce sens, un substantif peut être un relais dans une implication. Les problèmes analysés au début de ce texte nous fournissent deux exemples illustrant cela: dans la preuve de la proposition que tout triangle inscrit dans un demi-cercle est rectangle (page 13), le fait de voir un triangle isocèle permettait de déduire l'égalité de deux angles. L'implication «les deux côtés sont égaux, donc les deux angles aussi» est réalisée de la façon suivante: «les deux côtés sont égaux, donc c'est un triangle isocèle, donc les deux angles sont égaux». On peut faire le même commentaire à propos du mot *homothétie* dans la justification du lien entre les solutions des deux problèmes de départ (ceux du troisième sommet des triangles isocèle et rectangle, cf. page 14).

L'expression et l'argumentation. Après la résolution individuelle d'un problème ou pendant la recherche en groupes, l'échange verbal stimule le raisonnement, incite à objectiver ses idées, à dépasser ses intuitions. Il en va de même de l'expression écrite, lors d'une synthèse par exemple. La communication est donc une source importante de progrès en mathématiques.
De plus, le langage permet de transposer son savoir géométrique au niveau de la conceptualisation, de ne pas en rester aux images mentales. Par exemple, le fait de devoir dire ce qu'est un rectangle, avec des mots et sans dessin, force à en identifier les propriétés déterminantes.

Il est donc important de stimuler l'expression orale et écrite (aux âges où elle est possible). Cette activité intellectuelle que constitue l'expression peut vraiment être considérée comme une activité mathématique, source de structuration et d'apprentissage.

Cela ne signifie pas que l'expression est *indispensable* à toute argumentation. Il existe des argumentations muettes. On s'en rend compte quand on observe un jeune enfant explorant une situation géométrique. Il arrive que l'on ne puisse expliquer son comportement qu'en supposant qu'il a argumenté, même s'il n'est pas parvenu à justifier ses actes.

De plus les premières inférences géométriques ont leurs racines dans l'expérimentation (cf. CREM [1]). On peut donc favoriser les prémisses de l'argumentation en multipliant les occasions d'explorer des situations variées faisant intervenir mouvement, symétrie, situation dans l'espace, etc.

Les instruments de pensée comme critères de choix

Il reste encore beaucoup d'autres outils de pensée indispensables à la résolution de problèmes en mathématiques et dans d'autres disciplines (cf. par exemple POLYA [5]). Citons, par exemple, le fait de simplifier un problème ou de considérer un cas particulier avant d'aborder le problème général, ou encore de le décomposer en tâches plus faciles. Le fait aussi d'oser expérimenter ou manipuler (au lieu de vouloir trouver directement «une formule»).

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous avons voulu développer les outils qui nous paraissent les plus spécifiques à la géométrie et ceux qui nous semblent les plus négligés dans cette branche des mathématiques. Il nous semble que ces outils peuvent servir de critères dans le choix d'activités géométriques, ce qui ne signifie pas qu'ils permettent d'en inventer. Néanmoins, les enseignants qui se sont un jour acharnés sur un problème et qui ont pris du plaisir à chercher et à le résoudre, qui ont appris à aimer les difficultés et à surpasser les craintes et les blocages que nous rencontrons tous, sentent bien quand une activité est intéressante pour des élèves. Nous espérons que les critères que sont les instruments de pensée exposés ci-dessus viendront alors confirmer l'opinion qu'ils en ont, leur permettront de la défendre aux yeux des autres (inspecteurs, parents,...) ou de choisir une activité parmi plusieurs jugées éducatives.

NICOLAS ROUCHE et BENOÎT JADIN ont contribué par leurs commentaires à améliorer ce texte. Je les en remercie chaleureusement.

Références

[1] Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM), *Formes et mouvements,Perspectives pour l'enseignement de la géométrie*, Nivelles, 1999.

[2] Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM), *Construire et représenter, un aspect de la géométrie de la maternelle jusqu'à 18 ans*, Nivelles, 1999.

[3] M. DE TERWANGNE, M. MEURET, *Des compagnons bâtisseurs, Construire et dessiner des immeubles*, GEM, Louvain-la-Neuve, 1998.

[4] D. HILBERT, Les principes fondamentaux de la géométrie, trad. L. Laugel, in *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, III.s.-17 (1900), pp.103-209.

[5] G. POLYA, *La découverte des mathématiques*, Tomes 1 et 2, Dunod, Paris, 1967.

Sur un réseau

François Jaquet, IRDP

Parmi les activités proposées par les récents ouvrages romands *Mathématiques 1P-4P*, on trouve des jeux et recherches qui peuvent parfois donner du fil à retordre à des élèves plus âgés que ceux pour qui ils sont proposés, aux parents, voire aux maîtres eux-mêmes.

Dans cette catégorie, on peut citer les jeux à deux joueurs qui se déroulent sur un réseau ou un damier, avec des pions de couleurs différentes. Malgré leur règles très simples, ils sont parfois plus riches et complexes qu'il n'y paraît en première analyse. Par exemple, *Le moulin*, très connu, est proposé en première année, avec *Le dragon et la licorne*; en deuxième année on trouve *Léa et les pirates*; en troisième année: *Les dames*, *Tic tac toe*; en quatrième année: *Le loup et les renards*.

Nous nous proposons d'examiner de plus près l'un de ces jeux.
Léa et les pirates (Mathématiques 2P[1], Fichier de l'élève, p.7)

Léa et les pirates **Prénom:**

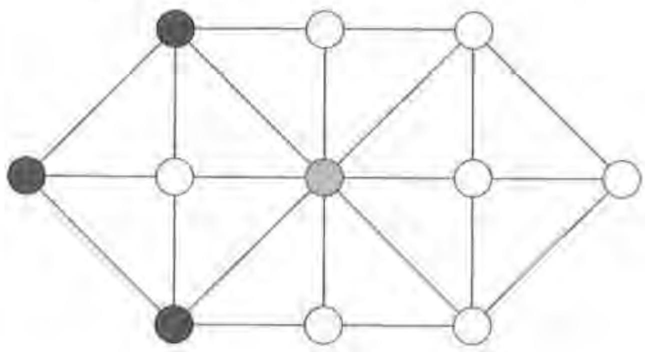
Au départ, un joueur prend les pions bleus et les place sur les cases bleues, l'autre joueur prend le pion vert et le place sur la case verte.
Les joueurs décident qui commence.
A tour de rôle, les joueurs déplacent un pion vers une case voisine libre en suivant les lignes du réseau.

Les pions bleus se déplacent ainsi:

Le pion vert se déplace ainsi:

Les pions bleus gagnent s'ils réussissent à bloquer le pion vert.
Le pion vert gagne s'il réussit à échapper aux pions bleus.

Qui est sûr de gagner: Léa ou les pirates?



1. GING, E., SAUTHIER, M.-H., STIERLI, E. (1997) *Mathématiques 2P (livre du maître, fichier de l'élève, fichier de classe)*. Neuchâtel: COROME.

Pour un habitué de ce type de jeu, l'appropriation est simple. Pour des élève de deuxième année, elle peut présenter quelques interrogations, mais les données implicites (Léa est en vert, les pirates en bleu, les «cases voisines» sont celles qui sont reliées par un segment à la case envisagée) sont vite déterminées, après relecture ou après avoir vu jouer quelques parties. Les seules questions à élucider concernent le sens de «échapper aux pions bleus», et la décision à prendre lorsqu'il y a répétitions de coups.

Le commentaire du livre du maître (p.96) laisse entendre qu'il y a une stratégie gagnante et qu'elle n'est pas évidente:

Si la solution n'est pas découverte après une période de jeu, l'activité peut être placée au coin mathématique où les élèves continueront à chercher la solution.

Le maître propose aux élèves qui pensent avoir découvert une stratégie gagnante de jouer ensemble.

La stratégie gagnante est difficilement accessible, mais les élèves peuvent découvrir des stratégies partielles.

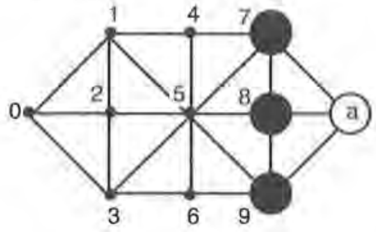
Mais encore faut-il savoir si la stratégie gagnante est pour Léa, pour les pirates et si elle dépend de qui commence.

Alors, jouons quelques parties et prenons trois pions noirs et un pion blanc[2].

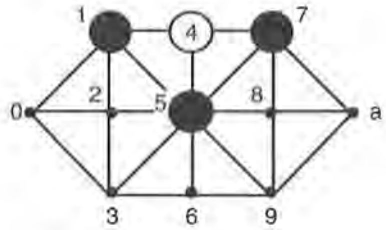
Les blocages

La première question que se posent les joueurs est de savoir quelles sont les positions gagnantes pour les pirates – à éviter pour Léa.

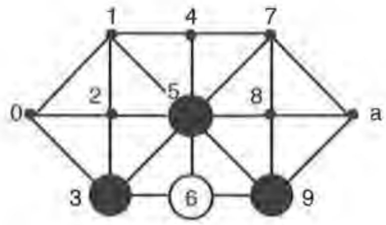
Pour être bloqué par trois pions noirs, le blanc doit forcément être sur une case n'ayant pas plus de trois chemins d'accès. Il n'y en a que trois sur le réseau. Voici les positions correspondantes:



position A
a - 789



position B
4 - 157



position B'
6 - 359

La deuxième et la troisième position, B et B', sont symétriques par rapport à l'axe horizontal. Par la suite, on se dispensera de noter deux positions symétriques et on se contentera de les signaler, le cas échéant.

La notation des positions

Lorsque, comme le propose la consigne, *le maître propose aux élèves qui pensent avoir*

2. A la place des bleus et du vert en attendant que *Math-Ecole* passe à la quadrichromie !

découvert une stratégie gagnante de jouer ensemble, les échanges et communications se déroulent devant le plan de jeu, avec déplacements effectifs des pions à l'appui. Mais, pour restituer une stratégie que l'on vient de découvrir, la mémoire est souvent défaillante. Il y a tant de positions et de successions possibles qu'il devient nécessaire, à un certain moment, d'en conserver une trace écrite.

La solution la plus évidente est le dessin complet du plan de jeu et des pions, comme dans les exemples précédents. Mais on s'aperçoit vite que cette notation est coûteuse en temps et en espace.

Sous les contraintes d'édition de cet article, nous adopterons progressivement une notation plus condensée, déjà notée sous les dessins précédents:

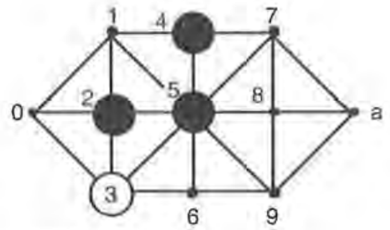
- les onze cases sont notées chacune par un symbole: les dix chiffres de 0 à 9 et la lettre a,
- les positions des trois pions noirs sont désignées par un groupe de trois symboles,
- le symbole isolé désigne la position du pion blanc,
- le groupe de trois symboles et le symbole isolé sont séparés par un tiret, ils sont écrits, de gauche à droite, dans l'ordre ou ils viennent d'être obtenus.

Dans les trois exemples précédents, les noirs viennent d'arriver sur leur position, ce serait au blanc de jouer, mais il ne peut plus car il est bloqué. Les positions A et B (B') sont des positions gagnantes pour les pions noirs, ce sont aussi des positions finales de la partie.

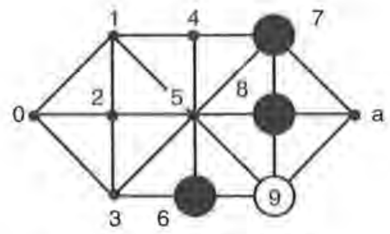
Léa échappe aux pirates

Nous allons examiner ensuite quelques positions gagnantes pour le pion blanc.

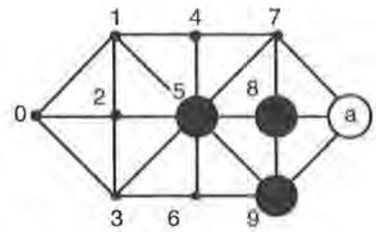
Il y a toutes celles où ce dernier a réussi à passer derrière les lignes adverses; comme dans la position I. Il y a celles, comme la position II, où le dernier pion noir ne peut occuper les deux cases 6 et 5 à la fois et laissera ainsi s'échapper le pion blanc, ou comme la position III, où le pion blanc va aller occuper la case 7 et, comme dans le cas précédent, le dernier pion noir ne pourra l'empêcher de passer sur 4 ou sur 5.



position I
245 - 3



position II
786 - 9

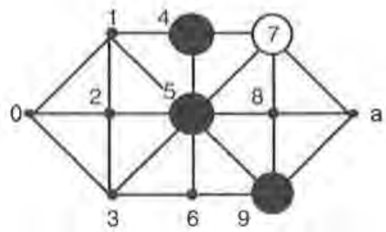


position III
a - 589

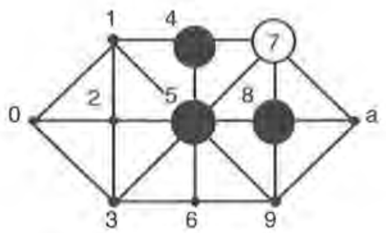
Répétitions de coups

Alors que les pirates pensent avoir bloqué Léa sur la droite du plan de jeu, ils n'arrivent pourtant pas à l'immobiliser et, s'ils commettent une erreur, la laissent d'échapper définitivement.

Dans la position IV, par exemple, les pirates ne peuvent déplacer leur pion 4 qui est immobilisé, ni leur pion 5 qui permettrait à Léa de venir en 5 et de s'échapper. Ils doivent donc déplacer le pion 9. S'ils vont en a, Léa ira en 8, le pion 4 ira en 7 et Léa ira en 9, puis s'échappera en 5 car le pion noir qui y est sera obligé de quitter cette position. Le pion noir ne peut donc aller qu'en 8 et obtenir la position V.

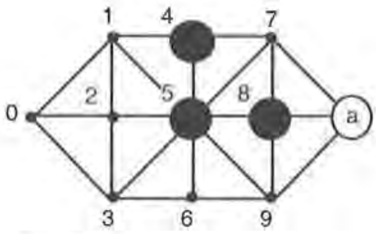


position IV
459 - 7



position V
7 - 458

Il n'y a alors qu'une solution pour le pion blanc: aller en a, ce qui conduit à la position VI.



position VI
458 - a

Pour empêcher le pion blanc d'aller en 9, puis en 6 ou 5, les pirates doivent absolument occuper cette case:

- s'ils y placent le pion 8: position a - 459, Léa retournera en 7 et se retrouvera dans la position IV: 459 - 7;
- s'ils y placent le pion 5, Léa ira en 7 et se retrouvera dans la position symétrique de II: 7 - 489 et s'échappera au prochain coup par 4 ou par 5.

Pour ne pas laisser échapper Léa, les pirates devront donc faire la navette 8-9 avec leur pion noir le plus avancé alors que le pion blanc fera la navette 7 - a. Dans ce cas les pirates n'arrivent pas à bloquer Léa et cette dernière n'arrive pas vraiment à leur échapper.

Il faudra donc compléter la consigne en optant pour l'un des trois choix possibles:

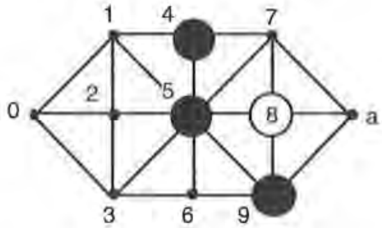
- la partie est nulle,
- Léa a gagné parce que les pirates n'arrivent pas à la bloquer,
- les pirates ont gagné parce que Léa n'arrive pas leur échapper.

Il faut relever, à ce propos, que les élèves peuvent toujours commettre une erreur dans les répétitions de coups. Par exemple, si dans la position a - 459 le pion blanc revient en 8 au lieu de 7, les pirates arriveront à bloquer Léa (problème 1 ci-dessous). Si les noirs déplacent leur pion 5, Léa pourra s'échapper, comme nous l'avons vu précédemment.

Problèmes

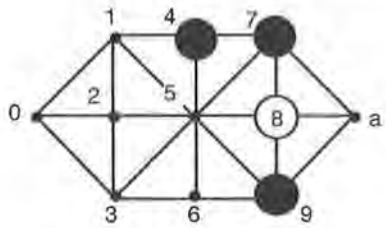
Pour se familiariser avec le jeu, il faut examiner les *stratégies partielles* mentionnées dans les commentaires méthodologiques. Nous les présentons ici sous forme de «problèmes» de fins de parties, à l'intention des lecteurs et de leurs élèves.

Problème 1.
C'est aux noirs à jouer, ils peuvent gagner en deux coups. Comment ?



position C
459 - 8

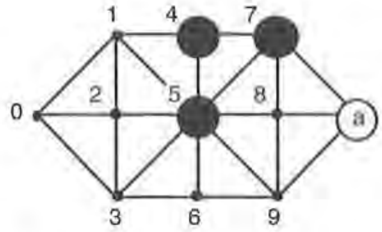
Problème 2.
C'est aux noirs à jouer, ils peuvent gagner en deux coups. Comment ?



position D
479 - 8

Ce problème a quatre variantes équivalentes: le pion noir de la case 4 pourrait aussi être en 1, en 2, en 3 ou en 6.

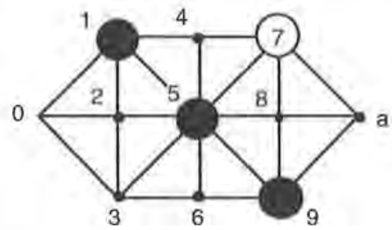
Problème 3.
C'est aux noirs à jouer, ils peuvent gagner en trois coups. Comment ?



position E
457 - a

Ce problème a également quatre variantes équivalentes: le pion noir de la case 4 pourrait aussi être en 1, en 2, en 3 ou en 6.

Problème 4.
C'est aux noirs à jouer, ils peuvent gagner en trois coups. Comment ?



position F
159 - 7

Les débuts de partie

La question est maintenant de savoir comment commencer lorsqu'on conduit les pions noirs ou le blanc. C'est à dire de trouver la *solution* évoquée dans les commentaires méthodologiques au cas où elle existerait.

Cette étude demande du temps et de la place, elle sera poursuivie dans un prochain article, qui se référera à un jeu plus que centenaire, le *Jeu militaire*, traité dans l'ouvrage *Récréations mathématiques* de Edouard Lucas.

En attendant, la balle est dans le camp des lecteurs de *Math-Ecole*.

Mathématiques 1P - 4P

Liste des articles parus sur ce thème dans *Math-Ecole*

[ndlr] A la rentrée scolaire de l'an 2000, le nouvel ouvrage *Mathématiques 4P* devient le moyen d'enseignement officiel de mathématiques pour toutes les classes romandes de ce degré, après *Mathématiques 1P*, *2P* et *3P* qui l'ont précédé de 1997 à 1999[1].

Math-Ecole a déjà publié de nombreux articles sur l'innovation importante pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques introduite en Suisse romande par ces nouveaux moyens d'enseignement: informations, propositions et descriptions d'activités, développements, commentaires, apports didactiques complémentaires,... En huit ans, ce sont près de 350 pages qui lui ont été consacrées. Elles peuvent intéresser tous les maîtres utilisant ces ouvrages, comme leurs formateurs et leurs conseillers pédagogiques.

Voici la liste des articles publiés jusqu'à aujourd'hui[2]. Elle s'allongera encore au fur et à mesure de la parution des prochains numéros, pour autant que des lecteurs, enseignants, formateurs ou chercheurs, veuillent bien alimenter cette rubrique:

Numéros	*Titres et auteurs, pages*
151 (1992)	**Math 1–4, c'est parti** – pp. 29 - 30
152	**Nouvelle approche des apprentissages numériques (I)** – Isabelle Bieri, pp.13-20 **Utilisation didactique des machines à calculer** – Luc-Olivier Pochon, pp.46-47
153	**Nouvelle approche des apprentissages numériques (II)** – Isabelle Bieri, pp.15-23
154	**Utilisation didactique de la machine à calculer, relance** – Luc-Olivier Pochon, pp.6-7
156 (1993)	**Interdisciplinarité en première primaire ou «le quotidien recomposé»** – Janine Worpe, pp. 5-13 **Utilisation de la calculette dans la formation du concept de multiplication dans l'enseignement spécialisé** – Jean-Michel Favre, pp.27 - 29
157	**Ecole primaire: de nouveaux moyens d'enseignement rupture ou évolution ?** – Marie-Hélène Sauthier, Yvan Michlig, pp.15-19

1. Ging, E., Sauthier, M.-H., Stierli, E. (1996, 1997) *Mathé-matiques 1P, Mathématiques 2P (livre du maître, fichier de l'élève, fichier de classe)*. Neuchâtel: COROME.
Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C., Villars, F. (1998, 1999) *Mathématiques 3, Mathématiques 4 (livre du maître, fichier de l'élève, livre de l'élève)*. Neuchâtel: COROME.
Gagnebin, A., Guignard, N., Jaquet, F. (1998) *Apprentissage et enseignement des mathématiques, commentaires didactiques*. Neuchâtel: COROME.

2. Les anciens numéros, ou des photocopies des articles pour les numéros épuisés, peuvent être obtenus auprès de la rédaction de *Math-Ecole*.

163 (1994) **Les maths modernes à nouveau à la une** – François Jaquet, pp. 2-4

164 **Le nombre en première année** – François Jaquet, pp. 4-10
Condorcet, moyen d'apprendre à compter sûrement et avec facilité – pp.11-16

166 (1995) **Moyens d'enseignement romands, Mathématiques 1 à 4, d'une édition à l'autre**– François Jaquet, pp. 26-36

168 **Nombre et sens** – Colomba Boggini, François Jaquet, pp. 3-13
Activité de sériation – Janine Cosandey, pp. 45-46

170 **Résolution de problèmes, une valse à trois temps** – Joane Allard, pp. 11-15
Math-Adore – Caroline Joseph, pp. 16-18
Fichier Evariste – Nicole Toussaint, Jean Fromentin, pp. 36-38

171 (1996) **Problèmes additifs (1): d'états** – Alicia Bruno, Antonio Martinòn, pp. 17-20
Math Adore ! le retour (1) ! – Caroline Joseph, Jacques-André Calame, pp. 30-35

172 **Problèmes additifs (2): de variations** – Alicia Bruno, Antonio Martinòn, pp. 24-27
Math Adore ! le retour (2) ! – Caroline Joseph, Jacques-André Calame, pp. 8-13
Comment atteindre la lune ou la permanence du nombre – Anne Meyer, pp. 32-34

173 **Problèmes additifs (3): de comparaisons** – Alicia Bruno, Antonio Martinòn, pp. 33-37
L'enseignement moderne de la mathématique – Samuel Roller, pp. 20-32
A propos de l'équivalence – Jacqueline Brandt, pp. 38-40

174 **Est-ce la fin des maths modernes ?** – François Jaquet, pp. 2-3
Entre addition et multiplication – François Jaquet, pp. 24-28
Le puzzle – Colomba Boggini, François Jaquet, pp. 29-34

175 **Vive les livres à compter !** – Dominique Valentin, pp. 7-15

176 (1997) **Mon territoire** – Hans Jürgen Sprengel, pp. 19-20
Jeux de NIM – François Jaquet, pp. 25-34

177 **A propos du concept d'angle** – Graziella Telatin, pp. 12-16

178 **Témoignage après deux années de pratique** – François Aebischer, Denise Allaman, Nicole Gex, pp. 20-22

179 **Regards sur le calcul mental** – Luc-Olivier Pochon, pp. 19-27
Mathématiques 1P, Du nouveau pour les enfants, les enseignants, les parents – Janine Worpe, pp. 28-30
Formation initiale en mathématiques et nouveaux moyens d'enseignement – Jacques-André Calame, pp. 31-34

180 **Repérer les compétences des élèves entrant en 1P** – Janine Cosandey, pp. 11-12
Le jeu de la boîte – Mireille Snoeckx, pp. 25-29

181 (1998) **Editorial** – François Jaquet, pp. 2-3
Du jouer au créer – M. Jacquérioz, C. Rastello, Mireille Snoeckx, pp. 9-17

182 **Confection du nouveau plan d'études romand de mathématiques** – Jacques-André Calame, pp. 4-5
Jeux – Martine Simonet, pp. 38-39

183 **Editorial** – Claude Zweiacker, pp. 9-17
L'évaluation formative fondée sur la pratique de classe – Michel Brêchet, Jacques-André Calame, Michel Chastellain, François Jaquet, pp. 9-20
Jeux – Martine Simonet, pp. 30-34

184 **Entre arithmétique et géométrie** – François Jaquet, pp. 10-19
Activité avec les pentominos – Maurice Bertoni, pp. 26-31
Fiches pratiques – pp. 32-33
Repérer les compétences des élèves entrant en 1P – Janine Cosandey, pp. 34-35

185 **Autour des outils de calculs** – Jacques-André Calame, François Jaquet, pp. 3-8
La tour cachée – François Jaquet, pp. 24-30

186 (1999) **Sensibiliser à l'explication d'une démarche: trouver un juste milieu** – Jacques-André Calame, pp. 13-16
Regards sur une activité de 2e année – Luc-Olivier Pochon, pp. 38-39
Jeux: La Loterie – Martine Simonet, p. 43

187 **Comment nos élèves apprennent-ils ? Qu'est-ce qui peut favoriser l'apprentissage** – Michel Mante, pp. 5-15
Jeux: La Banque – Martine Simonet, p. 16
Jeux: Digit junior – Martine Simonet, pp. 41-42

188 **Un problème et son analyse didactique: les pots de confiture** – Carla Crociani, Lucia Doretti, Lucia Salomone, pp. 27-34
Le carré magique pour faire 10 – Pierre Stegen, Annick Sacre, pp. 42-44

189 **Du carré magique pour faire 10 vers le carré magique pour faire 1** – Pierre Stegen, Annick Sacre, pp. 20-23

190 **Le rude passage du témoin entre deux méthodologies des mathématiques** – Aline Gerber, pp. 27-31
Un problème et son analyse: fraction de terrain – Daniela Medici, pp. 32-35

191 (2000) **Mettre en place une situation ludique d'apprentissage des mathématiques, une activité qui se prépare** – Pierre Stegen, Annick Sacre, pp. 5 à 9
Calculette, coucou, la revoilà ! – Jean-Michel Favre, pp. 10-20
La Scopa, découverte d'un jeu de cartes italien dans une classe de 3e – Yolanda Campa, pp. 27-31
De l'analyse a priori à la régulation – Lucie Mottier Lopez, pp. 32-42

192 **Deux puzzles logiques – François Boule, pp. 4-6**

193 **Sur un réseau** – François Jaquet, pp. 26-30

Mathématiques pratiques

Jean-Claude Aymon
Claude-François Bagnoud
Michel Dorsaz
Nicolas Rey-Bellet
Hervé Schild

[ndlr] Les collègues de la Commission de mathématiques de l'AVECO (Association valaisanne des maîtres du Cycle d'orientation) poursuivent la présentation d'activités résolues et testées en classe, tirées de leur *fichier de l'élève*, extrait de *Mathématiques 8* du canton de Neuchâtel.

Math-Ecole avait déjà présenté deux de ces fiches il y a deux ans, dans son numéro 182 (pp. 45 à 48), en voici deux nouvelles, qui peuvent intéresser les maîtres des degrés 7 à 9 d'autres cantons.

Les bougies de l'émir

1. Référence	*Fichier 2e année* VS, *Mathématiques 8* NE Exercice 20 p. 29 (Logique et Raisonnement) [ndlr] Ce problème est tiré d'un concours du championnat de la FFJM des années 1980 et réactualisé pour l'an 2000.
2. Objectif	Développer des stratégies de résolution; calculer la somme d'une suite de nombres (nombres triangulaires); rechercher une fonction.
3. Présentation de la leçon	Durée de l'activité: 1 période Travail de recherche en groupes de 3 à 4 élèves ponctué par une mise en commun des démarches de résolution proposées (débat).
4. Activité	**Les bougies de l'émir** L'émir Hifik a conservé les bougies de ses gâteaux d'anniversaire, depuis son premier anniversaire jusqu'à aujourd'hui, sauf celles d'une année où il était trop malade pour fêter quoi que ce soit. Il possède actuellement exactement 2000 bougies. Quel âge avait-il lorsqu'il n'a pu fêter son anniversaire ?
5. Solution	Le plus petit nombre (triangulaire) de bougies supérieur à 2000 est $2016 = 1 + 2 + 3 + ... + 63 = \frac{63 \cdot 64}{2}$. Si le mirifique n'avait pas été malade lors de son **16e** anniversaire, il aurait 2016 bougies.
6. Remarques	Les élèves se rendent vite compte que la simple addition du nombre de bougies de chaque anniversaire est une démarche longue et fastidieuse. Ils recherchent alors une méthode pour calculer rapidement la somme d'une

telle suite de nombres ou la fonction qui lui est associée.
Voici, pour terminer, le compte-rendu de trois démarches de résolution mises en œuvre par des groupes d'élèves de 2 N 1 (degré 8). Elles amènent toutes à la solution par des voies différentes.

A

Nb. de	Σ1-10	Σ11-20	Σ21-30	Σ31-40	Σ41-50	Σ51-60	Σ61-70
bougies	55	155	255	355	455	555	655
à	10 ans	20 ans	30 ans	40 ans	50 ans	60 ans	70 ans
Total	55	210	465	820	1275	1830	2485

Donc c'est sûr qu'il a entre 60 et 70 ans. A 63 ans, il aura 2016 bougies
Nous prenons 63 ans car c'est la première réponse qui dépasse 2000.
Maintenant, il restera plus qu'à faire 2016-2000=16.
Il aura donc manqué son 16ème anniversaire.

B Total

Σ1-9	Σ1-19	Σ1-29	Σ1-39	Σ1-49	Σ1-59	Σ1-69
9·5	19·10	29·15	39·20	49·25	59·30	69·35
= 45	=190	=435	=780	=1225	=1770	=2415

En observant ce tableau, on en déduit que l'émir a moins de 69 ans.
Poursuivons la recherche :

Total

Σ1-69	Σ1-67	Σ1-65	Σ1-63	Σ1-61
69·35	67·34	65·33	63·32	61·31
= 2415	= 2278	=2145	= 2016	= 1891

Le nombre de bougies le plus proche de 2000 est donc 2016. Nous avons soustrait 2000 de 2016. Ce qui a donné 16 ans

C

âge de l'émir	1	2	3	4	5	6	7
T. des bougies	1	3	6	10	15	21	28

Nous avons alors trouvé la forme générale :

Age —> Bougies

$$x \longrightarrow \left(\frac{x}{2} + 0{,}5\right) \cdot x = \frac{x^2 + x}{2} = \frac{x(x+1)}{2}$$

Nous avons ensuite appliqué cette forme générale jusqu'à trouver le premier nombre plus grand que 2000. C'est 2016 bougies (63 ans). Et finalement, nous avons soustrait 2000 à ce nombre. 2016 - 2000 = 16
L'émir avait donc 16 ans lorsqu'il n'a pas pu fêter son anniversaire.

La course aux fanions

1. Référence

Fichier 3e année VS, *Mathématiques 9* NE
Exercice 13 p. 28 (Logique et Raisonnement)

2. Objectif

Exercices de recherche progressifs qui développent le raisonnement logique par des constructions géométriques

3. Présentation de la leçon

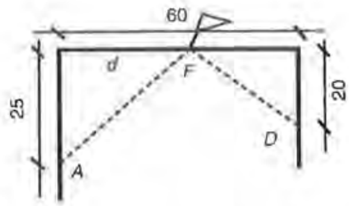
5' de recherche individuelle
5' de mise en commun des difficultés rencontrées, des pistes envisagées...
15' de travail individuel
10' mise en commun

4. Activité

La course aux fanions

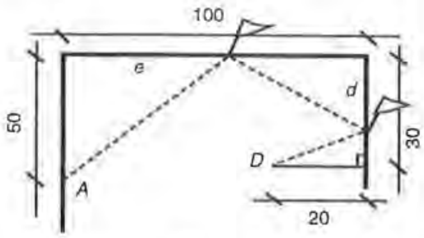
a) *Variante à 1 fanion*

Le joueur part de *D*, court planter un fanion en *F* sur la ligne *d* et se dirige vers l'arrivée *A*. Où planter le fanion pour que la distance soit la plus courte ?



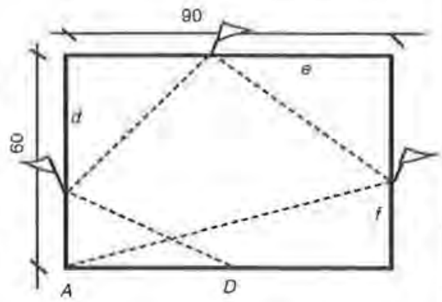
b) *Variante à 2 fanions*

Au départ *D*, le joueur a deux fanions. Il en plante un sur la ligne *d*, puis un autre sur la ligne *e* avant de rejoindre l'arrivée. Où faut-il les planter ?



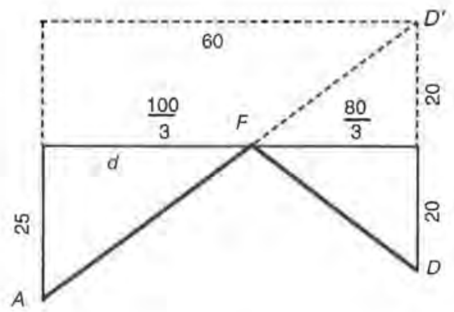
c) *Variante à 3 fanions*

Le départ est au milieu d'une longueur. Il faut planter, dans l'ordre, les fanions sur les côtés *d*, *e* et *f*. Où les placer pour que la distance parcourue soit la plus courte?

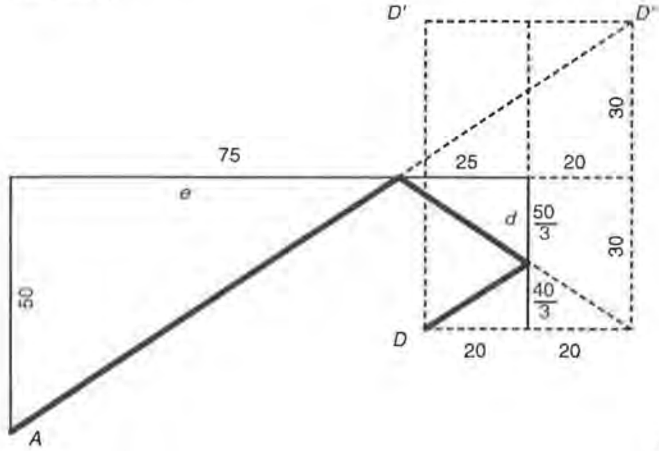


5. Solution

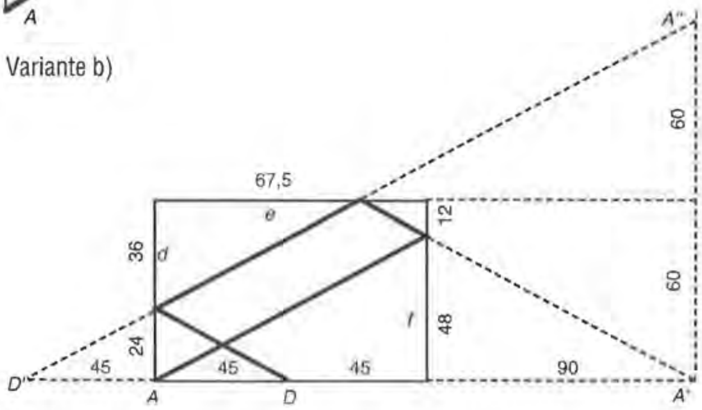
La distance la plus courte entre deux points est la ligne droite...
Par symétrie, on peut ainsi construire le même parcours «en ligne droite».
Il suffit alors de mettre en œuvre les connaissances sur les similitudes pour calculer les coordonnées des emplacements des fanions.



Variante a)



Variante b)



Variante c)

6. Remarque

L'utilisation d'un logiciel de géométrie (Cabri-géomètre, Déclic,...) permet de rechercher plusieurs pistes, d'émettre des hypothèses et de vérifier des solutions, de généraliser les situations, sans «alourdir» le travail par de nombreux dessins sur le papier.

8 RMT: Finale des finales

La finale des finales du 8e Rallye Mathématique Transalpin s'est déroulée le 2 juin 2000 à Parme.

Il n'y a plus d'élèves à ce niveau de la confrontation car le RMT n'a – pas encore – les moyens de réunir des classes de plusieurs pays. Il n'y a que des feuilles-réponses, celles des classes gagnantes des finales régionales. Comme toutes les régions n'ont pas le même calendrier des vacances scolaires, il n'était malheureusement pas possible de prendre en compte tous les résultats lors de cette finale des finales ; il manque ceux de France, du Luxembourg, de Prague et d'Israël qui organisaient leurs finales en juin.

La comparaison a toutefois pu se faire entre les sept régions d'Italie (Belluno, Cagliari, Lodi, Parma, Pesaro, Rozzano, Siena, Val d'Aosta,) et les deux régions de Suisse (Romandie et Ticino).

Le but premier de cette finale des finales n'est pas de désigner des vainqueurs au niveau interrégional ou international. Il s'agit plutôt de contrôler la validité et la fidélité des procédures d'évaluation du RMT, qui sont l'aboutissement des analyses a priori, conduites au niveau international.

Six personnes (animateurs de Parma, Siena et Suisse romande) ont évalué les feuilles-réponses des gagnants des finales des dix régions mentionnées ci-dessus. Au total, sur les six catégories, 375 problèmes ont été réexaminés (9 classes de catégorie 3 pour les problèmes 1 à 6 ; 9 classes en cat. 4, de 1 à 7 ; 8 classes en cat. 5, de 3 à 9 ; 11 classes en cat. 6, de 7 à 13 ; 10 classes en cat. 7, de 9 à 15 ; 8 classes en cat. 8, de 10 à 16). Les points attribués lors des finales régionales avaient été effacés ou dissimulés et, par groupes de deux, les examinateurs ont procédé à une nouvelle évaluation, selon les barèmes déterminés par l'analyse a priori.

Les résultats font apparaître une bonne concordance entre les points attribués lors des finales régionales et les points de la finale des finales, comme l'indique le tableau suivant. Les trois quarts des problèmes (284 sur 375) ont été appréciés de la même façon par les équipes régionales d'évaluateurs et par ceux de la finale des finales (0 point d'écart), sur les 77 problèmes (20 %) présentant un écart de 1 point, le jury international s'est montré plus clément dans 34 cas et plus sévère dans 43 cas. Les écarts supérieurs à 2 points sont rares (2 cas sur 375) ; ce taux d'erreur est très faible.

Ecart (points)	Nb. problèmes	en %
0	284	75,7
1	77 (34^+; 43^-)	20,5
2	12 (9^+; 3^-)	3,2
3	1 (0^+; 1^-)	0,3
4	1 (1^+; 0^-)	0,3
total	375	100

Voici les «podiums» des six catégories :

Cat. 3
1. Rozzano
2. Canton Ticino
3. (à égalité) Cagliari, Siena, Suisse romande (E. Ging, la Chaux-de-Fonds)

Cat. 4
1. Rozzano
2. (à égalité) Pesaro, Siena, Suisse romande (Y. Giauque, Prêles)

Cat 5
1. Rozzano
2. (à égalité) Cagliari, Parma, Suisse romande (J. Carrel, Villars-sur-Glâne)

Cat. 6

1. Siena
2. (à égalité) Belluno, Parma, Pesaro

Cat. 7

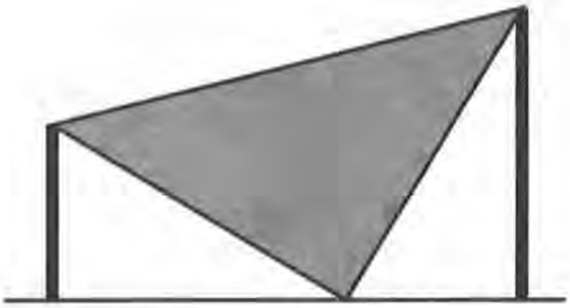
1. Suisse romande (G. Favre, la Tour-de-Peilz)
2. (à égalité) Belluno, Siena

Cat. 8

1. Suisse romande (P. Lang, Prilly)
2. Belluno
3. Parma

Les six classes gagnantes de Suisse romande obtiennent, globalement, des classements tout à fait honorables. Elles se situent en tête en catégories 7 et 8, ce qui peut s'expliquer par notre sélection scolaire (les autres régions participant au RMT ont des classes hétérogènes jusqu'au degré 9).

La banderole



Pour la fête annuelle du club, le comité d'organisation a décidé d'ériger à l'entrée une magnifique banderole de bienvenue.

Elle a la forme d'un triangle rectangle isocèle et les mâts qui la soutiennent mesurent 1,50 m et 2,50 m de haut. Une fois tendue, la banderole ne touche le sol qu'en sa pointe (comme sur le dessin).

De quelle distance les mâts sont-ils écartés ?

Si maintenant on voulait que la banderole ait la forme d'un triangle équilatéral, et, que tendue entre les deux mêmes mâts, elle ne touche toujours le sol qu'en sa pointe, ***quelle devraient être ses dimensions et l'écartement des mâts ?***

Extrait de *100 Jeux mathématiques du «Monde»*, p. 57, présenté dans les notes de lecture de la page 48

Courrier des lecteurs

[ndlr] Le courrier des lecteurs est une chronique que nous avons inaugurée dans notre numéro 191, en incitant nos abonnés à nous envoyer leurs remarques et réflexions. L'appel a été entendu, puisqu'aujourd'hui ce sont trois nouveaux lecteurs qui nous envoient un message: un merveilleux cryptarithme de M. Lamirel, des considérations toniques, critiques et fort pertinentes de M. Muller (l'inventeur du jeu QUARTO), une adaptation du jeu de la Corneille et une réalisation pratique de son matériel, de Mme Laurent. Un grand merci à ces lecteurs pour leur contribution. Que d'autres suivent leur exemple pour rendre Math-Ecole toujours plus vivante.

De M. Bernard Lamirel, Dijon

Grâce à votre revue No 186 et 189, j'ai trouvé le nom d'un amateur de cryptarithmes, M. Bloch. Nous avons échangé un courrier.
Je lui ai parlé de nos trouvailles, notamment celle de MANAGER – superbe à son avis –. Je ne résiste donc pas au plaisir de vous l'adresser avec l'espoir de la trouver un jour dans votre périodique.
Les jeux que vous proposez à vos lecteurs constituent à la fois une occasion de développement et de détente – le jeux à toujours eu une place importante dans l'éducation. Il faut comprendre jeux intellectuels et physiques; le jeux d'échecs faisant une bonne synthèse puisqu'il nécessite au top niveau un entraînement de sportif.
Sur ce bavardage, je vous adresse, Monsieur Jaquet, mes compliments et l'expression de mes meilleures salutations.

B. Lamirel

Voici donc mon problème:
On peut considérer que le métier de MANAGER exige pour sa réussite un certain nombre de conditions. En quelque sorte c'est la somme d'un certain nombre de verbes d'action reliés entre eux par une certaine logique.

			V	O	I	R
		V	E	N	I	R
	S	A	V	O	I	R
			A	G	I	R
	A	M	E	N	E	R
M	A	N	A	G	E	R

Aller voir les choses [VENIR] pour voir venir. Le contact du terrain procure un certain SAVOIR qui doit être mis au service de l'action AGIR. Avec l'espérance de MENER au sens de diriger une équipe pour l'AMENER à un résultat. GAGNER serait mieux mais cela ne marche pas.
En 10 minutes on est déjà bien avancé.

Solution en page 42

De M. Blaise Muller, Saint Blaise

Prologue
N'étant pas enseignant, et à peine mathématicien dilettante, je suis pourtant abonné à votre revue, que je dévore toujours avec gourmandise. Le fait de ne pas être «du métier» me fait évidemment voir les choses sous un angle particulier et je prie donc les enseignants de ne pas prendre réellement au sérieux les remarques que je formule ici. Mon propos n'est pas de critiquer leur travail, mais seulement de laisser libre cours à mon humeur chicanière.

Math-Ecole no 190 – Un numéro riche en contrastes...
D'habitude, les auteurs des divers articles parlent à peu près le même langage, comme on peut s'y attendre dans une revue concernant une branche aussi précise que l'enseignement des maths en Romandie. Alors, d'où vient la rafraîchissante brise dialectique qui a soufflé

sur le berceau du dernier numéro de Math-Ecole? J'y ai relevé trois jolies oppositions:

1) Scrupules contre bonne conscience

Dans son éditorial (p. 2), M. F. Jaquet se penche sur le passé de la mise en place des moyens d'enseignement. Son point de vue, plus humaniste que technique, fait preuve d'une modestie rare (J'aimerais parfois trouver un ton aussi nuancé dans les articles péremptoires consacrés aux applications de CABRI !)

Le passage du rapport de Mme D. Medici (p. 32) relatant une maladresse dans la définition d'un problème est un exercice d'autocritique encore plus radical – et plutôt courageux.

Les excuses de la rédaction (p. 12) s'inscrivent apparemment dans la même veine d'humilité. Cette impression globale de pudique pénitence est (heureusement ?) compensée par M. F. Perret (p. 36). Son approche plus ludique des maths le met visiblement à l'abri des scrupules qui hantent les nuits des enseignants. Aucun doute postmoderniste ne taraude cet auteur au vocabulaire de bateleur qui, pour nous présenter une propriété pourtant triviale de son carré magique, nous invite, dans une envolée d'optimisme primesautier, à découvrir «4 nouvelles merveilles» !

2) Grandiloquence contre spontanéité

Au chapitre «Notes de lecture», on cite un passage du mémoire «Le travail de groupe dans les nouveaux moyens d'enseignement de math 1P: Attitudes d'enseignants» (p. 39). Relisons-en un extrait et cherchons à en percer la signification – «On peut [...] se demander si l'hétérogénéité des trajectoires et des contextes professionnels du corps enseignant ne conduira pas ce dernier à adopter des attitudes variables». Pour un peu, l'aplomb académique de ce galimatias amphigourique nous ferait rater la tautologie qu'il camoufle – «Plus les profs sont différents, moins ils sont pareils !». Avouons que ça aurait eu moins de panache...

Tout à l'opposé de ce langage aussi pédant que creux, j'ai apprécié le style direct et concret de Mlle A. Gerber (pp. 27-31). J'aime particulièrement ce passage – «J'ai rarement vu des élèves chercher autant, ce qui m'a vraiment comblée lors de cette visite «d'expert», de plus, ils n'avaient pas conscience de faire des mathématiques, mais plutôt de la botanique... Beaucoup ont, en effet, pris mon professeur de mathématiques pour mon professeur de sciences naturelles ! J'étais ravie !». On oublie de mentionner que la classification est une branche majeure de la botanique, mais quelle bouffée de fraîcheur quand même !

3) Autodestruction

Dans la contribution de M. A. Calame («Quel statut pour les vecteurs 7 ?» – pp. 5-12) la contradiction est interne: Il commence son article en revendiquant à très juste titre le droit des vecteurs à s'affranchir de la tyrannie de la géométrie des flèches. Mais quand il propose des pistes pour introduire la notion de vecteur, tous ses exemples font hélas appel à des flèches ! Et le seul exemple qui s'échappe de la géométrie me paraît plutôt mal choisi (Consommation d'une auto sur deux jours – p. 9):

Les dimensions des grandeurs considérées étant hétérogènes, le recours à des vecteurs est superflu – les kilomètres et les litres s'additionnent séparément. La représentation du problème dans un plan est maladroite aussi, en raison de l'inexistence de valeurs négatives (parcourir 100 km en marche arrière n'ajoute pas 5 litres au contenu du réservoir). Le fait que la voiture de l'exemple consomme 8 litres au cent un jour et 5 litres au cent le lendemain devrait plutôt faire réfléchir au rôle d'autres paramètres (état de la route, pente, vitesse, freinage) et déboucher sur une analyse qui ne mènerait certainement pas à représenter la consommation journalière du véhicule par une flèche bien droite ! Et même si on dessinait une chaîne continue de petites flèches plus ou moins pentues suivant la courbe sinueuse du trajet, on n'additionnerait pas des vecteurs, mais bien des kilomètres d'une part et des litres d'autre part.

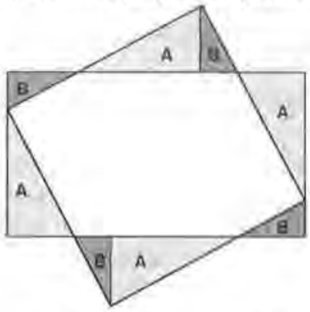
Blaise Muller, artisan et ludographe

A propos de: «8e Rallye Mathématique Transalpin - Épreuve 1»(pp. 20-26).

Solutions alternatives à deux problèmes, juste pour le plaisir d'apporter la contradiction:

Problème 3 – **Tapis carrés**

Voici une solution en **un** *carré, qui respecte la consigne (sinon l'esprit) de la question*[1].



Problème 11 – **Labyrinthe numérique**

Comme dans les classiques «tests logiques» qui demandent au sujet de compléter une série, la solution de ce genre de problèmes n'est jamais unique. Celle que je vous propose est un peu tordue, j'avoue, mais elle existe... Et on doit pouvoir en trouver d'autres[2].

13	11	8	3
9	10	12	1
13	15	7	6
18 ⇨	16 ➡	9 ⇨	4

Loi:

n est le nombre de chiffre du nombre de départ

⇨ 1er pas: on déduit **8 - 3 x n**

18 - (8 - 3x2) = 18 - (8-6) = 18- 2 = **16**

9 - (8-3x1 = 9 - (8 - 3) = 9 - 5 = **4**

6 - (8 - 3x1) = 6 - (8 - 3) = 6 - 5 = **1**

➡ 2e pas: on ajoute **11 - 9 x n**

16 + (11 - 9x2) = 16 + (11 - 18) = 16 + (-7) = **9**

4 + (11 - 9x1) = 4 + (11 - 9) = 4 + 2 = **6**

1 + (11 - 9x1) = 1 + (11 - 9) = 1 + 2 = **3**

De Mme Martine Laurent, Neuchâtel

Bonjour,

J'ai trouvé le no 191 de Math-Ecole passionnant et spécialement l'analyse a priori du **Jeu de la corneille**. *J'ai confectionné un jeu pour ma classe en changeant quelques noms pour des raisons de dessins et vous le mets à disposition si cela vous intéresse*[3].

Avec mes meilleures salutations.

Solutions du cryptarithme de M. Lamirel, de la page 40

```
      2 6 5 0
    2 7 3 5 0
  9 8 2 6 5 0
      8 4 5 0
  8 1 7 3 7 0
-------------
1 8 3 8 4 7 0

      6 2 5 0
    6 3 7 5 0
  9 8 6 2 5 0
      8 4 5 0
  8 1 3 7 3 0
-------------
1 8 7 8 4 3 0
```

Nombre de solutions trouvées: 2

En réalité la deuxième solution n'est pas totalement originale. Elle provient d'une permutation entre le groupe O, M et le groupe V, E.

1. [ndlr] M. Muller a indiqué les dimensions des triangles A et B sur la solution qu'il nous a envoyée. Mais leur recherche constitue un si beau problème que nous laissons au lecteur le soin de les retrouver. La solution du problème des tapis carrés proposés ici n'est pas apparue dans cette première épreuve du 8e RMT. Trop «tordue» pour des élèves de 3ème et 4ème année et... pour les auteurs du problème ?

2. [ndlr] Nous approuvons et soulignons avec force cette remarque, même si nous n'avons pas trouvé cette solution parmi toutes les réponses reçues (près de 500 classes des catégories 5 et 6 participant au 8e RMT).

3. A demander à la rédaction de Math-Ecole.

Cahiers de vacances

François Jaquet,
rédacteur de Math-Ecole

«Klorophile et Klorophilou
Voici les cahiers d'été pour les écoliers suisses romands degrés primaires 2e, 3e, 4e, 5e, 6e. En compagnie des kangourous Klorophile et Klorophilou, les enfants pourront réviser et approfondir leurs connaissances en français, vocabulaire, orthographe et mathématiques, selon le programme officiel de notre pays.
Des vacances baignées d'humour, dans une ambiance instructive et plaisante. A coup sûr, des progrès et une sécurisation en perspective. Cet outil deviendra vite indispensable.
Deux enseignants (...) organisateurs du Championnat suisse d'orthographe, ont réalisé des cahiers appropriés et sur mesure que l'on pourra désormais remplir complètement.
Les facéties et les aventures de nos amis Klorophile et Klorophilou sont illustrées avec la touche d'humour de (...).

Chaque cahier ... à Fr. 14.80
- *met l'accent sur le français et les mathématiques*
- *propose à l'élève un menu journalier d'environ une heure*
- *permet une progression sûre, méthodique et bien dosée dans le programme du degré concerné*
- *présente de nombreux exercices sur des thèmes locaux*
- *met un corrigé détachable à la disposition des parents et élèves*

Vous trouverez Klorophile dans toutes les librairies, kiosques et grandes surfaces de Suisse romande».

Des cahiers pour occuper quinze journées des vacances de nos chers petits, c'est suspect, a priori. Ceux de nos voisins français se multiplient depuis plusieurs années, au point d'encombrer les étalages des marchands de journaux dès le printemps. On ne s'y intéressait pas trop, chez nous, parce qu'ils ne correspondaient pas à nos programmes. La situation change maintenant avec *Klorophile et Klorophilou* qui affichent très visiblement sur la couverture de chaque cahier et sur leur première page intérieure: *Programme suisse romand.*

Devant de nombreuses questions et demandes d'avis à propos de ces nouveaux cahiers, j'ai surmonté mes réticences et me suis donné comme devoirs – de vacances, évidemment – de lire l'un de ces cahiers. J'ai choisi celui de deuxième année, un peu par hasard, car la collection complète se trouvait à ma disposition. J'ai aussi décidé de me limiter aux pages de mathématiques qui occupent environ le tiers du document, les autres étant consacrées au français.

Il ne me restait donc qu'une quinzaine de pages à examiner, sur les cinquante du cahier, organisées en 15 «jours» et proposant environ 30 activités de mathématiques.

Quelques minutes m'ont suffit pour voir que, globalement, les notions abordées se rapportent bien au programme de deuxième année, que les exercices sont traditionnels et anodins, que la présentation graphique est claire, que «l'humour» attendu me semble absent, et que «l'ambiance instructive et plaisante» est tout à fait imaginaire ou subjective.
Après ce premier examen, rapide, j'étais prêt à me rallier à l'avis que *Klorophile et Klorophilou* ne sont ni pires ni meilleurs que leurs cousins d'outre Jura et que, en ce qui concerne les mathématiques, ils ne pouvaient pas faire de mal aux élèves, qui en ont déjà vu d'autres ! Bref, un avis d'indifférence, un «bof» fataliste accompagné de considérations sur l'impuissance de l'école confrontée à la liberté de commerce et de publication.

Et c'est précisément en refermant le cahier et en relisant la publicité de sa couverture, que la question de départ, essentielle, m'est revenue : cette brochure est-elle, ou non, conforme au *Programme suisse romande* ?

Alors je me suis lancé dans une analyse un peu plus approfondie du cahier en commençant par classer ses 30 activités mathématiques proposées :

a) une dizaine de séries d'opérations du genre de celle de l'exemple suivant (voir figure 1, haut),

b) une quinzaine d'activités numériques comme des suites régulières à compléter, des sommes à compléter, des «cases qui ont le même total à relier», des égalités géométrico-numériques à compléter, (voir figure 1, bas)... ,

c) une activité de reproduction de motifs, d'un système de coordonnées à un autre, de trame plus grande,

d) une recherche de sommets de rectangles parmi un ensemble de points donnés (voir figure 2)

e) quatre problèmes, ou séries de problèmes (voir figure 3).

Premier constat : plus de 80% des activités sont consacrées à l'entraînement du calcul et il n'y a qu'une très faible partie de problèmes. Dans les moyens d'enseignement romands de deuxième année, la proportion est inverse : toutes les constructions se font à partir de problèmes et les entraînements au calcul se situent au sein de recherches de solutions, lors de l'élaboration de stratégies, dans la pratiques de jeux. *Klorophile et Klorophilou* ne suivent donc pas le programme romand dans la répartition des types d'activités. (J'interprète ici, naturellement, l'expression *Programme suisse romand* comme l'ensemble de nos moyens d'enseignement et plan d'études, au sens de *curriculum*.)

Deux hypothèses sont à examiner maintenant : celle de la complémentarité des deux moyens ou celle de leur opposition dans les conceptions d'apprentissage. A cet effet, je me suis proposé de regarder d'un peu plus près les contenus et l'esprit de chacune des catégories déterminées ci-dessus.

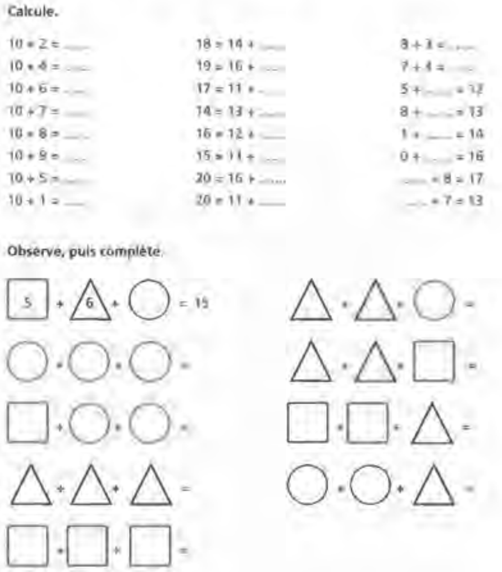


figure 1

a) Il n'y a aucune série de calculs de ce genre dans les ouvrages officiels romands de mathématiques de deuxième année (même si certains cantons publient des cahiers de calcul mental ou fiches hebdomadaires complémentaires). Pour répondre aux objectifs du plan d'études romand, «effectuer des calculs à l'aide d'outils appropriés (en 2e : de 0 à 200)», le calcul et sa pratique sont proposés au travers de situations où ils prennent du sens, par exemple lors d'un jeu où le but est d'écarter des cartes dont la somme est 15. Il y a aussi de nombreuses occasions d'entraîner les opérations en «calcul réfléchi» où l'on décortique les procédures de chacun. Mais on tient absolument à dissocier le calcul des longues séries d'opérations où l'élève apprend à s'ennuyer et à développer les phénomènes bien connus de rejet. *Klorophile* propose des pensums plutôt que des calculs, au point de se transformer en *Kloroforme*.

b) Voici un exemple que j'ai classé dans les «activités numériques»:

«observe et complète:

4 ; 6 ; ... ; 10 ; ... ; ... ; ... ; 18 ; .... ;»

Si votre formation scolaire vous a implanté de belles oeillères, vous n'aurez aucune difficulté à répondre et vous trouverez la solution du «corrigé», si utile pour le contrôle de ces devoirs de vacances (dans les pages centrales du cahier, ... et détachables !):

«4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18,...»

Si, au contraire, vous avez conservé quelques éléments de pensée autonome, vous pourriez répondre:

«4 ; 6 ; 7 ; 10 ; 12 ; 13 ; 16 ; 18 ; 19 ;...»

en imaginant qu'on ajoute 2, puis 1, puis 3 et qu'on recommence en ajoutant, dans le même ordre, 2, puis 1, puis 3, ainsi de suite.

Dans ce cas, vous avez tout faux ! Vous n'êtes pas dans la norme, vous êtes un dangereux individualiste, vous n'avez pas répondu comme l'auteur l'avait prévu. Depuis le temps qu'on vous le rabâche, vous devriez savoir qu'un problème n'a qu'une seule solution: celle de celui qui vous le pose ! Vous devriez aussi savoir, même si on ne vous l'a jamais dit, que la consigne «observe et complète» veut dire «met des nombres naturels dans les trous de manière à constituer une suite arithmétique, dont chaque terme est la somme du précédent et d'un nombre constant appelé «raison» !

Ce n'est pas correct de donner des séquences de nombres, à compléter sans en fixer les règles tout en attendant qu'on les respecte. C'est ce qu'on appelle un abus de pouvoir.

Dans la même catégorie, l'activité que nous qualifions de «géométrico-numérique» (voir figure 1, bas) est entachée des mêmes défauts que la précédente:

L'énoncé ne dit pas que chaque carré vaut 5, que chaque triangle vaut 6 et que tous les cercles ont la même valeur. (Nous l'avons déduit des solutions données). Si l'on admet cette règle non dite, l'exercice se limite à trouver la valeur d'un cercle, 4, et à effectuer ensuite huit additions de trois nombres.

On remarque, en passant, qu'une simple erreur de calcul dans la première égalité entraîne des erreurs dans la moitié des autres (celles qui comprennent des cercles), que le bilan sera de 4 réponses justes sur 9 et que le verdict sera implacable: «...a encore beaucoup de lacunes dans les calculs géométrico-numériques et devrait encore les exercer».

On peut relever enfin que l'élève apprend ainsi à additionner non plus des nombres, mais des carrés, des cercles et des ronds, ce qui est assez original d'un point de vue mathématique !

Il est certain que, dans les ouvrages romands, il existe des imprécisions et, parfois des non dits. Mais les auteurs et les commissions de lecture ont veillé au grain et ont tenté de les éliminer. Il y a tant d'années que les mathématiciens et les didacticiens le dénoncent ! Dans ces cahiers c'est systématique. Pourquoi le héros ne s'appelle-t-il pas *Kloronorme* ?

c) L'agrandissement proposé est des plus classique, peut-être un peu difficile. Mais comme les coordonnées sont données sur chaque ligne du quadrillage, l'élève n'aura pas besoin de se créer un système de repérage. Il ne risque donc pas de faire de mathématiques en comptant les carrés, il n'aura qu'à lire précisément les coordonnées.

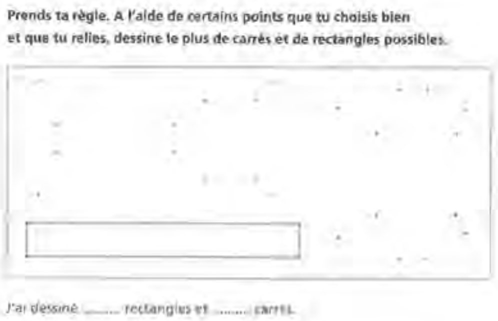


figure 2

d) Le problème de géométrie (v. figure 2) n'est pas inintéressant. Mais nous nous demandons quel concept il va générer chez l'élève : celui de «rectangle-aux-côtés-parallèles-au-cadre» ou celui de «rectangle» ? Comme il n'y a pas

d'autres solutions possibles, on en restera au premier concept, partiel, dont l'élève devra se débarrasser au cours des années suivantes, souvent au prix de grandes difficultés.
Le fichier de l'élève *Mathématiques 2P* propose une activité analogue «Constellation» (p. 62)[1], mais les auteurs se sont bien gardés d'utiliser tous les points ou de ne placer que des carrés dont les côtés sont parallèles aux bords de la feuille. Car ils savent que, depuis plus de trente ans, les recherches en didactique des mathématiques ont mis en évidence les stéréotypes que se forgent les enfants sous l'influence de problèmes fermés et de représentations limitées.

e) Nous avons hésité à reproduire le problème des poissons (figure 3) car on pourrait craindre qu'un lecteur étourdi puisse croire que *Math-Ecole* le publie comme un exemple à suivre. Ce n'est pas correct de faire classer des poissons du plus petit au plus grand sans préciser la grandeur envisagée (masse, aire sur l'image, aire en perspective, distance entre la tête et la queue, distance entre les nageoires les plus éloignées, ...).

figure 3

1. Ging, E., Sauthier, M.-H., Stierli, E. (1997) *Mathématiques 2P (livre du maître, fichier de l'élève, fichier de classe).* Neuchâtel: COROME.

J'ai pensé tout d'abord que ces poissons étaient classées dans l'ordre alphabétique. Il n'en est rien, le corrigé donne la solution «a < e < c < b < d < f < g < h».
Le signe «<» compare ici des objets alors que le programme romand le réserve aux comparaisons de nombres, comme en mathématiques ! Une information encore, l'énoncé ne prévoit que la réponse «5 + 5 + 5 = 15». «3 x 5» ou «5 x 3» ne semblent pas entrer en ligne de compte !

Une dernière précision: chaque problème proposé par les moyens d'enseignement romands est conçu dans le cadre d'une recherche où les interactions entre élèves jouent un rôle de premier ordre, on y prévoit des mises en commun, des phases de justification et validation des solutions. Dans un cahier de vacances, seule la «bonne réponse» est prise en compte. C'est fondamentalement différent.

Non, vraiment, il ne sent pas bon, le poisson de *Klorophile* !

En conclusion, la réponse à la question initiale est non. Il n'y a aucune conformité entre les programmes romands et ces cahiers, ni dans la forme, ni dans les conceptions d'apprentissage. *Klorophilou* est vraiment un filou.

Le lecteur pourra s'étonner de trouver ici une critique aussi dure et ironique. Chacun n'est il pas libre d'écrire ce qu'il veut ? Certes, nous reconnaissons à l'éditeur le droit de publier de tels cahiers, mais pas celui d'abuser les parents en prétendant qu'on se situe dans le cadre du «programme romand». Une revue comme *Math-Ecole*, qui soutient les innovations mathématiques en Suisse romande depuis leurs débuts doit exprimer un avis ferme et dire clairement ce qui lui paraît pervers pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans les cahiers de vacances: des images caricaturales, l'entraînement de comportements d'automates, les propositions de raisonnements réducteurs, sans compter l'atteinte aux «vacances» légitimes des élèves. C'est notre devoir élémentaire de vigilance.

TABLEURS ET MATHÉMATIQUES AU COLLÈGE

Michel Rousselet, CRDP Versailles
584, rue Fourny BP 326
F - 78533 Buc Cedex
(80 FF, A4, 120 pages)

Un tableur est un outil puissant qui, en plus des quatre opérations arithmétiques dispose de très nombreuses fonctions mathématiques. Il permet tous les calculs numériques élémentaires (prix, périmètre, aire, volume, par exemple) mais aussi des calculs nettement plus compliqués (constitution de la table de valeurs d'une fonction, résolution d'une équation, recherche de la limite d'une suite, etc.).

Le tableur dispose aussi d'un module graphique capable de traduire des données numériques sous forme de diagrammes (en «barres verticales» ou en «camemberts») ou de construire des représentations graphiques de fonctions.

Excel, par exemple, qui domine largement le marché des tableurs, est sur la plupart de nos ordinateurs personnels. Mais est-il utilisé dans la mesure de ses possibilités ?
Et qu'en est-il en classe de mathématiques ?

Michel Rousselet est un pionnier dans l'utilisation du tableur au collège (degrés 6 à 9 de l'école secondaire) à des fins d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques. Tout au long de son ouvrage, il fait partager sa grande expérience et donne envie à ceux qui ne l'ont jamais fait, d'exploiter leur tableur au delà de sa simple utilisation comme tableau de valeurs.

En une cinquantaine de pages, l'auteur présente le fonctionnement d'un tableur, étape par étape, avec des exemples et des exercices: les menus et commandes, les calculs élémentaires, la mise en page des feuilles de calcul, les calculs statistiques, les calculs conditionnels, répétés, itératifs, les adresses relatives et absolues, les graphiques et les représentations graphiques des fonctions. Cette présentation est suffisante pour un autodidacte qui, en quelques heures, devant son écran pourra découvrir et utiliser efficacement son tableur.

Dans une deuxième partie, l'auteur propose de répondre à des questions d'ordre pédagogique:

- dans quels domaines des mathématiques peut-on utiliser les tableurs ?
- quels avantages pouvons-nous escompter sur le plan pédagogique ?
- quelles difficultés allons-nous rencontrer ?
- comment organiser l'apprentissage des élèves ?

La présentation de cette partie se fait tout d'abord à partir de trois exemples très détaillés de «petits problèmes» pour des classes de degré 6. Il s'en dégage quelques apports du travail sur le tableur, essentiels pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques: le développement de la rigueur et de l'écriture dans l'élaboration d'une feuille de calcul, l'intérêt et la nécessité de la validation de ses résultats, la compréhension de ce qu'est une feuille de calcul et, finalement, l'acquisition du concept de variable. Dans les applications pédagogiques, toujours, des exemples de résolution d'équations, pour les degrés 6 à 9, montrent que le tableur autorise une autre approche de l'algèbre en permettant aux élèves de résoudre des équations déjà «compliquées» avec des moyens simples. Ils peuvent ainsi mieux «centrer» leur attention sur les questions de sens.

Un tableur permet de commencer l'étude des équations sans avoir besoin d'apprendre immédiatement des techniques de résolution. Celles-ci cessent donc d'occuper le devant de la scène pour laisser place à la nécessité de résoudre des problèmes.

D'autres exemples, enfin, traitent de la recherche d'un maximum, de statistiques et de représentations graphiques de fonctions.

Une troisième partie propose des «outils pour la classe». Le tableur est utilisé ici pour étudier certaines notions délicates telles que, par exemple, le calcul du volume d'une pyramide, la notion d'écart-type, la détermination du pgcd de deux entiers positifs.

Là encore l'auteur accompagne ses présentations détaillées de commentaires pédagogiques et de propositions pratiques qui font, de cette dernière partie comme des précédentes, un véritable outil pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

Mots-clés: mathématiques, informatique, enseignement, école secondaire

Destinataires: maîtres de mathématiques de l'école secondaire

100 JEUX MATHEMATIQUES DU «MONDE»
Affaire de logique

Elisabeth Busser, Gilles Cohen
Editions POLE, Paris 1999

Toutes les semaines, Elisabeth Busser et Gilles Cohen proposent un jeu mathématique dans «Le Monde» daté du mardi. Des milliers d'amateurs l'attendent avec impatience pour s'adonner à quelques instants savoureux de recherche et vérifier leur solution du jeu précédent. Voici les 100 premiers de ces jeux, enfin rassemblés dans ce volume ! Ils sont enrichis des contributions des centaines de lecteurs qui ont écrit pour proposer une autre solution, un développement, une nouvelle question.

D'un abord accessible à tous, ne demandant aucune connaissance spécifique mais simplement de l'astuce et un certain sens de la déduction, ils donnent parfois lieu à une généralisation passionnante qui fait l'objet d'une deuxième question. C'est pourquoi ils intéresseront autant les collégiens et lycéens que leurs aînés.

On trouvera l'un de ces jeux en page 39

Bonne lecture et beaucoup de plaisir dans votre recherche !

Mots-clés: mathématiques, jeux

Destinataires: maîtres de mathématiques, lycéens, collégiens, grand public

F.J.

Abonnements et commandes

❑ **Veuillez m'abonner à** *Math-Ecole (tarifs en page 2 de couverture).*

Veuillez me faire parvenir:

Encyclopédie kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 28.–)
Mathématiques du kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 28.–)
Les annales du kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 29.–)
Exos-malices, ACL	...	(ex. à Fr. 29.–)
Histoire de Maths, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
La magie du calcul, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Pythagore et Thalès, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Le monde des pavages, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Les maths & la plume, ACL	...	(ex. à Fr. 14.–)
Jeux et découvertes mathématiques, ACL	...	(ex. à Fr. 14.–)
Jeux mathématiques pour tous, ACL	...	(ex. à Fr. 16.–)
Pliages mathématiques, ACL	...	(ex. à Fr. 17.–)
Apprivoiser l'infini, ACL	...	(ex. à Fr. 25.–)
100 Jeux mathématiques du «Monde», POLE	...	(ex. à Fr. 27.–)
Le système métrique, hier et aujourd'hui, ADCS	...	(ex. à Fr. 38.–)
Jeux mathématiques du «Scientific American», ADCS	...	(ex. à Fr. 38.–)
Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, N. Rouche, CREM	...	(ex. à Fr. 26.–)
La CIEAEM au travers de ses 50 premières rencontres	...	(ex. à Fr. 6.–)
Actes de la CIEAEM 50	...	(ex. à Fr. 35.–)
PROBLÈMES DE RALLYES ET CONCOURS:		
Actes des rencontres internationales de Brigue sur le RMT	...	(ex. à Fr. 18.–)
Jeux IV: de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP	...	(ex. à Fr. 28.–)
Fichier Evariste APMEP	...	(ex. à Fr. 25.–)
Panoramath 96, APMEP	...	(ex. à Fr. 12.–)
Panoramath 2, CIJM, APMEP, ACL	...	(ex. à Fr. 18.–)
Panoramath 96, Panoramath 2,	...	(ens. à Fr. 25.–)
50 Enigmes mathématiques pour l'école	...	(ex. à Fr. 14.–)
50 Enigmes mathématiques faciles	...	(ex. à Fr. 16.–)
52 Nouvelles énigmes mathématiques faciles, POLE	...	(ex. à Fr. 16.–)
50 Enigmes mathématiques pour tous	...	(ex. à Fr. 16.–)
52 Nouvelles énigmes mathématiques pour tous, POLE	...	(ex. à Fr. 16.–)
50 Enigmes mathématiques pour lycéens	...	(ex. à Fr. 16.–)
Le Trésor du vieux Pirate (n° 12)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Le Pin's Tourneur (n° 11)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Anciens numéros de Math-Ecole	....	(ex. à Fr. 3.–)

Nom et prénom: ❑ Mme / ❑ M. ....

Adresse (rue et numéro): ....

Localité (avec code postal): ....

Date: .... Signature: ....

Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.
*En liquidation jusqu'à épuisement du stock.

Bulletin à retourner (photocopié) à: ***Math-Ecole, CP 54, 2007 Neuchâtel 7***

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7

sommaire