MATH ECOLE

L'enseignement des disciplines scientifiques au Japon

La dame dansante

A propos de variables didactiques

39e année

195

janvier 2001

Math-Ecole, pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.

Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces – bonnes – lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques**.

Dans *Math-Ecole*, on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:

- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités: expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques,
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros):
Suisse: CHF 30.– compte de chèque postal 12-4983-8
Etranger: CHF 35.– par mandat ou virement postal international au compte 12-4983-8
Prix au numéro: CHF 7.–
anciens numéros: CHF 4.– /pièce (n°136, 152 et 153 épuisés)
Abonnements collectifs (livraison à une même adresse):
de 5 à 9 CHF 22.– par abonnement
de 10 à 50 CHF 20.– par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande.)

Pour toute correspondance ou information:
Rédaction de ***Math-Ecole*, Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**,
par courrier électronique E-mail: **francois.jaquet@irdp.unine.ch**
ou par INTERNET: **http://www.irdp.ch/math-eco**

Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.

MATH-ECOLE

39e année, cinq numéros par an

195

janvier 2001

Adresse
Rédaction de *Math-Ecole*
Case postale 54
CH-2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut de Recherche et
de Documentation Pédagogique
Fbg de l'Hôpital 43, CP 54
CH-2007 Neuchâtel 7
Tél (032) 889 86 03
(de 14h à 17h30, ma, me, je, ve)
ou (032) 889 86 09
Fax (032) 889 69 71

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Mise en page
Raphaël Cuomo

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH-1950 Sion
Tél (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09

Couverture
Spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Sommaire

Editorial

A propos d'histoire des mathématiques

François Jaquet

Mille ans d'histoire des mathématiques[1]. C'est le titre du dernier numéro, hors série, de la revue *Tangente*. Nos confrères ont eu l'heureuse idée d'aborder, en 25 articles, les idées qui ont jalonné le millénaire à peine écoulé. Voici une centaine de pages, passionnantes et accessibles à tous, pour faire connaître l'histoire des mathématiques et montrer tout l'intérêt de son étude.

Mais il ne suffit pas de dire que ces articles sont excellents ou que leur contenu historique est intéressant. Encore faut-il savoir à quoi ça sert pour l'enseignement. Un maître généraliste, ou même de mathématiques, peut légitimement s'interroger à ce propos, vu que cette matière ne figurait pas dans son curriculum de formation professionnelle.

Et pourtant, il y a des tas de choses qu'on aimerait bien savoir lorsqu'on se laisse aller à imaginer d'où nous viennent nos connaissances mathématiques, pour notre propre culture ou pour notre enseignement. Le dernier millénaire, précisément, est tout aussi riche que ses précédents. Se passait-il quelque chose d'important en mathématiques en l'an 1001 ? Le Moyen-Age était-il aussi obscurantiste que ses caricatures le laissent parfois croire? Comment nos ancêtres, ceux de la Suisse des treize cantons, par exemple, écrivaient-ils les chiffres et calculaient-ils? Depuis quand utilise-t-on les symbolismes algébriques qui posent tant de problèmes à nos élèves du secondaire inférieur?

Ces questions, des élèves peuvent nous les poser. En cherchant à y répondre, on apprendra très certainement des faits qu'on ignorait, on mettra en relation des événements qu'on pensait étrangers l'un à l'autre. Trois exemples, parmi d'autres: Gilbert d'Aurillac, devenu le pape Sylvestre II, était vivant en 1001, il a largement contribué à l'introduction des chiffres arabes en Occident. C'est au début du treizième siècle que Léonard de Pise (Fibonacci) compose son *Liber abaci* dans lequel il expose longuement la méthode de position de la numération décimale, ouvrage qui n'eut que peu d'influence à l'époque car il était trop compliqué pour les mathématiciens d'alors. L'introduction des nombres décimaux est encore plus récente, puisqu'on la doit à Simon Stevin, au début du 17e siècle, et elle eut immédiatement un succès prodigieux, en liaison avec l'imprimerie!

C'est l'histoire des mathématiques qui nous montre que l'humanité a mis des siècles pour arriver aux conventions et aux concepts enseignés aujourd'hui à nos élèves. On leur demande, en quelques années de scolarité, de franchir des millénaires. Pour le nombre, par exemple, ils doivent partir des activités de dénombrement pour arriver aux nombres rationnels en sixième année d'école, après avoir intégré, au passage, le système de numération de position et le zéro, les chiffres arabes, les écritures de nombres décimaux, les premières écritures fractionnaires.

On comprend mieux, alors, pourquoi il arrive parfois que les écritures, les représentations et les concepts se bousculent dans le cerveau de nos élèves, avant d'y trouver une position stable et de devenir des outils pour la construction de nouvelles connaissances.

En conclusion, plus que jamais, l'histoire et l'épistémologie des mathématiques, intimement liées, ne sauraient être séparées de la didactique des mathématiques.

1. Ce numéro peut être obtenu par l'intermédiaire de *Math-Ecole*. (Voir p. 3 de couverture)

L'enseignement des disciplines scientifiques au Japon

Pierre Favre

En novembre 1999, l'auteur de ces lignes a eu l'occasion de faire un voyage d'étude au Japon. Il a visité des classes et observé directement l'enseignement en mathématiques, physique-chimie et informatique (malheureusement pas en biologie).

I. Contexte scolaire et culturel

Comme on l'imagine, il est dangereux de vouloir séparer un groupe de disciplines de l'ensemble de la formation, baignant elle-même dans une culture bien typée, comme c'est le cas au Japon.

Techniquement, l'école japonaise est organisée sur un schéma 6-3-3 (6 ans d'école primaire, 3 ans de secondaire I et 3 de secondaire II), précédé de deux ans d'école enfantine, dénommée là « Kindergarten ». Les classes ont un effectif d'une quarantaine d'élèves. Les plus jeunes portent un uniforme, tout comme leurs camarades du secondaire I ; au secondaire II, l'uniforme existe aussi, mais il est boudé par les élèves, qui ne le mettent qu'en des occasions particulières. Pour les jeunes filles, le modèle est celui d'un costume marin, alors que pour les jeunes gens, il s'apparente à un uniforme noir, à la militaire. Au passage, les chaussettes blanches en tire-bouchon, retenues souvent par de la colle de bureau, attirent l'attention sur les mollets ronds des adolescentes.

L'étude de la langue japonaise est à lier, dans la scolarité, à la pratique de la calligraphie. La musique, tantôt avec des instruments traditionnels, tantôt avec des équipements modernes, tient une grande place avec le chant, alors que le dessin et les beaux-arts paraissent en retrait. De la même façon, pour le sport, les arts martiaux, comme le judo et le kendo, voisinent avec des sports d'équipe à l'américaine. Cette juxtaposition de la tradition et du modernisme est bien dans la ligne de ce que constate l'observateur extérieur en visite au Japon.

En scolarité obligatoire, le système ne connaît que très peu de redoublements (principalement, pour des raisons de santé). En revanche, l'absentéisme a tendance à s'accroître : c'est une façon d'échapper aux contraintes et à la tradition. On connaît mieux en Europe, mais souvent de façon caricaturale, les écoles du soir (*juku*) suivies plusieurs jours par semaine, destinées à renforcer les connaissances dans les disciplines fondamentales et à se donner de meilleures chances pour l'entrée par concours dans les niveaux supérieurs. Malgré cela, nous avons souvent rencontré des élèves souriants et détendus.

Deux habitudes frappent le visiteur: c'est tout d'abord le fait de manger en classe à midi (les repas viennent le plus souvent d'une cantine scolaire, à laquelle collaborent parfois les élèves); la composition des mets est l'objet d'une sollicitude toute particulière, elle est une composante de la promotion de la santé. L'autre aspect est la participation des élèves aux nettoyages; équipés de chiffons humides fixés sur des manches ad hoc, ils s'occupent de leur salle de classe et des corridors ou escaliers attenants.

Comme partout, il faut se garder de généraliser et de s'attacher à des phénomènes exceptionnels. A travers des écoles publiques ou privées, il faut savoir en tout cas que le Japon est parcouru par des courants de réforme scolaire, qui ont induit, par exemple, la création d'un certain nombre d'écoles globales (*comprehensive schools*). Une grande attention est, par ailleurs, portée aux enfants handicapés, qui bénéficient d'écoles particulièrement bien équipées.

II. Les mathématiques

C'est une discipline que l'on peut suivre de l'école primaire au gymnase et qui, à de rares inscriptions en caractères locaux (idéogrammes) près, est compréhensible quant à son contenu. L'examen du tableau noir révèle des programmes voisins des nôtres, même si l'on n'est pas sûr du découpage exact de la matière. Si l'approche est un peu moins expérimentale que chez nous, les enseignants ont visiblement une bonne marge de liberté dans l'organisation du travail (groupes, recherche...).

Comme dans notre région (et pour d'autres disciplines aussi), l'originalité pédagogique est plus grande dans les classes des plus jeunes élèves, alors que le poids de la discipline l'emporte chez les plus âgés. Par l'effet d'un travail régulier appuyé par les fameux cours du soir, il semble que la solidité des acquis soit élevée et que les connaissances de base soient facilement disponibles. En revanche, on n'a pas de mesure de l'aptitude logique ou de la capacité d'invention, qui doit, encore une fois, à capacité égale, être relativement dépendante de l'attitude et des choix pédagogiques de l'enseignant.

Ce qui frappe le plus fortement l'observateur étranger, c'est l'absence de calculatrice de poche. A ce propos, on a répondu un peu sèchement à notre question: «On n'enseigne pas la calculatrice de poche...». Ce n'est pas une attitude négative à l'égard de la technique, puisqu'en langue anglaise on autorise des dictionnaires électroniques avec des écrans de grande dimension nécessités par l'utilisation des caractères *kanji* en particulier. Contrairement à ce que l'on imagine chez nous, il n'y a pas non plus de bouliers (alors que la Chine voisine les emploie). Les tables (comme celles de la CRM) n'apparaissent pas non plus; tout au plus détecte-t-on des extraits ad hoc suivant les sujets. Cela résulte donc d'un choix pédagogique, qui a certainement pour conséquence une habileté plus grande au calcul, bien que les opérations observées au tableau noir aient souvent utilisé des nombres simples et entiers. Ici encore, il faut se méfier d'une généralisation tentante; il n'est pas impossible que des calculatrices existent à l'arrière plan, dans les poches ou à la maison. Le fait est qu'elles ne sont pas, à l'instar de ce qui se passe parfois dans nos classes, brandies comme des talismans ou utilisées hors de propos dans un contexte maniaque. D'un autre côté, l'ordinateur (voir plus loin) est bien présent et offre d'autres voies et approches.

III. La chimie et la physique

Dans la région que nous avons visitée (Kobé et ses environs, dans la préfecture de Hyogo[1]), pourtant très développée sur le plan industriel et universitaire, les disciplines citées ne semblent pas être une préoccupation majeure des milieux de l'enseignement. S'il y a des salles de sciences, elles ne paraissent pas spécialement bien équipées, le matériel observé étant parfois ancien.

Au niveau des contenus, il est plus difficile de se faire une idée qu'en mathématiques, le texte des problèmes ou des exposés étant impénétrable à nos yeux. En revanche, à travers les formules et les schémas présentés on découvre à nouveau que les programmes doivent être voisins des nôtres; l'universalité des disciplines scientifiques est une réalité toujours à redécouvrir.

L'aspect expérimental paraît, à notre aune, un peu négligé. Il semble que l'on pratique d'abord ce que nous avons coutume d'appeler une *physique du tableau noir* (y échappe-t-on vraiment autant qu'on le souhaiterait sous nos latitudes?), qui a pourtant l'air d'intéresser les élèves, si l'on en juge à leur attitude. Il est certain que les connaissances emmagasinées là vont se révéler utiles pour l'entrée à l'université et au moment des premiers semestres. Il faut noter aussi à cet endroit qu'au gymnase les sciences expérimentales ont un caractère optionnel, qui explique aussi l'attitude positive de ceux qui prennent part à ces cours. Au secondaire I, on a en revanche une présentation intégrée dans un cours appelé «science», où l'aspect expérimental paraît également difficile à développer (à l'exception peut-être des sciences naturelles).

En chimie, la même difficulté d'expérimentation se double de problèmes de sécurité. Dans les salles visitées, le bec Bunsen est voisin des livres et des cahiers, alors que rien ne protège le sourire des participants de projections caustiques. Les chapelles ne fourmillent guère dans ces locaux, où le risque d'émanations toxiques réduit les manipulations à des acides et bases dilués, ainsi qu'à des solvants pas trop inflammables. Toutefois, les tables d'expérimentation existent

1. Le Japon est divisé en 48 préfectures, divisions administratives jouant un rôle voisin de nos cantons et pourvues, de ce fait, d'une certaine autonomie.

selon les standards habituels, avec bassins et armoires contenant le matériel.

Ici encore, avec des élèves ayant choisi cette discipline en option, il ne fait pas de doute que les connaissances de base sont acquises et se révèlent nécessaires dans les niveaux suivants. Toutefois, les motivations des choix, comme tout le problème de l'orientation professionnelle, ne nous sont pas apparus clairement.

IV. L'informatique

Comme chez nous, un gros effort a été fait dans cette direction, avec un choix clair de la salle d'informatique comme élément clé de cet enseignement. Le gouvernement a donc subventionné ces équipements, qui sont à disposition dès l'école primaire.

Les salles d'informatique, outre un nombre de machines correspondant à la taille des classes, possèdent une possibilité de projection qui facilite les explications à un grand nombre d'élèves. Pendant nos visites, ces derniers ne faisaient que du traitement de texte, alors que d'autres logiciels, comme *Excel*[2], sont à disposition. Le traitement de texte s'appuyant sur des caractères *kanji* (avec la concession d'une disposition horizontale, alors que la disposition traditionnelle est verticale) est loin d'être évidente. Les élèves travaillent sur un écran partitionné en deux, préparant apparemment des éléments de texte dans la partie supérieure pour finalement les loger à la suite des lignes déjà écrites. Il est évident que cet aspect nous a complètement échappé par méconnaissance de la langue japonaise et de son écriture.

Si les installations permettent l'accès à un grand nombre d'élèves, les maîtres modulent visiblement leurs activités de façon à envoyer des escouades réduites, qui pourraient à la limite provenir de classes différentes. Sinon, l'informatique n'apparaît pas comme une discipline isolée : elle peut être pratiquée en option dans des activités complémentaires ou, probablement, intégrée à d'autres disciplines.

V. L'évolution du système scolaire

Comme tout système scolaire, celui du Japon évolue. Il évolue en lui-même constamment sous la pression des événements extérieurs et sous l'influence des enseignants. Il se modifie aussi de façon discontinue à travers des réformes voulues par le gouvernement central. Le système décrit plus haut s'inscrit dans le contexte de la réforme de 1994, où l'on ne trouve pas de sections au secondaire I, mais des options en plus de cours obligatoires, options parmi lesquelles les élèves choisissent l'anglais et l'informatique par exemple.

2. Ce qui laisse supposer une autre approche possible du calcul à travers l'usage d'un tableur.

La charge horaire y est d'environ 1050 leçons de 50 minutes par an. Celle-ci paraît un peu élevée, si l'on tient compte du passage progressif à la semaine de cinq jours (on travaille encore partiellement le samedi matin). Des changements entreront en vigueur à l'horizon 2002 pour le secondaire I et 2003 pour le secondaire II. Si les changements quantitatifs sont plus faciles à percevoir, il est évident que des modifications qualitatives sont aussi visées. L'idée clef est l'apprentissage de la vie en communauté et de l'aptitude à penser et apprendre de façon autonome.

Il faut aussi prendre conscience que, déjà maintenant, le secondaire II se présente de façon ouverte et proche de notre gymnase: les trois quarts des élèves y suivent une formation générale (également caractérisée par des options) alors que de petits pourcentages sont dans une voie spécialisée: agriculture (3 %), industrie (9 %), commerce (9 %), nursing (0,5 %)...

Qu'en est-il alors de la place accordée aux disciplines scientifiques, thème de notre réflexion? Au **secondaire I**, où la charge annuelle doit passer de 1050 à 980 périodes, l'évolution est la suivante: les mathématiques restent à 105 périodes[3] en 1e année et passent de 140 à 105 en 2e et 3e année, les sciences gardent 105 périodes en 1e et 2e année, n'en conservant que 80 en 3e (contre 105 à 140 avant). Les langues étrangères (i.e. l'anglais) gagnent leur place en obtenant 105 périodes (0 avant). Le japonais et les sujets à option perdent de leur poids en parallèle à celui des sciences. On constate là l'effet d'une décision politique, qui, d'une part, officialise un état de fait (l'anglais est choisi en option par la grande majorité des élèves actuels) et, d'autre part, traduit ainsi la volonté du gouvernement d'accroître et d'améliorer les contacts internationaux, ainsi que la compréhension de la production littéraire et scientifique étrangère.

3. Ce nombre correspond à environ 3 périodes par semaine.

La situation est plus compliquée avec le **secondaire II**, où l'on s'exprime déjà maintenant en terme de crédits (avec la clef qui veut que 1 crédit correspond à 35 périodes). Malgré le côté optionnel du système, il y a des obligations; en mathématiques, il est nécessaire d'avoir au moins 4 crédits. En sciences, la situation est plus nuancée. Aux disciplines que nous connaissons (biologie, chimie, physique), présentées à deux niveaux, (2 et 4 crédits) s'ajoute la possibilité de suivre un cours de sciences intégrées, ainsi que les sciences de la terre (différentes de la géographie, à comprendre sous forme de géologie au sens large). L'exigence actuelle est de choisir deux sujets dans les cinq groupes correspondant aux disciplines décrites ci-dessus. Sans que le principe d'organisation change, les poids seront un peu modifiés à l'horizon 2003. Les obligations exprimées donnent le ton: il faudra en effet 5 crédits au moins en mathématiques. En sciences, on doit, dans l'éventail décrit plus haut, faire deux choix incluant en tout cas un cours de sciences de base ou de sciences intégrées (le tout aboutissant à 5 crédits au moins). Fait nouveau, l'informatique (appelée là «information») devient obligatoire avec 6 crédits répartis apparemment sur les trois niveaux d'enseignement. Ce phénomène est à coupler avec l'obligation de l'étude de l'anglais à raison de 5 crédits au minimum. La culture, au sens de l'étude du japonais, de la musique et des beaux-arts, n'en est pas négligée pour autant, puisque des exigences minimum apparaissent également dans ces disciplines.

Les réformes prévues actualisent donc les exigences scolaires de façon à rendre les produits de la formation mieux adaptés aux besoins de la société. Mais cela se fait dans un souci d'équilibre où la tradition culturelle continue d'être respectée. De plus l'autonomie des établissements est renforcée dans la mesure où la notion de «projet d'école» est reconnue et qu'elle peut avoir pour conséquence l'introduction d'autres options que celles qui figurent dans la liste de base. Enfin, le souci de la santé des élèves est maintenu non seulement par l'exercice physique direct (sports: 7 à 8 crédits obligatoires), mais aussi par l'attribution de 2 crédits à la promotion de celle-ci (prévention, etc.). On est donc fort loin de la vision caricaturale de l'école japonaise que l'on nous décrit parfois en Europe.

Si la compétition pour entrer dans des écoles de qualité est bien réelle et engendre un stress que l'on ne saurait dissimuler, d'autres composantes n'ont rien à envier à nos systèmes de formation.

novembre 2000

Faites vos jeux

[ndlr] *Les éditions ACL ont publié récemment une nouvelle brochure, de J.-C. Deledicq, contenant 50 problèmes classiques de dénombrements et de probabilités, avec leurs corrigés. (Commande, voir page 3 de couverture.)*

On y trouve de nombreuses idées, qui, si elles sont classiques, n'en constituent pas moins un ouvrage riche et passionnant, dans lequel tous les maîtres de mathématiques, d'école secondaire ou de lycée, trouveront de nombreuses idées d'activités.

En voici un exemple:

Le 421

Ce jeu, déjà populaire du temps des Romains, se joue à deux. On lance trois dés.
Si la configuration obtenue ne satisfait pas le joueur, il peut alors relancer un, deux ou trois dés, deux fois de suite s'il le désire. Un dé est donc lancé trois fois au maximum.
Les configurations gagnantes sont les suivantes:

- les suites 123, 234, 345, 456 qui rapportent 2 points
- les triples et les doubles-un: 222 et 112, 333 et 113, 444 et 114, 555 et 115, 666 et 116, qui rapportent respectivement 2, 3, 4, 5 et 6 points
- le triple 111 rapporte 7 points, le «421» rapporte 9 points.

Les deux joueurs jouent chacun leur tour. Gagne celui qui a la configuration la plus forte (en cas d'égalité, c'est celui qui peut faire le nombre de trois chiffres le plus grand qui gagne). Le second joueur ne peut pas prendre les dés plus de fois que le premier. C'est le joueur qui perd une partie qui commence la suivante.

1. En deux coups, j'ai obtenu 114, ai-je intérêt à relancer le dé indiquant 4 ou un dé indiquant un 1?

2. Quelle est la probabilité de marquer deux points directement au premier lancer?

(solution en page 29)

Histoire d'un casse-tête: le dilemme de Monty Hall (suite)

Luc-Olivier Pochon, IRDP

Rappelons l'énoncé du casse-tête proposé dans le *Math-Ecole* no 193:

«*Vous êtes dans un jeu télévisé et vous avez à choisir entre trois portes. Derrière une porte il y a une auto et derrière chacune des deux autres une chèvre. Vous choisissez par exemple la porte 1 et l'animateur, qui connaît l'endroit où se trouve l'auto, ouvre une autre porte, derrière laquelle se trouve une chèvre. Après cela il vous laisse le choix de garder la porte 1 ou de reporter votre dévolu sur l'autre porte restée fermée. Qu'est-ce que vous feriez?*» (étant entendu que c'est l'auto qui vous intéresse!)[1]

Ce casse-tête a fait couler beaucoup d'encre il y a une dizaine d'année. A l'époque «Marilyn», l'animatrice de la rubrique «casse-tête» de la revue *Parade*, a publié une solution qui indiquait que le joueur avait intérêt à changer son choix. L'argument intuitif qu'elle donnait était le suivant:

«Imaginez qu'il y a un million de portes. Vous choisissez la porte 1 et l'animateur ouvre toutes les portes sauf la porte 1 et la porte 777777 (par exemple). Est-ce vous ne vous précipiteriez pas sur cette porte là?»

1. Rappelons que cette version de l'énoncé est tirée de: Hoffman, P. (1999). *The man who loved only numbers*. London: Fourth Estate.

Un nombreux courrier a été reçu, plusieurs milliers de lettre paraît-il, qui dans 9 cas sur 10, affirmait que le changement de porte n'augmentait pas les chances du joueur de gagner le gros lot. Certaines lettres avaient même un caractère polémique comme, par exemple dans cet extrait: «*As a professional mathematician, I'm very concerned with the general public's lack of mathematical skills. Please help by confessing your error...*». (En tant que mathématicien professionnel, je me sens particulièrement concerné par les lacunes du grand public en mathématiques. S'il vous plaît, aidez à les combler, en avouant votre erreur).

Le nouvel argument de Marilyn a été de montrer que, en changeant de choix, l'invité avait une probabilité de 2/3 de gagner le gros lot, alors que celle-ci restait à 1 chance sur trois s'il maintenait son premier choix. Pour cela elle utilisait des tableaux présentant les divers cas possibles. Le premier tableau présente la situation où le joueur maintient son choix (que l'on peut supposer être la porte 0). Dans le deuxième cas, le joueur modifie son choix.

Porte 0	**Porte 1**	**Porte 2**	**Issue**
Auto	Chèvre	Chèvre	Gagné
Chèvre	Auto	Chèvre	Perdu
Chèvre	Chèvre	Auto	Perdu

Cas où le joueur choisi la porte 0 et ne change pas son choix. Probabilité de gain 1/3

Porte 0	**Porte 1**	**Porte 2**	**Issue**
Auto	Chèvre	Chèvre	Perdu
Chèvre	Auto	Chèvre	Gagné
Chèvre	Chèvre	Auto	Gagné

Cas où le joueur choisi la porte 0 et change son choix. Probabilité de gain 2/3

On peut simplifier la démonstration avec l'argument suivant: l'invité a tout d'abord 2 chances sur 3 de montrer la mauvaise porte. Mais dans ces deux cas, la manipulation effectuée par le présentateur lui permet, en changeant son choix, de remporter le prix. Un bref sondage semble montrer que cet argument est celui qui apparaît dans la plupart des réponses spontanées préconisant le changement.

La difficulté «épistémologique» qui apparaît avec le calcul des probabilités est de se persuader qu'une certaine réalité correspond à des manipulations mentales abstraites. Une simulation de la situation avec «changement de choix» permet de se rassurer à ce propos et de vérifier expérimentalement que sur 100 parties, par exemple, le nombre de réussites est presque toujours compris entre 60 et 70 (un programme de simulation est donné en annexe). Malgré tout, il n'est pas très facile de «comprendre» ce qui se passe. Plusieurs raisons, probablement liées, peuvent être évoquées pour expliquer cette difficulté:

1) La proximité d'une situation équi-probable: si l'animateur avait commencé, avant le choix de l'invité, par ouvrir une des portes non gagnantes, le choix de la porte restante devient indifférent. Le joueur aurait une chance sur 2 de tomber sur le prix. Cette situation apparentée mène à un résultat différent sans qu'il soit aisé de percevoir ce qui la différencie de la question initiale.

2) L'esprit humain a tendance à associer une probabilité à un objet (la porte) plutôt qu'à l'information que l'on possède sur cet objet. En effet, lorsqu'on lance plusieurs fois de suite un dé «pipé», celui-ci ne change pas alors que, au fur et à mesure de l'expérience, le sentiment de l'anormalité du dé peut croître. Il en va de même ici et il faut tenir compte de l'information globale qui n'est pas la même avant et après le premier choix.

3) Le troisième point qui peut être évoqué est la difficulté de se rapporter au modèle à la base de la définition de la notion de probabilité. Pour cela, il faut en effet se dégager de la situation «ici et maintenant» pour l'élargir à une situation où la même scène est répétée un «grand» nombre de fois[2].

En définitive, outre leur intérêt récréatif, les casse-tête peuvent présenter d'autres intérêts: didactiques, «psychologiques» et même sociaux à travers l'étude de leur histoire[3]. Le dilemme de Monty Hall en est un exemple. Le lecteur intéressé trouvera plusieurs pages sur Internet consacrées à ce casse-tête: énoncés, simulations, discussions de la solution, historique du problème, etc. Il pourra aussi se demander ce qui se passe avec 4 portes ou plus...

Programme de simulation en langage Prolog avec trois portes 0, 1 et 2. Le prix se trouve derrière la porte 0.

Code	**Signification**

sim(N,PG) :-
    simulation(N,0,G),
    PG=G/N.
	Pour faire N simulations et obtenir la proportion de gains (PG), il faut trouver le nombre de gains (G) (à partir de 0) et calculer le rapport G/N.
	
	L'ordre de lancement de 100 simulations est:
	sim(100,R)

2. Outre les épreuves répétées, d'autres modèles existent pour définir la notion de probabilité qui ne rendent pas ce problème plus facile!

3. Un autre exemple qui vient à l'esprit concerne les mots croisés avec en particulier l'étude que Georges Perec leur a consacrée (Perec, G. (1979). *Les mots croisés, considérations sur l'art et la manière de croiser les mots.* Paris: Mazarine.).

simulation(0,G,G) :- !.	On arrête lorsqu'il n'y a plus de simulation à effectuer !
simulation(N,GAV,GAP) :- choix_final_invite(CHOIX), compte(CHOIX,GAV,GAV1), N1=N-1, simulation(N1,GAV1,GAP). compte(0,G,G1) :- !, G1=G+1. compte(_,G,G).	Pour faire N simulations – ce qui permet de passer du nombre de réussite avant (GAV) à après (GAP) –, on considère pour la N^{e} simulation le choix final de l'invité (après changement de choix primitif). Si ce choix est la porte 0, le nombre de réussites avant la simulation (GAV) est incrémenté de 1. Puis on effectue encore N-1 simulations selon le même procédé.
choix_final_invite(CHOIX2) :- random(3,CHOIX1), nouveau_choix(CHOIX1,CHOIX2).	Le choix final de l'invité est déterminé par : choisir une des porte 0, 1, 2 au hasard (CHOIX1) ; faire un nouveau choix (CHOIX2) qui va dépendre de l'intervention de l'animateur.
nouveau_choix(0,CHOIX2) :- !, random(2,CHOIX_ANIM), CHOIX=2-CHOIX_ANIM.	Si le premier choix était le bon (0), l'animateur ouvre une des deux autres portes (1 ou 2). Vous ouvrez celle qui est restée fermée (2 ou 1).
nouveau_choix(_,0) :- !.	Si le premier choix était mauvais (1 ou 2) l'animateur a un choix forcé (2 ou 1), dans les deux cas l'invité prend la porte restée fermée (0)

Denis Odiet propose une solution basée sur l'étude des cas possibles. Il précise : «En changeant de porte le candidat double ses chances de gagner la voiture». Il signale également que le problème a été traité dans un ouvrage récent, en français : *En passant par hasard* de Gilles Pagès et Claude Bouzitat (Vuibert, 1999).

Dans la version de l'histoire présentée dans cet ouvrage, on précise que comme aucun argument ne parvenait à ébranler les convictions des «pour» et des «contre», l'animateur de l'émission finit par faire des simulations dans sa maison de campagne pour arriver à la conclusion qu'il valait mieux changer de porte.

Merci à Denis Odiet pour ces informations. Le débat est toujours ouvert.

Le Kangourou des mathématiques

Par l'équipe des animateurs

Jeudi 22 Mars 2001

Voici le plus populaire des jeux-concours de mathématiques dans le monde! L'an dernier 1 770 000 jeunes européens (de 8 à 18 ans) ont joué sur les trente questions à choix multiples; c'est une véritable mine d'informations et d'enseignements dont voici quelques extraits choisis pour leur caractère exemplaire. Dans les pages qui suivent, nous avons détaillé leurs solutions, donné les statistiques des réponses portant sur plus de 100 000 élèves et proposé un commentaire. L'ensemble de ces analyses est disponible dans le rapport annuel du Concours.

Pour inscrire vos élèves, renseignements: info@mathkang.org ou tél.: 00.33.1.43.31.40.30

** Pour recevoir davantage d'informations (dont le rapport 2000 complet), écrire avec participation au frais d'affranchissement (20 FRF) à:*

Kangourou,
12, rue de l'épée de bois,
75005 Paris

et sur INTERNET, site www.mathkang.org

• Jeu •
• Animations •
• La cité des sciences •
• Conférences •
• Groupe de discussion •
• Librairie •
• Liens mathématiques •
• Le Magazine Maths & Malices •
• Des expositions •

Pour chacune des questions (voir page ci-contre) *nous donnons le pourcentage d'élèves ayant choisi chaque réponse en 6e (11 ans) et en 5e (12 ans); avec en gras les réponses majoritaires.*

Question 1 (voir page ci-contre)

Réponse D.

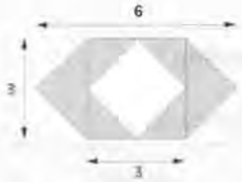
Question 1	A	B	C	D	E	non réponse
6e	8,5	9,3	**41,8**	12,2	10	18,2
5e	6,7	7,6	**43,6**	19,3	8,5	14,3

2000 = 2 x 10 x 10 x 10 = 2 x (2 x 5) x (2 x 5) x (2 x 5) = 2 x 2 x 2 x 2 x 5 x 5 x 5.
Il faut multiplier quatre 2 et trois 5.

Cette question n'est pas triviale puisqu'il faut soit savoir faire des divisions successives par 2 et par 5 de 2000, ou bien savoir faire les cinq multiplications proposées dans les cinq réponses et comparer les cinq résultats à 2000, le tout en comptabilisant le nombre de 2 et de 5 utilisés! D'où

Questions des Benjamins 2000

1. Le nombre 2000 s'obtient en multipliant uniquement des 2 et des 5. Combien en faut-il de chaque?
   A) deux 2 et cinq 5 B) trois 2 et trois 5 C) cinq 2 et quatre 5
   D) quatre 2 et trois 5 E) quatre 2 et quatre 5

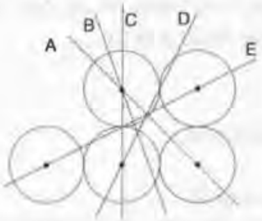


7. Quelle est l'aire de la partie hachurée?
   A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 27

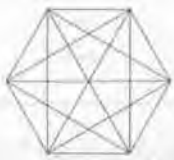
8. Un litre de limonade contient 80 % d'eau. Quel pourcentage d'eau contient la limonade avalée par quelqu'un qui en boit un demi-litre?
   A) 30 % B) 40 % C) 50 % D) 80 % E) 100 %

18. Si j'avais eu trois fois plus d'argent, j'en aurais acheté douze de plus. Combien en ai-je acheté?
   A) 6 B) 4 C) 12 D) 36 E) 24

19. Quel est le pourcentage de 2000 qui vaut 2?
   A) 0,01 % B) 0,1 % C) 0,2 % D) 1 % E) 2 %

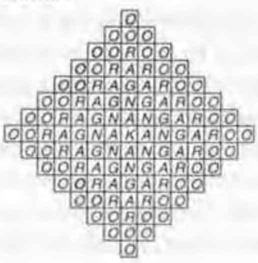


20. Voici cinq cercles qui se touchent, tous de même rayon. Quelle est la droite qui partage la surface couverte par les cinq disques en deux parties de même aire?
   A) A B) B C) C
   D) D E) E



28. Combien voit-on d'angles de 60° dans le dessin d'un hexagone régulier et de ses diagonales?
   A) 12 B) 18 C) 24
   D) 30 E) 36

29. Quel est le nombre de nombres de 3 chiffres dont les 3 chiffres sont différents?
   A) 621 B) 640 C) 648 D) 684 E) 720



30. Combien de fois peut-on lire le mot KANGAROO, deux lettres consécutives étant écrites dans des carrés ayant un côté commun?
   A) 456 B) 496 C) 508
   D) 512 E) 624

sûrement le nombre important d'abstentions (18,4 %). A contrario, savoir multiplier par 2, par 5, même sans utiliser le regroupement 2 x 5 = 10, on pouvait s'attendre à ce que la majorité des collégiens en fût capable; or 12 à 20 pour cent de bonnes réponses c'est tout de même très bas. Les enseignants, comme nous-mêmes, n'imaginaient pas une telle hécatombe: 40 % d'entre eux avaient placé, a priori, cette question dans les trois plus faciles du sujet 2000.

Question 7.

Réponse A.

Question 7	**A**	B	C	D	E	non réponse
6e	22,6	**28,4**	23,8	9	4,1	12,1
5e	**39,3**	18,3	22,5	7,7	4,5	7,7

Il suffit de «faire glisser» les deux triangles rectangles de gauche et de droite le long des lignes tracées pour remplir le carré intérieur non hachuré. Cela montre que l'aire cherchée est la même que celle d'un carré de 3 sur 3, soit 9.

Dans cette question comme pour la question 20, le pourcentage de bonnes réponses en 5e dépasse celui de 6e de plus de 16 %. On peut donc dire que la visualisation des figures géométriques: carrés, cercles, triangles ainsi que les notions d'aires, de droites tangentes et d'angles sont bien mieux maîtrisées en 5e. Sur ces notions géométriques de base, on note un apprentissage important de la 6e à la 5e.

Question 8.

Réponse D.

Question 8	A	B	C	**D**	E	non réponse
6e	4,1	**83,2**	3,7	5,4	1,3	2,3
5e	2,5	**78,4**	1,9	15,1	0,9	1,2

Le rapport «quantité d'eau» sur «quantité de limonade» ne dépend pas du nombre de litres de limonade considéré.

Cette question a été le meilleur piège du Kangourou 2000, c'est-à-dire celle où une réponse fausse (ici B) a attiré un nombre record d'élèves. Ce piège est lié aux pourcentages. On retrouve le type de raisonnement faux: «un litre de limonade contient 80 % d'eau et donc on pense à 40 % quand on en boit la moitié». On aimerait que les élèves poussent le raisonnement plus loin et divisent encore la quantité par deux, puis encore par deux, pour arriver à des phrases du style: «Lorsqu'on boit une gorgée, il n'y a donc plus d'eau» ou inversement: «Lorsqu'on en boit 2 litres, il y a 160 % d'eau!». Bien que classique, ce piège a pris 83,2 % des élèves de 6e et 78,4 % des élèves de 5e, soit près de 200 000 enfants. Les bulles ne seraient-elles que des millions de zéros en suspension, à moins que ce ne soit l'influence néfaste des boissons gazeuses!

Question 18.

Réponse A.

Question 18	A	B	C	D	E	non réponse
6e	9,5	**48,7**	12,8	12,9	7,4	8,7
5e	10,5	**56,9**	10	10,7	5,2	6,7

Les «douze de plus» représentent ce que j'aurais acheté avec une somme double de ce que j'ai dépensé. J'en ai donc acheté 12/2 = 6.

Le deuxième piège le plus important est le vieux classique dit de «l'âge du capitaine» (48,7 % en 6e et 56,9 % en 5e y ont succombé): on met le nombre 12 dans la question et les mots «trois fois plus» et la réponse est «4» pour pratiquement un élève sur deux!

Question 19.

Réponse B.

Question 19	A	B	C	D	E	non réponse
6e	11,6	7,7	21,5	10,5	**29,5**	19,2
5e	14,5	14,9	23	9,5	**24,1**	14

2/2000 = 1/1000 = 0,1/100 = 0,1 %.

Rapprochons cette question de la question 8. Encore un problème de pourcentages et là encore une hécatombe (7,7 % de bonnes réponses en 6e). Il est clair qu'en sixième on ne maîtrise absolument pas les pourcentages. Heureusement on trouve deux fois plus d'élèves de 5e (14,9 %) qui répondent juste à cette question et même 15,1 % qui répondent juste à la question 8. Les progrès d'une année sur l'autre sont indiscutables, mais est-on sûr d'arriver à 100 % de réussite en terminale? Dommage que cette question n'aie pas été posée dans les autres niveaux!

Question 20.

Réponse D.

Question 20	A	B	C	D	E	non réponse
6e	9,7	5,6	7,5	24,1	**41,7**	11,4
5e	7,6	5,7	6,5	**38,3**	34	7,9

De part et d'autre de la droite D, il y a un disque complet, un demi-disque et un disque où il manque un petit morceau (le même à droite et à gauche).

Voir commentaire de la question 7.

Question 28.

Réponse E.

Question 28	A	B	C	D	**E**	non réponse
6e	**38**	17,7	14	5,9	4,3	20,1
5e	**39,8**	21,8	15,6	5,8	4,7	12,3

Il y a des angles de 60° à chaque sommet de l'hexagone (3 par sommets).
Il y en a au centre de l'hexagone (6).
Il y en a dans chacun des petits triangles rectangles qui ont un angle de 30° (2 par sommets de l'hexagone).
Cela fait au total 6 x 3 + 6 + 6 x 2 = 36.

Les problèmes de comptage de formes géométriques sont des classiques du Kangourou qui nécessitent méthode et attention. Les élèves s'y trompent souvent en oubliant certaines configurations opportunes. Cette question alliant le problème du comptage à celui de la visualisation d'angles de 60° est «normalement» difficile. Ici, le pourcentage de réponse décroît avec le nombre d'angles proposé, suivant semble-t-il la découverte de situations favorables, mais la bonne réponse était le plus grand des nombres proposés et peu ont trouvé tous les angles cherchés.

Question 29.

Réponse C.

Question 29	A	B	**C**	D	E	non réponse
6e	11,6	10,9	9,2	7,5	**36,9**	23,9
5e	11,1	11,5	10	7,9	**35,6**	23,9

Il y a 9 façons de choisir le chiffre des centaines (puisque celui-ci ne peut pas être zéro).
Une fois le chiffre des centaines choisi, il y a 9 possibilités pour le chiffre des dizaines (tout chiffre autre que celui des centaines et peut-être zéro).
Il y a ensuite 8 possibilités pour le chiffre des unités (tout chiffre autre que celui des centaines ou des dizaines).
Ce qui fait finalement 9 x 9 x 8 = 648.

Question 30.

Réponse C.

Question 30	A	B	**C**	D	E	non réponse
6e	**27,7**	15,3	11,8	10,6	8,6	26
5e	23,9	16,3	12,4	11,8	9,8	**25,8**

Il faut remarquer que les directions Nord, Sud, Est, Ouest jouent un rôle «particulier». Depuis les lettres situées sur ces 4 axes, on a 3 possibilités pour accéder à la lettre suivante. Alors que depuis toutes les autres lettres, il n'y a que deux possibilités pour choisir la lettre d'après. Partant de l'unique K (central), on a 4 possibilités pour choisir le A. À partir du A, on a 3 choix pour le N: on peut choisir le N «particulier» ou l'un des deux N «normaux».
Si on a choisi un N «normal», il y aura ensuite systématiquement 2 choix possibles à chaque lettre, soit finalement $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ possibilités au total.

Si on a choisi le N «particulier», on aura de nouveau 3 choix pour le G, deux G «normaux», qui conduiront à $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ possibilités et un G «particulier» pour lequel le raisonnement va se répéter.

Finalement, une fois le premier A choisi, il y a:
$2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127$ possibilités (la 1 étant la branche qui suit tout du long la direction particulière).

À partir du K, il y a donc $4 \times 127 = 508$ possibilités.

De M. Bernard Lamirel, Dijon

Pour la nouvelle année, avec tous mes vœux, je vous adresse quelques cryptarithmes, dont certains de ma composition. J'aurais plaisir à en voir publier un dans votre revue si calée.
Merci à l'avance si la chose est possible[1].

1. Euro-commutativité

Au moment où l'Euro s'installe, ces deux exemples mettent en doute l'extension de la commutativité aux cryptarithmes en allemand, car les deux cas doivent se résoudre indépendamment l'un de l'autre. A moins qu'un lecteur ne trouve une clé commune, parmi celles de l'un et de l'autre!

a)
$$\begin{array}{cccccc}
 & & D & R & E & I \\
 & & D & R & E & I \\
 & & D & R & E & I \\
+ & & D & R & E & I \\
\hline
 & Z & W & O & L & F
\end{array}$$

b)
$$\begin{array}{cccccc}
 & & V & I & E & R \\
 & & V & I & E & R \\
+ & & V & I & E & R \\
\hline
 & Z & W & O & L & F
\end{array}$$

2. Devise de «manager»

«aller voir pour apprendre et gagner».

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & G & E & H & E & N \\
 & & S & E & H & E & N \\
+ & L & E & R & N & E & N \\
\hline
 & S & I & E & G & E & N
\end{array}$$

1. [ndlr] *C'est avec plaisir que nous acceptons les propositions de notre fidèle fournisseur de cryptarithmes, que nous félicitons pour sa créativité. Nous nous permettons de rappeler les règles de ces opérations arithmétiques à reconstituer, à l'intention de ceux qui les auraient oubliées ou qui ne les connaissent pas encore:*
   - chaque chiffre est représenté par une même lettre,
   - deux lettres différentes représentent deux chiffres différents,
   - aucun nombre ne commence par le chiffre 0.

(solutions dans le prochain numéro)

15e Championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualifications régionales 15 novembre 2000

(Valais)

[ndlr] *Une équipe de dynamiques collègues valaisans, organise chaque année un tour de qualification pour le championnat international des jeux mathématiques et logiques, dès la 4e primaire, en complément de l'épreuve des 1/4 de finale (voir Math-Ecole 194, pp 4-9). Cette épreuve est aussi individuelle, mais elle se déroule en temps limité. Ce sont près de 2700 élèves qui y ont participé cette année. Avec une telle base de recrutement, il ne faut pas s'étonner de retrouver tant d'écoliers valaisans dans nos finales régionales et jusqu'à Paris, lors de la finale internationale. Et quelle belle promotion pour la résolution de problèmes! Bravo à l'équipe valaisanne pour son engagement.*

Début catégorie CM (4e et 5e primaire)

1. Les billes (Coefficient 1)
Julien et Delphine comptent leurs billes. Julien en possède 44 et Delphine 16.

Combien de billes Julien doit-il donner à Delphine pour que chacun en ait le même nombre?

Début catégorie C1 (degrés 6 et 7)

2. Le plongeoir (Coefficient 2)

Albert saute du plongeoir. Il s'élève de 1 mètre en l'air puis descend de 5 mètres et effectue une montée de 2 mètres pour atteindre la surface.

A quelle hauteur au-dessus de l'eau se trouve le plongeoir?

3. Les buteurs (Coefficient 3)

Luc, Jean et Pierre ont marqué 21 buts lors du tournoi de foot. Luc en a marqué le double de Jean et Jean le double de Pierre.

Combien de buts a marqué Luc?

Début catégorie C2

4. GVJM (Coefficient 4)

Les lettres G, V, J, M permettent de former le sigle GVJM (Groupe Valaisan des Jeux Mathématiques). Avec ces 4 lettres, on aurait pu faire le sigle MJVG (Mouvement des Jeunes Virtuoses de la Guitare).

Combien de sigles différents, pourrait-on faire en utilisant à chaque fois ces 4 lettres et en comptant les 2 exemples donnés?

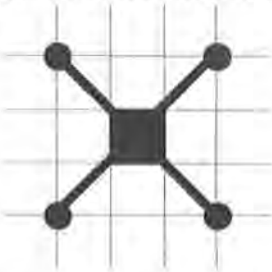
5. L'âge de Louis (Coefficient 5)

Louis est né le 1er août 2000 (deux mille).

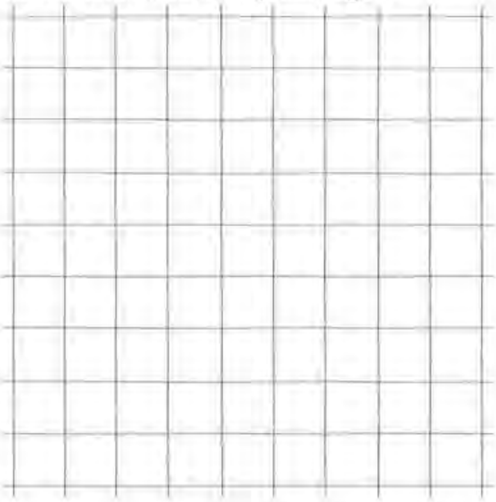
En quelle année pourra-t-il dire le jour de son anniversaire: «Mon âge est égal au nombre de lettres de l'année en cours»?

6. Les émetteurs (Coefficient 6)

Evariste, féru d'informatique, dispose d'émetteurs constitués d'une unité centrale et de 4 antennes (voir dessin ci-dessous). Ces émetteurs doivent être placés dans le quadrillage de façon que l'unité centrale corresponde parfaitement avec un carré du quadrillage. Les émetteurs doivent être entièrement contenus dans le quadrillage (y compris les antennes), et deux émetteurs ne doivent jamais se toucher (même par les antennes).



Combien d'émetteurs Evariste peut-il placer, au maximum, dans le quadrillage?



FIN CATEGORIE cm (4ème et 5ème primaires)

DEBUT CATEGORIE L1

7. Les barrières (Coefficient 7)

On dispose de 5 barrières. Les longueurs sont de 1 mètre, 2 m, 5 m, 6 m et 10 m.

Quelles sont les longueurs entre 1 et 24 mètres que l'on ne peut pas obtenir en mettant bout à bout une ou plusieurs de ces barrières?

8. Les joueurs (Coefficient 8)

Autour d'une table de jeu, un certain nombre de joueurs décident de jouer pour de l'argent. A la fin du jeu, le gagnant reçoit de la part de chacun des perdants autant d'argent qu'il y a de joueurs et gagne ainsi 42 francs.

Combien y a-t-il de joueurs autour de la table?

FIN CATEGORIE C1 (6e P. et 1ère C. O)

9. Les caramels (Coefficient 9)

Devant un bocal de caramels, Pascal se dit «Pour être sûr d'avoir:
- 2 caramels de même couleur, il faudrait que j'en prenne au minimum 4;
- 2 caramels de couleurs différentes, il faudrait que j'en prenne au minimum 12;
- 2 caramels bleus, il faudrait que j'en prenne au minimum 10;
- 2 caramels verts, il faudrait que j'en prenne au minimum 16».

Combien y a-t-il de caramels dans le bocal?

10. Ping-pong (Coefficient 10)

Aline, Blandine et Céline ont joué au ping-pong tout l'après-midi, chaque perdante laissant sa place aux deux autres pour la partie suivante. Aline a gagné 8 parties, Blandine en a gagné 13 et Céline a gagné uniquement la première partie.

Combien Aline a-t-elle perdu de parties?

11. Les Sages et les Roublards (Coefficient 11)

Dans une cité lointaine, vivent deux types d'habitants: les Sages, qui disent toujours la vérité et les Roublards qui mentent toujours. Un voyageur rencontra un jour dix habitants

A, B, C, D, E, F, G, H, I et J qui firent les déclarations suivantes:

A: «Un seul d'entre nous est Roublard».
B: «Deux d'entre nous seulement sont Roublards».
C: «Trois d'entre nous seulement sont Roublards».
Et ainsi de suite...
I: «Neuf d'entre nous seulement sont Roublards».
J: «Nous sommes tous Roublards».

Qui est Sage?

FIN CATEGORIE C2

12. La bouteille (Coefficient 12)

Une bouteille de vin de forme traditionnelle peut contenir exactement 1 litre lorsqu'elle est pleine. Elle a la forme d'un cylindre de 20 cm de haut, surmonté d'un goulot. Après en avoir bu une certaine quantité, on constate que si la bouteille est à l'endroit, on mesure 14 cm de vin et que si la bouteille est à l'envers on mesure 11 cm d'air.

Combien reste-t-il de cl de vin dans cette bouteille?

13. Marche et course (Coefficient 13)

Bertrand court deux fois plus vite qu'il ne marche. Un jour, en allant à l'école, il marche deux fois plus longtemps qu'il ne court et il met 20 mn. Le lendemain, il court deux fois plus longtemps qu'il ne marche.

Combien de minutes met-il alors pour aller à l'école?

14. L'éléphant et les bananes (Coefficient 14)

Un planteur souhaite amener sa production de 3900 bananes au marché. Comme moyen de transport, il ne dispose que d'un vieil éléphant qui consomme une banane au kilomètre et n'accepte de porter que 1050 bananes au plus sur son dos. Le marché se trouve à 1000 km.

Combien de bananes entières, au maximum, ce planteur pourra-t-il mettre en vente sur le marché?

FIN CATEGORIE L1

Corrigé

1. Julien doit donner **14** billes à Delphine.
2. Le plongeoir se trouve **2 m** au-dessus de l'eau.
3. Luc a marqué **12** buts.
4. On peut faire **24** sigles différents avec les lettres GVJM.
5. Il s'agit de l'année **2015**.
6. Evariste peut placer **6** émetteurs.
7. Les longueurs que l'on ne peut pas obtenir sont **4** et **20** mètres.
8. Autour de la table, il y a **7** joueurs.
9. Dans le bocal, il y a **19** caramels.
10. Aline a perdu **7** parties.
11. Le sage est **I**.
12. Dans la bouteille, il reste **56** cl de vin.
13. Le lendemain, il met **16** minutes pour aller à l'école.
14. Le planteur pourra mettre en vente **717** bananes.

Chaque problème vaut 1 point. Le coefficient correspond au numéro du problème.

Le classement s'effectue selon l'ordre suivant:

1. Le nombre de points.
2. La somme des coefficients.
3. Le temps.
4. L'âge (Le plus jeune est classé avant).

La dame dansante

Graziella Telatin
Pont St Vincent, Val d'Aoste

Traduction: Doris Penot

Jeux pour enfants de 6 à 11 ans

Matériel:

- **un plateau de jeu** de 8 x 8 cases plus 2 cases extérieures. Dans 8 de ces cases (et dans les cases extérieures) on dessine une figure géométrique, disposée de diverses manières de telle façon qu'il n'y en ait qu'une par ligne et qu'une par colonne (voir figure 1).

- **Six cartes carrées jaunes et six cartes carées bleus transparentes** de la même forme que celles dessinées sur le plateau de jeu. J'ai utilisé des feuilles de plastique que l'on se procure chez un héliographe et qui servent de couverture dans la reliure de fascicules.

Règle du jeu:
On distribue à chaque enfant six cartes carrées transparentes qui doivent être disposées sur les cases du plateau de jeu de telle manière que leur disposition s'ajuste avec les figures géométriques dessinées sur le plateau de jeu. Le jeu démarre en partant de la case extérieure, une carte après l'autre.

3 mouvements de carte pour se déplacer dans la grille sont possibles:
- **le glissement,**
- **la rotation,**
- **la culbute.**

Le glissement est obligatoire lorsque l'on se déplace **de plus d'une case à la fois**. Ce mouvement déplace la carte comme un train sur ses rails (translation). Le déplacement se fait toujours dans la même colonne ou dans la même ligne, jamais en diagonale.

La rotation est obligatoire lorsque l'on se déplace **d'une case à une autre immédiatement voisine**. On tient fermement du doigt un angle de la carte carrée pour, au moyen d'une rotation, la déplacer sur la case voulue. On ne peut lui faire faire qu'un quart de tour à la fois.

La **culbute** n'est autorisée que pour manger une carte de l'adversaire.

On tire au sort pour déterminer qui commence la partie.

Les joueurs, tour à tour, décident de manière autonome de combien et dans quelle direction ils vont déplacer leur carte dans la grille pour pouvoir la positionner sur une case correspondant au dessin orienté de la même façon. Les mouvements à faire sont le glissement ou la rotation. Lorsqu'une carte est en bonne position, elle ne peut plus être remise en jeu et l'on peut commencer avec une deuxième carte.

Pendant les déplacements, on ne peut pas s'arrêter ou passer sur une case déjà occupée par une carte de l'adversaire. Pendant les déplacements il n'est pas non plus possible de passer sur une case avec un dessin.

On peut manger la carte de l'adversaire seulement si elle est déjà placée correctement sur une des formes dessinée sur le plateau de jeu. Pour pouvoir la manger il faut s'en approcher suivant les mêmes règles mais l'ultime mouvement doit être celui de la culbute. A partir d'une des cases voisines, la carte de l'attaquant devra se retourner sur celle de l'adversaire (comme un enfant passant de la position couché sur le dos à la position *sur le ventre* en roulant sur le flanc) et les formes devront exactement se superposer. On ne peut pas mettre plus de 2 cartes l'une sur l'autre.

Si la carte ne se superpose pas exactement avec celle qu'on voulait recouvrir, on retourne à la dernière case occupée précédemment et l'on passe son tour à l'adversaire.

Le gagnant est celui qui se retrouve le plus vite sans carte.

Le jeu «la dame dansante» a été proposé à des enfants de 2e année (11) et à des enfants de 3e année (6) de l'école primaire du chef-lieu de Donnas. Le jeu décrit ci-dessus a été conçu pour focaliser l'attention sur les opérations de glissements (translations), de rotations et de retournements* et sur les transformations qu'elles opèrent sur les figures. Les règles obligent les enfants à évaluer et choisir les mouvements nécessaires pour amener une forme d'une certaine position à une autre. L'objectif que j'ai imaginé en proposant ce jeu est d'habituer les enfants à reconnaître, comme égales, au niveau perceptif, des formes qui ont subi des transformations isométriques. Pour pouvoir opérer ces reconnaissances, les enfants doivent inconsciemment faire abstraction des éléments invariants. Ceci peut les aider au moment où ils doivent reconnaître que la figure suivante,

* rotations d'un demi-tour dans l'espace avec les mêmes effets qu'une symétrie axiale dans le plan.

bien qu'elle se présente dans diverses positions, est toujours un losange.

Dans chaque plan du jeu, la figure est répétée 8 fois, 4 fois avec toutes les rotations possibles par rapport à la figure donnée et 4 fois avec une rotation de sa figure symétrique.

Pour donner la possibilité aux enfants de jouer avec des figures plus ou moins complexes, j'ai préparé 7 plateaux de jeu en utilisant des formes avec des caractéristiques diverses (voir figure 2): sans axe de symétrie et sans centre de rotation, avec un, deux ou plusieurs axes de symétrie, avec un centre de rotation. Au début, les enfants choisissaient celui avec le plus d'axes de symétrie mais l'abandonnaient rapidement parce que trop facile et même franchement banal. Parmi les choix faciles, il y avait aussi celui avec le centre de rotation: en jouant les enfants se rendaient compte que la superposition des figures n'était pas aussi facile qu'ils auraient pu penser. Tous, après avoir joué avec un plan de jeu, le combinaient pour se mesurer à diverses difficultés. Évidemment les plans de jeux présentant les plus grandes difficultés sont ceux sans axes de symétrie et sans centre de rotation.

J'ai décidé de dessiner uniquement 8 cases sur le plateau de jeu pour que le jeu finisse plus rapidement et que les enfants puissent avoir l'opportunité de changer de plateau et se mesurer à diverses difficultés. En faisant durer le jeu plus longtemps ils n'auraient pas eu cette possibilité.

Lorsque le jeu a déjà été fait plusieurs fois, on peut donner aux enfants un plan de jeu sans dessin et leur demander d'en préparer un pour leurs camarades avec un dessin de leur invention. Ceci les oblige à analyser les règles du jeux et les pousse à chercher toutes les possibilités de rotations et symétries d'une figure.

Le jeu a été proposé à la fin de l'année scolaire et je n'ai pas eu le temps d'en exploiter toutes ses possibilités. Mais je peux tout de même décrire quelques stratégies utilisées par les enfants qui m'ont paru intéressantes durant les phases de jeu.

– Une chose qui m'a frappé avant tout est la gestualité des enfants. Certains agissent après s'être construit une image mentale, observent le plateau de jeu et lorsqu'ils ont déterminé le mouvement à faire, sont sûrs d'eux, en anticipant mentalement le résultat. D'autres s'aident d'un mouvement de main pendant qu'ils pensent à ce qu'il convient de faire, le mouvement de la main en l'air roule, culbute ou fait glisser une carte imaginaire; il semble que ce support soit pour eux indispensable pour accompagner, soutenir et fixer leurs idées. D'autres encore n'arrivent pas à anticiper mentalement ce qui va se passer et déposent les cartes au hasard; le résultat du placement est pour eux toujours une chose imprévue.

– Au début du jeu, certains enfants, lorsqu'ils doivent positionner leur carte sur la case de départ, s'ils ne la mettent pas juste, l'écartent en disant «elle n'est pas juste» et en prennent une autre de leurs petites mains. C'est comme si, dans un premier temps, ce serait une sorte d'«impression» de l'image fixée dans leur tête et qui, pour être reconnue, doit être maintenue ainsi: ils ne la reconnaissent pas dans une autre position. C'est seulement après avoir joué et vu ce qu'il est possible de faire avec la carte qu'ils récupèrent celle qui avait été écartée pour la rouler, la culbuter et pouvoir ainsi la placer.

– En effectuant le glissement, certains enfants, surtout les plus faibles, s'arrêtent à mi-chemin comme s'ils ressentaient la nécessité de faire une étape avant de recouvrir la case du plan de jeu avec la carte en leur possession. Ceci arrive même s'ils voient très bien qu'un seul mouvement leur permettrait d'arriver au but prévu.

– Le mouvement le plus difficile a été la rotation. Les enfants savent très bien où ils veulent placer leur carte mais il est difficile pour eux de trouver le centre de rotation qui leur permettra de mettre la carte où ils ont décidé. Plusieurs d'entre eux, au début, positionnent leur doigt sur un des angles opposé à la case où ils ont décidé d'aller et avec l'autre poussent la carte en avant. De même, quand ils la font tourner, le mouvement ne correspond pas à ce qu'il serait nécessaire de faire, par exemple, ils font une rotation vers la droite pour couvrir une case à gauche. De plus, l'anticipation du résultat de ce mouvement est très difficile: les enfants font tourner la carte pour passer d'une case à la case voisine mais ne réussissent pas à imaginer comment sera la figure une fois déplacée.

– Les enfants sont incapables de reconnaître à l'œil les cartes sur lesquelles il est possible de faire une culbute: ils doivent essayer. Mais comment cela se fait-il? La symétrie des dessins proposés est peut-être trop difficile à reconnaître au niveau perceptif ou peut-être le fait que les trois mouvements (rotation, translation, symétrie) sont proposés en même temps et qu'il faut faire un choix et prendre des décisions en fonction, ce qui complique la difficulté.

De la part de l'enseignant: le jeu peut être un des instruments qui permet d'observer quelques difficultés que les enfants rencontrent lorsqu'ils doivent effectuer des transformations: problèmes au niveau perceptif mais aussi d'anticipation mentale et des difficultés à agir en opérant des choix. Le fait de connaître les écueils que peuvent rencontrer nos élèves nous aide au moment où nous leur proposons de nouvelles activités.

De la part des enfants: le jeu s'est révélé être une activité très divertissante dans lequel ils se sont mesurés sans jamais se fatiguer.

Figure 1

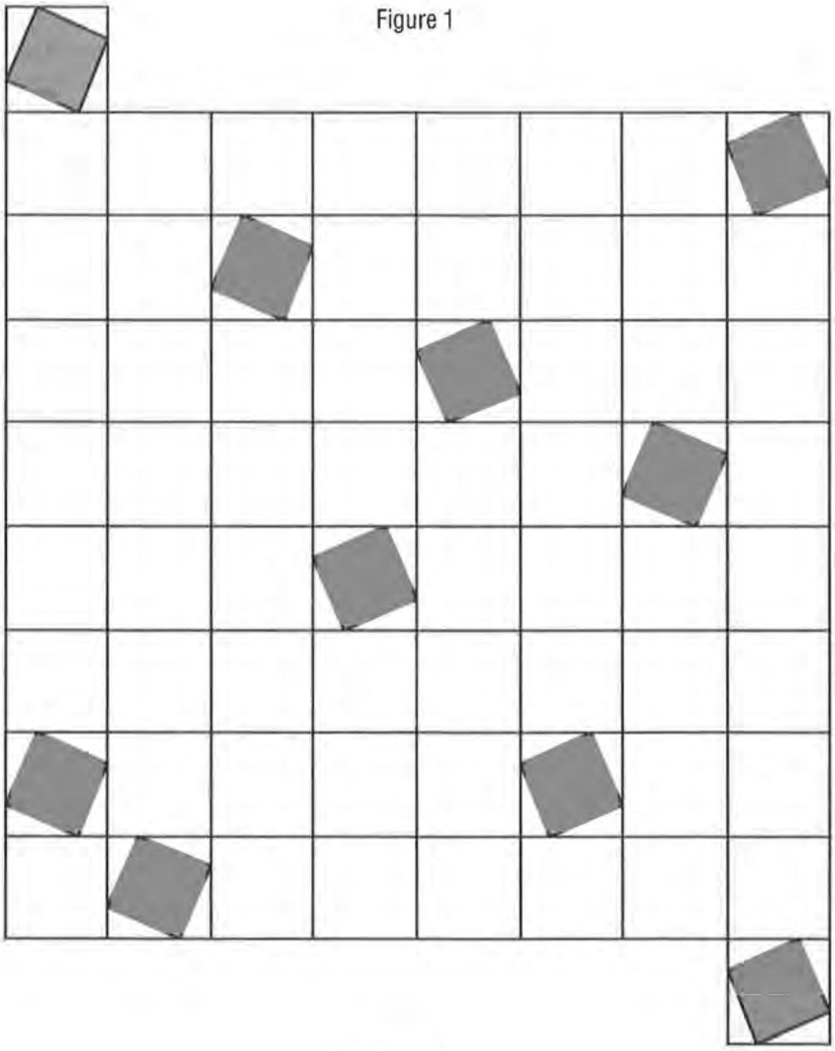
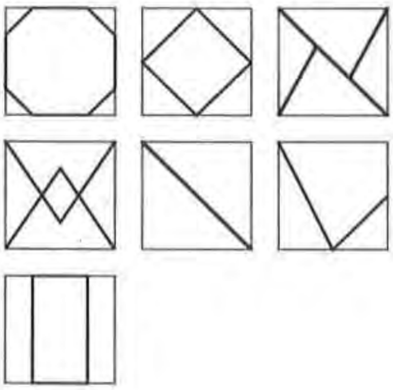


Figure 2



9e Rallye mathématique transalpin

épreuve 1

janvier 2001

[ndlr] *Le succès du RMT s'affirme d'année en année. Pour sa neuvième édition, en 2001, on compte près de 250 classes inscrites en Suisse romande. La participation atteint aussi des records au Tessin. en Italie, au Luxembourg, en Israël, en France voisine (région de Bourg en Bresse) et au Québec où l'épreuve démarre. Voici les problèmes de la première épreuve du 9e RMT. Les résultats et analyses paraîtront dans un prochain numéro.*

1. Les caramels de Charlie (Cat. 3, 4)

Charlie est un enfant très gourmand.
Pour son anniversaire, il a reçu une boîte de 28 caramels.

Chaque jour, il en mange le double du jour précédent. En trois jours, Charlie a mangé tous ses caramels.

Combien de caramels Charlie a-t-il mangés chaque jour?

Expliquez comment vous avez trouvé.

2. Droite gauche (Cat. 3, 4)

Annie a cinq singes en peluche, un bleu, un rouge, un jaune, un brun et un vert.
Elle les range l'un à côté de l'autre sur son étagère.

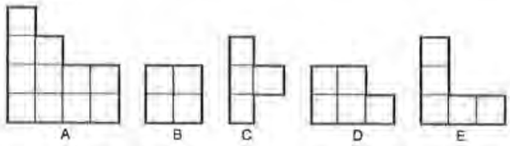
Annie voit que:
- le singe jaune est à droite du singe vert et à gauche du singe brun,
- il y a trois singes à gauche du singe rouge,
- le singe bleu n'est pas à l'une des extrémités.

Coloriez les cinq singes sur l'étagère.

Si vous trouvez une autre possibilité, coloriez-la ci-dessous?

3. Fragments de carrés (Cat. 3, 4)

Jeanne et Marie disposent de ces cinq pièces:



Jeanne utilise deux pièces pour construire un carré. Marie prend deux autres pièces et, avec celles-ci, construit un autre carré.

Dessinez les carrés de Jeanne et de Marie.

Maintenant, Jeanne et Marie mettent ensemble leurs quatre pièces pour construire un seul grand carré.

Dessinez leur grand carré.

4. Au feu! (Cat. 3, 4)

Les enfants de la classe du troisième étage descendent les escaliers de secours de l'école en file, l'un derrière l'autre.

Lorenzo est en 6e position et Giovanni est le quatrième depuis la fin.

Le nombre d'enfants entre Lorenzo et Giovanni est le triple du nombre des enfants qui sont devant Lorenzo.

Combien d'enfants y a-t-il dans la file? Expliquez comment vous avez trouvé.

5. Qui a pris le plus de chocolats? (cat. 3, 4, 5)

Hugo et Mario ont reçu une boite qui contient six rangées égales de chocolats.
Mario en prend:
2 dans la première rangée,
4 dans la deuxième rangée,
6 dans la troisième rangée,
et ainsi de suite, deux de plus dans chaque rangée qui suit.

A la fin, il ne reste plus qu'un seul chocolat dans la dernière rangée.

Combien Mario a-t-il pris de chocolats?
Combien en reste-t-il pour Hugo?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

6. Tarte tatin (Cat. 4, 5, 6)

Martine a fait une tarte ronde pour le goûter. Ses copains ont déjà mangé chacun leur part. Le morceau qui reste est pour elle.

Combien de copains Martine a-t-elle invités?

(Bien sûr, toutes les tranches de tarte étaient égales!)

Comment avez-vous fait pour trouver votre réponse?

7. La couverture de grand-mère (Cat. 5, 6)

Au grenier, dans un coffre, grand-mère a retrouvé une vieille couverture qu'elle avait confectionnée il y a de nombreuses années.

Malheureusement des souris l'ont rongée et l'ont beaucoup abîmée. Grand-mère voudrait la refaire exactement comme elle était. Elle se souvient que:

- la couverture était rectangulaire,
- elle était faite de carrés tous égaux cousus ensemble,
- il y avait 44 carrés sur le bord,
- sur la longueur il y avait le double de carrés que sur la largeur.

Dites à la grand-mère combien il y avait de carrés sur la longueur de sa couverture et combien sur la largeur de sa couverture?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

8. Les brochettes (Cat. 5, 6)

Marc veut préparer des brochettes. Il dispose de baguettes qui ont une pointe à chaque extrémité. Sur chacune, il enfile un morceau de poulet, une saucisse, un fromage et un cœur d'artichaud.

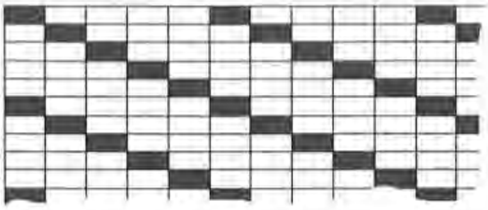
Combien de brochettes différentes peut-il obtenir s'il ne veut pas que les deux sortes de viandes soient voisines?

Dressez la liste de toutes les possibilités.

9. Une si belle cour (Cat. 5, 6)

La famille Carroz a décidé de paver la cour rectangulaire de sa maison. Le père voulait utiliser des carreaux blancs seulement.

Mais la mère préfère des pavés de deux couleurs différentes et a dessiné une partie de la cour:



Le père remarque que, en reproduisant avec régularité le dessin de la mère sur l'ensemble de la cour, on trouvera exactement 25 pavés gris sur la diagonale.

Combien de pavés gris et combien de blancs devront-t-ils commander?
Expliquez votre raisonnement.

10. La maison dans la forêt (Cat. 5, 6, 7)

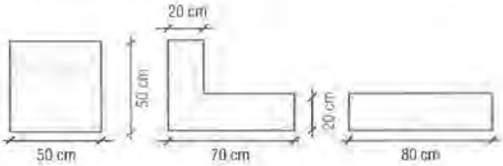
La princesse Clara demande au menuisier de la cour de lui construire, dans la forêt, une maison bien spéciale:

- la maison doit avoir 18 ouvertures en tout, portes ou fenêtres,
- chaque pièce doit avoir deux ouvertures donnant sur l'extérieur et deux ouvertures donnant sur l'intérieur.

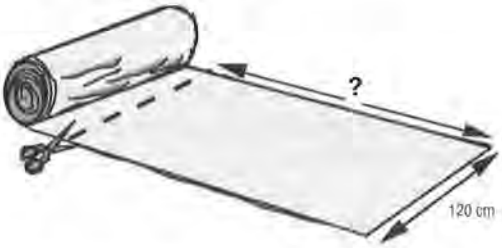
Combien de pièces aura la maison de la princesse Clara?
Expliquez votre raisonnement.

11. Le tailleur (Cat. 5, 6, 7, 8)

Un tailleur doit acheter une étoffe, avec le même dessin sur les deux faces, qui coûte 10 Euros au mètre. La pièce, à découper dans un rouleau, a 120 cm de largeur. Il en faut une quantité suffisante pour y découper 3 carrés, 3 figures en forme de «L» et 3 rectangles dont les mesures sont:



Le tailleur veut dépenser le moins possibile. De quelle longueur doit être la pièce d'étoffe rectangulaire à acheter?



Expliquez votre raisonnement et montrez par un dessin comment il doit découper les figures.

12. Les anniversaires (Cat. 6, 7, 8)

Anna, Carlo, Betty et Susy fêtent leur anniversaire chacun à une saison différente:

- Carlo dit: «Anna est née au printemps et Betty n'est pas née en automne»;
- Anna réplique: «Je ne suis pas née au printemps et Susy n'est pas née en hiver»;
- Susy affirme: «Anna est née en automne et Betty en hiver»;
- Betty déclare: «Carlo est né en été et Susy en automne».

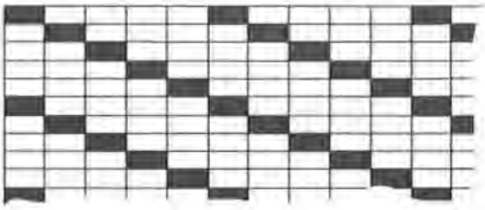
Chacun a dit une vérité et un mensonge.

A quelle saison chacun des quatre amis fêtera-t-il son anniversaire?
Expliquez comment vous avez trouvé.

13. Une si belle cour (Cat. 7, 8)

La famille Carroz a décidé de paver la cour rectangulaire de sa maison. Le père voulait utiliser des carreaux blancs seulement.

Mais la mère préfère des pavés de deux couleurs différentes et a dessiné une partie de la cour:



Le père remarque que, en reproduisant avec régularité le dessin de la mère sur l'ensemble de la cour, on trouvera exactement 32 pavés gris sur la diagonale.

Combien de pavés gris et combien de blancs devront-t-ils commander?

Expliquez votre raisonnement.

14. Les brochettes (Cat. 7, 8)

Marc veut préparer des brochettes. Il dispose de baguettes qui ont une pointe à chaque extrémité. Sur chacune, il enfile un morceau de poulet, une saucisse, un fromage, une tomate et un cœur d'artichaud.

Combien de brochettes différentes peut-il obtenir s'il ne veut pas que les deux sortes de viandes soient voisines?

Dressez la liste de toutes les possibilités.

15. Le collier de la reine (Cat. 7, 8)

La terrible Reine de Cœur a quatre splendides colliers de perles qu'elle conserve, chacun dans son propre coffret fermé à clé:

collier de Cœur

collier de Carreau

collier de Pique

collier de Trèfle

La Reine ordonne à Alice de lui apporter le coffret contenant le collier qui a le plus grand nombre de perles, mais sans se tromper, sinon elle lui fera couper la tête!

Alice dispose de ces informations:
- le nombre total de perles des colliers de Cœur, Carreau et Pique est 420;
- le nombre total de perles des colliers de Cœur, Pique et Trèfle est 390;
- le nombre total de perles des colliers de Cœur, Carreau et Trèfle est 400;
- le nombre total de perles des colliers de Carreau, Pique et Trèfle est 410.

Alice réfléchit profondément et réussit à apporter à la Reine le bon coffret, et à sauver ainsi sa tête!

Quel est le collier choisi par Alice et combien de perles a-t-il?

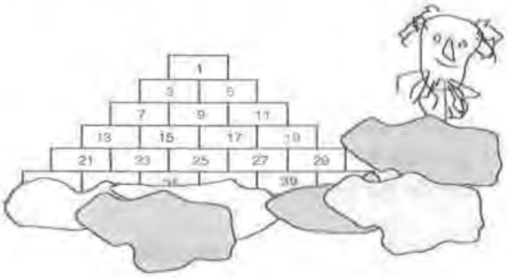
Expliquez comment vous avez trouvé.

16. La pyramide (Cat. 7, 8)

«Tiens», se dit St Pierre, en voyant émerger cette construction des nuages, «les hommes viennent de construire une nouvelle pyramide!»

«Il y a quelques mois, l'un d'entre eux – un mathématicien – m'a dit en arrivant ici que, quelques minutes avant sa crise cardiaque il venait de calculer la somme des nombres d'un étage de la pyramide et avait trouvé 29791 ».

« Il m'a dit de quel étage il s'agissait, mais je l'ai oublié! A mon âge, la mémoire... »



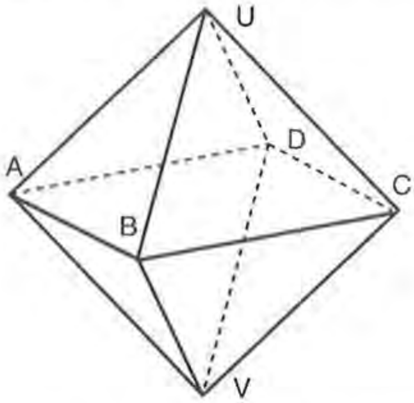
Et vous, saurez-vous retrouver de quel étage il s'agit?

Indiquez le numéro de l'étage, compté à partir du haut de la pyramide.

Expliquez comment vous avez trouvé la solution.

17. L'octaèdre (Cat. 8)

Ce solide est un octaèdre: toutes ses faces sont des triangles équilatéraux.



Quels sont les triangles, autres que les faces, que l'on peut obtenir en joignant trois sommets de l'octaèdre?

Indiquez-les précisément et dites combien il y en a.

Solution du problème de la page 8

1. J'ai obtenu 114 en deux coups. Si j'en reste là, mon score sera de 4.
   Si je relance un des dés ayant donné 1, je peux espérer obtenir 9 points en faisant 421, 4 points en faisant 114. J'ai donc une chance sur 3 de faire au moins aussi bien.
   Si je relance le dé ayant donné 4, je peux espérer obtenir 7 points en faisant 111, 6 points en faisant 116, 5 points en faisant 115, 4 points en faisant 114.
   J'ai donc 2 chances sur 3 de faire au moins aussi bien.

   Finalement j'ai intérêt à relancer le dé ayant amené 4.

2. Pour obtenir directement deux points au premier lancer, il faut faire soit une suite 123, 234, 345, 456, soit 222, soit 112.
   Avec les trois dés, il y a six manières distinctes d'obtenir chaque tierce, une seule façon d'amener 222 et trois manières pour 112; au total 28 « cas favorables » à cet événement sur les 6^3 (216) cas possibles.

   La probabilité cherchée vaut donc $28/216 \cong 0,13$

Dérive ou un nouveau jeu de stratégie passionnant pour 2, 3 ou 4 joueurs

Martine Simonet

C'est l'histoire d'un coup de cœur que j'aimerais partager avec vous, c'est pourquoi je vous invite à partir à la «Dérive» ensemble...

Au détour d'une vitrine, lors d'une escapade en France voisine, mon regard a été accroché par un bel objet: un plateau de jeu en acrylique et une multitude de dés aux couleurs flamboyantes en guise de pions. Ma curiosité ainsi piquée, je suis entrée dans le magasin et... j'ai découvert un jeu passionnant!

La simplicité des règles ne l'empêche pas d'être un excellent jeu de stratégie qui comporte quatre niveaux de complexité: Initiation, Blitz, Classique et Avancé.

Avec l'aimable autorisation de son créateur, je vous présente ci-après «**Initiation**». Ce premier niveau, qui permet au joueur débutant de se familiariser avec les règles, débouche déjà sur l'élaboration de stratégies multiples.

Il est conseillé de jouer d'abord à 2, c'est pourquoi les règles qui suivent sont expliquées pour deux joueurs. Mais on peut également y jouer à 3 ou 4.

Les concepteurs mentionnent qu'on peut jouer à Dérive dès l'âge de 7 ans. D'après mon expérience, ce jeu m'a semblé prendre réellement tout son intérêt pour des enfants à partir de 10 ans.

Le but du jeu, pour ce niveau, est d'être le premier à amener un de ses dés sur la rive opposée. On entend par rive la rangée de cases qui borde le damier devant chaque joueur.

Les 2 joueurs se placent l'un en face de l'autre. Ils prennent chacun 5 dés. Ils ne mettent aucun dé sur le damier.

Attention! Les cases «blanches» sont interdites.

Chacun jette un dé. Celui qui obtient la plus haute valeur commence. Il place un dé sur une case de couleur de sa rive (celle qui se trouve devant lui), face 1 tournée vers le haut; puis son adversaire fait de même.

Aux tours suivants, les joueurs disposent de **4 coups au choix**:

1. **Poser un dé** sur une case libre de sa rive, toujours face 1 tournée vers le haut.
2. **Se déplacer en diagonale** sur une case libre:
   - soit d'une case autour de sa case,
   - soit de plusieurs cases, par sauts successifs au-dessus d'un dé à la fois, quelle que soit sa couleur ou sa valeur (comme aux dames).
3. **Modifier la valeur d'un de ses dés**:
   - soit en y ajoutant ou en y retranchant une unité,
   - soit en le désignant et en remplaçant sa valeur par celle d'un jet de dé, quel que soit le résultat.
4. **Prendre un dé adverse**, de valeur égale ou inférieure, adjacent à sa case:
   - si le dé attaquant prend un dé de valeur inférieure, il perd la valeur du dé pris (ex: si «5» prend «2», il passe à «3»).
   - à valeur égale, le dé attaquant prend systématiquement la valeur 1.

Dans les deux cas, le dé attaquant sort le dé adverse, **le rend à son adversaire** et prend sa place.

Étant devenus des «Initiés», j'imagine que vous aurez envie de découvrir les autres niveaux. Aussi voici quelques informations concernant ce jeu qui a été élu «AS D'OR 2000 des Jeux de Société» dans la catégorie jeu familial au 14e Festival International des Jeux à Cannes.

Dérive existe en différents modèles, du plus simple au plus luxueux, composés d'un plateau de 10x10 cases, 40 dés (10 dés, 4 couleurs) et les règles détaillées bien sûr. En Suisse, il n'est pas encore disponible dans le commerce mais vous pouvez le découvrir et le commander sur Internet, **www.couleur-voyelles.fr**, ou par courrier à l'adresse suivante: Couleur Voyelles – 59bis, av. Point du jour – BP 5044 – 69246 Lyon Cedex 05 – France

Composition du jeu:
Un plateau, dix dés de couleur par joueur (40 dés), une règle du jeu.

But du jeu:
Ancrer une chaîne de six dés sur la rive adverse.

Déroulement de la partie:
Pour gagner, vous devez faire preuve de tactique et maîtriser le hasard. En effet, les forces adverses varient et se régénèrent: pour les combattre et atteindre votre but, placez vos dés un à un sur votre couleur, déplacez-les, modifier leur valeur, attaquez... Le principe est simple, mais attention, chaque coup remet en question l'équilibre de la partie: tout peut basculer à tout moment!

A propos de variables didactiques

François Jaquet, IRDP

[ndlr] *Depuis 1992,* Math-Ecole *publie régulièrement des articles en rapport direct avec les nouveaux moyens d'enseignement romands* Mathématiques 1P – 4P. *La liste en est dressée dans notre numéro 193 – pages 31 à 33 – et montre que ce ne sont pas moins de 350 pages qui ont déjà été consacrées à cette importante innovation. D'autres pages suivront car il y a encore beaucoup de choses à dire et à écrire sur les changements de conceptions qu'induisent ces ouvrages sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.*

La rénovation entreprise pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire se poursuit pour couvrir l'ensemble de la scolarité obligatoire. Math-Ecole *entend aussi présenter quelques-uns des changements les plus significatifs proposés par les moyens d'enseignement des degrés 5 à 9 et propose aujourd'hui un premier article sur le passage d'une édition à l'autre, de* Mathématiques 5e, *actuellement en phase de réécriture, qui sera à disposition de toutes les classes romandes de cinquième année dès la rentrée scolaire prochaine.*

En 1984 et 1985, les ouvrages des degrés 5 et 6 marquaient déjà une évolution sensible par rapport à l'édition précédente de 1976 et 1977. On a pu croire, un certain temps, qu'ils seraient en mesure d'absorber le flux et l'ampleur des innovations introduites par la récente édition de Mathématiques 1P – 4P. *Force a été de se rendre à l'évidence et d'entreprendre la réécriture des moyens d'enseignement de 5e et 6e années. On a utilisé à ce propos le doux euphémisme de «toilettage», pour ne pas susciter trop d'inquiétudes. En effet, la nouvelle édition ressemble à la précédente, par sa couverture, par les formats de ses différents documents, par le fait que près de 70 % des activités «anciennes» du livre et du fichier de l'élève ont conservé leur présentation et leur forme.*

Mais certaines modifications, qui peuvent paraître mineures en premier examen, modifient parfois sensiblement la tâche de l'élève, ses stratégies de résolution, son rapport au savoir. Il vaut donc la peine d'examiner en détail ces nouveaux ouvrages pour pouvoir apprécier, objectivement, la nature des changements apportés à la nouvelle édition de Mathématiques 5e.

Pourquoi et comment modifier un problème?

La résolution de problèmes est revenue en force dans nos programmes après une éclipse d'une quinzaine d'années où on lui a préféré les activités structuralistes, caractéristiques de l'époque des «maths modernes». Mais il ne suffit pas de l'évoquer, ni de l'appeler de ses voeux, pour qu'elle devienne opérante, comme si elle était dotée de pouvoirs surnaturels.

On donne un problème dans un but précis, afin de développer des stratégies faisant appel à certains outils connus et permettant d'en construire de nouveaux.

Au cours de cette phase de construction, il y a de fortes chances que l'élève doute, hésite, échoue momentanément, remette en cause des connaissances antérieures ou, en bref, se retrouve en situation de conflit cognitif. S'il le surmonte, il en tirera satisfaction et profit, d'un point de vue mathématique. Si l'obstacle est trop élevé, il perdra du temps, de la confiance en soi et ne construira aucune connaissance nouvelle.

Il peut aussi arriver que l'élève ne rencontre aucun obstacles dans la résolution du problème proposé, qu'il en trouve la solution sans mettre en oeuvre les outils attendus, qu'il ne rencontre pas les savoirs escomptés. Dans ce cas, il sera satisfait d'avoir répondu correctement, il renforcera éventuellement certains outils mobilisés pour la circonstance – comme c'est le cas dans la plupart des problèmes dits «d'application» – mais on ne pourra pas affirmer qu'il a construit de nouvelles connaissances.

Il est par conséquent essentiel de se poser certaines questions avant de donner un problème: quels sont ses contenus mathématiques? comment l'élève va pouvoir le résoudre? quels sont les savoirs qu'il rencontrera selon les stratégies qu'il choisira? quelle est la nature des obstacles à la résolution? quelles sont les représentations en jeu? Toutes ces questions constituent ce que la didactique des mathématiques désigne par l'analyse a priori du problème.

Lors de l'élaboration d'un moyen d'enseignement, cette analyse a priori est à la charge des auteurs. Ceux-ci la conduisent en référence à leur procédures personnelle de résolution du problème, à leurs observations des élèves, aux données récoltées lors de pratiques d'enseignement ou d'expérimentations, à leurs connaissances en didactique des mathématiques. Ils s'inscrivent ici dans une démarche scientifique, faite d'une longue succession d'hypothèses, de vérifications et de justifications.

La nouvelle analyse a priori d'un problème de l'ancienne édition est donc enrichie par de nombreux apports théoriques et pratiques. Les changements apportés à l'énoncé, même s'ils paraissent mineurs, ne sont donc pas aléatoires. Nous proposons de les examiner dans cet article, sur l'exemple de *La course aux oeufs* et des modifications de son énoncé, d'une édition à l'autre de *Mathématiques 5e*.

La course aux oeufs, version 1984 (Thème des *Mesures de longueurs*):

13. LA COURSE AUX ŒUFS

Le concurrent ne peut ramener dans le panier qu'un seul œuf à la fois.

a) Calcule la distance totale que doit parcourir un concurrent.

Pour que cette distance soit la plus courte possible, doit-il ramener les œufs dans un certain ordre?

b) Cette distance ...

... doublerait-elle s'il y avait 12 œufs (toujours espacés de 5 m) à ramener?

... diminuerait-elle de moitié si le concurrent pouvait ramener deux œufs à la fois? Vérifie!

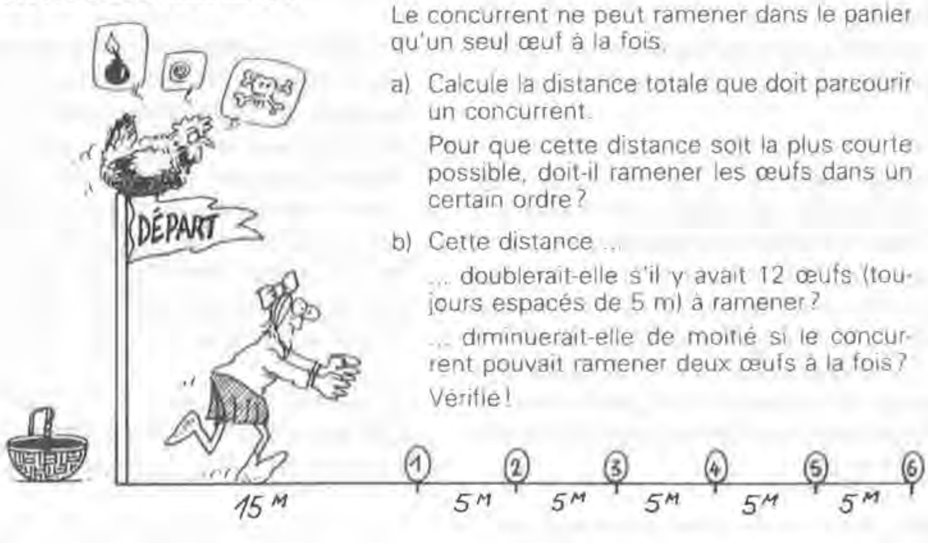


figure 1

La course aux oeufs, version 2001 (Thème des *Mesures de longueurs*):

13. La course aux œufs

Quelle distance faut-il parcourir pour rapporter les 25 œufs dans le panier, si l'on n'en ramène qu'un seul à la fois?

figure 2

Les variables du problème

En première analyse, c'est le texte de l'énoncé qui attire l'attention.

La consigne a été sensiblement raccourcie. La nouvelle version ne conserve que la première partie de la question a) de l'ancienne.

La deuxième partie de la question a) est désormais «dévolue» à l'élève, ce qui signifie que les auteurs de l'énoncé, ou le maître, y renoncent et préfèrent ne pas interférer, à son propos, dans les procédures de résolution de l'élève. Si ce dernier se pose la question de l'ordre de ramassage des oeufs, c'est qu'elle a un sens pour lui, car il peut effectivement se demander si la distance est plus courte en commençant par le dernier oeuf plutôt que par le premier.

Si l'élève ne se pose pas cette question, il calculera la distance selon l'ordre qu'il aura choisi. C'est au moment de la mise en commun (validation et confrontation des résultats) qu'il constatera peut-être que d'autres élèves ont choisi un ordre différent et qu'ils obtiennent la même distance.

Si c'est le manuel ou le maître qui posent la question, son «sens» est différent. L'élève y répondra par conformité à l'énoncé, parce qu'on le lui demande, pour faire plaisir au maître, pour ne pas avoir d'ennuis... et, pourquoi pas, parce qu'il a effectivement envisagé qu'il a y différents ordres possibles de ramassage des oeufs. Mais, même dans cette dernière éventualité, la nécessité s'est déplacée de l'intérieur de la situation de recherche à une demande extérieure.

La question b) a disparu de l'énoncé mais il y a de fortes chances qu'elle réapparaisse en phase de résolution ou de validation.

Nous classerons ces modifications de la longueur de l'énoncé et des questions intermédiaires dans les «variables de problèmes» ou les «variables pédagogiques».

Les variables didactiques

«Une variable didactique est une grandeur, au sein d'un problème, dont les modifications peuvent induire un changement dans les procédures de résolution».

Cette définition est bien succincte. Elle est exemplifiée par l'examen de la deuxième version de l'énoncé:

Une première variable didactique est ici le «nombre d'oeufs», qui passe de 6 à 25.

La seconde est l'introduction d'un «trou» dans le dessin.

Pourquoi a-t-on modifié ces éléments?
On a constaté, pour ce problème et dans de nombreuses situations analogues, que l'élève peut résoudre la première partie sans vraiment «faire de mathématiques», c'est à dire sans modéliser une situation nouvelle en créant de nouveaux instruments. Il peut résoudre le problème par une énumération des distances à additionner suivie d'une simple addition, du genre:

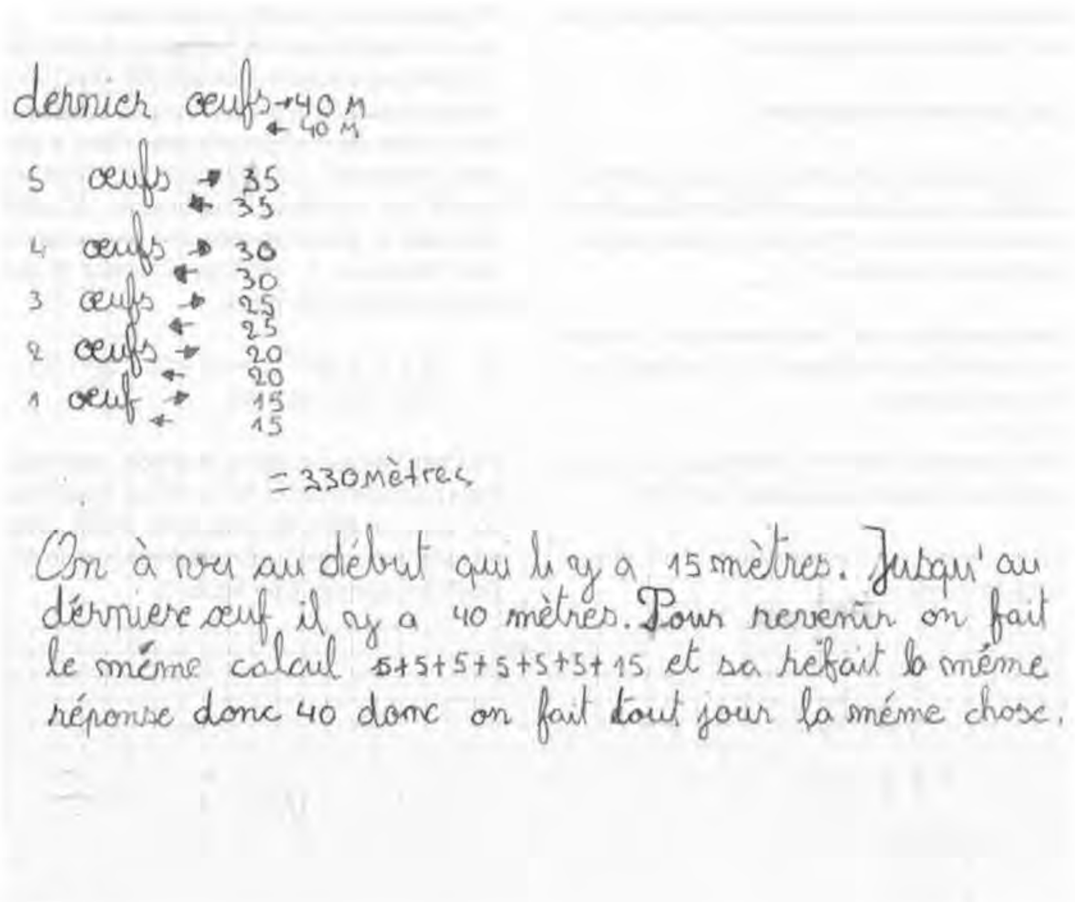
(I) 15 + 15 + 20 + 20 + 25 + 25 + 30 + 30 + 35 + 35 + 40 + 40

Il lui faut certes un peu d'attention pour cela, mais l'activité n'est qu'un exercice d'application pour un élève de cinquième année. Déjà en quatrième année, il ne présente pas de difficultés majeures. (Voir figure 3)


3
15 m
+15 m
+20 m
+20 m
+25 m
+25 m
+30 m
+30 m
+35 m
+35 m
+40 m
+40 m
330 m

Reponse
elle à fait 330 mètres

figure 3a



dernier oeufs → 40 M
← 40 M
5 oeufs → 35
← 35
4 oeufs → 30
← 30
3 oeufs → 25
← 25
2 oeufs → 20
← 20
1 oeuf → 15
← 15

= 330 mètres

On à vu au début qui li y a 15 mètres. Jusqu'au dernière oeuf il y a 40 mètres. Pour revenir on fait le même calcul 5+5+5+5+5+5+15 et sa refait la même réponse donc 40 donc on fait tout jour la même chose.

figure 3b.

Quelques productions d'élèves de 4e année, selon la version 1984 de l'énoncé.
(Cette expérimentation, conduite en octobre 2000, dans le cadre d'un module de formation (B7) sur les énoncés de problèmes, par M. J-L. Maire, Tramelan, a montré que 7 groupes d'élèves sur 9 ont procédé correctement, par une addition en colonnes.)

Cet exercice est placé dans le thème des *Mesures de longueurs* car il fait appel à l'addition de longueurs. Ce concept est mobilisé ici, et peut éventuellement se renforcer. Mais ce n'est pas l'objectif principal de l'activité. Même en cas de comparaison des distances selon l'ordre de ramassage, on pense que ce n'est pas l'addition des longueurs qui est au coeur du problème, mais celle de leurs mesures (au niveau des nombres). Pour que l'exercice devienne un problème, il faut lui donner de la «consistance». Le passage de 6 à 25 oeufs, rend plus délicate la méthode précédente. La trace écrite (I) serait beaucoup plus longue. La conduire jusqu'à la fin prend de la place et du temps, les risques d'erreur sont grands. Et le problème de savoir où s'arrêter reste ouvert, en raison du «trou».

L'entrée dans le problème est la même que dans la version précédente et peut aboutir sur un début d'addition comme:

II) 15 + 15 + 20 + 20 + 25 + 25 + 30 + …

qui pourrait aussi être simplifié en:

III) 30 + 40 + 50 + 60 + …

Le «trou» empêche alors de poursuivre la procédure mécanique car il faut savoir où s'arrêter. Il faut donc déterminer le dernier élément de la suite, 135 dans le cas (II) ou 270 dans le cas (III).

Ce n'est pas évident. Il y a là un premier problème!

Une solution est d'écrire toutes les distances et d'en compter 25.

Une tentation est de se dire, j'écris les 5 premières: 15, 20, 25, 30, 35; la 5e est 35, la 10e sera 70, la 20e sera 140 et la 25e 140 + 35 = 175.

Ce raisonnement justifie alors pleinement la disparition de la question b) de l'exercice.

Une autre tentation est de se dire: le 25e oeuf sera à la distance 15 + (25 x 5) = 140.

Une solution, très proche, sera de déterminer cette distance par 15 + (24 x 5) = 135

La phase de validation (au sein d'un groupe, entre groupes, en demi classe ou en classe entière) se chargera de déterminer, parmi ces solutions, lesquelles peuvent être retenues, lesquelles sont fausses, et pourquoi? lesquelles sont les plus efficaces?

On connaît maintenant le dernier terme, ce qui peut conduire à une écriture du genre:

IV) 15 + 15 + 20 + 20 + 25 + … + 125 + 125 + 130 + 130 + 135 + 135

ou

V) 30 + 40 + 50 + 60 + …. + 250 + 260 + 270

On est confronté alors à un second problème: comment calculer cette longue somme sans en écrire tous les termes, ni les enregistrer tous dans la calculatrice?

L'idée de regrouper le premier terme et le dernier par (commutativité et associativité) arrivera-t-elle dans un groupe? Devra-t-elle être suggérée par le maître en phase de débat?

On se retrouve ici dans un schéma plus classique de la leçon collective avec discussion générale où le maître a un rôle essentiel à jouer, n'en disant pas trop, ni trop tôt, en dosant sa part de responsabilités et celle des élèves.

Pas à pas, on a glissé du cadre géométrique de la situation initiale au cadre purement numérique. On retrouve des connaissances déjà abordées, dont la construction va se poursuivre ici: il s'agit des propriétés des opérations sur les nombres naturels, en particulier l'associativité et la commutativité de l'addition, puis l'expression d'une addition de termes égaux par une multiplication.

Il y a des schémas pour illustrer les groupements dans cette longue addition, qui, tous, d'une manière ou d'une autre conduiront à des écritures – à «institutionnaliser» selon le niveau des élèves et la progression dans le programme – du genre:

VI) (30 + 270) + … + (140 + 160) + 150 =
= 300 + … + 300 + 150 =
= (12 x 300) + 150 = 3750

Si les élèves persistent à additionner les 25 termes, ce qui est fort probable en cinquième année, on peut encore modifier la variable didactique «nombre d'œufs», en proposant une course avec 100 œufs.

Dans une expérimentation en classe de quatrième année, les élèves n'ont pas reculé devant de telles énumérations. (V. figure 4)

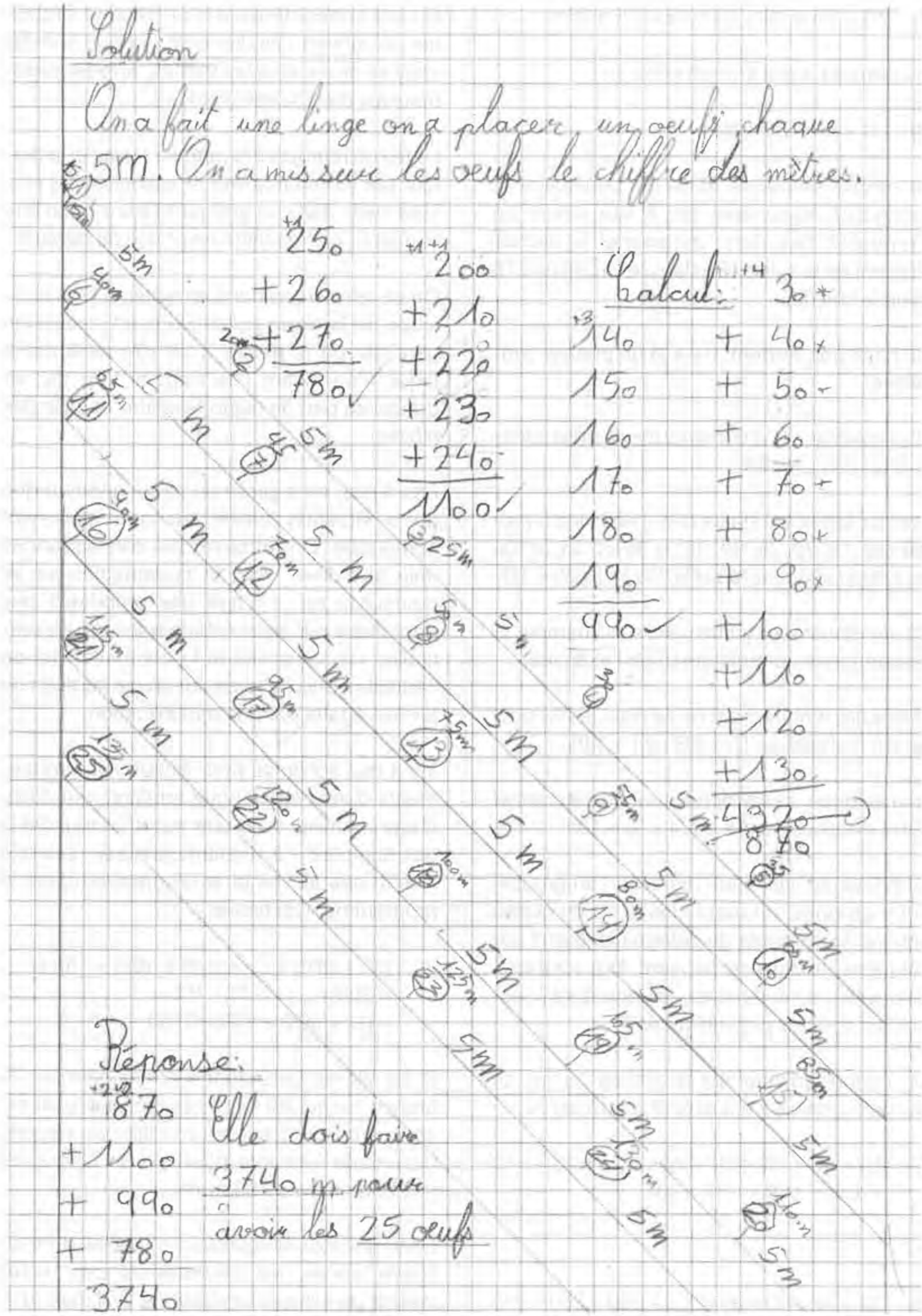

Solution
On a fait une linge on a placer un oeufs chaque 5m. On a mis sur les oeufs le chiffre des mètres.
250 + 260 + 270 = 780
200 + 210 + 220 + 230 + 240 = 1100
Calcul:
140 + 150 + 160 + 170 + 180 + 190 = 990
30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110 + 120 + 130 = 870
Réponse:
870 + 1100 + 990 + 780 = 3740
Elle dois faire 3740 m pour avoir les 25 oeufs

figure 4a

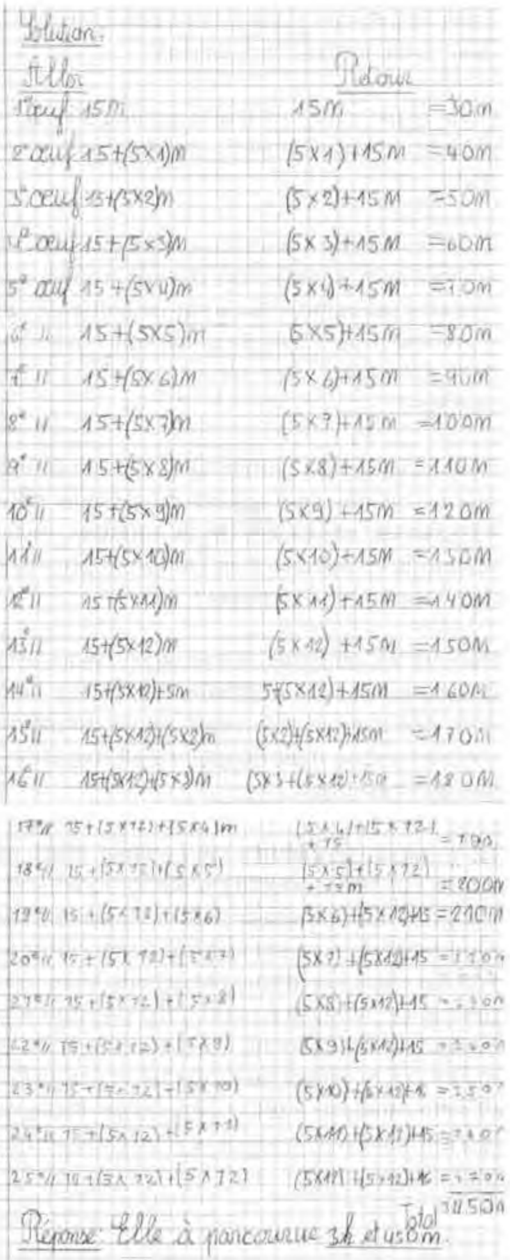

Solution
Aller | Retour
1er oeuf 15 m | 15 m = 30 m
2e oeuf 15+(5x1)m | (5x1)+15 m = 40 m
3e oeuf 15+(5x2)m | (5x2)+15 m = 50 m
4e oeuf 15+(5x3)m | (5x3)+15 m = 60 m
5e oeuf 15+(5x4)m | (5x4)+15 m = 70 m
6e " 15+(5x5)m | (5x5)+15 m = 80 m
7e " 15+(5x6)m | (5x6)+15 m = 90 m
8e " 15+(5x7)m | (5x7)+15 m = 100 m
9e " 15+(5x8)m | (5x8)+15 m = 110 m
10e " 15+(5x9)m | (5x9)+15 m = 120 m
11e " 15+(5x10)m | (5x10)+15 m = 130 m
12e " 15+(5x11)m | (5x11)+15 m = 140 m
13e " 15+(5x12)m | (5x12)+15 m = 150 m
14e " 15+(5x12)+5m | 5+(5x12)+15 m = 160 m
15e " 15+(5x12)+(5x2)m | (5x2)+(5x12)+15 m = 170 m
16e " 15+(5x12)+(5x3)m | (5x3)+(5x12)+15 m = 180 m
17e " 15+(5x12)+(5x4)m | (5x4)+(5x12)+15 = 190 m
18e " 15+(5x12)+(5x5) | (5x5)+(5x12)+15 m = 200 m
19e " 15+(5x12)+(5x6) | (5x6)+(5x12)+15 = 210 m
20e " 15+(5x12)+(5x7) | (5x7)+(5x12)+15 = [illegible]
21e " 15+(5x12)+(5x8) | (5x8)+(5x12)+15 = [illegible]
22e " 15+(5x12)+(5x9) | (5x9)+(5x12)+15 = [illegible]
23e " 15+(5x12)+(5x10) | (5x10)+(5x12)+15 = [illegible]
24e " 15+(5x12)+(5x11) | (5x11)+(5x12)+15 = [illegible]
25e " 15+(5x12)+(5x12) | (5x12)+(5x12)+15 = [illegible]
Total 3450 m
Réponse: Elle à parcouru 3k et 450 m.

figure 4b

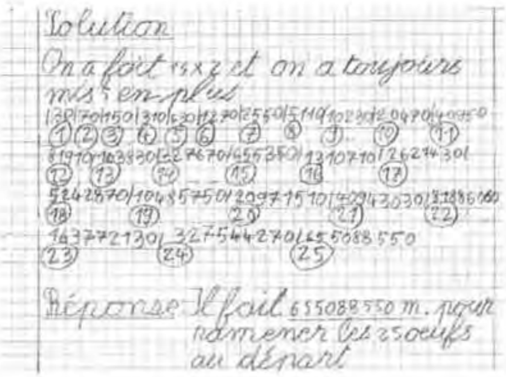

Solution
On a fait 15x2 et on a toujours mis 5 en plus
[illegible]
Réponse: Il fait 655088550 m. pour ramener les 25 oeufs au départ

figure 4c


Solution
En fait 15+15=30 m
15+15=30 | 130+130=260
20+20=40 | 135+135=270
25+25=50
30+30=60
35+35=70
40+40=80
45+45=90
50+50=100
55+55=110
60+60=120
65+65=130
70+70=140
75+75=150
80+80=160
85+85=170
90+90=180
95+95=190
100+100=200
105+105=210
110+110=220
115+115=230
120+120=240
125+125=250
En arrivent à 270 m
Réponse: Elle fait 270 m en tout

figure 4d

Quelques productions d'élèves de 4e année, selon la version 2001 de l'énoncé.
(Cette expérimentation, conduite en octobre 2000, dans le cadre d'un module de formation (B7) sur les énoncés de problèmes, par M. L. Bühler, Tramelan, a montré que, sans aucune relance de la part du maître, l'obstacle du «trou», la longueur de la procédure pas à pas et la difficulté de l'addition empêchent encore une majorité d'élèves, en début de quatrième année, d'atteindre la solution. Cependant, chacune des solutions proposées témoigne déjà de «sens» de l'activité pour les élèves.)

En revanche, diminuer la valeur de la variable «nombre d'oeufs» revient à supprimer les deux clauses de nécessité qui font de l'activité un «problème»: le passage du «trou» par des opérations mentales et le calcul de la longue somme en mettant en oeuvre les propriétés de l'addition et la multiplication. On retomberait alors dans «l'exercice» de comptage de l'ancienne version.

Le problème est plus ambitieux que l'exercice, c'est évident. Il demande plus de temps, il est d'un niveau de difficulté plus élevé, il exige une gestion plus complexe de la classe pour le maître. Mais sa résolution est favorisée par le dispositif «situation-problème» (phase d'appropriation individuelle, recherche en groupe, validation, débat, institutionnalisation).

Alors c'est ici qu'interviennent les choix du maître, délicats mais pourtant fondamentaux au vu de l'analyse qui précède:

Va-t-on adopter la version 2001 de la Course aux oeufs ou rester à celle de 1984? (Car le moyen d'enseignement n'impose ni les activités, ni la manière de les exploiter en classe.)

Va-t-on opter pour un compromis du genre: l'exercice pour tous, puis le problème en cas de réussite, ou encore: le problème pour tous, mais avec une relance «exercice» pour les élèves dits «en difficulté».

Derrière ces choix, se dessinent les interrogations essentielles liées aux savoirs mathématiques en jeu:

Dans lequel des deux cas l'élève construit-il des connaissances nouvelles?

Dans quels cas y a-t-il une activité de calcul réfléchi, d'entraînement, de conceptualisation?

Dans la variante «exercice», les élèves auront au moins la satisfaction d'avoir trouvé une réponse facilement. Mais est-ce suffisant? et qu'en est-il de l'objectif concernant l'association judicieuse des termes d'une longue somme?

Dans la variante «problème», certains élèves auront besoin de l'apport du groupe pour franchir les obstacles de la situation, mais seront-ils en mesure d'en tirer profit pour leur développement individuel?

Derrière les variantes mixtes se profile toute la problématique de la différenciation, qui peut être positive si elle vient de la situation mathématique, mais négative si elle est imposée arbitrairement.

La version «problème» de l'édition 2001 se fonde sur une conception socio-constructiviste des apprentissages, dont s'inspirent les «fondements» qui ont présidé à son élaboration. Le choix est affiché clairement. Mais rappelons-le, l'analyse a priori n'est pas dévolue aux auteurs seulement, elle concerne chaque maître qui envisage de proposer une activité. Et cette analyse a priori dépend de facteurs liés à la classe, aux élèves, à la progression au sein du programme...

Abonnements et commandes

❑ **Veuillez m'abonner à** *Math-Ecole (tarifs en page 2 de couverture).*

Veuillez me faire parvenir :

Encyclopédie kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 28.–)
Mathématiques du kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 28.–)
Les annales du kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 29.–)
Exos-malices, ACL	...	(ex. à Fr. 29.–)
Histoire de Maths, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Faites vos jeux!	...	(ex. à Fr. 18.–)
La magie du calcul, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Pythagore et Thalès, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Le monde des pavages, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Les maths & la plume, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Jeux et découvertes mathématiques, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Jeux mathématiques pour tous, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Pliages mathématiques, ACL	...	(ex. à Fr. 17.–)
Apprivoiser l'infini, ACL	...	(ex. à Fr. 25.–)
100 Jeux mathématiques du «Monde», POLE	...	(ex. à Fr. 27.–)
Le système métrique, hier et aujourd'hui, ADCS	...	(ex. à Fr. 38.–)
Jeux mathématiques du «Scientific American», ADCS	...	(ex. à Fr. 38.–)
Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, N. Rouche, CREM	...	(ex. à Fr. 26.–)
PROBLÈMES DE RALLYES ET CONCOURS :		
Actes des rencontres internationales de Brigue sur le RMT	...	(ex. à Fr. 18.–)
Mille ans d'histoire des mathématiques (Tangente HS 10)	...	(ex. à Fr. 20.–)
Fichier Evariste APMEP	...	(ex. à Fr. 25.–)
Panoramath 96, APMEP	...	(ex. à Fr. 12.–)
Panoramath 2, CIJM, APMEP, ACL	...	(ex. à Fr. 18.–)
Panoramath 96, Panoramath 2	...	(ens. à Fr. 25.–)
50 Enigmes mathématiques pour l'école	...	(ex. à Fr. 14.–)
50 Enigmes mathématiques faciles	...	(ex. à Fr. 16.–)
52 Nouvelles énigmes mathématiques faciles, POLE	...	(ex. à Fr. 16.–)
50 Enigmes mathématiques pour tous	...	(ex. à Fr. 16.–)
52 Nouvelles énigmes mathématiques pour tous, POLE	...	(ex. à Fr. 16.–)
50 Enigmes mathématiques pour lycéens	...	(ex. à Fr. 16.–)
Le Trésor du vieux Pirate (n° 12)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Le Pin's Tourneur (n° 11)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Les Pentagones (n° 8)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Le Serpent Numérique (n° 10)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Le Singe et la Calculatrice (n° 14)	...	(ex. à Fr. 5.–)*
Anciens numéros de Math-Ecole	....	(ex. à Fr. 4.–)

Nom et prénom : ❑ Mme / ❑ M. ....

Adresse (rue et numéro) : ....

Localité (avec code postal) : ....

Date : .... Signature : ....

Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués
*En liquidation jusqu'à épuisement du stock.

Bulletin à retourner (photocopié) à : ***Math-Ecole, CP 54, 2007 Neuchâtel 7***

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7

sommaire