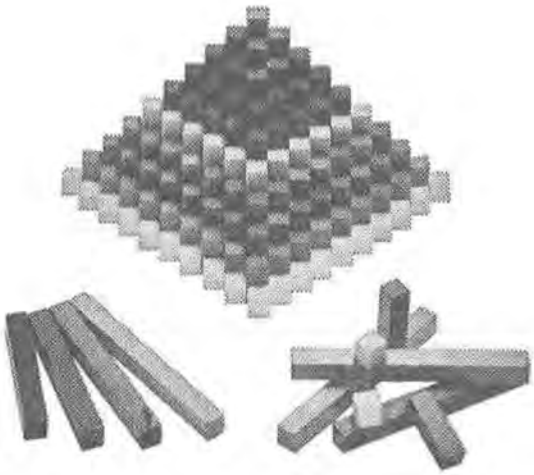
64

MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1974
13e ANNÉE



@@MATH ECOLE 64
13e ANNÉE SEPTEMBRE 1974

Etude de la construction de la suite des premiers nombres

par Marie-Claire Andres, maîtresse de méthodologie,
Marcelle Goerg, maîtresse de méthodologie,
Jean Brun, psychologue,
Service de la recherche pédagogique, Genève

Remarque liminaire

Ce travail est également valable pour la construction des nombres au-delà de la dizaine en deuxième et troisième primaire.
Cette courte recherche consiste en une approche didactique de la construction de la suite des nombres de première année primaire. Beaucoup de difficultés en effet ont paru ressortir à ce niveau, et la place de la connexité [1] dans la construction du nombre méritait une investigation approfondie.
Morf [2] dans l'une des études d'épistémologie génétique a étudié ce problème. La question fondamentale consiste à se demander si le système des nombres se constitue naturellement et immédiatement chez l'enfant en un ensemble connexe, et ce, dès les premiers nombres entiers, ou si cette constitution des premiers nombres va de pair avec la construction de la logique en général, auquel cas, au niveau pré-opératoire (celui des classes enfantines), les nombres ne seraient pourvus que de certains caractères et dépourvus d'autres tels que la connexité.
La réponse à cette question est de première importance car elle conditionne la place à donner à la construction des propriétés du nombre, en relation avec les autres activités logico-mathématiques.
La conclusion des psychologues généticiens, et de Morf principalement, est nette: les propriétés du nombre, et en particulier sa connexité, se *construisent progressivement*, et ne sont pas données immédiatement avec les premiers nombres.
Dans sa recherche sur la connexité, Morf a dégagé différentes étapes que l'on peut résumer ainsi: l'enfant considère tout d'abord la seule extension spatiale de l'ensemble, puis le nombre comme une accumulation d'éléments, ensuite seulement ce nombre est construit par addition d'unités, mais en deux temps pour ainsi dire, et c'est fort important à l'âge qui nous préoccupe (première primaire):

— premier temps: cette construction n'est valable que pour chaque nombre pris isolément;
— deuxième temps: les nombres successifs sont incorporés dans un système d'emboîtements tels que

$$6 = (5 + 1)$$
$$5 = (4 + 1)$$
$$4 = (3 + 1) \text{ etc.}$$ [3]

Il faut attendre, en moyenne, l'âge de six ans et demi pour constater l'achèvement de cette construction, c'est-à-dire les premiers débuts de la construction des opérations concrètes.
Ces résultats peuvent surpprendre et l'on pourrait objecter que le très jeune enfant sait déjà mettre les nombres dans l'ordre et réciter cette suite sans difficulté en première primaire. Pour élucider ce problème, Morf a complété son expérience de base par une épreuve verbale.
Dans son expérience de base, fondamentale pour observer la construction de la connexité des nombres, l'enfant devait prévoir l'égalisation entre deux collections de cubes. A côté d'une collection de neuf cubes, on faisait tomber un à un, le long d'une glissière, une autre collection de cubes, et l'on demandait à l'enfant s'il était sûr qu'on pourrait arriver à un moment à avoir autant de cubes que dans la collection-témoin. L'enfant n'était donc pas invité à compter.
Dans l'épreuve verbale par contre, il s'agit de savoir si l'enfant croit à une égalisation possible des collections en comptant d'abord les cubes de la collection-témoin, puis au fur et à mesure que tombent ceux de l'autre collection. Les résultats sont alors différents.
«Dès quatre ans et demi, la majorité des sujets sont certains qu'en progressant dans l'énumération des objets, ils arriveront à un nombre égal à celui de la collection-témoin (alors qu'il faut attendre l'âge de six ans et demi pour qu'ils l'affirment dans l'expérience de base).»
Or, il y a une différence fondamentale entre les deux situations expérimentales. Dans l'expérience de base (où l'on ne compte pas) l'égalisation s'effectue par une construction dont chaque nombre intermédiaire constitue une étape: les collections successives (2, 3, etc.) se forment par des additions itérées d'unités, de sorte que la certitude d'égaliser n'est possible qu'à condition que chaque nombre soit compris comme formé à partir d'un nombre inférieur par addition d'éléments [4].
Dans l'épreuve verbale au contraire les termes numériques correspondent bien à des quantités sériées, mais, tout en étant sériées, celles-ci sont indépendantes. La seule relation nécessaire entre deux nombres successifs est celle de «plus grand», alors que la relation arithmétique de successeur (plus grand de un ou d'un multiple de un) peut ne pas exister. Autrement dit, «pour conclure que l'égalisation est certaine dans l'épreuve verbale (où l'enfant compte), les nombres de la série n'ont pas besoin d'être compris comme des produits d'addition itérées + 1" [5].

Ce point est essentiel car on pourrait avoir l'illusion que la connexité est construite lorsque l'enfant est capable de sérier les nombres. Or la propriété de connexité n'est pas une simple sériation, mais une sériation telle que chaque nombre entier est séparé de chacun des autres par une différence d'une unité ou d'un multiple de 1.
Ces observations doivent avoir des conséquences sur la didactique à double titre:

1. La suite des nombres se construit progressivement. Cette évolution se caractérise en son stade final par la progression suivante: le nombre est construit par addition d'unités, mais cette construction n'est valable que pour chaque nombre pris isolément; *puis*, les nombres successifs sont incorporés dans un système d'emboîtements tel que $6 = (5 + 1)$, $5 = (4 + 1)$, $4 = (3 + 1)$, et aussi $110584 = (110583 + 1)$ etc. Ce processus est en effet également à la base de la construction des grands nombres.
2. La connaissance verbale de la suite des nombres, qui confère un certain prestige à l'enfant, ne doit pas faire illusion sur cette construction. Elle n'exige en effet, outre un effort de mémorisation, que la relation «plus grand que» entre les nombres. Or la connexité n'est pas une sériation quelconque.

Au cours des observations que nous avons faites dans deux classes [6] de première primaire lors de quatre leçons sur cette notion de succession des premiers nombres, nous avons sans cesse relevé ce double aspect:
— construction progressive de la suite des nombres et
— décalage entre la connaissance verbale de cette suite et sa véritable construction par emboîtements successifs.

Nous donnons le détail de ces leçons en commentant leur contenu par rapport aux éléments théoriques qui précèdent.

Compte-rendu et commentaire des leçons

L'activité que nous proposons, avant d'aborder le travail sur la notion de succession, concerne la bijection.
Nous avons utilisé un matériel de fortune à notre disposition dans la classe, soit une importante collection de petits coquillages et une autre de grands coquillages. Il ne s'agit pas de demander à l'enfant d'appliquer systématiquement un truc pédagogique pour vérifier l'équipotence (par exemple, relier les éléments de chaque collection, ou bien les placer les uns à côté des autres) mais de trouver une situation telle que l'enfant ressente comme indispensable le besoin de mettre les éléments des deux collections en correspondance.
Dans une première phase nous avons laissé les deux collections sur la table en demandant aux enfants s'il y avait autant de petits que de grands coquil-

lages. Hésitations et tâtonnements nous montrent que les enfants ont beaucoup de peine à trouver un moyen cohérent de justifier leur réponse. En fait, ils tiennent uniquement compte de l'espace occupé par chaque collection (premier stade: extension spatiale).

Devant cette inaptitude, nous avons demandé aux enfants de placer sur la table autant de jetons que de grands coquillages. A ce moment les enfants proposèrent de placer un jeton dans chaque coquillage afin d'obtenir le même nombre d'éléments dans les deux collections. Les enfants proposent donc une stratégie et là est l'important. Leur action montre une prise de conscience du «comment faire», afin de construire une équipotence. Dès cet instant ils ont été en mesure de poursuivre l'activité sur la correspondance terme à terme.

Il convient d'insister sur la différence fondamentale entre une consigne du type: «relie les éléments et constate qu'il y a le même nombre» et une autre du type: «trouve le moyen qu'il y ait autant d'éléments d'un côté que de l'autre». Alors que la première consigne donne déjà la stratégie et fait perdre de vue la construction de la notion, la seconde au contraire invite à cette construction et laisse l'enfant découvrir une stratégie parmi toutes celles qui sont possibles.

Dans les étapes suivantes nous avons abordé les classifications d'ensembles en classes d'équivalence, puis la notion de succession. Les extraits de leçon qui suivent font ressortir les difficultés que rencontrent les enfants à voir l'itération dans la sériation d'éléments discontinus, alors qu'ils considèrent en général la succession des nombres comme une sériation continue.

Au début de la leçon la maîtresse présente des enveloppes sur lesquelles on a placé une étiquette désignant un cardinal. La maîtresse propose de les mettre dans l'ordre. Les enfants construisent l'ordre suivant:

	6	5	4	3	2	1	0
puis	0	1	2	3	4	5	6

M. Pourquoi cet ordre?
E. Parce que 5 a *moins de choses* que 6.
M. Oui, mais pourquoi *tout* cet ordre?
E. Pour compter comme il faut.
E. Autrement on ne saurait plus compter!
E. On met 5 puis 6, parce que ça va bien pour compter.

On retrouve, dans ce raccourci, les deux faits essentiels notés auparavant. Tout d'abord l'ordre des premiers nombres se construit par simple sériation du plus petit au plus grand. Chaque nombre est considéré comme indépendant et estimé plus petit ou plus grand, mais pas encore emboîté, inclus l'un par rapport à l'autre. D'autre part la référence à l'usage est tout à fait première. L'enfant sait compter (et il a reçu suffisamment de gratifications pour cela!), cette certitude lui suffit. Il a mémorisé cette règle et y soumet son activité: les quantités sont ici mises en relation du seul point de vue de l'usage; aucune construction ne se fait.

Dans la suite de la leçon, la maîtresse propose dans un premier temps de placer des jetons sous les enveloppes correspondant au cardinal placé sous l'étiquette.

$\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ etc.
• •• ? et là, combien de jetons?

E. Trois.
M. Pourquoi?
E. Parce que 3 est plus grand que 2 et 2 moins grand que 3.
M. De combien?
E. Trois de plus.
E. Non, un de plus.

On note dans cette dernière réponse «3 de plus» une conduite plus primitive qui montre bien que l'enfant passe par un stade où chaque nombre, s'il est construit par addition d'éléments, est totalement indépendant des autres. En fait, pour lui, 3 est plus grand que les autres nombres de 3. A ce stade (et on le rencontre en début de première primaire), l'enfant appprécie chaque nombre comme plus grand que les précédents, non pas d'une unité, mais de son cardinal même. Pour lui, chaque nombre est indépendant et est plus grand du nombre d'éléments qui le composent.
A propos de ce passage de leçon, il convient encore de remarquer que l'affirmation spontanée de l'enfant est toujours celle-ci: 2 est plus petit que 3, ou 3 est plus grand que 2, etc. La maîtresse doit toujours provoquer par la question «de combien» la réponse «un de plus». Pour l'enfant, à ce stade, en effet le nombre est plus grand ou plus petit, un point c'est tout. Avant d'être un processus additif, la variation d'une collection est vue comme l'accroissement d'une quantité considérée globalement et surtout pour elle-même. La construction n'est valable que pour chaque nombre en particulier mais on ne passe pas nécessairement et a priori d'un nombre à un autre par simple addition ou soustraction d'unités.
On pourrait multiplier les exemples de réponses, lors de la leçon, où l'enfant se contente de sérier les nombres ($10 < 11$ etc.) sans avoir recours à l'unité. La réaction d'un enfant montre de manière lumineuse la difficulté du passage d'une appréciation globale du nombre vers sa construction additive par unités. Cet enfant avait devant lui une collection de 8 jetons, et une autre de 6, disposées en colonnes. On lui demande de construire une collection qui aille entre les deux. Il compose alors l'égalité 8 avec 8, puis enlève 1.
Il remarque alors:
— C'est 7, parce que 7 est *presque la même chose que 8.*

Au cours d'une autre leçon, un enfant à qui l'on demandait: combien y a-t-il à 2 de plus qu'à 1? répondit en montrant avec ses mains une distance: «comme ça». Il donnait une sorte de mesure.
Ces réactions spontanées indiquent que la discontinuité de la quantité numérique n'est pas tout de suite perçue, mais qu'au contraire l'accroissement d'une quantité est d'abord considéré globalement. Cette quantité est vue en premier

lieu comme continue, c'est-à-dire, pour employer une image, semblable à un fleuve qui grossit au fur et à mesure de son parcours. Cela se traduit, au plan de la sériation, par l'affirmation simple «plus grand» ou «plus petit». Alors, chaque nombre a sa place dans la suite des nombres, mais de manière totalement indépendante les uns des autres. Ensuite seulement, et c'est à cette construction qu'on travaille en première primaire, chaque nombre est intégré dans la suite par itération d'*un* élément.

Au cours des leçons suivantes nous avons observé des réactions qui manifestaient que cette construction était en marche.
Toujours avec le système des enveloppes numérotées et des jetons correspondants, on propose à l'enfant de faire glisser les jetons sous l'enveloppe suivante.

On est à l'enveloppe 1.

M. Est-ce qu'on peut faire passer sous l'enveloppe 2?
E. Non, il faut en prendre encore un.
M. Combien en aura-t-on?
E. Deux.

On met alors les deux jetons sous l'enveloppe 3.
E. Il faut en mettre un de plus. Et si on veut en mettre quatre, encore un de plus. Sous chaque enveloppe on rajoutera un jeton.

Nous sommes ensuite parvenus, dans la dernière des quatre leçons (au rythme d'une leçon par mois) à travailler sur la composition d'un nombre à partir des précédents, pour voir si l'addition d'éléments-unités composait bien un nombre ou si on en restait à l'indépendance de chaque nombre par rapport aux autres.
Les enveloppes que nous possédions allaient jusqu'à 6. Comment faire avec le matériel dont nous disposions (des cartes comportant de 0 à 6 objets) pour continuer la série des enveloppes? Les enfants trouvent vite qu'il s'agira de l'enveloppe 7.

M. Que se passera-t-il si je mets 7 sur l'enveloppe?
E. La carte qui ira dedans aura 7 objets.
M. Y a-t-il des cartes avec 7 éléments?
E. Non.

Après un moment de délibération, la maîtresse propose:
M. Pourrait-on mettre plusieurs cartes ensemble?

Les enfants sont d'accord.
M. Si je prends 2 cartes, est-ce que cela fera plus que 7 ou moins que 7?
E. Pour faire 7, on prend 1 et 8.
E. 6 et 1.

M. Pourquoi?
E. Parce que 1 et 6 ça fait 7.

Un autre enfant propose:
E. 2 et 1 ça ferait 3. Ça irait dans l'enveloppe des 3.

Nous avons noté beaucoup de conflits dans cette construction, précisément parce que les enfants en sont au stade de la construction. Le conflit le plus significatif est le suivant:

On construit le nombre 8.
E. Il faut mettre une carte avec 8 objets.
M. Mais je n'en ai pas!
E. Je prends une carte 1 et une carte 7.
M. Mais cela fait deux cartes. Est-ce que ça peut aller?
E. Non.

Une longue discussion s'engage et ne se termine par un accord sur le 7 et 1 dans l'enveloppe 8 que lorsque la maîtresse *a collé ensemble* les cartes 7 et 1.

Donc, si l'enfant parvient ici à construire le nombre suivant par addition de l'unité au nombre précédent, ce nombre doit encore être considéré pour lui-même, indépendant de tout autre, pour être estimé construit. Ce conflit montre bien qu'on est en présence d'une construction progressive, et la didactique doit en tenir compte.

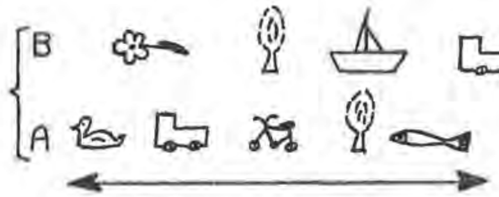
En conclusion, on peut dire qu'au niveau de la première année primaire, nous avons observé cette construction de la manière suivante: pour l'enfant, la relation première est: «plus petit» ou «plus grand» *que tout le reste*. Chaque nombre est connu mais est considéré pour lui-même par rapport à l'ensemble des autres. Chaque nombre est un point de repère placé sur une quantité continue. Or la construction de la suite des nombres et de leur propriété de connexité exige la prise en considération de son caractère discontinu, par addition itérée d'éléments-unités.
C'est pourquoi didactiquement il convient de ne pas se contenter d'exercices de sériation, qui, à la limite, ne feraient que renforcer l'illusion de la connaissance verbale de la suite des nombres (6 est après 5, 5 est avant 6) mais de travailler à partir de situations contraignantes de ce point de vue: (par exemple comment construire 7 avec des cartes allant seulement jusqu'à 6). On travaille alors la relation additive afin de faire ressortir la discontinuité de la quantité numérique. C'est cette structure itérative (+1, +1, +1, etc.) qui est le caractère central de cette construction de la suite des nombres. Il convient donc de travailler la relation additive d'éléments-unités pour parvenir à la construction des nombres par emboîtements successifs.
La partie qui suit résume la démarche didactique que nous avons utilisée. Elle complète et précise l'information fournie à ce sujet par la méthodologie romande pour la première année primaire.

Correspondance terme à terme (p. 48 et 49 de la méthodologie romande 1P)

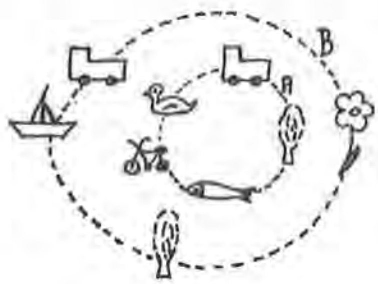
Remarque: lorsque l'on travaille cette notion, la maîtresse doit être attentive à ne pas donner de «truc» pour contrôler la bijection, mais à proposer des situations suffisamment contraignantes afin que l'enfant trouve une stratégie. Lorsqu'un enfant a trouvé un moyen de mettre en correspondance les éléments d'une collection A avec ceux d'une collection B et propose de faire un «cortège», très souvent ses camarades saisissent cette idée et la proposeront à leur tour mais sans comprendre pourquoi ils font ce cortège. La maîtresse s'apercevra vite que ces élèves ne tiennent compte que de l'espace occupé par chaque collection:

Exemple:

Collections



La maîtresse peut alors placer la collection A en cercle et demande aux enfants si l'on peut tout de même savoir s'il y a autant d'éléments dans la collection A que dans la collection B.
Les enfants constateront alors que si l'on place un élément de B à côté de chaque élément de A, dans A un élément reste tout seul.



Conclusion, A a plus d'éléments que B.

Dans une deuxième partie de la leçon, on pourra demander aux enfants de prendre autant de cuillers qu'il y a d'assiettes, afin que les enfants sentent la nécessité de mettre les éléments des deux collections en correspondance.

Sériation

(p. 54 de la méthodologie romande 1-P; JEU 33, lettre b: *Comparaison à l'aide des jetons).*

A la suite de cette dernière activité, la maîtresse pourra proposer à un enfant de mettre le nombre de jetons correspondant au cardinal de l'enveloppe $\boxed{0}$
On constate qu'il n'y aura pas de jeton.

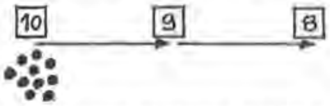
Même question pour l'enveloppe $\boxed{1}$
— Il faut un jeton.

— Peut-on faire passer ce jeton au-dessous de l'enveloppe $\boxed{2}$?

— Oui, mais il faudra alors ajouter 1 jeton.

Et ainsi de suite en glissant les jetons d'une enveloppe au-dessous de la suivante. On constate qu'il faudra chaque fois ajouter 1 jeton. Car 2 c'est 1 de plus que 1, 3 c'est 1 de plus que 2, etc.

— On pourra reprendre le même jeu mais en partant du plus grand nombre



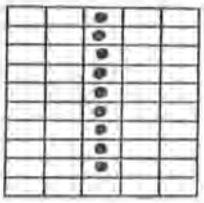
Les enfants constateront qu'il faut toujours enlever 1 jeton, car 9 c'est 1 de moins que 10, 8 c'est 1 de moins que 9, etc.

On pourra reprendre ce jeu mais en sautant 1 enveloppe

$\boxed{10}$ $\boxed{9}$ $\boxed{8}$ etc.

Autres suggestions (*succession*).

1. La maîtresse place une série de jetons dans 1 colonne.



— place dans la colonne de gauche 1 jeton de plus;
— place dans la colonne de droite 1 jeton de moins.
Essayer de faire anticiper la réponse.

2. On reprendra les enveloppes dans lesquelles sont classées les cartes selon leur cardinal.
On ne gardera que celles des cinq premiers cardinaux. La maîtresse laisse à la disposition des enfants quelques enveloppes vides afin qu'ils continuent la série des enveloppes. Ils devront donc combiner 2 cartes des premières enveloppes afin de constituer la suite des cardinaux.
Au début les enfants tâtonnent et proposent des combinaisons sans rechercher de stratégies, mais assez rapidement ils trouvent un système économique soit par exemple:

$5 + 1$ pour l'enveloppe 6,
$5 + 2$ pour l'enveloppe 7, etc.

ou bien

$5 + 1$ pour l'enveloppe 6,
puis $(5 + 1) + 1$ pour l'enveloppe 7, etc.

Notes

[1] Par connexité nous entendons cette propriété de la série des nombres qui consiste en ce que «chaque entier est séparé de chacun des autres par une différence d'une unité ou d'un multiple de un». Piaget J., *Problèmes de la construction du nombre*, Paris, PUF, 1960.
[2] Morf (A), Greco (P),*Structures numériques élémentaires*, PUF, Paris, 1962.
[3] Morf (A), op. cité p. 89.
[4] Morf (A), op. cité p. 89.
[5] Morf (A), op. cité p. 89.
[6] Que Mmes Jacquet et Vaglio soient ici remerciées de leur collaboration constante.

Nous ne pouvons plus penser que mathématiquement; du fait même de la défaillance de l'imagination sensible, nous passons donc sur le plan de la pensée pure, où les objets n'ont de réalité que dans leurs relations.

G. Bachelard in
«Le nouvel esprit scientifique»,
9e éd., Paris 1966, PUF, p. 132.

A propos des finalités de l'enseignement mathématique

par A. Delessert

Une épidémie étend actuellement ses ravages dans les milieux scolaires: l'objectivite. On ne parle plus de contenu de l'enseignement, on vise des objectifs. Le terme, par son parfum militaire, nous fait imaginer le pédagogue fonçant bravement, l'œil fixé sur la ligne bleue des objectifs. Hélas, on désigne généralement sous ce nom des performances très limitées, immédiatement et facilement évaluables. Les raisons d'être de l'enseignement y entrent pour peu de chose. La position de la mathématique à l'école en sort affaiblie. Toutefois il n'est pas interdit de s'interroger sur les finalités d'un enseignement lorsque son contenu ou sa portée sont remis en question. C'est justement le cas pour la mathématique.

Traditionnellement, la mathématique s'adressait à une clientèle sélectionnée en vue d'études supérieures. Aujourd'hui l'école tend à garder tous les élèves ensemble le plus longtemps possible. L'enseignement mathématique doit apporter un enrichissement réel à tous, y compris ceux qui ne se destinent pas nécessairement à la spécialisation intellectuelle.

De son côté, la mathématique a subi une mutation profonde. Depuis toujours, elle se présentait sous la forme d'une branche particulièrement affinée de la physique. Ses concepts apparaissaient comme les termes ultimes d'une chaîne d'abstractions partant de données expérimentales. Au cours du XIXe siècle, elle est devenue la science des systèmes formels.

Nous désignons par *système formel* la donnée d'une collection de termes et d'une collection de relations compatibles entre ces termes. Etudier un système formel, c'est faire apparaître des propriétés de ce système qui sont compatibles avec les relations données. A titre d'exemples, la donnée de trois termes a, b et c sans aucune relation, le jeu d'échecs, le groupe topologique additif des nombres réels constituent des systèmes formels. En revanche la population de la Suisse, l'atome d'hydrogène, la mathématique considérée dans sa totalité ne sont pas des systèmes formels. Signalons en passant que le qualificatif «formel» ne signifie pas que le système est privé de tout support matériel. L'exemple du jeu d'échecs le montre.

La mathématique isole des systèmes formels, elle les classe, les analyse et les combine. A l'occasion, elle montre que deux systèmes formels apparemment différents peuvent en réalité être identifiés. Son domaine est illimité, car on peut imaginer des systèmes formels à l'infini et les diverses manières de les associer sont innombrables. A condition de respecter quelques règles touchant surtout à la cohérence du langage, le mathématicien peut donner libre cours à sa fantaisie. Rien ne serait plus faux que de le taxer de «formalisme», comme on le fait trop souvent. En réalité, son activité requiert toutes les ressources de sa personnalité, jusqu'à celles qui relèvent de l'affectivité.

Le droit d'identifier la mathématique à la science des systèmes formels a été péniblement conquis au cours du dernier siècle par quelques-uns des plus grands parmi les mathématiciens. Le fait est de la plus haute importance pour la mathématique, pour son enseignement ainsi que pour l'histoire des idées. Mais il est encore accueilli avec réticence par le profane et même par certains mathématiciens. (La publicité d'un récent ouvrage de vulgarisation mathématique n'évoquait-elle pas les «mathématiciens qui cherchent à dompter les plus puissantes forces de la nature»). Cette erreur s'explique facilement. Les systèmes formels les plus classiques sont nés par abstraction à partir de situations physiques: la droite réelle, le plan et l'espace euclidiens, par exemple. Ils ont fait l'objet de très nombreuses spéculations philosophiques. Dès lors, il est difficile de les débarrasser d'une *aura affective*, voire mystique. C'est pourtant ce que doit faire tout mathématicien. Il n'a le droit de s'appuyer que sur les propriétés formelles des systèmes qu'il étudie. Aucune revue mathématique ne publierait un travail faisant intervenir les propriétés cabalistiques des nombres entiers, par exemple.

L'emploi des systèmes formels s'impose constamment à celui qui pratique une science expérimentale. Ainsi le sociologue qui s'intéresse à la population d'un pays déterminé peut faire le bilan des informations dont il dispose à un instant donné. En combinant ces données d'une manière appropriée et sans recours à de nouvelles expériences, il peut essayer d'inférer l'existence plausible de nouveaux faits. Ses prévisions seront confirmées ou non par l'observation directe. Mais, pendant un moment, il aura travaillé sur un système formel. Il ne se sera probablement pas comporté en mathématicien parce qu'il n'aura jamais perdu de vue son objectif de sociologue et qu'il aura sans doute passé à côté de propriétés remarquables de son système formel qui lui auront paru sans intérêt pratique.

Cet exemple nous montre comment et pourquoi la mathématique peut être «appliquée». Il nous fait voir aussi l'une des façons d'introduire un système formel en classe. Mais il serait faux de croire que tous les systèmes formels soient obtenus de cette manière. La proportion de ceux qui sont créés en quelque sorte gratuitement, sans référence à un emploi concret immédiat, augmente sans cesse. Par suite les systèmes formels auxquels le mathématicien peut s'intéresser sont beaucoup plus variés que ceux que considéraient les Anciens. Sans doute les nombres naturels, la droite réelle, le plan et l'espace euclidiens restent-ils d'une extrême importance et il n'est pas question de les bannir de l'enseignement. Mais en ce qui concerne l'école, ils présentent l'inconvénient d'être relativement complexes. Il est difficile de montrer et d'exploiter leur vraie nature mathématique dans les classes de jeunes élèves. En revanche, il existe des systèmes formels très simples avec lesquels les enfants peuvent faire d'excellentes mathématiques. Certains diagrammes comportant quelques points et quelques flèches peuvent être présentés presque sans connaissances mathématiques préalables et sans langage sophistiqué. Ils permettent de soulever des questions non banales auxquelles on ne peut répondre que grâce à une vraie spéculation mathématique et non pas simplement par quelques tentatives faites à la main. Certains de ces systèmes formels peuvent être présentés comme des jeux. Rien ne ressemble plus à un système formel qu'un jeu. Il est donc possible de mettre à profit la propension naturelle de l'enfant à jouer, afin de le familiariser avec l'idée de système formel.

On voit que la mathématique n'apparaît plus comme un idéal asymptotique mais comme une activité qu'on peut pratiquer effectivement avec des enfants. L'enseignement de la mathématique peut donc raisonnablement se donner pour finalité d'amener chaque enfant à réussir une activité mathématique authentique adaptée à ses moyens personnels. Le cachet de cette authenticité est facile à trouver: c'est l'aptitude à manipuler des systèmes formels en tant que tels. Ce critère n'apparaissait pas dans l'enseignement traditionnel où les systèmes formels étaient à la fois rares et complexes et où, de surcroît, ils étaient tous obtenus par abstraction.

Il convient alors de s'interroger sur la nature exacte de l'activité du mathématicien qui constitue l'objectif même de l'enseignement. Il n'est pas possible de traiter ici ce problème intéressant. On pourra trouver une esquisse de réponse dans [1]. Bornons-nous à évoquer, pour la démythifier, la notion d'«acte mathématique», par quoi l'on entend une sorte de geste magique par lequel le mathématicien, investi de pouvoirs spéciaux, réussit ce que tout autre manquerait. Cette superstition est entretenue par les mathématiciens eux-mêmes qui, volontairement ou non, font disparaître de leurs publications toute indication sur leur démarche inventive. L'incapacité à dissiper cette croyance dans les pouvoirs du mathématicien-thaumaturge doit être portée au passif de l'enseignement traditionnel.

En fait le comportement du mathématicien est celui de quelqu'un qui cherche à résoudre des énigmes. Il ne diffère pas essentiellement de celui du physicien, de l'ingénieur ou du joueur d'échecs placés dans des circonstances analogues, mise à part une certaine coloration propre à l'étude des systèmes formels. Le groupe d'étude vaudois pour une réforme de l'enseignement mathématique a essayé de dresser un tableau de l'activité du mathématicien, en notant qu'il n'existe pas de différences irréductibles à ce sujet entre le comportement du chercheur confirmé et celui du débutant. Le document né de ce travail a paru en particulier dans [2]. Contentons-nous d'en tracer les grandes lignes.

Nous avons fait apparaître quatre plans d'activité et d'attitude. Le niveau I présente ce qui concerne l'*attitude générale, la tournure d'esprit*. On y voit figurer la curiosité, le goût de la recherche personnelle, l'envie de transmettre des informations sous une forme simple et complète, la tendance à «faire par soi-même». Nous avons poussé l'originalité jusqu'à prétendre qu'aimer la mathématique pouvait être un objectif de l'enseignement, bien que certains enseignants distingués prétendent le contraire!

Le niveau II est celui de la *prise de conscience de son activité mentale*. On y trouve des rubriques telles que: choisir, analyser les présupposés d'un discours, distinguer le signe de la chose, déterminer un but, ou un programme, mémoriser pour un instant, oublier à volonté, changer de convention de langage, etc. Cette prise en charge momentanée de certains comportements instinctifs par la conscience est caractéristique de la mathématique. Il existe une forme d'humour typiquement mathématique qui consiste justement à faire prendre conscience de ce que l'auditeur pense inconsciemment, «à part soi». Cette virtuosité à diriger à volonté le faisceau de sa conscience est le ressort de certains actes mathématiques. Il suffit de penser, par exemple, à l'étude d'un objet de la forme $y = f(x, p)$ qui doit pouvoir être considéré, à volonté, comme une fonction de deux variables, ou de deux manières différentes comme une famille de fonctions d'une seule variable, ou encore comme une fonction d'une variable complexe.

Les niveaux I et II sont liés à ce qu'on peut appeler l'harmonisation de l'inconscient et du conscient. Le niveau III concerne l'*acquisition de méthodes de pensée et d'action.* L'élève doit être amené à classer et ordonner, imiter, décrire, observer et questionner, illustrer par des diagrammes, soumettre une solution à l'épreuve de l'expérience, imaginer un contre-exemple, inventer par analogie, etc. Il est inutile d'insister sur cette sorte de savoir-faire qui ouvre les portes de la réussite à des personnes médiocrement douées sous le rapport de l'imagination et de la libre invention. Notons cependant que l'apprentissage de processus méthodiques ne devrait pas mettre l'accent sur la seule analyse, comme c'est trop souvent le cas. La démarche synthétique, elle aussi, peut être développée et la mathématique en offre d'innombrables occasions.

Le niveau IV enfin, est consacré aux *pouvoirs techniques.* Parmi les rubriques qu'on peut imaginer, notons: savoir utiliser des tables numériques, prévoir ou évaluer une incertitude, savoir faire une démonstration par récurrence, être capable de présenter une solution, assimiler les notions de repère et de relativité. Cette liste devrait contenir les savoirs qui constituaient naguère l'essentiel des programmes mathématiques scolaires. A dessein, nous sommes restés évasifs à leur sujet. Nous avons plutôt insisté sur quelques points qui, tout en gardant une valeur spécifiquement mathématique, sont susceptibles d'être abordés à divers niveaux d'âge, et en particulier avec les élèves les moins avancés.

On aura sans doute noté que bien peu d'entre ces objectifs se prêtent à des évaluations simples et positives. Comment vérifier qu'un élève a et conservera le goût de la recherche personnelle? Les objectifs les plus importants et les plus profonds ne peuvent être atteints une fois pour toutes. Rares sont ceux qui déploient toutes leurs potentialités à l'école même. On est ainsi conduit à une question importante: la formulation de ces finalités est-elle de nature à modeler l'enseignement mathématique, et par quels moyens?

Là encore, la conception traditionnelle ne nous a pas habitués à faire face à de telles interrogations. En dehors de quelques objectifs moraux fumeux tels que l'«honnêteté intellectuelle» ou la «rigueur», l'enseignement classique ne visait que l'acquisition de connaissances valables pour elles-mêmes. L'origine «naturelle» des notions mathématiques conférait à leurs propriétés la valeur de vérités absolues. La connaissance du théorème de Pythagore ou d'une formule de trigonométrie constituait un bien inaliénable. Organiser l'enseignement, c'était composer une liste de «choses à voir» appelée programme, attribuer aux classes des locaux et des maîtres, contrôler enfin que le programme avait été traité. Entre parenthèses, cette manière de voir n'est pas étrangère à une certaine «mathématique moderne». Dans le système traditionnel, beau-

coup de maîtres parvenaient à faire aimer les mathématiques, mais c'était là une sorte de coquetterie, un luxe un peu excentrique, non pas une finalité reconnue par tous. La coquetterie inverse existait aussi, d'ailleurs.
L'enseignement qui prétend se consacrer à la science des systèmes formels doit accoutumer les élèves à faire face à des situations sans cesse renouvelées. Rien n'est plus étranger à la notion de système formel qu'un corps de savoir fermé une fois pour toutes. Aucun mathématicien ne peut imaginer tout ce que dissimule la simple idée de groupe. De plus, sa passion ne consiste pas à constater des faits mathématiques déjà connus, mais à faire des incursions dans l'inconnu (cet inconnu le serait-il de lui seul). Par suite, l'enseignement ne saurait s'organiser autour de la seule acquisition de connaissances. Il doit faire une place essentielle à la recherche. D'une manière plus précise, on peut dégager une *stratégie générale en trois volets*, qu'on peut décrire ainsi [3]:

— initiation à la recherche,
— apprentissage de mécanismes,
— ralliements à des points de convergence.

Nous nous sommes suffisamment expliqués sur le premier volet, celui de l'initiation à la recherche, qui doit être considéré comme le plus important. Le deuxième volet concerne divers automatismes que l'élève découvrira éventuellement au cours de ses recherches, mais dont l'acquisition solide exige des techniques d'apprentissage spécifiques. Le troisième volet doit permettre le passage d'une classe à l'autre. Quelques thèmes mathématiques peu nombreux, deux ou trois par année, donneraient aux maîtres et aux élèves l'occasion de faire le point des connaissances accumulées au cours des années précédentes en leur donnant une forme mathématique correcte.
Le premier volet fait une place importante à la technique des situations. Le corps enseignant préparera une vaste collection de dossiers portant sur des recherches très variées. Afin de garder à la recherche son caractère propre, le maître devra utiliser cette documentation d'une manière très souple. Il aura la possibilité de prolonger l'étude d'une situation qui se développe favorablement. En revanche, il abandonnera telle autre situation qui s'enlise. Les fabricants de situations et le maître enseignant ne devront pas perdre de vue la liste des finalités. Certaines situations seront élaborées en vue d'atteindre certains objectifs précis: problèmes de communication, critique des présupposés d'un énoncé, etc. Le maître saura infléchir sa leçon en vue de favoriser telle ou telle attitude propre à la recherche mathématique. D'une manière un peu simpliste, on peut imaginer qu'à l'issue de chaque période de cours, il pointera, sur la liste, les objectifs qu'il aura effectivement visés en classe. On observe avec surprise que certains objectifs auxquels tout le monde se rallie restent pratiquement sans influence dans l'enseignement. Nombreux sont les maîtres qui ne laissent à personne d'autre le soin de choisir les éléments prétendus arbitraires, par exemple.
On voit qu'en formulant clairement les objectifs de l'enseignement mathématique, on est conduit à les faire intervenir journellement à l'école. Le matériel

d'enseignement, l'organisation générale de l'enseignement sont profondément modifiés. Le rôle du maître devient plus délicat, plus intéressant aussi. La formation des maîtres doit être repensée. Il ne sera sans doute plus possible d'abandonner le maître à lui-même devant la multiplicité des tâches qui l'attendent. La formation de groupes de maîtres collectivement responsables d'un enseignement déterminé semble inévitable. Ce n'est qu'au sein de telles équipes que les maîtres diversement préparés et orientés pourront s'ouvrir à l'expérimentation tout en gardant confiance en leurs possibilités.
Le tableau que nous venons de présenter révèle une conception particulière de la mathématique et de son enseignement. L'essentiel n'est plus d'aboutir à la notion de groupe, par exemple, mais, les règles du groupe étant posées, d'apprendre à s'en servir pour découvrir du neuf. On s'écarte ainsi, sans toutefois exclure certaines de leurs intéressantes contributions, de diverses idéologies qui attribuent à quelques notions privilégiées le statut de fondements absolus. Songeons au platonisme et l'idée de nombre, à certain positivisme qui voit la mathématique comme un édifice monolithique posé sur une base axiomatique intangible, à l'école de Piaget qui postule chez l'enfant la construction spontanée des «structures-mères». C'est en quoi notre démarche constitue un effort de refonte en profondeur de l'enseignement mathématique.
Nous avons essayé de montrer l'ampleur du travail entrepris. Les enseignants ont trop souvent abdiqué de leurs prérogatives en se prêtant à des évaluations de type purement matériel. Il faut savoir qu'il est possible d'être aussi clair, aussi exigeant, aussi efficace dans l'ordre des motivations et des finalités qu'en ce qui concerne la constatation du succès après coup. Les enseignants de la mathématique se doivent de proclamer la prééminence de la pensée agissante en substituant des finalités motivantes au carcan des programmes.

Références

[1] A. Delessert. *Réflexions sur la notion* d'acte mathématique, in Math-Ecole No 61/62.
[2] Mmes Meyer et Renaud, MM. Bernet, Delessert, Gallay et Lipp. *Objectifs communs au français et à la mathématique*, Math-Ecole 56, janvier 1973.
[3] Th. Bernet et A. Delessert. *Un inventaire des notions impliquées dans un enseignement général de la mathématique à l'école secondaire*, Ed. Stud. in Math 4 (1972), pp. 450-465.

Cet article est tiré du Symposium écrit sur les objectifs de l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire supérieur. Nous profitons de l'occasion pour vous signaler son existence. Si vous voulez en recevoir gratuitement les livraisons, il suffit de vous inscrire à l'Institut de la Méthode, case postale 1081, 2501 Bienne.

Plébiscite jurassien et ensemble d'ensembles

par Gaston Guélat, maître d'application à l'Ecole normale, Porrentruy

«Le canton du Jura est né hier 23 juin 1974»
«Plébiscite: le canton du Jura est né!»
«Un nouveau canton suisse»
Les journaux

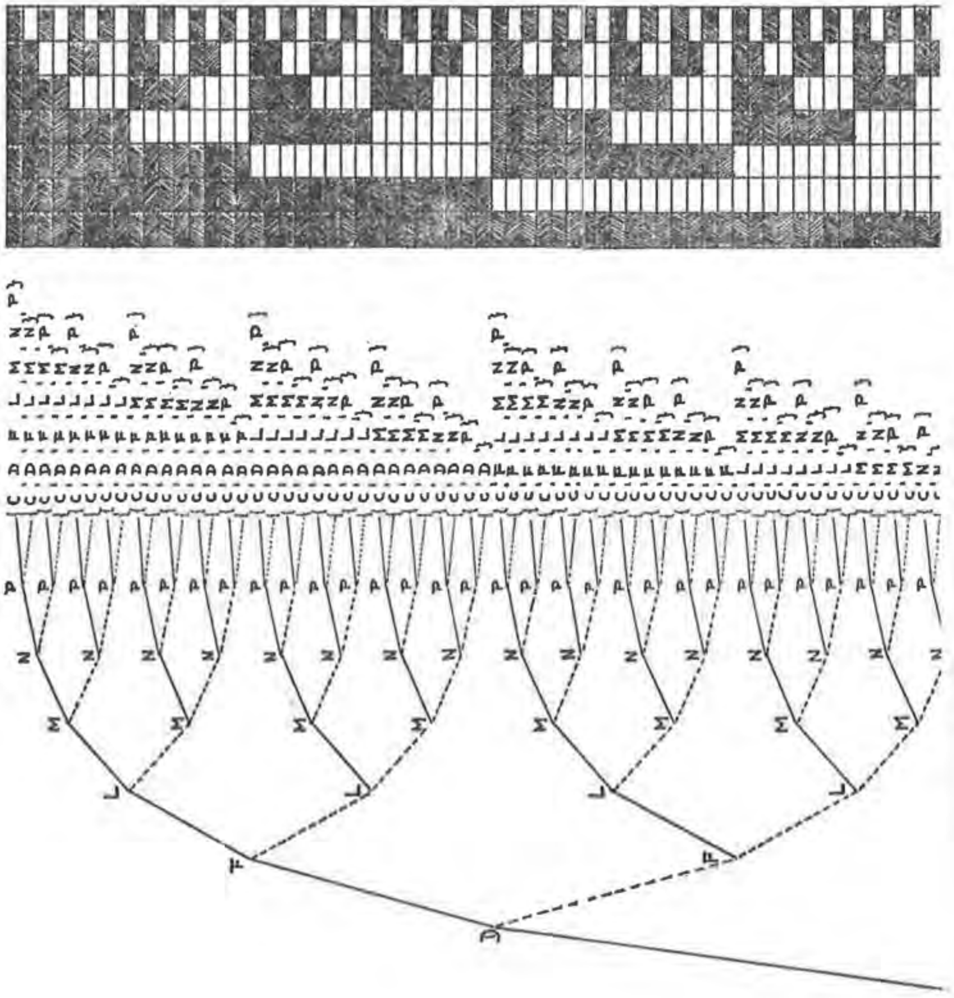
Qui, en Suisse romande et même ailleurs, n'a pas entendu parler de ce plébiscite historique? «Le jour le plus long», disaient les Jurassiens de toutes tendances. On peut les comprendre, puisque rien ne sera plus comme avant, puisque le Jura, je le crains, continuera d'être divisé.

Pour l'heure, on ne connaît pas encore les frontières définitives de ce nouveau canton. En effet, en vertu des «Nouvelles dispositions constitutionnelles relatives au Jura» du 1.3.70, les districts rejetants de Laufon, Moutier, Courtelary et La Neuveville peuvent «demander dans les six mois qu'une nouvelle consultation populaire soit organisée, portant sur la question de savoir si le district en cause entend continuer à faire partie du canton de Berne» (art. 3, § 1). Puis «une consultation supplémentaire peut être demandée dans les deux mois par les communes qui jouxtent un district au choix duquel elles désirent se rallier» (art. 4, § 1). Vous voyez les cascades!

Ces consultations nous réservent-elles des surprises? Diverses perspectives peuvent naturellement être envisagées. Les commentaires vont déjà bon train, tandis que la cueillette des signatures a déjà commencé dans le Jura Sud. Mais que le lecteur de *Math-Ecole* se rassure. Je ne me lancerai pas dans une prospective genre «Anno 709 P.G.» [1], n'ayant point qualité pour le faire.

Mon propos sera d'ordre mathématique. Le plébiscite jurassien a été pour moi l'occasion rêvée de traiter de l'ensemble des parties d'un ensemble, ou, selon l'expression consacrée, d'un «ensemble d'ensembles», dans un cours que j'animais à Porrentruy, lors de la Semaine jurassienne de perfectionnement, du 24 juin (lendemain du plébisciste!) au 28 juin. Alors que les beaux exemples en la matière ne foisonnent pas (je ne connais guère que les cartes qui soient intéressantes), la dite consultation populaire offrait à mes collègues à la fois du concret, du vécu, et vous me permettez de le sous-entendre, du passionnel, puisqu'ils étaient aux premières loges.

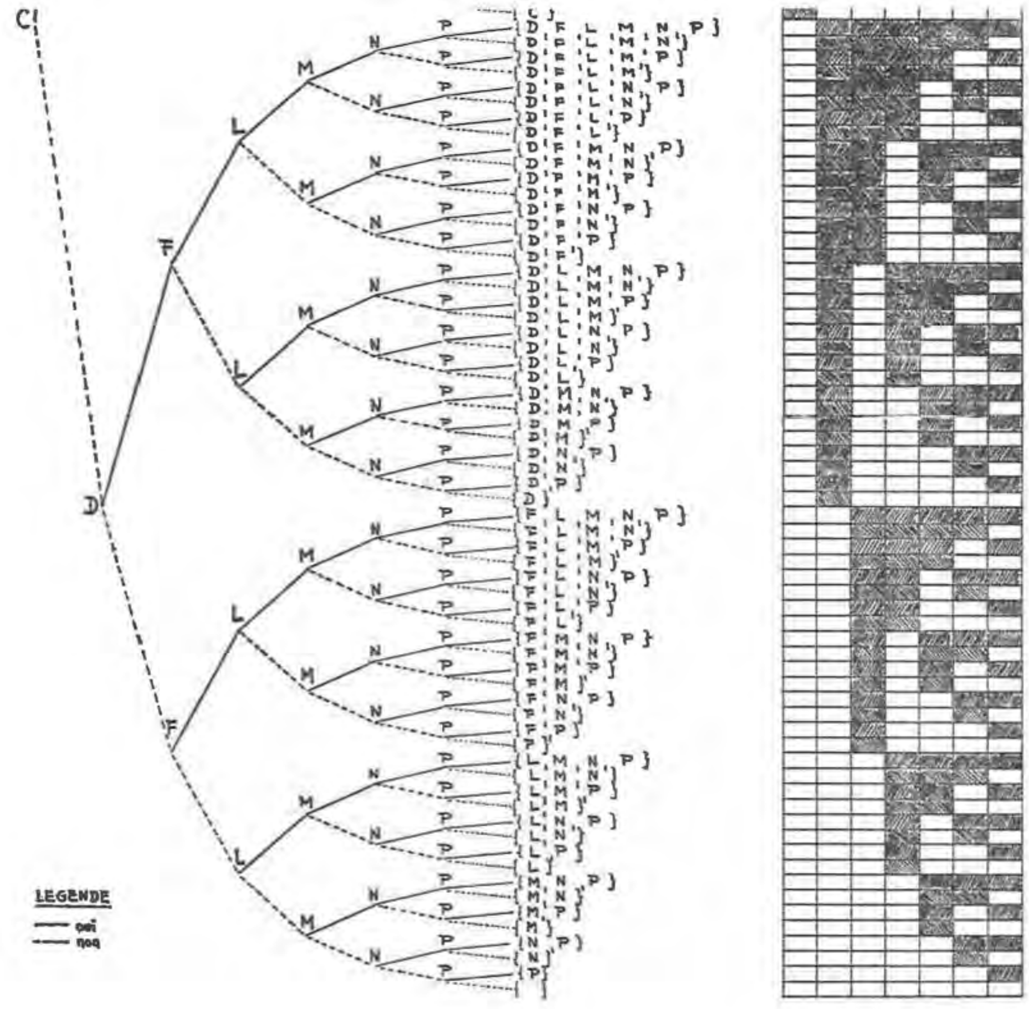
Travail, ou plutôt «jeu», enrichissant. Voudriez-vous savoir sur combien de solutions le plébiscite jurassien permettait de déboucher? Suivez mon panache blanc!



PLÉBISCITE J

U R A S S I E N

23 juin 1974



— Soit l'*ensemble* J (Jura) des *districts jurassiens* pris dans l'ordre alphabétique: {Courtelary, Delémont, Franches-Montagnes, Laufon, Moutier, La Neuveville, Porrentruy}.

— Abrégeons, en prenant la première lettre de chaque nom:
$J = \{C, D, F, L, M, N, P\}$

— Selon l'additif constitutionnel dont il est fait mention plus haut, chaque district peut engager une procédure de séparation. Dresser la liste exhaustive des parties de J, $\mathscr{P}$ (J), revient donc dans le cas particulier à établir l'inventaire de toutes les réponses possibles des districts jurassiens à la question-clef du plébiscite: «Voulez-vous constituer un nouveau canton?» (art. 2, § 1),toutes ces réponses étant par ailleurs indépendantes les unes des autres.

— Si véritablement on ne veut rien oublier, ou ne pas écrire deux fois le même sous-ensemble, il faut opérer avec méthode! Sans représentation graphique, dichotomie et arbre bifurcant, impossible de s'en sortir.

— En se référant au schéma ci-contre et à sa légende, enregistrons d'abord les 2 réponses possibles et mutuellement exclusives du district de Courtelary:

— soit «oui»,

— soit «non».

— Puis les 2 réponses possibles du district de Delémont, venant se greffer aux deux options du district de Courtelary. En tout: 4 réponses.

— Puis 2 fois plus de réponses avec l'entrée en lice des Franches-Montagnes, etc.

— Quand arrive le tour de Porrentruy, on en est à

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \mathit{128}$$

d'où la règle générale bien connue

Un ensemble à n éléments à 2^n parties

Pour un ensemble J de 7 districts, 2^7 parties, soit *128 possibilités* d'arrangement. Ni plus. Ni moins.

La règle récursive étant maintenant découverte, penchons-nous plus spécialement sur le schéma.

— Même s'il y a belle lurette qu'il existe, avouons que l'arbre dichotomique, exhibant toutes les possibilités (ensemble vide compris), est un recenseur de première catégorie. C'est bel et bien un «questionnaire» [2] complet.

— Tout de même, le tableau d'ensemble de tous les ensembles ainsi constitués à toutes les ramifications de l'arbre est un peu... touffu. Quel arbre, pourvu d'autant de branches, ne donnerait pas un peu d'ombre? Par contre, si l'on recourt à une autre écriture, en passant toutes les réponses enregistrées au crible d'un questionnaire coché (à droite de l'arbre), alors une belle «partition» apparaît, qui rappelle celle des pianos mécaniques d'autrefois. Sa lecture est facile. Il n'y a plus qu'à interpréter la symphonie.

— Ainsi, toutes les arêtes «montantes» (traits continus) [3] correspondent aux districts qui voudraient faire sécession, tandis que les arêtes «descendantes» (trait interrompu) [3], elles, correspondent aux districts opposés à la séparation.

— Pour la beauté de la mathématique, rappelons que 2 parties sont dites «remarquables» [4]: la «partie pleine» [4] (première ligne) et la «partie vide» [4] (128e ligne). Les autres parties non «remarquables» sont parfois appelées «parties propres» [5].

— Deux ensembles complémentaires occupent toujours une position symétrique:
  — reprenons la première ligne, par exemple (toutes les cases noires, «partie pleine remarquable»!) qui traduirait le basculement intégral de tout le Jura bernois actuel dans le nouveau canton (situation apparemment impensable, à cause de Laufon surtout),
  — et la dernière ligne, la 128e, son complémentaire (toutes les cases vides, «partie vide remarquable»!) qui refléterait le statu quo, aucun district ne voulant de la séparation (stade dépassé à l'heure actuelle, les districts de Porrentruy, Delémont et Franches-Montagnes ayant, comme chacun sait, nettement opté pour la séparation).

— Notons que, dans les branches de l'arbre, chaque district répond 64 fois «oui» et 64 fois «non» de part et d'autre de l'axe de symétrie (pli de *Math-Ecole*); cette remarque est illustrée de manière particulièrement suggestive dans le haut de la «partition» musicale.

— Les partisans de l'unité du Jura se satisferaient de la 9e ligne (6 cases noires et 1 case blanche, ou 6 districts séparatistes et Laufon à part, ce dernier ayant la possibilité, conformément à l'additif, soit de rester avec Berne, soit d'ouvrir une procédure de rattachement à un canton voisin). Cette ligne correspondrait, en somme, au Jura francophone actuel, hormis les Romands de Bienne, non concernés par le plébiscite.

— Et la «ligne de force» du nouveau canton? Au moment où paraîtront ces lignes, personne ne pourra encore la pronostiquer.

Coin de la méthodologie:

— J'ai demandé aux participants de mon cours, qui venaient des quatre coins du Jura, de construire leur arbre factoriel en commençant par leur district. L'ordre des districts n'a en effet aucune importance, l'essentiel étant de dégager les invariants dans les variants (il ne faut, d'autre part, jamais sous-estimer la doctrine de Monroe!).

— Aux fins d'impression, j'ai dû n'utiliser que le noir pour dessiner le schéma ci-contre. A mes collègues, par contre, j'ai recommandé l'emploi des couleurs, aussi bien pour les traits, que pour les cases. Et comme il en fallait 7, une par district, je leur ai proposé celles de l'arc-en-ciel, dont on dit qu'il est le symbole de la réconciliation... Mon distingué collègue-directeur du cours de Sornetan — que notre ami rédacteur en chef Samuel Roller me pardonne cette nouvelle qualification! — a vu quelques-uns de ces travaux. Il peut attester que c'est du plus heureux effet, et que les couleurs, une fois de plus, servent de soutien à la compréhension des choses.

Et maintenant que le problème est posé, où l'unité du Jura trouvera-t-elle son compte?

Lors de sa campagne présidentielle, Giscard disait «Bonne chance!» à la France.

Quoi qu'il advienne du vieux pays de l'ex-principauté de Porrentruy, de l'éphémère «République libre et indépendante de la Rauracie», de l'ancien «Département du Mont-Terrible» à la fière devise «Non asperrima terrent», brodée à son étendard de bataillon, souhaitons, voulez-vous, «Bonne chance!» aux Jurassiens.

Notes

[1] Ouvrage publié par la Nouvelle Société Helvétique, 1973 (année 709 après le Pacte du Grütli, c'est-à-dire l'an 2000!).
[2] Charles Burdet, *Mathématique de notre temps*, tome 1, Payot, Lausanne.
[3] André Calame, *Introduction aux mathématiques modernes*, Griffon, Neuchâtel.
[4] A.P.M.E.P., *Chantiers de pédagogie mathématique*, G. Walusinski, Régionale Parisienne.
[5] Ibidem, de même que Papy, *Mathématique moderne*, tome 1, Didier, Bruxelles-Paris.

Un jeu d'équipe: «Le loto polybase»

par François Brunelli, professeur de mathématique, Sion

L'imagination est peut-être la faculté la plus précieuse qu'un enseignant ait à faire fructifier; elle est une composante fondamentale de sa personnalité, d'une part, et de celle des enfants, d'autre part.
Aimer ses élèves, n'est-ce pas être à leur écoute: dialoguer avec eux, écouter leurs questions, leur en poser aussi, leur apprendre à s'écouter les uns les autres? A partir de cette écoute, imaginer des situations conduisant à des découvertes et non leur dire systématiquement: «Voilà comment on fait»?
Au degré primaire en tout cas, les *matériels* imaginés par des enseignants, à partir du dialogue avec les enfants, revêtent une importance capitale. «Math-Ecole» a consacré la totalité de son numéro jubilaire 50/51 à cette question.
L'originalité propre du matériel que nous présentons ci-après est sa conception pédagogique: il dynamise systématiquement des équipes, de quatre élèves en principe.
On sait l'importance «pratique» du calcul mental; on sait aussi le rôle pédagogique que joue l'approche de la numération dans diverses bases, pour une prise de conscience de la structure du système décimal usuel: le *Loto polybase* joue sur ces deux tableaux.

Le matériel

Il se compose:

1. de *planches* sur lesquelles figurent, dans leur suite naturelle, les 24 premiers nombres entiers:

Base trois

1	2	10	11	12	20
21	22	100	101	102	110
111	112	120	121	122	200
201	202	210	211	212	220

Base quatre

1	2	3	10	11	12
13	20	21	22	23	30
31	32	33	100	101	102
103	110	111	112	113	120

Base cinq

1	2	3	4	10	11
12	13	14	20	21	22
23	24	30	31	32	33
34	40	41	42	43	44

Base dix

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24

2. de *cartes de loto* sur chacune desquelles figurent, distribués au hasard, huit des 24 premiers nombres entiers:

Base trois

22	210	1	112
220	110	200	12

202	102	212	10
21	120	101	122

2	201	211	11
111	20	121	100

Base quatre

32	12	2	23
3	33	111	30

112	120	10	22
113	11	110	20

1	13	31	103
101	21	100	102

Base cinq

30	14	3	40
11	43	22	34

2	10	24	32
44	21	41	13

12	42	1	23
33	20	31	4

Base dix

6	24	4	18
22	9	16	10

1	7	13	19
23	17	20	8

14	11	2	21
5	15	3	12

3. de *petits cartons* sur chacun desquels figure l'un des 24 premiers nombres entiers, chaque nombre une seule fois pour chaque base:

Base trois

1	2	10	11	12	...	212	220

Base quatre

1	2	3	10	11	...	113	120

Base cinq

1	2	3	4	10	...	43	44

Base dix

1	2	3	4	5	...	23	24

Ce matériel est réalisé sur de la carte souple et solide [1], l'impression des nombres étant faite en couleurs différentes pour chaque base. Il est prévu par son inventeur, Jean Jacques Dessoulavy, chargé de la formation continue du corps enseignant genevois, de l'utiliser à divers degrés primaires, selon le niveau acquis par les élèves dans la connaissance des bases de numération.

N.B. — Les petits cartons ont les mêmes dimensions que les cases des planches et des cartes.

Les jeux

a) Avec les petits cartons seulement

On mélange tous les petits cartons (96), et on les distribue à un certain nombre de joueurs. Chaque joueur, à tour de rôle, pose un carton sur la table, s'il le peut, suivant la règle suivante:

— dans chaque base, on doit commencer par poser le carton portant le cardinal *onze* (11 en base dix, 21 en base cinq, 23 en base quatre, 102 en base trois);

— on doit poser un carton portant un cardinal supérieur ou inférieur d'une unité à celui que porte une carte déjà posée;
— le joueur qui ne peut rien poser passe son tour.

Exemple de situation en cours de jeu:

	9	10	**11**	12	13		(Base dix)
13	14	20	**21**	22			(Base cinq)
		22	**23**	30	31	32	(Base quare)
			102	110			(Base trois)

(Les nombres en gras correspondent au premier point de la règle du jeu).

L'enfant peut adopter une tactique et bloquer ses camarades, comme au jeu de domino avec des cartes de yass par exemple.

On obtient ainsi la suite des cardinaux de un à vingt-quatre dans diverses bases de numération.

Diverses variantes sont possibles et... les enfants se chargeront d'en trouver, par exemple:

— on peut poser plusieurs cartons au même tour, en respectant la règle ci-dessus;
— sur un quadrillage de 24 cases sur 4, on commence avec un carton quelconque, puis l'un des cartons «voisins» verticalement ou horizontalement peut être posé; on convient d'abord des lignes correspondant à chaque base;
— etc.

b) Avec une planche et les petits cartons

Une équipe de quatre enfants reçoit, par exemple, une planche de base dix et les petits cartons de base trois. Ceux-ci sont répartis entre les membres de l'équipe. Un premier jeu consiste à poser, à tour de rôle, un carton portant un code en base trois sur la case portant le cardinal correspondant codé en base dix. Il n'y a pas de gagnant.

On peut ajouter une contrainte: on ne peut poser un petit carton que sur une case *voisine par un côté* d'une case déjà couverte. On passe son tour si l'on ne peut pas respecter cette contrainte. Gagne celui qui le premier a posé tous ses petits cartons; on peut inventer une règle pour classer les autres membres de l'équipe.

Une autre contrainte peut être: on ne peut poser un petit carton que sur une case *voisine par un sommet seulement* d'une case déjà couverte. On obtient alors un damier avec douze cases couvertes et douze cases non couvertes. Le jeu peut se poursuivre alors avec les douze cases non couvertes.

Le matériel édité permet de faire jouer simultanément 6 équipes; certaines d'entre elles passent de la base dix à une autre base, certaines font la démarche inverse.

c) Avec les cartes de loto et les petits cartons

Une équipe de quatre enfants reçoit 3 cartes de loto de base dix et les 24 petits cartons de base quatre, par exemple.
L'un des coéquipiers est le meneur de jeu et, après avoir «brassé» les petits cartons, tirera au hasard l'un d'entre eux. Chacun des autres membres de l'équipe reçoit une carte de loto.
Le meneur de jeu: (il tire un carton) «un-trois»!
N. «à moi»! (La carte de loto de N. porte le nombre sept; N. reçoit le petit carton «un-trois» et couvre la case correspondante de sa carte de loto).
Le meneur de jeu: «un-zéro-deux»!
...
A chaque tirage, le meneur de jeu contrôle avant de donner son petit carton et d'en tirer un autre.
Gagne le premier qui a couvert sa carte de loto; on adopte une règle pour classer les deux autres coéquipiers.
Ici encore, le matériel édité permet de faire jouer 6 équipes simultanément.

Cette activité peut être rendue plus difficile et plus compétitive:
— On constitue une équipe de sept enfants, un meneur de jeu recevant deux séries de petits cartons de base dix, et chacun des autres coéquipiers une carte de loto soit de base trois, soit de base quatre, par exemple.
  Chaque nombre annoncé (en base dix) par le meneur de jeu peut alors être demandé par deux joueurs: c'est le premier qui le demande qui reçoit, après contrôle, le petit carton correspondant.
— On constitue une équipe de dix enfants, un meneur de jeu recevant trois séries de petits cartons de base dix, et chacun des autres coéquipiers une carte de loto d'une autre base.
  Chaque nombre annoncé concerne alors trois joueurs.

Suivant l'imagination des intéressés — enfants et enseignants — on pourra encore faire varier les règles de jeu, faire des tournois, organiser dans des tableaux les résultats obtenus par une équipe, ...
Un dernier exemple, assez difficile: avec une équipe de dix élèves, dont un meneur de jeu, conduire l'activité inverse de la dernière suggérée ci-dessus.
Le meneur de jeu «brasse» un paquet de petits cartons des trois bases autres que dix (72 petits cartons); les coéquipiers reçoivent chacun une carte de loto de base dix.
Le meneur de jeu: «un-un-deux, en base trois»!
(trois élèves sont concernés).
Le meneur de jeu: «deux-quatre»!
(faut-il préciser la base?)...

[1] Editions Delta, La Tour-de-Peilz.

L'article ci-dessous est paru dans la revue «Activités, Recherche, Pédagogie» (F-92190 Meudon; 27, avenue du 11-Novembre) numéro 13, janvier 1974

Concrétisation des structures logiques

par E. Fischbein, Institut de Psychologie, Bucarest

On est, aujourd'hui, généralement d'accord sur le fait que le développement de l'intelligence se fait par stades successifs, c'est-à-dire par des étapes, des paliers relativement stables, qui deviennent labiles aux extrémités. C'est sans doute à Jean Piaget qu'on doit l'essentiel de cette théorie. Chaque stade présente une structure particulière avec des moyens spécifiques d'interprétation et d'expression. Parmi les caractères généraux des stades mis en évidence par la théorie piagétienne, soulignons l'un d'eux qui nous intéresse dans ce contexte. Il s'agit du caractère *intégratif*: les structures construites à un certain âge deviennent partie intégrante des structures de l'âge ultérieur. Autrement dit, les acquisitions d'une période ne sont pas éliminées dans la période suivante. Elles ne sont pas non plus reprises en tant que telles. Elles sont *intégrées*, ce qui signifie que les acquisitions antérieures sont reprises par la nouvelle étape, certes, mais revalorisées, reconstituées avec les moyens de la nouvelle étape.

Une telle préparation dès les étapes précédentes est une condition de la structuralité des acquisitions intellectuelles. C'est surtout Jérôme Bruner qui a mis en évidence cette idée.

Par exemple, pour réaliser une assimilation efficace des connaissances de géométrie, à l'âge des opérations formelles (après 12 ans), il est nécessaire que l'enfant ait l'occasion d'explorer et de comprendre les réalités spatiales (relations, propriétés, etc.) sous leur forme concrète, à l'âge des opérations concrètes (c'est-à-dire avant 12 ans).

C'est à cette loi que nous désirons nous rapporter dans les lignes suivantes à propos du développement des opérations logiques.

L'idée que nous voudrions rappeler est donc qu'il ne faut pas attendre la période des opérations formelles pour mettre à l'œuvre les capacités logiques. Dès la période des opérations concrètes — et même avant — un tel exercice est possible et nécessaire à condition qu'on fasse appel à des matériaux concrets adaptés à cette fin. Il y a une diversité de possibilités d'*«enbodiment»* (de concrétisation) des structures logiques qui ont déjà été largement utilisées par les éducateurs et les enseignants.

Le grand inventeur en la matière reste sans doute le prof. Z.P. Dienes, aujourd'hui directeur du Centre de Recherches en Psycho-Mathématique de l'Université de Sherbrooke (Canada). Il est l'auteur de nombre de jeux et de matériels structurés, destinés à préfigurer les opérations logico-mathématiques [1].

La boîte des «blocs logiques» de Dienes est constituée par des figures géométriques en plastique, caractérisées par quatre attributs, chacun pouvant prendre un nombre de valeurs différentes: *forme* (triangle, carré, cercle, rectangle), *couleur* (rouge, jaune, bleu), *grandeur* (grand, petit), *épaisseur* (épais, mince). En tout, 48 figures. Ces blocs peuvent être utilisés pour concrétiser les opérations avec des ensembles et les opérations logiques correspondantes. Une consigne comme celle-ci: «Choisis tous les cercles rouges» met en jeu une conjonction logique et, respectivement, l'intersection des ensembles «cercles» et «figures rouges».

De même la consigne «Choisis tous les cercles et tous les triangles», fait penser à une réunion de deux ensembles et, respectivement, à une disjonction logique.

Mais de telles consignes sont trop élémentaires pour qu'elles puissent constituer des exercices logiques véritables. Le matériel fournit la possibilité d'opérations plus subtiles. Par exemple: «Choisis toutes les figures qui sont ou cercles ou rouges». C'est une disjonction logique. La difficulté provient du fait que les habitudes du langage diffèrent en ce cas des schémas logiques. «Ou» est généralement utilisé dans le langage courant pour des *alternatives disjointes* appartenant à un même système conceptuel (ou cercle ou carré, ou rouge ou bleu, etc.) [2].

Un autre exemple: «Choisis toutes les figures qui sont des cercles et qui ne sont pas des rouges». C'est une opération qui fait intervenir la complémentaire obtenue par négation.

Les lois de de Morgan peuvent être concrétisées et leur compréhension utilement préparée par ce matériel. Par la négation d'une conjonction on obtient la disjonction des négations des deux propositions intervenant dans la conjonction. Exprimé ainsi, c'est un peu abstrait. Cette loi peut être concrétisée en utilisant les blocs logiques. «Que reste-t-il dans la boîte (représentant, en ce cas, l'ensemble universel) après qu'on a retiré les triangles rouges?» Ce qui reste ce sont toutes les figures qui sont ou non-triangles (tous les cercles, carrés, rectangles) ou non-rouges (toutes les figures jaunes ou bleues). Nous sommes donc dans le cas de la disjonction logique: non-triangle ou non-rouge.

Raisonnement par syllogisme

Nous avons utilisé dans une recherche conduite avec Mînzat et Barbat, les mêmes blocs pour explorer la capacité de raisonnement syllogistique chez des sujets entre 8 et 15 ans (cinq niveaux d'âge) [3] (sur des ensembles finis). Notre technique peut être utilisée aussi comme procédé didactique.

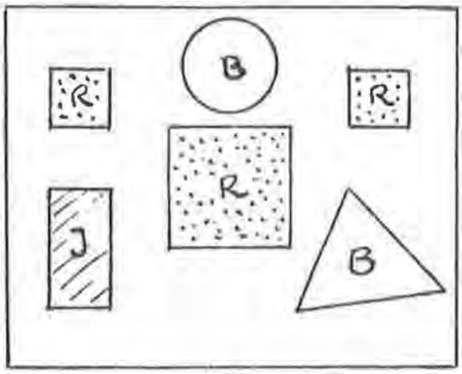


Figure 1

Voilà un exemple. Le mode AAA. Sur la table (Fig. 1) en face du sujet, se trouvent quelques carrés rouges, un triangle bleu, un rectangle jaune, un cercle bleu. Question: «Quelle est la forme des figures rouges?» Réponse: «Toutes les figures rouges sont carrées» (c'est la majeure du syllogisme). On cache les figures, on élimine toutes celles qui ne sont pas rouges et on recouvre les figures restantes d'une grille (un carton perforé) (Fig. 2). De cette manière le sujet perçoit à travers les petits trous du carton la couleur des objets restants. Il ne peut percevoir directement leur forme.

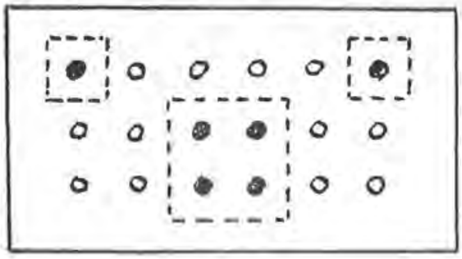


Figure 2

Question: «Quelle est la couleur des figures qui se trouvent maintenant sous la grille?» Réponse: «Toutes les figures placées sous la grille sont rouges». (C'est la mineure du syllogisme). Question: «Quelle est la forme de ces figures?» Réponse: «Les figures placées sous la grille sont carrées». (Conclusion).
L'essentiel de cette technique est de séparer perceptivement certaines proprié-

tés des objets en cause de telle manière que le sujet soit mis dans la situation de déterminer, *par déduction*, une propriété, en connaissant une autre. Si le carton perforé n'avait pas été utilisé, le sujet aurait perçu en *même temps* la couleur et la forme. La question finale: «Quelle est la forme des figures couvertes par la grille?» aurait été totalement hors de propos du point de vue de la construction logique.

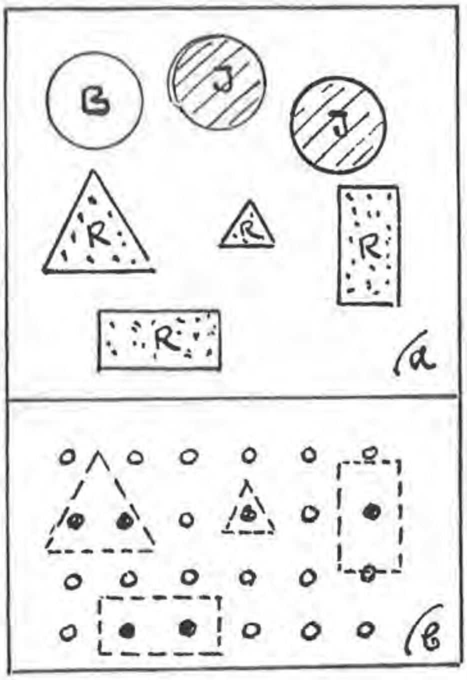


Figure 3

Prenons encore un exemple. Le mode EAE (deuxième figure logique). Sur la table (Fig. 3), devant le sujet, se trouvent: un cercle bleu, deux cercles jaunes, deux triangles rouges, deux rectangles rouges. Question: «Est-ce qu'il y a là des cercles rouges?» Réponse: «Aucun cercle n'est rouge». On élimine tous les cercles et on couvre avec la grille les figures restantes. Question: «De quelle couleur sont les figures restant sous la grille?» Réponse: «Toutes les figures restant sous la grille son rouges». Conclusion: «Aucune des figures se trouvant sous la grille n'est un cercle».

Voilà, enfin, un troisième exemple, utilisant un procédé différent pour le même but (séparation perceptive des propriétés):

Le mode EIO (Fig. 4). Sur la table se trouvent: deux cercles bleus, un triangle bleu, un rectangle rouge, un carré rouge, un carré jaune.

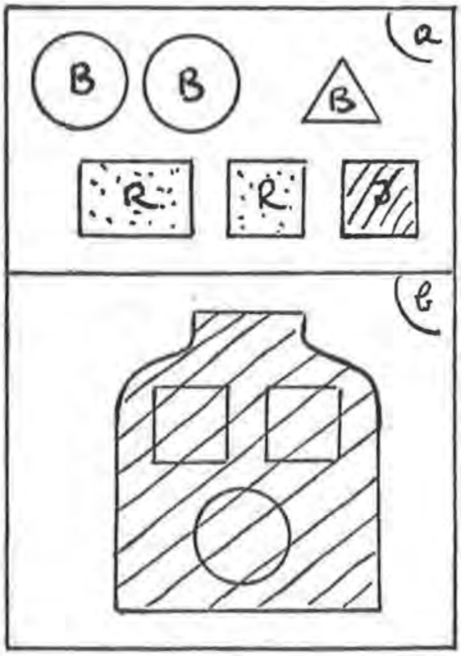


Figure 4

Question: «Y a-t-il des figures bleues qui sont carrées?» Réponse: «Aucune figure bleue n'est carrée».
On introduit dans un sac opaque: le carré rouge, le carré jaune, le cercle bleu. En palpant les objets qui se trouvent dans le sac, le sujet peut déterminer leur forme sans pouvoir se rendre compte directement (par perception) de leur couleur.
Question: «Est-ce qu'il y a des carrés dans le sac?» Réponse: «Quelques objets du sac sont carrés». Question: «Que penses-tu de la couleur des objets se trouvant dans le sac? Tous les objets sont-ils bleus?» Ou, plus simplement: «Quelle conclusion peut-on tirer?» Réponse (conclusion): «Quelques objets du sac ne sont pas bleus».

Concrétisations multiples

En fait, la concrétisation seule n'est pas toujours suffisante pour faire dégager, par les enfants, la structure logique sous-jacente. Dienes recommande le *principe des concrétisations multiples* [4]. L'enfant doit avoir la possibilité de manœuvrer des concrétisations différentes de la même structure pour qu'il puisse négliger les aspects perceptifs et saisir l'essentiel.

Revenons à un exemple suggéré par nos recherches. Il s'agit toujours des opérations logiques fondamentales: conjonction, disjonction, négation, implication.
Si on demande à l'enfant de prendre, disons, les carrés rouges de la boîte des «blocs logiques», on fait appel, au fond, à une conjonction (x est rouge, x est carré). Mais l'action demandée est tellement simple, la structure logique tellement imbriquée dans l'acte, qu'une telle concrétisation ne sert à rien.
Recourons donc à une concrétisation différente. Deux interrupteurs, connectant une source de courant électrique à une ampoule sont liés en série (Fig. 5).

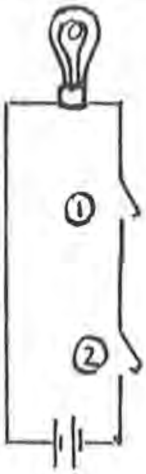


Figure 5

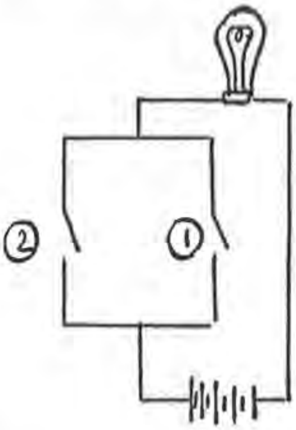


Figure 6

Les interrupteurs se présentent de telle façon qu'on ne peut pas déduire de leur examen si le circuit est ouvert ou fermé. L'enfant fait des essais et constate que:

a) en combinant les deux positions possibles de chacun des deux interrupteurs on obtient quatre combinaisons distinctes;
b) dans trois de ces quatre combinaisons l'ampoule est éteinte. En une seule, l'ampoule s'allume. Quelle est l'explication? Si l'enfant ne la trouve pas par lui-même, on lui présente le schéma de la figure 5. L'enfant comprend alors que l'ampoule s'allume si, et seulement si, les interrupteurs sont tous deux fermés. Si un des interrupteurs est ouvert, l'ampoule reste éteinte.

Nous avons donc la table de valeur de la conjonction:

p	q	$p.q$
non	non	non
non	oui	non
oui	non	non
oui	oui	oui

Enfin, prenons la phrase suivante: «Jean part en excursion s'il est sage et s'il obtient de bonnes notes» (on omet toutes les autres situations qui pourraient empêcher Jean de participer à l'excursion — maladie, etc.). Jean ne part pas en excursion. Pourquoi? Nous avons en ce cas une application d'une des lois de de Morgan.

Nos observations nous ont montré que même des concrétisations différentes ne suffisent pas, parfois, pour faire comprendre à l'enfant une opération logique plus subtile. L'essentiel est en fait *de guider l'enfant à confronter d'une manière explicite ces concrétisations et d'établir les correspondances.* C'est alors qu'il comprend profondément le sens logique réel de l'opération, qu'il dégage clairement la structure abstraite commune. (Jean n'a pas été sage: c'est comme si le premier interrupteur ne faisait pas contact. Jean a obtenu des bonnes notes: c'est comme si le deuxième interrupteur faisait contact. Mais ça ne suffit pas pour que l'ampoule s'allume. Par correspondance: Jean ne participera pas à l'excursion).

Pour mettre en évidence la disjonction on recourt à une liaison en parallèle des interrupteurs (Fig. 6): l'ampoule s'allume si l'interrupteur 1 *ou* si l'interrupteur 2 est fermé.

C'est la table de valeurs de la disjonction:

p	q	$p \vee q$
non	non	non
non	oui	oui
oui	non	oui
oui	oui	oui

«Jean obtiendra le livre désiré si, ou bien son père le lui achète, ou s'il le reçoit comme cadeau d'un de ses amis.» La structure logique est la même.

Les lois de de Morgan sont bien illustrées par ces exemples. Les choses deviennent parfaitement claires si on met en correspondance la négation des phrases citées avec la négation de la propriété de l'ampoule d'être allumée (ampoule éteinte).

Pour que Jean n'obtienne pas le livre il faut que ni son père ni ses amis ne le lui donnent.

Pour que l'ampoule ne s'allume pas, il faut l'interrupteur 1 et l'interrupteur 2 ouverts. L'enfant voit alors que pour nier une disjonction il faut conjoindre les négations.

Par la méthode qui consiste à confronter des concrétisations différentes d'une même structure on réalise une condition posée par Bruner concernant l'accélération de l'acquisition des structures: création de situations conflictuelles. «It is usually when systems of representation come into conflict or contradiction that the child makes sharp revision in his way of solving problemes — as, for exemple, there may be a conflict between «appearence» and «reality» the one being ikonic, the other symbolic» [5].

La situation conflictuelle peut se réaliser par le fait même qu'on fasse confronter des images matérielles différentes d'une même structure. Mais, en fait, le conflit s'avère stimulant pour la pensée si les conséquences tirées de deux concrétisations confrontées sont différentes.

Revenons aux exemples cités: nos observations nous ont montré que, généralement, — même chez des adultes — la négation d'une conjonction donne, spontanément, la conjonction des négations (Jean n'est pas allé en excursion parce qu'il n'a pas été sage et qu'il n'a pas obtenu de bonnes notes). La confrontation avec le circuit en série suggère la réponse correcte et, en même temps, contribue, par une sorte de «insight» [6] à la réorganisation complète de l'ensemble de ces opérations en un tout cohérent, dont la structure est constituée par le schéma logique lui-même.

Généralement, l'utilisation pour la préparation de l'apprentissage des opérations logico-mathématiques de matériels structurés est spécialement fructueuse quand on peut faire réaliser à l'enfant des correspondances variées — et même éloignées les unes des autres — qui vont au-delà des différences perceptives.

[1] Sur la concrétisation des opérations logiques, voir: Z.P. Dienes, *Mathématique vivante. Les ensembles et leur logique.* Edité par le Centre de Recherches en Psycho-Mathématique, Sherbrooke; 1971.

[2] N.D.L.R.: C'est un point sur lequel le mathématicien René Thom a attiré maintes fois l'attention dans ses articles et ses interventions.

[3] E. Fischbein, I. Barbat, I. Mînzat, Rationamentul silogistic la copii si adolescenti (Le raisonnement syllogistique chez les enfants et les adolescents), Revista de Psihologie, 18, 2, 1972, p. 229-243.

[4] Z.P. Dienes, An Experimental study of mathematics learning, London, Hutschinson, 1963, p. 158-160.

[5] «C'est généralement quand les systèmes de représentation entrent en conflit ou se révèlent contradictoires que l'enfant entreprend la révision brutale de sa façon de résoudre les problèmes, par exemple dans le cas où un conflit entre «l'apparence» et la «réalité», l'une étant du domaine iconique, l'autre du domaine symbolique».
J.S. Bruner, R.S. Olver, P.M. Greenfield, *Studies in Cognitive Growth*, John Wiley, New York, 1966, p. 11-12.

[6] N.D.L.R.: «insight» peut se traduire par «illumination intuitive».

Lu pour vous

Dictionnaire de mathématique moderne élémentaire, par Etienne Fiorina. Centre d'information des instituteurs. 1214 Vernier, Genève.
Une brochure ronéo A 4.

Depuis plusieurs mois, Etienne Fiorina, le mathématicien et, aussi l'instituteur, travaillait à un Dictionnaire de mathématique. Ses premières ébauches — déjà très considérables — ont été soumises au jugement de plusieurs personnalités de l'enseignement. Des remaniements en sont résultés apportant à l'ouvrage plus grandes concision et clarté. La livraison actuelle en elle-même très instructive a encore un caractère provisoire. L'auteur, en la livrant au large public de ses anciens collègues, souhaite recevoir leurs remarques en vue d'une édition qui serait confiée à la Guilde SPR, édition cette fois-ci confiée à des imprimeurs de métier et conférant à l'ouvrage la perfection de forme qu'il doit avoir. Merci à Fiorina pour son utile contribution à l'entendement de choses qu'il n'est plus permis d'ignorer. S. Roller

«Instantanées mathématiques»

No 5, vol. X, Apame - Montréal.

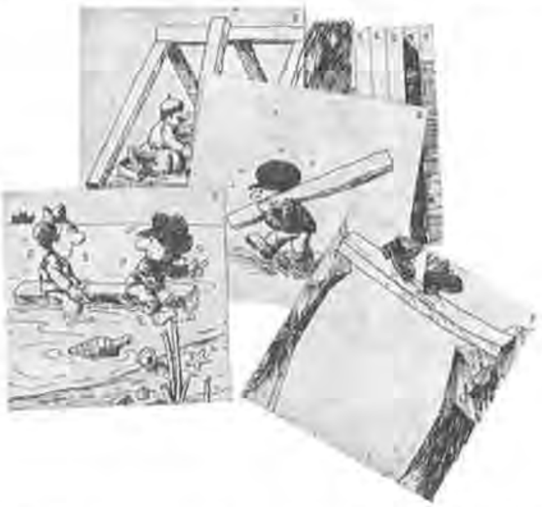
La grande majorité des maîtres est sincèrement désireux de renouveler son enseignement en général, celui de la mathématique en particulier. Mais cette bonne volonté se heurte, malheureusement, à un manque d'idées manifeste concernant les situations qu'il serait possible d'exploiter dans la leçon de mathématique: en effet, la recherche et la perception de ces situations ressortit à une nouvelle vision de choses inhabituelles à la génération des enseignants d'aujourd'hui. C'est pourquoi le numéro 5, volume X de «Instantanés mathématiques» la revue de l'Association pour l'avancement des mathématiques à l'élémentaire de Montréal est le bienvenu. Il propose des problèmes originaux («Savez-vous calculer?... Encore faut-il y penser» pp. 40 à 42), des activités nouvelles permettant la consolidation du calcul numérique («Quelques idées à exploiter» pp. 15 à 19, «Jeu des facteurs et des multiples» pp. 28 à 31, «Activités arithmétiques» pp. 43 à 49), ainsi que l'exploration géométrique («Activités géométriques» pp. 50 à 56) etc.
Les maîtres des niveaux 3 et 4, plus spécialement concernés, et leurs élèves trouveront certainement à la suite de ces activités des idées qui leur permettront de les prolonger ou de les varier. Catherine Rübner, IRDP

Ouvrages reçus

Mathématique et classes de fin de scolarité, par Rodolphe Grob.

Analyse des débouchés professionnels des élèves issus de classes de fin de scolarité et des incidences pour ces élèves de l'introduction générale de la mathématique nouvelle à l'école primaire. Rapport, no 4, du Service de la Recherche Pédagogique du DIP de Genève. Janvier 1974.

Recherche et expérimentation individuelle ne sont pas l'apanage du seul enseignement des mathématiques



Les méthodes pédagogiques qui président à l'acquisition des mathématiques modernes à l'école primaire peuvent également s'appliquer avec bonheur aux autres disciplines, particulièrement à l'étude de la langue maternelle.

Nous sommes en mesure de vous fournir un matériel nouveau conçu dans cet esprit:

«Les Images et historiettes»
Huit séries de cartes-images permettent de créer chacune une histoire originale. Les histoires en images et les bandes dessinées proposent toujours une intrigue déjà élaborée, à laquelle le rédacteur du texte ne peut quasiment rien changer. Nos «Images et historiettes» sont d'une conception fondamentalement différente. Les dix cartes-images qui composent une série peuvent être ordonnées librement par l'enfant. L'unité d'une série réside dans le fait que les dix cartes mettent en scène des personnes semblables dans un décor commun.

L'élève classe les scènes évoquées dans l'ordre qui lui convient: il crée ainsi vraiment l'intrigue de son histoire, au gré de son imagination, des sentiments qui l'habitent, de sa personnalité.

Demandez nos prospectus spéciaux

Franz Schubiger, 8400 Winterthour

Mattenbachstrasse 2

J. A. 2000 NEUCHATEL 7 MAIL

Mademoiselle
Madeleine BRAUTIGAM
Maîtresse d'application
Rue Ls-de-Savoie 27
1110 MORGES

TABLE DES MATIERES

Comité de rédaction:
Mlle F. Waridel, MM. B. Beauverd, L. Biollaz, F. Brunelli, A. Calame, D. Froidcœur, G. Guélat, R. Hutin, F. Oberson, L. Pauli, J. J. Walder, S. Roller, rédacteur.

Abonnements:
Suisse F 10.—, Etranger F 12.—, CCP 20 - 6311. Paraît 5 fois par an. Institut romand de recherches et de documentation pédagogiques; 43, fbg de l'Hôpital, CH-2000 Neuchâtel. (Tél. (038) 24 41 91).

Adresse: Math-Ecole, 43, fbg de l'Hôpital, CH-2000 Neuchâtel; CCP 20 - 6311