# MATH ECOLE

Systèmes de numération

Parcours et détours

9e Rallye mathématique transalpin épreuve II

40e année

196

mars 2001

# *Math-Ecole*, pour ceux qui enseignent les mathématiques!

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.

Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces – bonnes – lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques**.

Dans *Math-Ecole*, on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire:

- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités: expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques,
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.


**Abonnement annuel** (5 numéros):
Suisse: CHF 30.– compte de chèque postal 12-4983-8
Etranger: CHF 35.– par mandat ou virement postal international au compte 12-4983-8
**Prix au numéro**: CHF 7.–
anciens numéros: CHF 3.– /pièce (n°136, 152 et 153 épuisés)
**Abonnements collectifs** (livraison à une même adresse):
de 5 à 9 CHF 22.– par abonnement
de 10 à 50 CHF 20.– par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande.)

Pour toute correspondance ou information:
Rédaction de ***Math-Ecole*, Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**,
par courrier électronique E-mail: **francois.jaquet@irdp.unine.ch**
ou par INTERNET: **http://www.irdp.ch/math-eco**

**Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.**

# MATH-ECOLE

40e année, cinq numéros par an

**196**

mars 2001



**Adresse**
Rédaction de *Math-Ecole*
Case postale 54
CH–2007 Neuchâtel 7

**Administration**
Institut de Recherche et
de Documentation Pédagogique
Fbg de l'Hôpital 43, CP 54
CH–2007 Neuchâtel 7
Tél (032) 889 86 03
(de 14 h à 17 h 30, ma, me, je, ve)
ou (032) 889 86 09
Fax (032) 889 69 71





**Mise en page**
Raphaël Cuomo

**Imprimerie**
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH–1950 Sion
Tél (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09


**Couverture**
Spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

## Sommaire

# Éditorial

## *Math-Ecole*, l'entrée en quarantaine

François Jaquet, IRDP

Avec ce numéro 196, *Math-Ecole* entre dans sa quarantième année; un bel âge pour une revue conçue par des enseignants et destinée à animer la réflexion sur leur enseignement, indépendamment de toute institution officielle et sans aucun but commercial. Il y a donc lieu de se réjouir de cette longévité, de se féliciter d'avoir pu rassembler des lecteurs et des auteurs d'un bon millier d'articles parus au rythme de cinq numéros par année, dès 1961. A cet effet, une grande fête est prévue pour la sortie du numéro 200 et chacun peut déjà en retenir les dates. Ce sera le samedi 1 décembre 2001, avec des débordements prévus sur le vendredi 30 novembre, voire sur le dimanche 2 décembre. Mais, avant les festivités, il y a des questions à se poser.

D'ordre existentiel tout d'abord. Il faut partir du présent et se demander d'où vient *Math-Ecole*, pourquoi la revue a-t-elle été créée et pourquoi elle devrait subsister, jusqu'à son numéro 200, puis au-delà. Il y a deux ans, le comité de rédaction avait lancé une enquête auprès des lecteurs pour connaître leurs avis sur leur revue. Une cinquantaine d'entre eux ont pris la peine de répondre. Les avis étaient positifs et allaient clairement dans le sens du maintien de la revue et de ses finalités. Nous envisagions un traitement statistique de ces avis, mais les effectifs ne nous l'ont pas permis et le quantitatif s'est effacé devant le qualitatif.

D'ordre fonctionnel ensuite. Les lignes directrices étant tracées, il faut pouvoir les suivre, les tenir. On nous demande des articles sur des thèmes variés, de l'école enfantine au secondaire, de la réflexion générale aux propositions d'activités pour la classe. Les idées ne manquent pas, certes. Chacun en a et les dit volontiers. C'est le passage à l'écriture qui pose problème, qu'un comité bénévole de rédaction ne peut résoudre sans l'apport des lecteurs de notre revue « de milice ».

D'ordre matériel finalement. La maison Fiorina, de Sion, qui nous imprime fidèlement depuis le premier numéro, ne peut pas le faire gratuitement; les postes tiennent absolument à percevoir un affranchissement pour l'envoi de la revue; le graphiste estime devoir être payé pour son travail;... Pour que le prix de *Math-Ecole* – que nous avons malheureusement dû adapter plusieurs fois à la hausse au cours de ces dernières années – reste à la portée de chacun, il faut beaucoup de lecteurs-abonnés.

Toutes ces questions sont dévolues naturellement au comité de rédaction, en priorité. Mais elles sont aussi celles de chaque lecteur abonné. Au moment des réabonnements, par exemple, il nous arrive de recevoir des lettres de résiliation, très aimables et courtoises, du genre: « Je lis avec beaucoup d'intérêt votre revue mais, mon école s'y étant abonnée, je peux la consulter dans notre salle des maîtres et, par conséquent, je renonce à mon abonnement personnel. Je formule mes meilleurs vœux pour l'avenir... ». L'argumentation est tout à fait valable du point de vue économique individuel, mais la revue n'y trouve pas son compte. Il serait préférable, lors des très prochaines demandes de réabonnement, que nous recevions des adhésions personnelles d'anciens et nouveaux abonnés qui, après avoir lu *Math-Ecole* dans leur salle des maîtres, acceptent d'appartenir à la communauté de ses lecteurs engagés. Dans le même élan, ils pourraient proposer des compte rendus de pratiques ou des pistes de réflexion pour résoudre les problèmes d'ordre fonctionnel évoqués ci-dessus.

Pour les questions d'ordre existentiel, la quarantième année de la revue sera l'occasion de parler de son histoire, des espoirs de ceux qui l'ont portée sur les fonds baptismaux, de son rôle dans les innovations scolaires en Suisse romande et des attentes de ses lecteurs.

# Systèmes de numération

Michel Brêchet, Delémont

## D'une civilisation à l'autre

Les nombres sont à tel point intégrés dans notre environnement quotidien que nous avons tendance à penser qu'ils ont toujours existé. Ils sont cependant une invention humaine, une découverte des civilisations, et ils constituent un des concepts les plus abstraits que les hommes aient forgés. Leur histoire, longue, complexe et chaotique, témoigne des préoccupations et des besoins des peuples : dénombrer du bétail, recenser des sacs de blé, compter les jours de l'année, dater des événements, mesurer des distances, pratiquer des échanges...

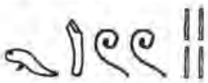
Examinons quelques systèmes de numération, en particulier les conventions sur lesquelles ils reposent (valeur des signes, base, règles de construction) :

**Numération égyptienne** (dès le IIIe millénaire avant notre ère)

– Les Egyptiens utilisent sept hiéroglyphes, chacun d'eux représentant une puissance de dix :

| trait vertical | anse de panier | corde | fleur de lotus avec sa tige | doigt levé | têtard | homme agenouillé |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 | 100000 | 1000000 |

– La juxtaposition des signes signifie l'addition de leurs valeurs. Par exemple,



se traduit par 100000+10000+(100+100)+(1+1+1+1)=110204

**Numération romaine** (dès le Ier siècle avant l'ère chrétienne)

– Un chiffre différent pour chaque puissance de dix (en nombre limité) et des chiffres pour 5, 50 et 500 :

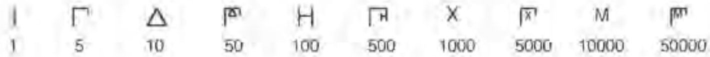
| I | V | X | L | C | D | M |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 |

– La juxtaposition des signes signifie généralement l'addition de leurs valeurs. Une exception : un signe placé à gauche d'un signe de valeur supérieure entraîne que le premier doit être soustrait du second. Par exemple,

MCCXLVI se traduit par 1000+(100+100)+(50–10)+5+1=1246

**Numération grecque**[1] (dès le Ve siècle avant J.-C.)

- Un symbole différent pour chaque puissance de dix inférieure à 100000, et des symboles pour 5, 50, 500, 5000 et 50000:



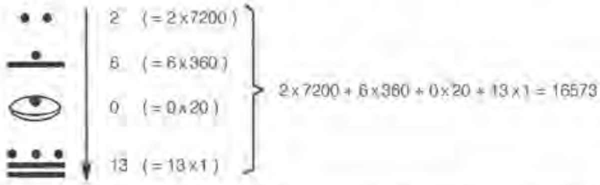

- La juxtaposition des signes signifie l'addition de leurs valeurs. Par exemple,

X HH𐅄ΔΔΔ se traduit par 1000+(100+100)+50+(10+10+10)=1280

**Numération maya** (dès le VIIe siècle)

- Seuls trois chiffres permettent de représenter tous les nombres:

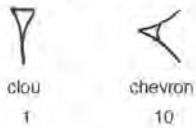

- Leur valeur dépend de leur position dans l'écriture du nombre. Ainsi:




Cette numération a été conçue pour le calcul du temps et les besoins de l'astronomie. De base vigésimale (base 20), elle présente une irrégularité au troisième rang, celui-ci indiquant les multiples de 360 (18 x 20) et non ceux de 400 (20 x 20), en référence au calendrier annuel maya, composé de 18 «mois» de 20 jours et d'une période complémentaire de 5 jours.

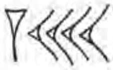
**Numération babylonienne** (dès le IIe millénaire avant notre ère)

- A l'origine, les Babyloniens utilisent deux chiffres:




1. Il s'agit ici de la numération attique

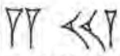
– Dans leur système positionnel, chaque ordre d'unités est une puissance de soixante (base sexagésimale):

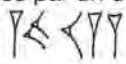
25 s'écrit  2x10 + 5x1 100 se traduit par  1x 60 + 4 x 10

et 39912 par  11 x $60^2$ + 5 x $60^1$ + 12 x $60^0$

Cette numération présente toutefois un défaut majeur: le chiffre zéro n'y figure pas. Dans tout système positionnel, il est nécessaire de disposer d'un signe particulier pour marquer l'absence de tel ordre d'unités. En base dix par exemple, comment écrire le nombre vingt sans utiliser le symbole zéro? Et deux mille un?

Jusqu'au IIIe siècle avant Jésus-Christ, les Babyloniens ignorent ce symbole, ce qui conduit à des ambiguïtés.

Par exemple, l'écriture  pourrait très bien représenter 141 (2 x 60 + 21), mais aussi 7221 (2 x $60^2$ + 0 x 60 + 21) ou 432021 (2 x $60^3$ + 0 x $60^2$ + 0 x 60 x 21), voire d'autres encore suivant la manière d'interpréter l'espace vide. Qui plus est, on pourrait également supposer qu'il n'y a pas d'unité du 1er ordre (unités simples).

Après l'invention du zéro (symbolisé par un double chevron ), les écritures ne prêtent plus à confusion:  signifie 60, et  correspond au nombre 72.

En résumé, on peut classer ces diverses manières de désigner des quantités selon deux grands principes:

– les numérations additives: au sein d'un même ordre d'unités, chaque signe est répété autant de fois que nécessaire, et l'écriture de plusieurs signes mis côte à côte implique généralement l'addition de leurs valeurs;

– les numérations de position: la valeur d'un signe dépend de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre et de la base du système (la base est le nombre par lequel on multiplie un ordre d'unités pour obtenir l'ordre immédiatement supérieur).

**D'un élève à l'autre**

L'étude des systèmes de numération est intéressante à plus d'un titre. Elle permet notamment:

– de mettre en exergue les procédés ingénieux élaborés par nos ancêtres pour écrire les nombres et constitue ainsi un enrichissement culturel;

– de relever l'efficacité de notre système décimal, dans lequel l'écriture des nombres n'est entachée d'aucune ambiguïté (notre numération de position possède des signes, tous différents, en nombre égal à la base, et l'un deux permet de signaler l'absence d'unités d'un certain ordre);

- de confronter les élèves à de jolies recherches, par le biais du décryptage de symboles a priori énigmatiques ; elle contribue donc au développement du raisonnement déductif ;
- de donner du sens à la division euclidienne et à la notation sous forme de puissance, ainsi que d'utiliser dans un contexte significatif les conventions liées aux priorités des opérations.

**Reflet d'une activité**

Le problème ci-dessous a été posé à des élèves de neuvième année, qui avaient étudiés plusieurs systèmes de numération durant quatre périodes non consécutives.

Quatre signes à disposition :

□ ○ ∩ △

Objectif : écrire tous les nombres naturels à l'aide de ces quatre signes.

Comment t'y prends-tu ? Explique.

Dans le système de numération que tu as inventé, comment écris-tu les nombres

105 ? 1291 ? 2001 ? 3500 ?

En tant qu'enseignant, je m'attendais – et j'espérais secrètement – que beaucoup d'élèves expriment les nombres naturels en base quatre. Bref, qu'ils trouvent une solution analogue à notre système décimal (en base dix, les écritures suivantes représentent les nombres de 0 à 35) :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| □ | 0 | ∩□ | 20 | ○□□ | 100 | ○∩□ | 120 | ∩□□ | 200 |
| ○ | 1 | ∩○ | 21 | ○□○ | 101 | ○∩○ | 121 | ∩□○ | 201 |
| ∩ | 2 | ∩∩ | 22 | ○□∩ | 102 | ○∩∩ | 122 | ∩□∩ | 202 |
| △ | 3 | ∩△ | 23 | ○□△ | 103 | ○∩△ | 123 | ∩□△ | 203 |
| ○□ | 10 | △□ | 30 | ○○□ | 110 | ○△□ | 130 | | |
| ○○ | 11 | △○ | 31 | ○○○ | 111 | ○△○ | 131 | | |
| ○∩ | 12 | △∩ | 32 | ○○∩ | 112 | ○△∩ | 122 | | |
| ○△ | 13 | △△ | 33 | ○○△ | 113 | ○△△ | 133 | ... | |

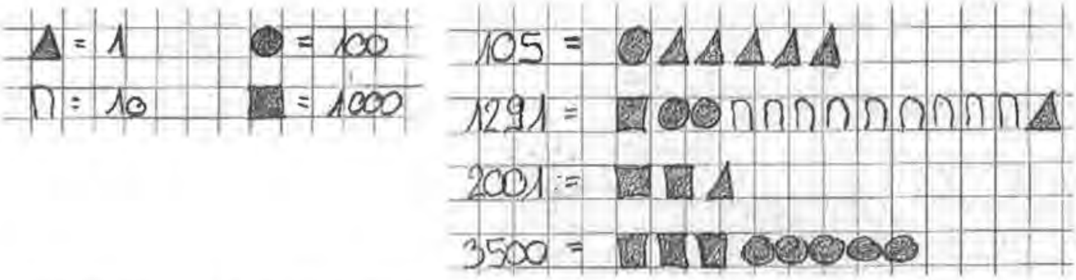
Quant aux nombres 105, 1291, 2001 et 3500, ils auraient pu être notés comme suit :

| Puissances successives de la base | | | | | | Ecriture en base dix, avec les chiffres arabes |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $4^5$ | $4^4$ | $4^3$ | $4^2$ | $4^1$ | $4^0$ | |
| | | ○ | ∩ | ∩ | ○ | 105 |
| ○ | ○ | □ | □ | ∩ | △ | 1291 |
| ○ | △ | △ | ○ | □ | ○ | 2001 |
| △ | ○ | ∩ | ∩ | △ | □ | 3500 |

Ecriture en base quatre,
avec les signes □, ○, ∩, △

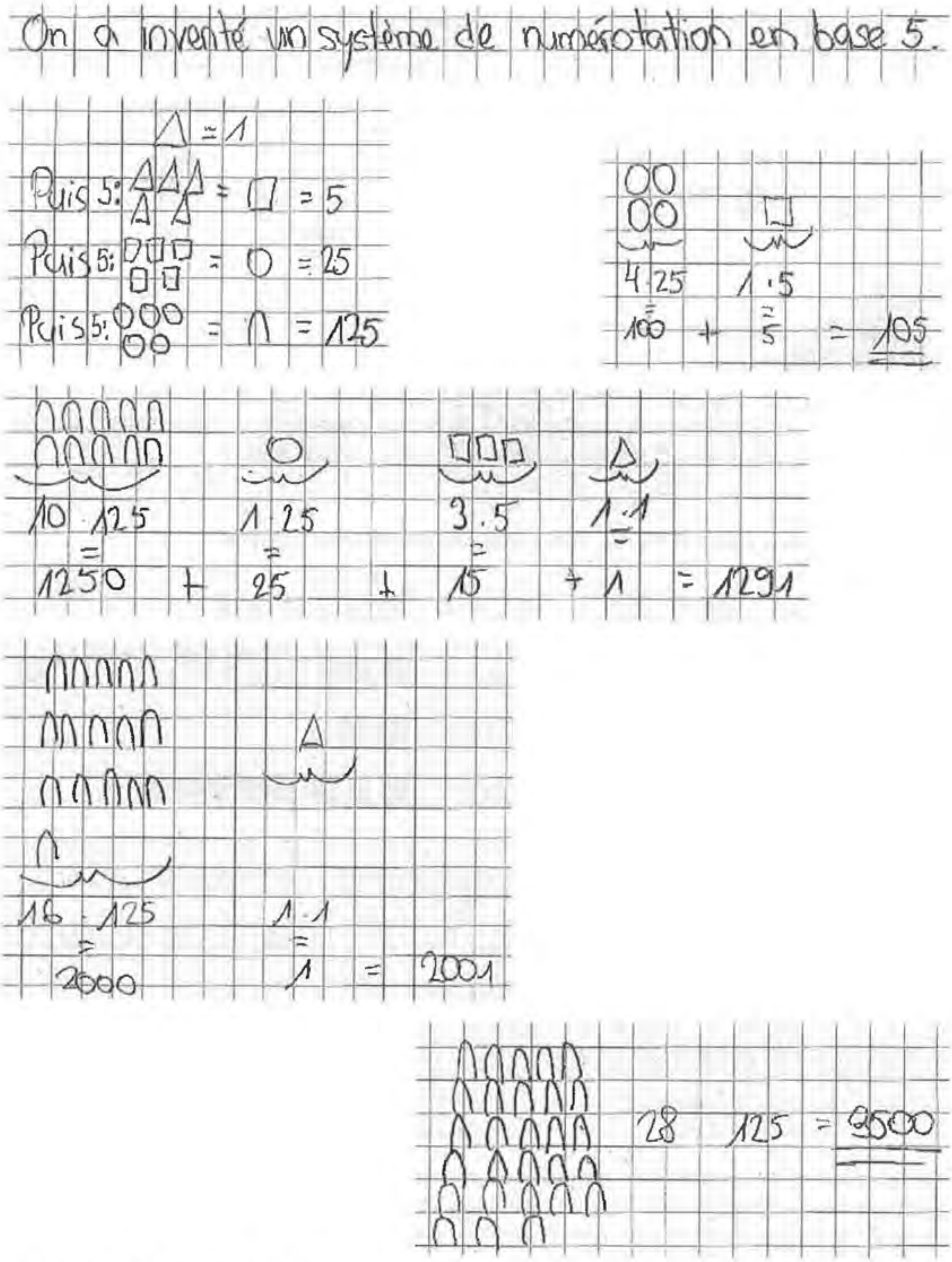
Il n'en fut rien et les productions révélèrent une étonnante diversité. Le modèle additif, dont les règles de construction sont aisément compréhensibles, fut le plus prisé.

**Quelques travaux parmi d'autres, accompagnés d'une brève analyse :**

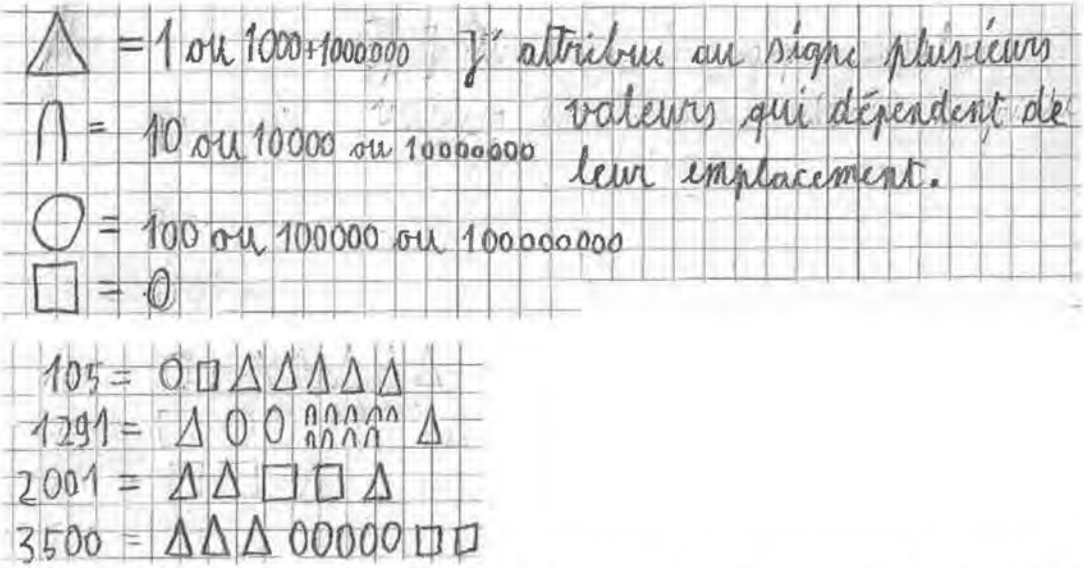



Nous avons inventé un système en base 10.
Chaque symbole vaut soit : une unité, une dizaine, une centaine ou un millier.
Ce qu'il y a de pratique, c'est qu'on a pas besoin d'un zéro !

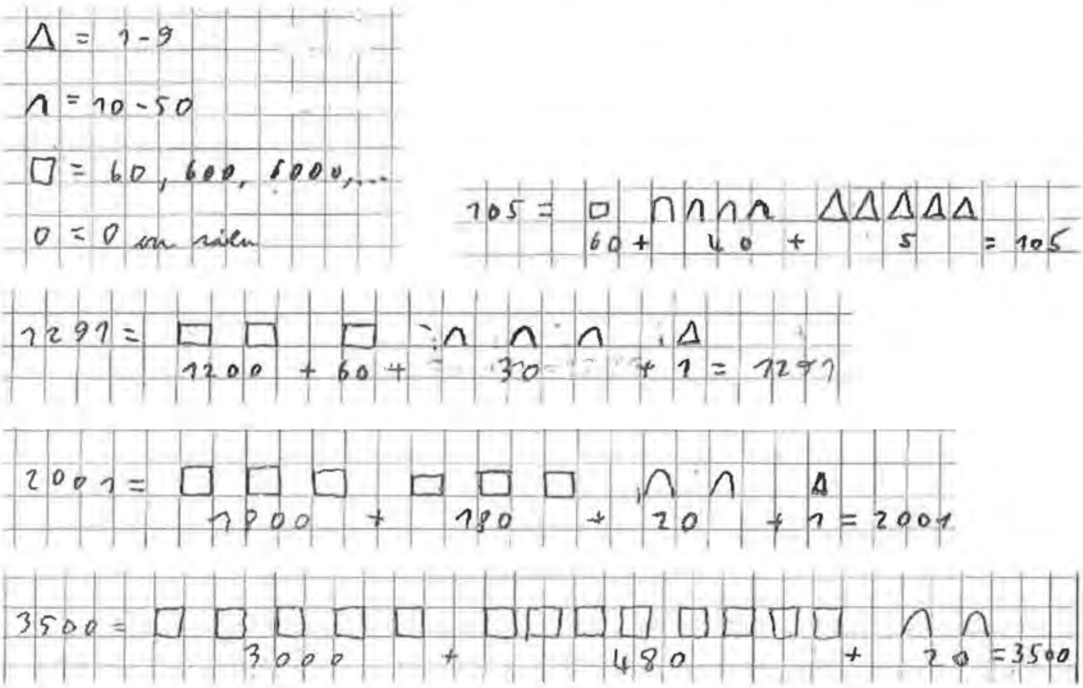
Copie conforme de la numération égyptienne. La remarque concernant le zéro est probablement la conséquence d'une discussion nourrie tenue en classe à propos de la fabuleuse invention de ce symbole (le zéro indique que quelque chose n'est pas là, c'est une présence qui témoigne d'une absence). Avec un tel système, la notation des grands nombres est réellement problématique, et c'est là une de ses limites. Sur ce principe, elle ne peut aller au-delà de 9999. Il faudrait inventer d'autres symboles pour les nombres suivants ou modifier les règles de construction. Par exemple, l'écriture du nombre 100000 nécessiterait 100 carrés (□).



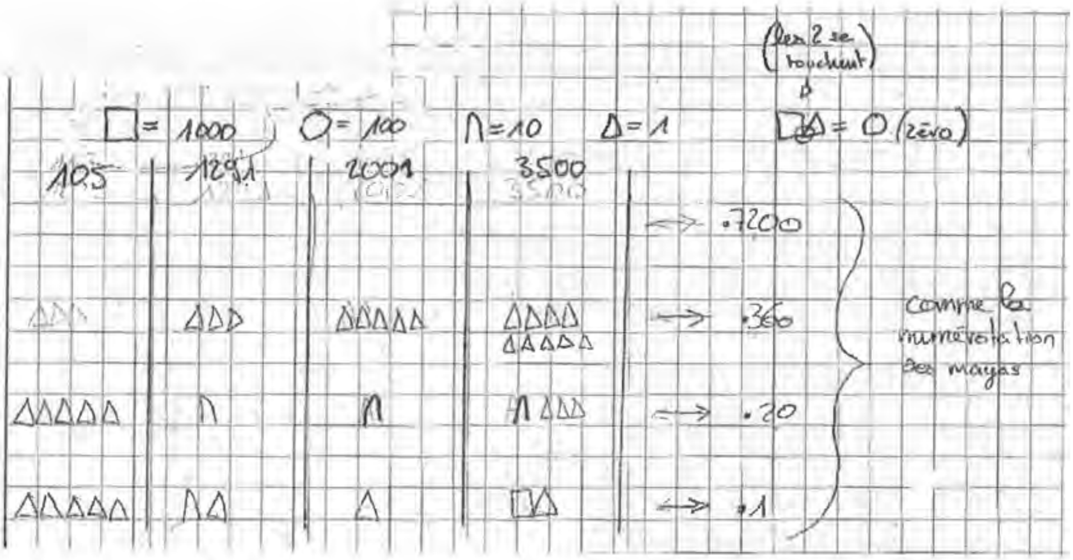

Comme précédemment, l'inconvénient de cette solution réside dans la difficulté à écrire les grands nombres. Cet élève avait peut-être l'intention de se référer au système positionnel en base cinq, car la règle d'échange fait explicitement appel aux puissances de cinq.




Pour le moins surprenante, cette solution possède deux caractéristiques d'une numération de position : plusieurs valeurs peuvent être attribuées à un même signe, selon la place qu'il occupe, et l'absence de groupement d'unités est marquée par le carré (□). La lecture d'un nombre est délicate car l'identification de la puissance de dix correspondant à chaque signe n'est pas immédiate.




Ce système est proche de celui mis au point par les Babyloniens. Il souffre d'un unique défaut : seul un espace permet de distinguer deux ordres d'unités successifs représentés avec des carrés (□), ce qui peut parfois prêter à confusion.




Réplique de la numération maya. Comme elle est de base vingt, le carré et le rond ne sont d'aucune utilité, car leurs valeurs sont supérieures à la base. L'un d'eux aurait donc pu remplacer les deux signes accolés signifiant «zéro».

Lors de la mise en commun et de la synthèse finale, l'attention et l'intérêt furent au rendez-vous, car peu d'élèves avaient imaginé une telle multitude de solutions. Les avantages et les limites de chacune d'elles furent alors établis. Le mot de la fin revint à Antoine: «Tout compte fait, la base dix, c'est pas si mal, et drôlement pratique!»

Oui, mais que de chemin parcouru pour y arriver.

## Bibliographie

IFRAH Georges, *Histoire universelle des chiffres*, Robert Laffont, Paris, 1994

CHARNAY Roland, MANTE Michel, *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*, Tome 2, Hatier, Paris, 1996

*L'univers des nombres*, La Recherche, Hors série n°2, août 1999

# Le jeu des trois cailloux

Martine Simonet
Ecole normale, Neuchâtel

*«– Je vous propose plutôt de me défier à un jeu qui définira lequel de nous deux aura ce qu'il veut. Poker? Fléchettes? «Je te tiens, tu me tiens par la barbichette»? ricana le braconnier, étonné. Non, le «Jeu des trois cailloux».*
*[...]*
*Les deux joueurs prennent chacun trois cailloux: ils les cachent dans leur dos. Au signal, ils tendent le poing droit en avant avec, dedans, un, deux, trois ou aucun caillou. A tour de rôle, chacun donne une estimation, allant de zéro à six, du total des cailloux contenus dans les poings tendus. Les joueurs ouvrent alors le poing et vérifient qui a trouvé le bon chiffre. Si aucun des deux n'a trouvé, on recommence. Si l'un trouve, il jette l'un de ses cailloux.*
*Le gagnant est celui qui a découvert trois fois le bon chiffre et s'est donc débarrassé de ses trois cailloux.*
*[...]*
*– Mmmm... quatre, déclara Isidore.*
*– Je peux dire quatre aussi? demanda Georges.*
*– Non, c'est comme pour une place de parking. Le premier qui donne un chiffre occupe la place. L'autre est obligé d'en choisir un autre.*
*– Bon, alors... trois, concéda le braconnier.*

*Ils retournèrent leurs paumes ouvertes. Georges avait vu juste. Sa main contenait un caillou et Isidore avait bel et bien deux cailloux blancs dans son poing droit. Très fier de lui, Georges déposa un caillou noir sur la table et la partie continua.*
*Isidore informa son adversaire.*
*– Le gagnant parle le premier car celui qui parle en premier est légèrement désavantagé étant donné qu'il dévoile un peu son jeu.*
*Ils se fixèrent longuement, chacun essayant de franchir la barrière des pupilles pour lire le chiffre inscrit dans le cerveau en face.*[1] »

Rencontré au fil de la lecture du roman *Le père de nos pères* de Bernard Werber[2], le jeu des trois cailloux m'a d'emblée séduite. Voilà un jeu dont les règles et le matériel sont simples et qui peut par conséquent se jouer n'importe où: en classe ou dans la cour de récréation comme à la plage! me suis-je dit à quelques jours des vacances d'été. Et comme derrière ce jeu se cache la notion de probabilités que mes élèves de cinquième année primaire et moi avions abordée quelques mois auparavant par le biais d'«Une histoire... improbable»[3], me voilà convaincue du bien-fondé d'amener ce jeu dans la classe.

Après avoir lu les extraits du livre reproduits ci-dessus, les élèves[4] ont joué plusieurs parties avec enthousiasme. J'ai organisé ensuite une mise en commun qui a révélé les éléments suivants:

- Certains élèves ont parié sur des nombres supérieurs au nombre de cailloux encore en jeu (par exemple: ils ont annoncé 5 ou 6 alors qu'il n'y avait plus que 4 cailloux en jeu).

1. Les puristes auront bien évidemment remplacé d'eux-mêmes le terme «chiffre» par celui de «nombre» aux endroits qui s'imposent dans le texte ci-dessus!

2. Bernard Werber est également l'auteur du best-seller *Les fourmis*.

3. Medici D. & Vighi P., *Une histoire... improbable*. Voir *Math-Ecole* 174, octobre 1996, pp.4-16.

4. Par groupes de 2. Mais on peut très bien former des groupes de 3 joueurs, voire plus. Attention: à 3 joueurs, les estimations vont de 0 à 9, à 4 joueurs de 0 à 12, etc.

- La plupart des élèves ont remarqué que certains nombres apparaissaient plus fréquemment que d'autres. Ceci les a amenés à chercher toutes les combinaisons possibles à partir d'une situation telle que: «s'il reste à chacun deux cailloux, sur quel nombre faut-il parier pour avoir le plus de chance de gagner?». (Réponse, voir *exemple 1*: le 2, avec trois chances sur neuf.)

Très vite, les enfants ont tenté de deviner les réponses. Ainsi dans la situation «mon adversaire a encore trois cailloux alors qu'il ne m'en reste qu'un», certains ont proposé le nombre 2, d'autres les nombres 1 et 3. La solution (voir *exemple 2*: le 2 et le 3 ont chacun deux chances sur huit d'apparaître, alors que le 0 et le 4 n'en ont qu'une seule) a mis d'accord les partisans des deux hypothèses!

Les élèves ont ensuite proposé de chercher quel est le nombre susceptible d'apparaître le plus fréquemment dans l'ensemble d'une partie de jeu. Cela les a conduits à construire des tableaux, ou des arbres, recensant toutes les situations et combinaisons possibles.

Les matchs qui ont suivi cette recherche n'en ont été que plus intéressants. En effet, la probabilité de gagner en annonçant tel ou tel nombre n'est jamais de 100 %! Et c'est là qu'intervient toute la dimension psychologique présente dans ce type de jeu et si bien décrite dans le livre de B. Werber:

*«Les deux joueurs étaient traversés par la même pensée: «Il croit que je crois qu'il croit que je crois qu'il va jouer ça, donc je joue ça.» Pour la troisième fois, ils tendirent leur poing.»*

***Exemple 1***

Cas où chacun des deux joueurs A et B n'a plus que deux cailloux:
- le nombre 2 apparaît 3 fois sur 9
- les nombres 1 et 3 apparaissent chacun 2 fois sur 9
- les nombres 0 et 4 apparaissent chacun 1 fois sur 9

| Choix de A (0, 1 ou 2) | Choix de B (0, 1 ou 2) | Total |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 2 | 2 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 3 |
| 2 | 2 | 4 |

***Exemple 2***

Cas où l'un des joueurs a encore trois cailloux et ou l'autre n'a plus que qu'un caillou:
(le tableau a été proposé par des élèves)

| | ✗ | • | •• | ••• |
|---|---|---|---|---|
| ✗ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| • | 1 | 2 | 3 | 4 |

Le «1», le «2» et le «3» apparaissent chacun deux fois dans les cases du tableau

# L'innovation en mathématiques et ses priorités: le regard des enseignants de Suisse Romande

C. Tièche Christinat, IRDP, Neuchâtel

L'introduction des nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques, a fait, l'automne dernier, son entrée généralisée en 4e année primaire. Observatrice de cet enseignement dès son introduction dans plusieurs classes de Suisse Romande, mon propos veut prendre en compte quelques thèmes importants qui retiennent l'attention des enseignants des degrés 1P – 4P, et parfois 1P – 6P. Ainsi, il ne s'agit pas de résumer ce que j'ai perçu, observé, entendu dans les quelques classes qui m'ont gracieusement ouvert leurs portes, ni d'analyser les entretiens individuels que nous avons eus avec les enseignants qui pratiquent le nouvel enseignement des mathématiques[1], mais de rendre compte des attitudes générales générées par l'introduction des nouveaux moyens. Les attitudes discursives du corps enseignant d'un établissement sont importantes puisqu'elles permettent de saisir les ancrages possibles de l'innovation aussi bien que les résistances ou difficultés qu'elle suscite. Elles forment le terreau dans lequel l'innovation va s'implanter et sa composition va influencer certaines caractéristiques de l'innovation et sa mise en pratique. Les thématiques retenues comme essentielles et que nous commentons ci-dessous, proviennent toutes d'une activité collective[2] adressée à l'ensemble des enseignants d'un établissement leur demandant d'ordonner, de hiérarchiser des propositions qui mettent en jeu leurs rapports aux élèves, à l'institution scolaire et au savoir.

**«le plaisir avant tout»**

Le plaisir des élèves à faire les activités, à venir en classe est perçu comme très important par tous les enseignants. Peu discutée, cette proposition est unanimement considérée comme fondement nécessaire, indiscutable, quels que soient les degrés d'enseignement, les matières ou les activités proposées. En d'autres termes, le plaisir est un postulat, qui lors des discussions reste surtout centré sur les élèves. Au service de leurs élèves, les enseignants évoquent peu leur plaisir d'enseigner ou le remettent à plus tard, car «l'important actuellement c'est de se former». La notion de plaisir n'est certes pas «scientifiquement mesurable» comme on pourrait le faire par un applaudimètre. Cependant lors des observations sur le terrain, la rapidité des élèves ou non à se mettre dans la tâche, leur investissement à «faire des maths», les sourires, les moues sont autant d'indices que j'ai pu percevoir. Dans la majorité des classes observées de 1P et 2P, les activités mathématiques semblent présenter pour les élèves

1. Pour plus de détails, cf. Tièche Christinat, C. 2000; Tièche Christinat, C. & Knupfer, C. 1999; Knupfer, C. 2000)

2. Dans le cadre du suivi scientifique de l'enseignement des mathématiques, il nous a paru nécessaire de connaître, à travers les opinions des différents acteurs, le contexte pédagogique et scolaire dans lequel les enseignants se trouvent pour innover et de voir les incidences que l'innovation entraîne. Pour ce faire, une activité collective demandant de donner des priorité à différentes propositions concernant par exemple la classe, la formation, la pédagogie, le savoir mathématique a permis d'établir des discussions très animées et très intéressantes. (Pour plus de détails, cf. Tièche Christinat, C., 1999)

(et pour les enseignants souvent) une source de contentement et de plaisir. Les mathématiques ne forment toutefois pas la seule matière où ce plaisir est perceptible, mais il est peut-être plus tangible à travers les situations de jeux, lorsque les élèves et l'enseignant jouent en se défiant les uns les autres. Le plaisir constitue le climat de la classe; celui-ci va, aux yeux des enseignants, permettre l'installation d'un milieu didactique favorable à l'apprentissage. Cette niche écologique doit répondre à certains paramètres liés à sa dimension (salle de classe suffisamment grande) et à un effectif plutôt faible d'élèves afin d'installer, de créer ou de maintenir un rapport fructueux au savoir.

**«de toute manière des objectifs, il en faut!»**

Une fois les conditions remplies, la niche écologique correctement installée, les enseignants évoquent la nécessité de savoir quels objectifs mathématiques ils doivent viser à long et moyen terme. Tous les actes d'enseignement qu'ils doivent entreprendre, s'inscrivent et s'insèrent dans des objectifs. Ceci fait partie des priorités et précède en quelque sorte l'acte d'enseignement *per se*. Quelques établissements augurent de la nouveauté qu'offre l'introduction des nouveaux moyens, l'opportunité de comprendre la direction qu'on leur impose dans le long terme; pour d'autres il va de soi que chaque enseignant doit connaître les objectifs fixés pour son cycle ou pour l'année par le plan d'étude romand (1997). Si ceci leur paraît prioritaire, il faut cependant constater que l'étude des méthodologies, la lecture des commentaires didactiques, qui permettrait de répondre partiellement à ce souhait n'est pas ressentie comme essentielle. L'activité de résolution de problème est admise comme étant un objectif général, sans trop s'arrêter ni s'interroger sur les contenus mathématiques visés par le problème. Les enseignants soulignent que les objectifs mathématiques spécifiques décrits par les auteurs ne les intéressent guère et qu'ils se laissent volontiers porter par l'activité des élèves. Il y a donc lieu de se demander si les objectifs sont réellement atteints ou si les tâches faites en classes n'activent pas d'autres connaissances que celles décrites dans l'analyse a priori menée par les auteurs. Un tel cas de figure nous permettrait de comprendre que les enseignants ne cherchent pas systématiquement à savoir si l'objectif mathématique particulier est atteint ou non.

**«si tu y crois tu y vas, sinon...»**

Parler des objectifs généraux en mathématiques, permet d'avoir un discours qui n'entame pas le crédit et la confiance que l'on accorde aux nouveaux moyens et dont on a besoin pour enseigner. Dans ce contexte, on comprend mieux qu'il n'y a pas nécessité au préalable de s'assurer de la crédibilité de la méthode. Par contre la pratique en classe, les types d'enseignement à instaurer ou à conserver suscitent un intérêt important. L'aspect pragmatique qui touche à l'acte d'enseignement est ainsi souligné au détriment de la conception théorique de la nouvelle méthode.

Les enseignants cherchent également à attribuer une solidité, une cohérence voire une harmonisation des pratiques au cœur de leur établissement afin de ne pas trop diversifier celles-ci entre les classes. L'idée d'un concept pédagogique directeur est ainsi clairement avancé mettant souvent le principe de différenciation à l'honneur. Pour les enseignants consultés, il faut partir des connaissances de l'enfant et les reconnaître comme source de savoir, pour différencier les apprentissages au sein de la classe. Si le vécu de l'enfant est ainsi pensé comme indicateur des séquences d'enseignement à faire ou à ne pas faire, la réalisation en classe en est peu discutée collectivement.

**«c'est bien de préparer et de travailler ensemble»**
**«voir un peu ce que les autres font»**

Les enseignants ont mis en exergue la notion de communication et d'échange. Discuter, parler avec d'autres enseignants de manière informelle ou formelle est ressenti comme un nécessité et constitue une réalité que plusieurs enseignants partagent. Ces échanges ne se font pas a priori dans les cadres institués par la formation officielle des enseignants et ont pour objectif la résolution de problèmes très concrets, tels que la planification des activités, les difficultés soulevées par telle ou telle activité et les manières de les pallier.

Il apparaît clairement que pour les enseignants, les nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques constituent des moyens pédagogiques qui leur sont imposés et à propos desquels leur avis n'est guère souhaité. Les chercheurs en didactiques, les auteurs sont selon eux éloignés de la base enseignante: ils ne se connaissent pas, bien que ces derniers soient des enseignants détachés le temps d'écrire les moyens. La coupure profonde entre les praticiens et les concepteurs reflète l'éloignement entre les décideurs et les enseignants. Si l'amertume est parfois exprimée, le dédain de ce monde des «chercheurs» est également assez fréquent. Le partenariat n'est par conséquent même pas souhaité. Les enseignants sont demandeurs de conseils venant de personnes qui ont une pratique semblable à la leur, ayant une expérience supplémentaire, mais partageant les mêmes types de discours et ayant des références communes. Les enseignantes de la mise à l'épreuve sont souvent signalées ainsi que les enseignantes du réseau spécialisé (soutien pédagogique, appui par exemple.)

**«repenser l'évaluation? de toute manière, on a pas le choix...»**
**«...et on le fait tout le temps»**

L'évaluation est un point sensible, qui inquiète parfois tout en étant pérenne au métier d'enseignant. Penser l'évaluation des élèves relève aussi bien du domaine de la politique scolaire que du domaine des modes personnels d'évaluer le travail de l'élève. Difficile dès lors de pratiquer les nouveaux moyens de mathématiques sans réfléchir aux évaluations que l'on pratique dans la classe. Mais indispensable aussi pour certains enseignants de rappeler que face à un discours injonctif, même lorsqu'il est partagé et agréé, ils restent cependant seuls maîtres à bord et qu'ils sont seuls à prendre des décisions, à noter, à certifier, à évaluer... Leur solitude est grande, et si pour certains elle ne pèse guère, pour d'autres elle est lourde et leurs demandes en termes de formations pratiques et d'accompagnement sur le terrain indiquent leur besoin d'arrimer leurs certitudes et de partager leurs doutes. Toutefois, il s'avère malheureusement que les enseignants de tous les cantons romands ne sont pas égaux face à la formation.

Les thèmes dégagés ci-dessus reflètent le paysage pédagogique ou du moins une partie de celui-ci. Ils nous montrent l'importance accordée à la classe et ses élèves ainsi qu'à l'acte d'enseignement. Les enseignants donnent ainsi une priorité à cet aspect de la profession, qui est au cœur de leur activité professionnelle quotidienne. Les thématiques importantes indiquant leur rapport aux savoirs et à l'institution scolaire (par exemple les objectifs mathématiques, la formation) convergent vers cette préoccupation centrale et cherchent à assurer avant tout une praticabilité de l'enseignement. La pression exercée par l'innovation introduite dans les classes pèse lourdement dans les propos des enseignants innovants: les problèmes sont présents et doivent être résolus. Nous constatons toutefois qu'à travers notre activité, les nouveaux moyens mathématiques sont souvent invoqués comme prétexte à réfléchir plus globalement autour de l'enseignement. En cela, nous touchons du doigt l'idée que la révolution de l'enseignement mathématique entraîne avec elle d'autres secteurs liés aux conceptions d'apprentissage qui constituent les fondement théoriques de ces nouveaux moyens. Cependant, il faut garder à l'esprit que l'introduction des nouveaux moyens est effectué dans plusieurs cantons en synergie avec d'autres réformes du système pédagogique. Difficile dès lors de penser que seules les mathématiques ont contribué à mettre en évidence les options prioritaires et essentielles des enseignants, mais néanmoins c'est autour des nouveaux moyens que leur émergence se révèle.

**Bibliographie:**

Commission romande des moyens d'enseignement (COROME). (1997). *Plan d'études romandes de mathématiques. Degrés 1 – 6.* Neuchâtel: COROME

Knupfer, C. & Tièche Christinat, C. (2000). *Nouvel enseignement des mathématiques: analyse des entretiens conduits auprès des enseignantes de 1P/2P.* Neuchâtel: IRDP (Recherches 00.1005)

Tièche Christinat, C. (1999). *La résolution de problème appliquée à l'évaluation d'une innovation: le cas de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande.* Neuchâtel: IRDP (Recherches 99.101).

Tièche Christinat, C. (2000). *Suivi scientifique du nouvel enseignement des mathématiques. Troisième rapport intermédiaire.* Neuchâtel: IRDP (Recherches 00-1011).

Tièche Christinat, C.; & Knupfer, C. (1999). *Suivi scientifique du nouvel enseignement des mathématiques. Deuxième rapport intermédiaire.* Neuchâtel: IRDP (Recherches 98.1001).

**Un petit exercice de mathématique qui en étonnera plus d'un(e).**

Sous ce titre, vous avez déjà reçu ou vous recevrez peut-être un petit jeu «boule de neige» diffusé actuellement par courrier électronique, entre amis, et reçu de plusieurs lecteurs:

1. Choisissez d'abord le nombre de soirs par semaine où vous aimeriez aller au resto!
2. Multipliez ce nombre par deux (2).
3. Ajoutez cinq (5).
4. Multipliez par cinquante (50).
5. Si vous avez déjà passé votre anniversaire cette année,
   Ajoutez 1751.
   Sinon, Ajoutez 1750.
6. Dernière étape: Soustrayez le nombre correspondant à votre année de naissance (ex.: 1941, 1973, etc.).

Vous devriez maintenant avoir un nombre à trois chiffres.
Le premier de ces trois chiffres devrait être le nombre de fois par semaine ou vous aimeriez aller au resto.
Le plus cool est à venir, les deux derniers chiffres correspondent à... Votre âge!!!!!!
Cette année (2001) est la seule année ou ça fonctionne alors envoyez-le à vos amis.

Dans un langage actualisé, on retrouve ici un classique des mathématiques récréatives. La question est de savoir si ça marche vraiment à chaque coup, pour tous, et à quelles conditions le jeu pourrait encore fonctionner l'année prochaine, en 2002. La rédaction publiera volontiers les explications et réponses des lecteurs.

# Parcours et détours

G. Sarcone, M. J. Waeber

*« Uno filo fallacia solvitur »*
(à l'aide d'un seul fil, l'intrigue se dénoue)

Chers lectrices et lecteurs, nos précédents articles* vous introduisaient dans le monde bien complexe et tortueux de la topologie (nous vous avions présenté quelques jeux topologiques, ma foi, pas piqués des vers). Cette fois-ci, nous allons entrer dans un autre domaine qui, du point de vue symbolique, est fort riche ; je veux parler des labyrinthes.

Par ses couches de chemins toujours similaires, le labyrinthe ressemble à un condensateur électrique. C'est un condensé de chemins qui, en fait, ne mènent nulle part, si ce n'est à une destination prédéfinie ; le point de départ, le point d'arrivée et le labyrinthe, ne faisant qu'un. Disons que le labyrinthe est un chemin en déliquescence qui se nourrit de lui-même. L'homme aime à s'y perdre, comme un bateau emporté par les circonvolutions aquatiques d'un cours d'eau. Les carrefours le laissent perplexe, les sentiers se multipliant à l'infini sont porteurs de surprises connues à l'avance, de frissons stéréotypés qui le rassurent. Le labyrinthe est un voyage immobile axé sur soi, une introspection salutaire. Les impasses et les culs-de-sac acquièrent alors d'autant plus de mystère ; le mystère de l'inaccessible, de l'infranchissable qui nous oblige avec humilité à redimensionner notre vision des choses, à se réorienter et à se réimmerger dans l'étude du monde. Vu d'avion, un labyrinthe est une grosse empreinte digitale laissée par notre condition humaine : riche en péripéties, mais limitée par sa propre durée.

Les premières ébauches de « labyrinthe » se devinent dans les pictogrammes représentant des signes vulvaires et des dragons stylisés. Tous les labyrinthes sont issus de ces symboles primitifs appelés *C-scrolls* (figures élémentaires enroulées en forme de C) ou *S-scrolls* (figures élémentaires enroulées en forme de S).

**Formes en C**
Signes vulvaires (ou empreintes de sabots), dessins rupestres préhistoriques que l'on découvre sur tous les continents.

* Voir *Math-Ecole* numéros 192, 189, 187, 184, 183, 179, 177, 173

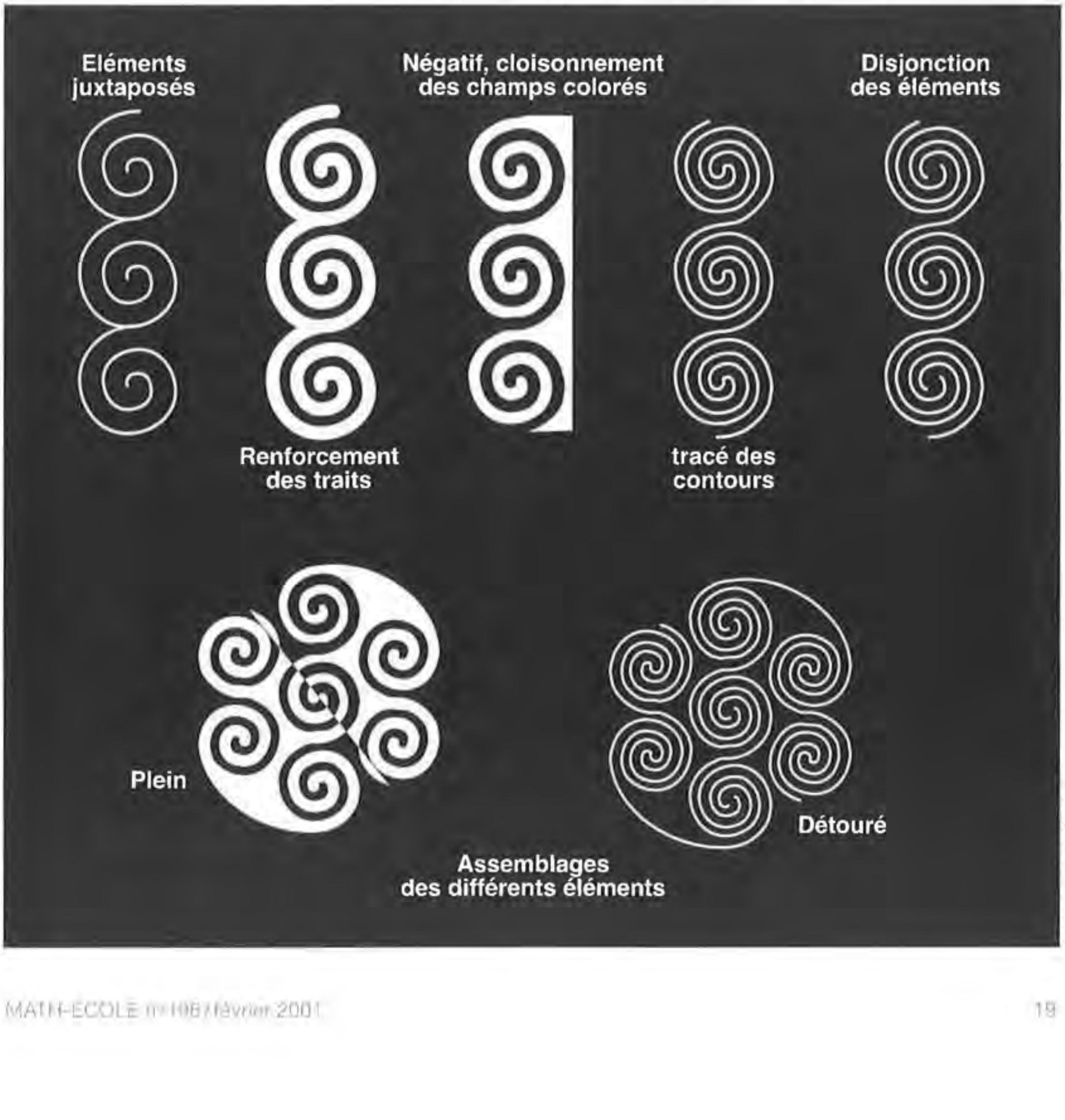
**Formes en S**
Le labyrinthe est en fait un des nombreux avatars du serpent ou du dragon. Les esquisses de dragons représentés ci-contre sont des motifs décoratifs récurrents en Asie. Les spires du serpent constituent un cheminement propitiatoire. Il existe un ancien jeu indien de parcours appelé « mokshapatamu » (serpents et échelles) qui illustre bien cela.

Echantillon de roche gravée avec des signes vulvaires, trouvée à Old Bewick (GB). Elle nous permet d'observer l'évolution du signe en labyrinthe.

Disque de jade chinois représentant un enchevêtrement labyrinthique de dragons et de bêtes mythiques (le « t'ao-t'ieh »).

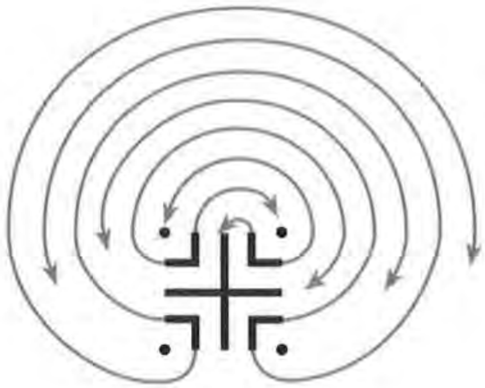
Dans le passé, différentes méthodes étaient utilisées pour élaborer des motifs à méandres et des labyrinthes décoratifs. On partait toujours d'un élément graphique de base très simple (*C-scrolls* ou *S-scrolls*, par exemple) qui, par répétition (translation, rotation, symétrie) et après avoir subi divers traitements graphiques (voir tableau ci-dessous), se transformait en un époustouflant motif grouillant de vie.

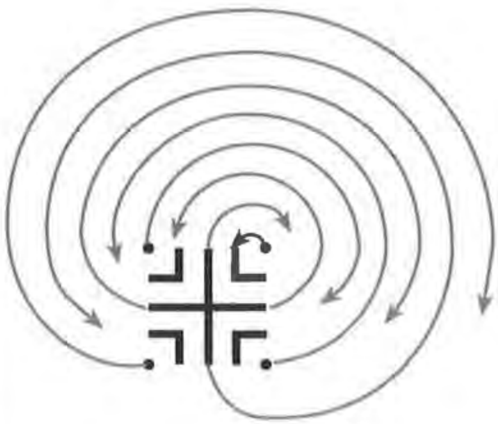
Représentation mégalithique de labyrinthe à spirales (composée de «C-scrolls» et «S-scrolls»)



Les labyrinthes antiques, dits unicursaux, étaient aussi surnommés « crétois », d'après la mythologie. En Grande Bretagne, on appelle *caerdroia* (« cité de Troie », en celtique) ces labyrinthes de tourbe basés justement sur le modèle « crétois ». On rencontre ces labyrinthes dans certains petits hameaux perdus. Ces labyrinthes étaient construits autour d'une base, un cœur, ici une croix (sorte de *gammadia*). Il n'est pas difficile, en vous référant aux diagrammes ci-dessous, d'en construire un vous-même. Il existe deux variantes du labyrinthe crétois.

Cœur du labyrinthe crétois

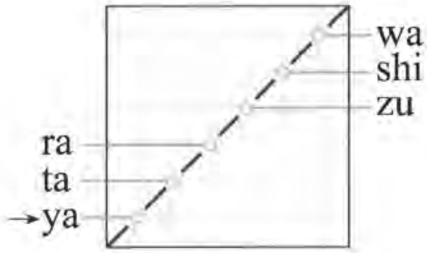




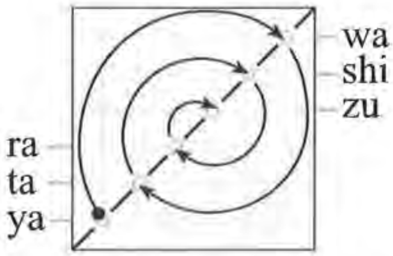
**Un nom pour chacun**

Les spirales et les méandres sont le sel de tout labyrinthe. Il en existe une multitude! Comment se retrouver lorsque l'on veut reproduire un de ces motifs? Peut-on classifier les spirales ou les méandres de façon claire et simple?

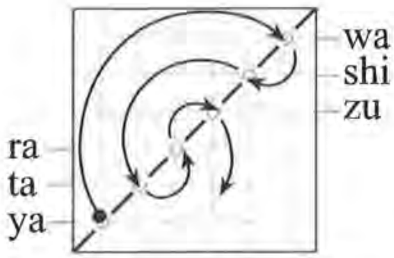
Pour cela, il existe la méthode du *Yawatashirazu* («spirale», en japonais). Bien qu'ayant un nom bizarre, cette méthode que nous avons mise au point permet de nommer tout chemin ou parcours labyrinthique simple et d'en faciliter ainsi le «stockage» et la reproduction. Amusez-vous à dessiner des trajets sur la grille de base en vous aidant des exemples ci-dessous. Le trajet labyrinthique commence **toujours** par le point «ya», puis continue en passant **à travers** les autres points qui portent chacun un nom distinct. Un chemin en zigzag se nommerait alors «yatarazushiwa».



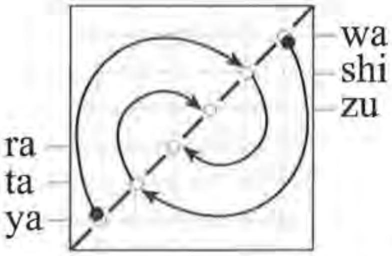

Grille de base



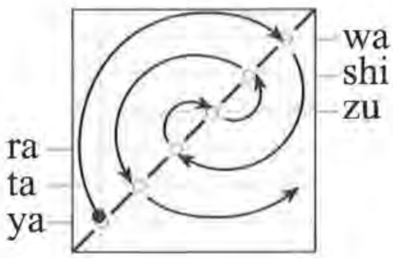

spirale simple = «yawatashirazu»




méandre simple «yawashitarazu»



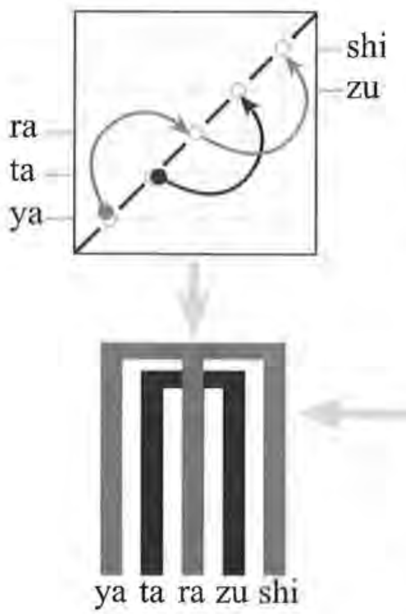

spirales emboîtées «yashira-watazu»

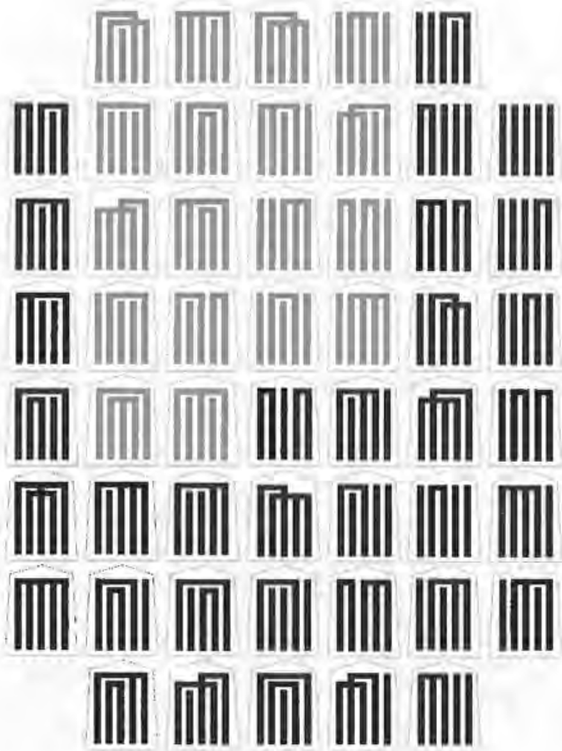



double spirale «yawarazushita»

Combien y a-t-il de façons différentes de traverser ou relier les 6 points *Yawatashirazu*? Exactement 203, nous pouvons donc stocker avec ce système 203 motifs différents. C'est grâce aux nombres de Bell que nous parvenons à ce résultat. Si nous n'avions choisi que 5 points au lieu de 6, les possibilités auraient été de 52. Il existe une analogie étonnante entre la façon de traverser 5 points différents, en décrivant un ou plusieurs trajets, et les 52 idéogrammes japonais *Genji* (prononcer « guéndji ») qui datent approximativement de l'an mille. Ces signes mnémotechniques représentaient les 52 manières de faire rimer une strophe de 5 vers.

Deux façons de représenter les liaisons «yarashi-tazu»





**Les motifs *Genji* de Murasaki**

## Labyrinthes et dédales : un fil conducteur

En français, la notion d'enchevêtrement se traduit par labyrinthe, méandre, dédale... Tous ces mots nous viennent de la Grèce antique : labyrinthe est issu de *laburinthos* (un mot minoen signifiant « palais de la double hache », de labrus, double hache) ; méandre, du fleuve tortueux *Maiandros* ; dédale, de *Daidalos*, le constructeur même du fameux Labyrinthe.

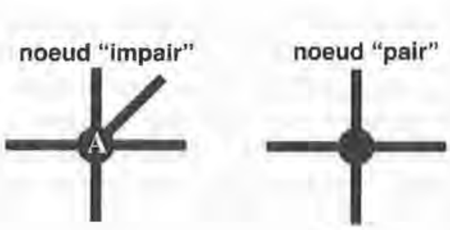
Symboliquement, le labyrinthe est relié à la spirale, puisque c'est un chemin qui, s'enroulant sur lui-même, a un début et une fin en soi.

Mathématiquement parlant, le labyrinthe s'inscrit dans la famille des jeux topologiques appelés jeux de réseaux (*network puzzles*) faisant appel à la théorie des graphes (fig. 1) et à l'analyse combinatoire (fig. 2). Ce qui peut surprendre de prime abord, c'est que le labyrinthe, en tant qu'objet mathématique, n'ait qu'UNE dimension. En effet, nous pourrions le transcrire en n'utilisant que des 0 (couloir, puis première entrée à gauche) et des 1 (couloir, puis première entrée à droite); 101 signifierait alors: «avancer, prendre la première sortie à **droite**, puis continuer jusqu'au prochain embranchement et prendre le couloir de **gauche**, continuer encore pour enfin sortir par la porte à **droite...**». Rappelez-vous aussi du fil d'Ariane, oui le fameux fil qui permit à Thésée de s'échapper du Labyrinthe... Un fil suffit donc pour «résoudre» ces puzzles topologiques, et un fil, comme une droite, n'a qu'une dimension. D'ailleurs, l'analogie entre les circuits électroniques et les labyrinthes ne s'arrête pas aux bits, elle est également formelle (fig. 3).


**But du jeu**: franchir tous les points ou carrefours sans passer deux fois par le même chemin.

Ce genre de jeux de parcours unicursaux, très en vogue au début du siècle, s'appelle «jeux de tracés continus». Les carrefours ou «nœuds» d'un jeu de tracés continus sont considérés dans la théorie des graphes comme des sommets ($n_s$), les chemins, comme des arêtes ($n_a$); l'ensemble formant alors un graphe. Le puzzle ci-contre peut être résolu uniquement en partant par un des points «A». Euler, le grand mathématicien suisse, a établi qu'un graphe comportant deux noeuds «impairs» (avec un nombre d'embranchements impairs) est résolvable uniquement en prenant ces nœuds comme point de départ et d'arrivée. Notez qu'un itinéraire comportant plus de deux nœuds impairs ne peut être parcouru complètement de manière unicursale.

Figure 1



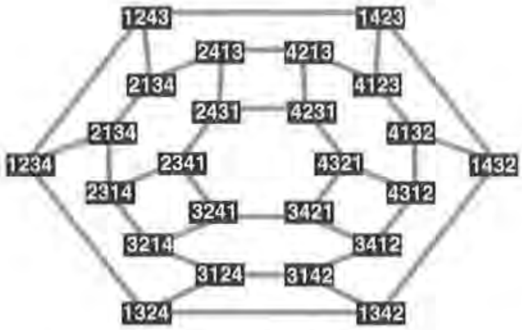



Figure 2

Le réseau labyrinthique ci-contre montre les 24 façons d'arranger 4 chiffres différents. Lorsque deux points sont directement connectés, leurs nombres ont en commun un couple de chiffres agencés de façon symétrique, exemple: <u>**12**</u>34 et <u>**21**</u>34; 2<u>**34**</u>1 et 2<u>**43**</u>1; ou encore, 32<u>**14**</u> et 32<u>**41**</u>.

a) b) c)

Figure 3

Tracés labyrinthiques de circuits imprimés opérationnels (agrandis): petit inducteur (a), résistance (b) et condensateur (c).

Un labyrinthe est soit **unicursal**, c'est-à-dire composé d'un seul couloir sans embranchements, soit **multicursal** (appelé *maze*, en anglais), avec une multitude d'embranchements. L'iconographie antique nous montre le plus souvent des labyrinthes unicursaux (fig. 4). A l'opposé du labyrinthe se trouvent toutes formes closes, avec un «dedans» et un «dehors», un cercle par exemple, ou encore une forme particulière: la «courbe de Jordan», qui est un cercle déformé ou replié sur lui-même, une sorte de pseudo-labyrinthe (fig. 5). Tout labyrinthe est constitué d'une ossature, la ligne à ne pas traverser, qui peut être matérielle ou virtuelle (fig. 6), et d'une moelle, le chemin à suivre menant au but: sortir du labyrinthe, rejoindre un point précis, boucler un parcours, etc. Tout chemin (*path*, en anglais) que le joueur emprunte, débouchant inévitablement sur un carrefour, fait du labyrinthe un jeu de «successions», parce que c'est au fur et à mesure, de carrefour en carrefour, qu'il découvrira ce que le trajet lui réserve, un peu comme le jeu du tarot ou le jeu de l'oie, jeux auxquels le labyrinthe est apparenté.

Labyrinthe unicursal de Cormérod (CH)

Labyrinthe unicursal de la cathédrale de Chartres (F)

Figure 4

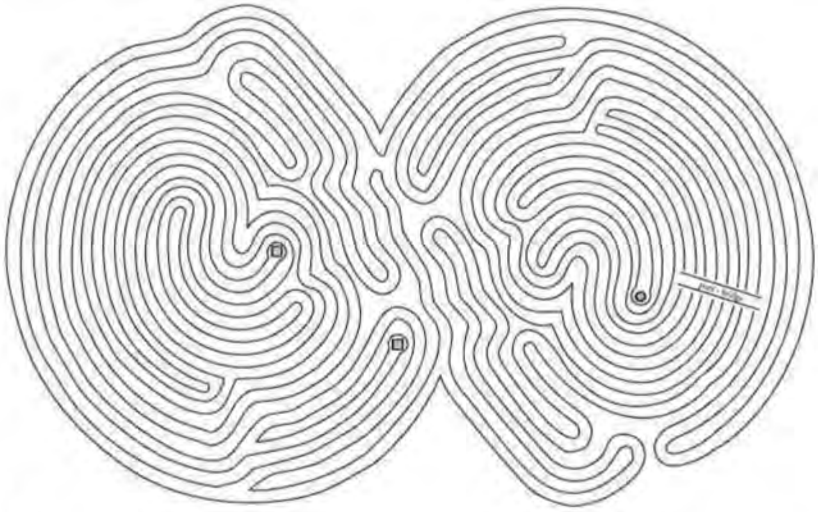
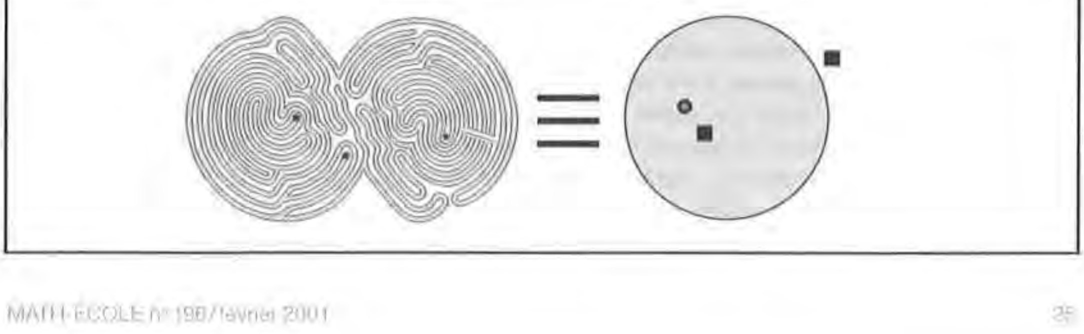


Figure 5

**But du jeu**: a) trouver un chemin qui relie les deux petits carrés; b) en partant du point gris, trouver un chemin qui amène en dehors du labyrinthe.
Mission impossible, puisque nous nous trouvons en face d'un pseudo-labyrinthe communément appelé courbe de Jordan (voir encadré).



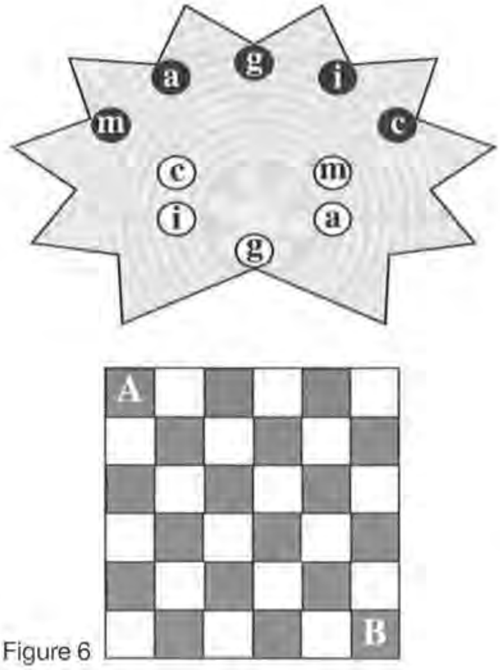



Figure 6

### Labyrinthes à tracés virtuels

Pour le jeu ci-contre, en haut : joindre par un tracé chaque lettre du puzzle à son homologue (joindre la lettre « m » à « m », « g » à « g », etc.), et cela sans entrecroisements. Pour le jeu du bas : partir de A pour arriver à B en passant diagonalement par toutes les cases noires de l'échiquier, en évitant de passer plus d'une fois par la même intersection (le point de jonction entre deux cases de même couleur).

### Comment « résoudre » un labyrinthe

Il est mathématiquement possible de résoudre un labyrinthe, mais le calcul serait d'une telle complexité qu'il vaut bien mieux employer une méthode plus « naturelle », voire, se fier à sa propre intuition. La méthode de la « main droite au mur » est certainement la plus simple ; elle consiste à se déplacer en faisant glisser sa main droite sur une des parois ou des haies du labyrinthe, sans jamais s'en détacher. Toutefois, si le labyrinthe comporte des « îlots », cette méthode ne vaudra pas pipette (rassurez-vous, la plupart des labyrinthes à but ludique n'en ont pas). La méthode de Trémaux, plus sûre, consiste à marquer à chaque carrefour l'entrée du chemin que vous empruntez en évitant, par la suite, de réemprunter une entrée qui porte deux marques. Cela, comment dire... prendra un certain temps pour vous en sortir ! Vous pouvez aussi essayer de schématiser le labyrinthe sur papier (voir exemple, fig. 7) avant de vous y aventurer. Cela a l'avantage de vous offrir une vue d'ensemble plus cohérente qui vous permettra de mieux vous y déplacer pour atteindre votre but.

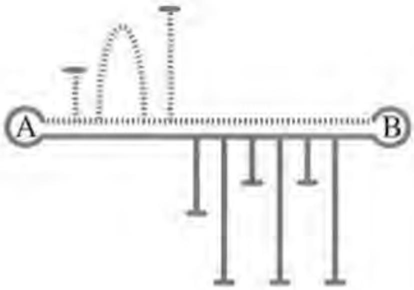
La méthode la plus concluante serait la méthode chimique. Vous pouvez faire appel à la propagation d'une réaction chimique, dite de Belousov-Zhabotinsky (sic). Des chercheurs ont trouvé qu'il était possible de déterminer le chemin le plus court d'un labyrinthe en examinant la propagation d'un catalyseur dans des labyrinthes gravés sur du plastique. Les fourmis utilisent également une méthode chimique pour trouver le chemin le plus court entre plusieurs points. Chemin faisant, elles imprègnent leur trajet avec des phéromones (leur odeur « corporelle »). Le trajet le plus court, étant parcouru plus rapidement dans les deux sens, sera plus fortement imprégné ; les autres fourmis suivront donc cette piste prioritairement et, plus le chemin sera emprunté, plus il sera « marqué » (voir illustration explicative à la fig. 8).

Contrairement aux fourmis, nous terminerons ici ce périple mathématico-historique du labyrinthe. Les prochains chapitres traiteront des pavages labyrinthiques, encore de belles découvertes en perspective !

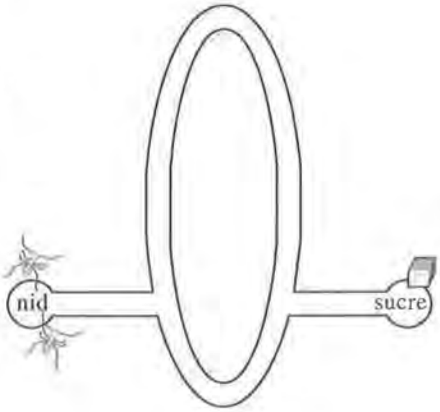

©98, Sarcone & Waeber, Lausanne

Figure 7

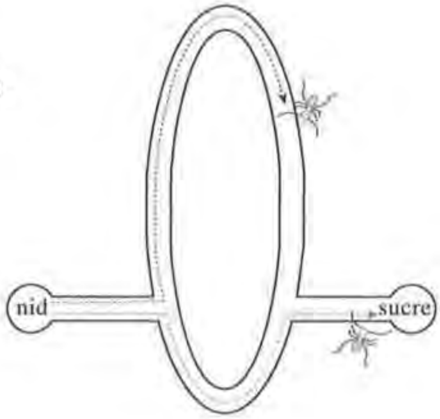
Etirez mentalement le trajet du labyrinthe qui mène au but, mis en évidence par **deux** lignes (continue et pointillée, voir ci-contre), et disposez-le comme illustré ci-dessous. Nous obtenons ainsi un schéma du parcours facile à suivre, qui vous permet d'éviter les culs-de-sac (signalés par une seule ligne).




a)




b)




c)

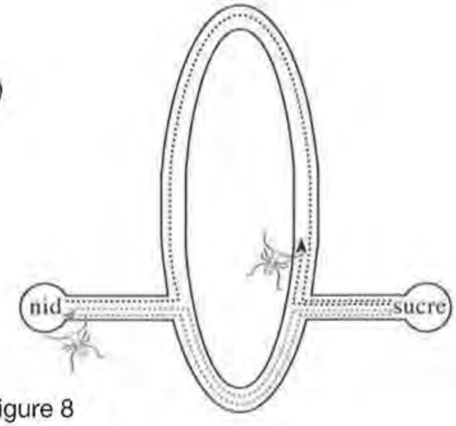
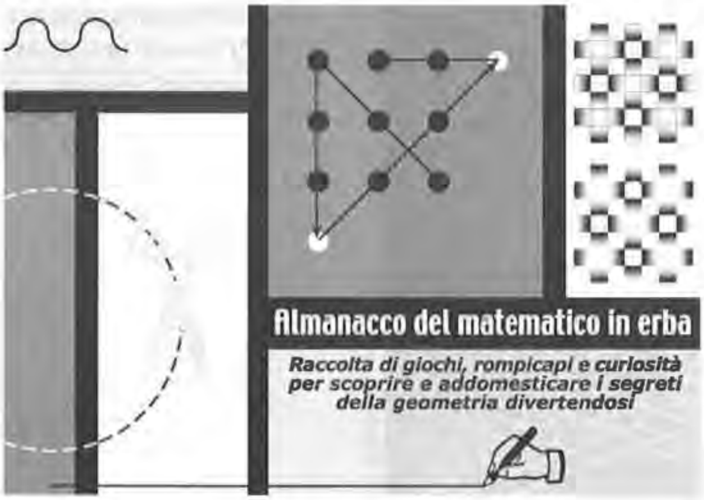



Figure 8

**Pistes aux phéromones**

Les fourmis quittent leur nid en quête de nourriture (fig. 8.b). Celles ayant emprunté le chemin le plus court retournent au nid plus rapidement (fig. 8.c) laissant une piste plus fortement imprégnée, que les autres fourmis emprunteront automatiquement.


Almanacco del matematico in erba
Raccolta di giochi, rompicapi e curiosità per scoprire e addomesticare i segreti della geometria divertendosi

# Tournoi d'échecs

**Augustin Genoud**
**Savièse**

Lors d'un tournoi d'échecs composés d'un nombre pair de joueurs (minimum 4 joueurs), on souhaite que chaque concurrent (numérotés 1, 2, 3, 4, 5, ... dans les schémas) rencontre une seule fois chacun des autres concurrents et on désire organiser le tournoi de sorte que tous les joueurs puissent jouer en même temps.

Ainsi, dans chaque ligne, tous les joueurs doivent apparaître. Voici l'organisation du tournoi dans le cas de 4 et 6 joueurs. On considérera deux schémas d'organisation comme différents uniquement si des rencontres par ligne diffèrent. Ainsi, on vérifiera aisément que le schéma pour 4 joueurs est unique et on vous présente 2 schémas différents pour un tournoi de 6 joueurs.

4 joueurs

| | |
|---|---|
| 1-2 | 3-4 |
| 1-3 | 2-4 |
| 1-4 | 2-3 |

6 joueurs

| | | |
|---|---|---|
| 1-2 | 3-4 | 5-6 |
| 1-3 | 2-5 | 4-6 |
| 1-4 | 2-6 | 3-5 |
| 1-5 | 2-4 | 3-6 |
| 1-6 | 2-3 | 4-5 |

6 joueurs

| | | |
|---|---|---|
| 1-2 | 3-4 | 5-6 |
| 1-3 | 2-6 | 4-5 |
| 1-4 | 2-5 | 3-6 |
| 1-5 | 2-3 | 4-6 |
| 1-6 | 2-4 | 3-5 |

Voici aussi deux schémas possibles pour 8 ou 10 joueurs :

10 joueurs

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1-2 | 3-4 | 5-6 | 7-8 | 9-10 |
| 1-3 | 2-4 | 5-7 | 6-9 | 8-10 |
| 1-4 | 2-3 | 5-8 | 6-10 | 7-9 |
| 1-5 | 2-6 | 3-7 | 4-10 | 8-9 |
| 1-6 | 2-7 | 3-8 | 5-10 | 4-9 |
| 1-7 | 2-10 | 3-6 | 4-8 | 5-9 |
| 1-8 | 2-9 | 3-5 | 7-10 | 6-4 |
| 1-9 | 2-5 | 3-10 | 4-7 | 6-8 |
| 1-10 | 2-8 | 3-9 | 4-5 | 6-7 |

8 joueurs

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1-2 | 3-4 | 5-6 | 7-8 |
| 1-3 | 2-4 | 5-7 | 6-8 |
| 1-4 | 2-3 | 5-8 | 6-7 |
| 1-5 | 2-6 | 3-7 | 4-8 |
| 1-6 | 2-5 | 3-8 | 4-7 |
| 1-7 | 2-8 | 3-5 | 4-6 |
| 1-8 | 2-7 | 3-6 | 4-5 |

Questions pour un tournoi de 4, 6, 8, 10, 12, ... joueurs :

Y a-t-il toujours un schéma possible ?
Si oui, existe-t-il une méthode pour le ou les trouver facilement ?
Combien y en a-t-il de différents ?

## 9e Rallye mathématique transalpin

## épreuve II

mars 2001

[ndlr] *La première épreuve du 9e RMT s'est déroulée dans 250 classes de Suisse romande des degrés 3 à 8. (V. Math-Ecole 195). Les problèmes ont été jugés très intéressants par les animateurs qui ont trouvé beaucoup de plaisir à les analyser. La publication des analyses, prévue dans ce numéro, est remise au prochain. Dans l'attente, voici les problèmes de la deuxième épreuve, passée dans les mêmes classes à la fin de mars 2001.*

### 1. Les boîtes de couleur (Cat. 3)

Sur une étagère, il y a une rangée de boîtes.

- Il y en a moins de 20.
- Quatre boîtes sont jaunes, les autres sont rouges.
- Entre une boîte jaune et une autre boîte jaune la plus proche, il y a toujours trois boîtes rouges.
- La troisième boîte depuis la gauche est jaune et la septième boîte depuis la droite est aussi jaune.

**Dessinez la rangée de boîtes et coloriez-les.**

### 2. La collection de Léon (Cat. 3, 4)

Léon a gardé les bougies de ses gâteaux d'anniversaire depuis l'âge de 1 an jusqu'à aujourd'hui. Chaque année toutes les bougies du gâteau étaient neuves.

Léon possède actuellement 91 bougies.

**Quel âge a-t-il?**

**Notez comment vous avez trouvé l'âge de Léon.**

### 3. Bar du Parc (Cat. 3, 4)

Au Bar du Parc, Jules prépare des jus de fruits. Il a quatre sortes de fruits: des ananas – des oranges – des kiwis – des bananes.


Anne a choisi un jus «orange-ananas»,
Bertrand a choisi un jus «orange»,
Caroline a choisi le mélange des «quatre sortes de fruits»,
et il y a encore beaucoup d'autres choix possibles.

**Avec ses quatre sortes de fruits, combien de jus de fruits différents Jules peut-il préparer pour ses clients?**

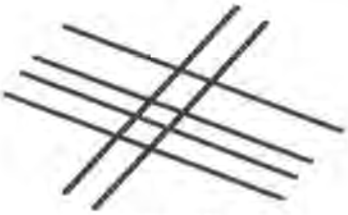
**Indiquez lesquels.**

**4. Croisements** (Cat. 3, 4)

David a 10 baguettes. Il place quelques baguettes dans une direction, puis il en place d'autres, par dessus, dans une autre direction.

Finalement, il compte les croisements obtenus. (Chaque baguette de dessus doit croiser toutes celles de dessous, comme sur les figures suivantes. Il n'est pas nécessaire d'utiliser toutes les 10 baguettes.)

Voici ses trois premiers essais et les nombres de croisements obtenus :



8 croisements

5 croisements

20 croisements

**Cherchez tous les autres nombres de croisements que David peut obtenir.**

Expliquez comment vous les avez trouvés.

**5. La Mosaïque** (Cat. 3, 4, 5)

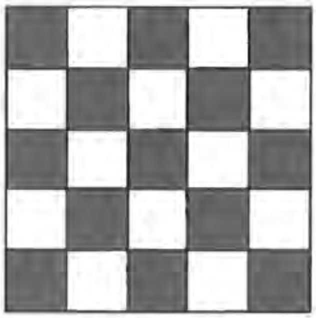
Mireille a 55 carrés blancs et 75 noirs, de même taille. Elle désire construire une mosaïque carrée, la plus grande possible, avec un carré noir au centre.

- Elle commence par placer un carré noir (figure 1),
- elle entoure entièrement le carré noir de nouveaux carrés, en alternant les couleurs (figure 2),
- elle continue en entourant la figure 2 de nouveaux carrés, en alternant toujours les couleurs (figure 3),
- et ainsi de suite.

figure 1

figure 2

figure 3

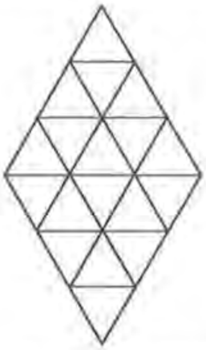


**Combien de carrés blancs et combien de carrés noirs lui restera-t-il lorsqu'elle aura construit sa mosaïque carrée la plus grande possible, avec un carré noir au centre?**

**Dessinez la mosaïque de Mireille et expliquez comment vous avez trouvé le nombre des carrés qui restent.**

**6. Monsieur Triangle** (Cat 4, 5)

Voici la cour de Monsieur Triangle.
Il l'a pavée entièrement avec des dalles triangulaires de 1 mètre de côté.
Son voisin a une cour qui a aussi la forme d'un losange, mais qui mesure 6 mètres de côté. Il veut également la recouvrir de dalles triangulaires d'un mètre de côté.

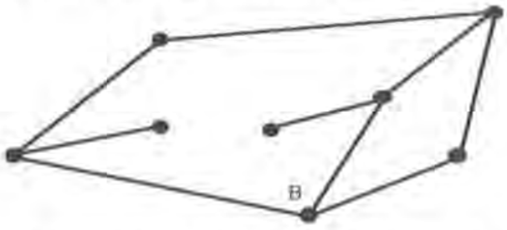


**De combien de dalles le voisin de M. Triangle a-t-il besoin pour recouvrir sa cour? Expliquez comment vous avez trouvé.**

**7. Le réseau routier** (Cat. 4, 5, 6)

Sur cette carte routière, chaque point est une ville et chaque trait représente une route reliant deux villes.

La ville B est déjà notée à sa place.




La ville D est reliée directement aux villes A et B.
La ville C est reliée directement aux villes D, F et G.
La ville H est reliée seulement à la ville E.

**Notez où sont situées les villes A, C, D, E, F, G et H.**

**Trouvez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.**

**8. Les tantes et les oncles de Claude** (Cat. 5, 6)

Claude dit:
- ma tante Jeanne a deux sœurs et deux frères,
- ma mère a deux frères et une sœur,
- tous mes oncles et toutes mes tantes sont célibataires.

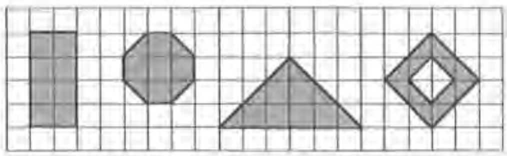
**Combien Claude a-t-il de tantes et combien a-t-il d'oncles?**

**Décrivez comment vous avez trouvé la solution.**

**9. Décoration** (Cat. 5, 6, 7)

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.

Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur:



- 18 pots de rouge pour une des figures
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- 27 pots de jaune pour une autre figure
- des pots de noir pour la figure qui reste.

A la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

**Indiquez la couleur de chaque figure.**

**Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés?**

**Expliquez comment vous avez trouvé.**

**10. Une photo entre amies** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Ada, Bea, Dina, Eva e Giulia veulent faire une photo souvenir.

Trois d'entre elles seront assises au premier rang et les deux autres seront debout, au second rang.

Elles décident de se faire photographier plusieurs fois par le père de Giulia, en changeant chaque fois de place. Ada et Bea, qui sont des amies intimes veulent cependant être toujours l'une à côté de l'autre.

La séance de photos commence et, à un certain moment, Dina dit que, si Ada et Bea ne veulent pas se séparer, toutes les photos possibles ont déjà été prises.

**Combien de photos ont-elles été prises jusqu'à ce moment?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**11. Les sacs d'école** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Un marchand vend deux sortes de sacs d'école, des grands et des petits.

- Le prix d'un grand sac est le double de celui d'un petit.
- Le premier jour d'école, il vend 15 petits et 9 grands sacs.
- Le jour suivant, il vend 9 petits et 15 grands sacs et encaisse 180 euros de plus que le jour précédent.

**Quel est le prix de chacun des sacs?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**12. Les maisons mitoyennes** (Cat 6, 7, 8)

Dans cinq maisons côte à côte, vivent cinq personnes dont les noms et les nationalités sont différentes. Chacune pratique un sport différent des autres et a son chanteur préféré, aussi différent des autres. On sait encore que:

1. Angelo est américain.
2. Le Français habite dans la maison rouge.
3. Sandro passe la plupart de son temps à nager, à la piscine.
4. David habite la maison rose.
5. Le Portugais est un gymnaste.
6. Dans la maison orange, on écoute des chansons de Madonna.
7. L'Italien n'écoute que les Beatles
8. La maison orange est juste à gauche de la maison jaune.
9. Le chanteur préféré de la maison du milieu est Vasco Rossi
10. Le Suisse habite la première maison, à gauche.
11. David habite la maison voisine de celle du joueur de tennis.
12. Valerio écoute toujours Pavarotti.
13. Le Portugais déteste Madonna.
14. Le Suisse habite la maison à côté de la bleue.
15. Mario est le voisin d'un joueur de football.

**Qui écoute toujours Adriano Celentano?**

**Qui pratique le ski?**

**Expliquez votre solution.**

**13. La collection de Léon** (Cat. 6, 7, 8)

Léon a gardé les bougies de ses gâteaux d'anniversaire depuis l'âge de 1 an jusqu'à aujourd'hui. Chaque année toutes les bougies du gâteau étaient neuves.

Une seule fois, à l'âge de 15 ans, il n'a pas soufflé ses bougies et elles ont brûlé jusqu'au bout.

Léon possède actuellement 2001 bougies.

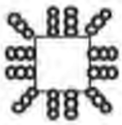
**Quel âge a-t-il aujourd'hui?**

**Notez comment vous avez trouvé l'âge de Léon.**

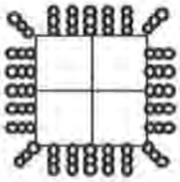
**14. Tapis carrés** (Cat. 7, 8)

La maison MOMBO TAPIS S.A. ne fabrique que des tapis carrés, constitués de carrés blancs et d'une bordure de chaînettes.
Voici les quatre premiers modèles: 1x1, 2x2, 3x3, 4x4. Les modèles 5x5 à 12x12 sont en stock. La maison fabrique encore des modèles plus grands, sur commande.

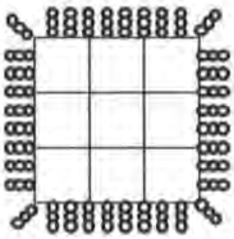
modèle 1



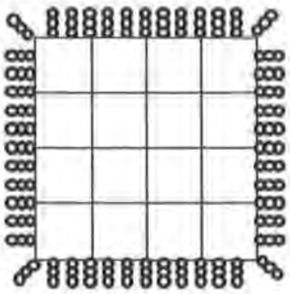
modèle 2



modèle 3



modèle 4



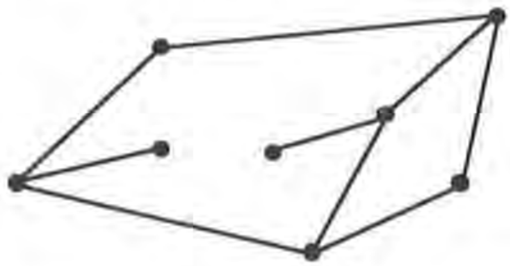
Un client, M. Ali, demande un modèle où le nombre de carrés blancs est le même que celui des chaînettes.
Un autre client, M. Baba, demande un modèle où il y a 40 carrés blancs de plus que de chaînettes.

**La maison MOMBO TAPIS pourra-t-elle répondre à leurs demandes?**

**Expliquez vos réponses.**

**15. Le réseau routier** (Cat. 7, 8)

Sur cette carte routière, chaque point est une ville et chaque trait représente une route reliant deux villes.



La ville D est reliée directement aux villes A, B et C.
La ville C est reliée directement aux villes D, F et G.
La ville H est reliée seulement à la ville E.

**Notez où sont situées les villes A, B, C, D, E, F, G et H.**

**Trouvez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.**

**16. La distance** (Cat. 8)

Chaque matin, à la même heure, M Rossi quitte sa maison, en scooter, pour se rendre à son travail. S'il roule à une vitesse moyenne de 20 km/h, il arrive à son bureau à 8h15, mais s'il roule à une vitesse moyenne de 30 km/h, il arrive à son bureau à 7h45.

**Pouvez-vous dire quelle est la distance entre le bureau et le domicile de M. Rossi?**

**Expliquez votre raisonnement.**

# Notes de lecture

## SAVOIR DÉNOMBRER ET SAVOIR CALCULER AU CYCLE 5/8

Annick Sacré et Pierre Stegen, Université de Liège
Collection « Construire les apprentissages en cycles »
Ed. Labor Bruxelles (2000)

C'est avec grand plaisir que nous avons découvert ce petit ouvrage de Pierre Stegen et Annick Sacré, qui nous en avaient déjà donné quelques aperçus au travers d'articles parus dans *Math-Ecole*, dès 1999 : *Le carré magique pour faire 10* (188), *Du carré magique pour faire 10 au carré magique pour faire 1* (189), *Mettre en place une situation ludique d'apprentissage des mathématiques, une activité qui se prépare* (191), *La préparation, un moment-clé pour la mise en place de nouvelles pratiques didactiques* (194).

L'ouvrage est présenté comme un manuel, centré sur la construction des compétences numériques au cycle 5/8 (premier cycle, selon la nouvelle organisation scolaire de Belgique, pour les élèves de 5 à 8 ans). Il se divise en deux grandes sections :

la première regroupe une quarantaine de propositions d'activités ludiques,

la deuxième section, plus théorique, présente des réponses didactiques à des questions concrètes que peuvent se poser les enseignants lors de la mise en place de ces activités.

### 1. Les activités

Chacune de ces activités ludiques est décrite sur une page de droite, et ses commentaires, figurent en regard, sur la page de gauche. Elles sont elles-mêmes organisées en quatre parties :

- 12 activités pour dénombrer et quantifier : sur la chaîne numérique (comptines), la mémorisation de collections, les recouvrements, la décomposition d'un nombre, le dénombrement de quantités, l'association de différentes représentations d'une même quantité ;

- 8 activités pour dénombrer et comparer, où la comparaison se fait à chaque étape (voir le *Jeu de bataille* qui suit) puis en une seule fois en fin de partie ;

- 12 activités sur les structures additives, sous forme de jeux avec des cartes ou des dés, de carrés magiques, de réussites, de décompositions… ;

- 12 activités sur les structures multiplicatives, où les opérations se font tout d'abord de manière très concrète, sans devoir nécessairement recourir à la transcription en langage mathématique, puis conduisent à des reconstructions et des mémorisations : *Le Toucan*, (voir *Jeu de la Corneille* dans *Math-Ecole* 191), *Jeu de Yam*, *Le loto des multiplications*, *Mémory multiplicatif*…

Pour se faire une idée plus précise des activités de l'ouvrage, nous en reproduisons quelques pages, tirées du chapitre **Des activités pour dénombrer et comparer.** Il s'agit du *Jeu de bataille* et d'un de ses développements, *Le jeu de bataille avec les schèmes éclatés*, accompagnés de leurs commentaires didactiques : *Pourquoi mettre en place des activités de comparaison de quantités ?* et de quelques remarques concernant les variables de ces activités : *Comment éviter des parties de bataille trop longues ? Garder les cartes traditionnelles ou les transformer ? « 1 » ou « as » ?*

## Des activités où la comparaison se fait à chaque étape du jeu

### *Le jeu de bataille*

Il s'agit de l'adaptation d'un jeu de cartes traditionnel. On peut le proposer, dès la 1ère ou la 2ème maternelle, à des enfants qui maîtrisent la chaîne numérique jusqu'à 3 (au moins). Douze cartes sont nécessaires dans cette première version du jeu: les quatre cartes de chacune des valeurs 1, 2 et 3. On répartit les douze cartes entre les deux joueurs. La partie peut commencer: les deux joueurs présentent la carte qui se trouve au-dessus du paquet qu'ils ont en mains (ou posé sur la table). Les enfants doivent comparer les collections représentées sur les deux cartes, puis établir quelle collection est la plus grande. C'est le joueur qui a déposé la carte sur laquelle est représentée la plus grande collection qui empoche les deux cartes. Le gagnant dépose les cartes gagnées sur le côté. Lorsque les deux collections sont de même quantité, il y a bataille, les joueurs recouvrent ces deux cartes par deux nouvelles cartes, la comparaison détermine celui qui emporte toutes les cartes déposées. Et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un des deux joueurs ait gagné toutes les cartes.

Les enfants peuvent jouer avec les six premières valeurs puis progressivement, pour ceux qui en sont capables, avec les dix premiers nombres. Au fil des parties, les enfants vont se familiariser avec les cartes et reconnaître visuellement certaines valeurs. C'est pourquoi, il est bon, lorsqu'on constate cette reconnaissance visuelle des schèmes utilisés sur les cartes pour représenter les différentes valeurs, de proposer aux enfants un autre matériel (des cartes où les quantités sont représentées différemment).

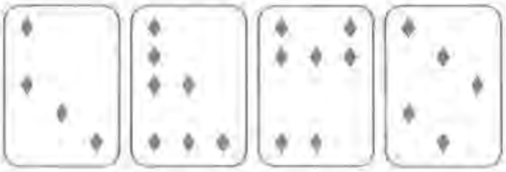
### *Le jeu de bataille avec les schèmes éclatés*

Le principe reste le même que celui du jeu de bataille traditionnel, ce sont les cartes qui changent. Le jeu de cartes traditionnel représente toujours de la même manière les mêmes valeurs. Le jeu de cartes utilisé ici sera construit par l'enseignant et/ou par les enfants. Pour ce faire, on utilisera des gommettes de différentes formes, couleurs et tailles. Ce matériel permettra de représenter la valeur 6, par exemple, de plusieurs façons différentes, certaines occupant presque toute la surface de la carte quand d'autres présentent les 6 formes massées dans un coin de la carte.

La distribution des cartes, la comparaison des quantités, la manière de gérer les batailles éventuelles... sont les mêmes que pour le jeu traditionnel. L'intérêt du jeu réside dans le fait qu'il nécessite le recours presque obligatoire au ***dénombrement***. Les quantités n'étant plus organisées comme sur le jeu de cartes traditionnel, l'enfant, lorsqu'il se trouve face à une carte de valeur supérieure à 3 ou 4, est amené à dénombrer pour s'assurer de la quantité déposée.

Comme le jeu précédent, on peut l'organiser en se limitant aux quelques premières valeurs, pour petit à petit jouer avec les nombres jusque 9 ou 10. Les cartes proposées aux enfants sont fonction de leurs compétences numériques.

Exemples de cartes construites à l'aide de schèmes éclatés



Commentaires didactiques des activités précédentes :

***Pourquoi mettre en place des activités de comparaison de quantités ?***

Lorsqu'on demande à l'enfant de comparer des quantités, il est important qu'il puisse se fier à ce qu'il connaît, et non uniquement à ce qu'il voit. Pourquoi opposer ces deux façons de procéder ?

Depuis les travaux de Piaget, une technique souvent utilisée pour permettre aux enfants de comparer des quantités est l'établissement de la **correspondance terme à terme**.

Nous avons pris pour principe, lors des comparaisons de quantités, de permettre aux enfants de se fier à ce qu'ils connaissent, c'est-à-dire à l'ordre des nombres dans la **chaîne numérique**, aux quantités que les nombres de la partie maîtrisée de chaîne numérique représentent… C'est pourquoi, dans les activités présentées ci-dessous, on veille toujours à avoir une certaine maîtrise des quantités que l'enfant aura à comparer, de manière à éviter le recours à des procédés tels que la correspondance terme à terme.

Dans cette section, deux grands types d'activités sont présentés :

– dans un premier groupe d'activités, l'adulte a un contrôle complet des quantités que l'enfant sera amené à comparer. Ce sont des activités où l'enfant doit établir une comparaison de quantités à chaque tour ;
– dans un second groupe, nous avons rassemblé des activités où une seule comparaison est établie (en fin de partie). Cette comparaison porte sur des nombres plus grands, qu'il n'est pas toujours possible de prévoir car ils dépendent des gains de chaque enfant au cours du jeu. Il existe cependant des moyens pour limiter, dans une certaine mesure, les collections sur lesquelles porteront les comparaisons. Ils seront expliqués pour chaque activité.

**Comment éviter des parties de bataille trop longues ?**

Pour éviter des parties trop longues ou la manipulation d'un nombre trop important de cartes, on veillera à limiter, lors des premières parties ou avec des jeunes enfants, le nombre de cartes sélectionnées à une douzaine. Pour ce faire, on prendra, par exemple, si on joue sur les nombres de 1 à 5, deux cartes de valeur 1, deux cartes de valeur 2, quatre cartes de valeur 3, deux cartes de valeur 4 et deux cartes de valeur 5.

Pour que les enfants comprennent qu'il s'agit de comparer les quantités représentées sur les cartes et de désigner celle des deux cartes qui comporte la représentation du plus grand nombre, la formulation de la question est importante. Plusieurs formulations sont parfois nécessaires ; celle qui s'est révélée la plus efficace étant « sur quelle carte y a-t-il le plus de dessins ? »

**Garder les cartes traditionnelles ou les transformer ?**

Lorsque l'on demande à un jeune enfant de dire combien il y a de dessins sur une carte à jouer traditionnelle (de valeur 3, par exemple), il arrive qu'il soit tenté de compter tous les dessins, y compris ceux se trouvant aux quatre coins de la carte et qui annoncent la couleur de la carte (et ainsi, de répondre 7 au lieu de 3). Pour éviter cela, on peut couper les quatre coins des cartes utilisées pour jouer à la bataille. Cette façon de procéder présente l'avantage d'éliminer de la carte l'écriture chiffrée du nombre… qui risque de devenir rapidement, pour les enfants plus âgés, un indice de la quantité représentée sur la carte.

**« 1 » ou « as » ?**

La suppression des coins des cartes leur donne aussi un autre aspect ; cela permet parfois de faciliter l'acceptation, par les enfants, de la valeur 1 pour la carte 1. Dans les jeux de cartes traditionnels, la carte 1 est souvent la plus forte. Dans le jeu de bataille présenté ici, la comparaison des cartes se base uniquement sur le nombre de dessins qu'elles comportent. Pourquoi une carte avec un seul dessin devrait-elle être considérée comme plus forte que celle avec quatre dessins?

Référence à DANDOY, W. et GODET, R., *Constructions mathématiques*, Bruxelles, Labor, 1993.

## 2. Considérations d'ordre didactique

La deuxième partie de l'ouvrage est plus théorique. Il s'agit d'une trentaine de pages, bien lisibles, dont le but est de fournir aux enseignants quelques repères didactiques pour structurer les compétences numériques. Les auteurs y posent des questions, fort pertinentes selon nous:

*Qu'est-ce qu'un nombre? Les mots-nombres manipulés au cycle 5/8 sont-ils bien tous des nombres? Quelles sont les compétences à maîtriser pour dénombrer une collection? Comment se construit la chaîne numérique verbale? Quelles sont les compétences à développer pour dénombrer et quantifier une collection? Comment assurer le passage de la formulation orale d'un nombre à son codage écrit? Au niveau de l'école maternelle, faut-il privilégier l'écriture des nombres? Comment les élèves arrivent-ils à maîtriser des structures additives? et des structures multiplicatives?*

A propos de cette dernière question, les auteurs mettent en évidence les différentes étapes de la construction du concept de multiplication et, en particulier, le problème de sa commutativité. Ils expliquent aussi clairement leurs choix didactiques: «Dans ce livre, nous avons fait le choix d'amener les élèves à construire progressivement la technique opératoire liée aux structures multiplicatives. L'accent est mis sur des contextes diversifiés dans lesquels les élèves rencontrent ces structures. Il ne s'agit pas, à ce stade, de faire comprendre des règles de calcul ou des propriétés des opérations. Progressivement, les écritures multiplicatives serviront à décrire un moment de la situation de jeu avant de devenir à leur tour objet d'apprentissage.» *Comment mettre en place une activité ludique d'apprentissage mathématique?* (Voir *Math-Ecole* 191).

Les commentaires de cette question mettent en évidence l'intérêt d'une réflexion sur les savoirs visés (en référence aux Socles de compétences adoptés en Belgique, rappelés en fin d'ouvrage), sur le statut de l'activité, sur les variables didactiques de la situation, sur la tâche de l'élève. Ces réflexions sont essentielles et incontournables dans une conception socioconstructiviste des apprentissages.

*Est-il suffisant de mettre en place des situations de jeu pour provoquer de nouveaux apprentissages? Pourquoi et comment organiser des moments de synthèse au terme de chaque activité?*

Ces dernières questions sont traitées en trois pages seulement, assorties d'exemples. C'est un peu court à notre sens et c'est le seul regret que nous pourrions adresser aux auteurs. Mais la discussion est amorcée et débouche sur ce qui doit suivre l'activité: le débat (les mises en commun) où le maître a un rôle essentiel à jouer pour que les élèves, d'une part «identifient le savoir en jeu et amorcent le passage de cette activité vers des apprentissages formalisés», d'autre part «confrontent leur démarche à celle d'autrui, s'aperçoivent qu'elle est plus ou moins efficace ou plus ou moins pertinente que celle de leurs condisciples... et prennent conscience de l'intérêt d'abandonner une stratégie trop lourde à mettre en œuvre».

En conclusion, voici un ouvrage à mettre en toutes les mains de ceux qui souhaitent poursuivre leur réflexion sur les premiers apprentissages numériques de 5 à 8 ans.

F.J.

## Courrier des lecteurs

### De la classe 310 du 7e RMT

*Chers collègues animateurs du rallye,*

*J'ai participé à plusieurs rallyes avec mes élèves (niveau 3-4) et je pense utile de vous faire part de quelques-unes de mes observations :*

- *les problèmes de logique, de surface et de volumes, entre autres, n'ont jamais correspondu aux anciens moyens d'enseignement de mathématiques.*

- *les élèves avaient chaque fois énormément de peine à s'organiser, à travailler en groupe.*

*En participant à tous ces rallyes, j'ai beaucoup appris sur ces nécessités de développer le travail de groupe. J'ai donc toujours beaucoup aimé voir, comment des élèves n'ayant pas encore été initiés aux moyens d'enseignement actuels, arrivaient à se débrouiller.*

*Maintenant que j'ai commencé à enseigner les mathématiques avec les nouveaux moyens d'enseignement, je vois à quel point des élèves, ayant eu le nouveau programme avec un matériel extrêmement varié et intéressant, devraient être un peu moins « dépaysés ».*

*Je me réjouis de participer aux prochains rallyes et je suis curieuse de voir comment mes élèves se comporteront. Rien ne me permet de dire que ça ira mieux!*

Monique Diacon-Hemmeler
Institutrice

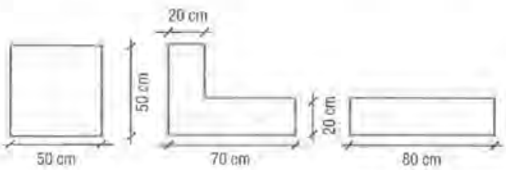
### D'un maître du Tessin à propos du problème 11 de la première épreuve du 9e RMT

*La solution proposée dans votre analyse a priori n'est pas optimale, j'ai trouvé qu'il est possible de placer les 9 pièces dans un rectangle de 120 sur 160 cm!*

[ndlr] Voici le problème et son analyse contestée. La solution de notre lecteur est effectivement incluse dans un rectangle de 120 x 160 cm, qu'aucune classe de Suisse romande et du Tessin n'a trouvée (nous attendons les résultats des autres pays). Avant de la publier, nous laissons les autres lecteurs, ou leurs élèves, se mettre à sa recherche. (Avec un livre offert en récompense à celui/celle qui en trouvera une!)

**Il Sarto (Le Tailleur)** (Cat. 5, 6, 7, 8)
Un sarto deve comprare una stoffa che costa 10 euro al metro. Il pezzo di stoffa, da tagliare da un rotolo, è alto 120 cm ed è uguale al dritto e al rovescio. Al sarto ne occorre un quantitativo sufficiente per ritagliare 3 quadrati, 3 figure a forma di « elle » e 3 rettangoli con le misure seguenti :

(Un tailleur doit acheter une étoffe, avec le même dessin sur les deux faces, qui coûte 10 euros au mètre. La pièce, à découper dans un rouleau, a 120 cm de largeur. Il en faut une quantité suffisante pour y découper 3 carrés, 3 figures en forme de « L » et 3 rectangles dont les mesures sont :)




Il sarto vuole spendere il meno possibile.
**Quanto deve essere lungo il pezzo di stoffa rettangolare che deve comprare?**
**Spiegate il vostro ragionamento e mostrate con un disegno come deve ritagliare le figure.**

(Le tailleur veut dépenser le moins possibile. **De quelle longueur doit être la pièce d'étoffe rectangulaire à acheter?**


**Expliquez votre raisonnement et montrez par un dessin comment il doit découper les figures.)**

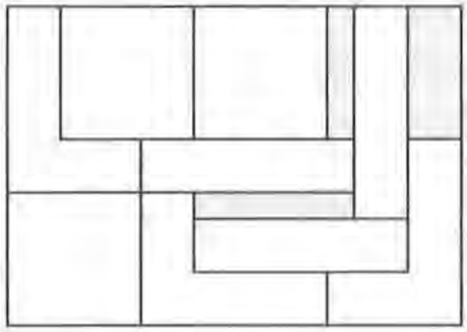
**Analyse a priori**

Domaine de connaissances
- Géométrie: pavage, aire

Analyse de la tâche
- Comprendre la situation, comprendre que la pièce d'étoffe est un rectangle avec une dimension connue et l'autre variable et que les figures doivent être juxtaposées et non superposées.
- Essayer de disposer les figures dans le rectangle le moins long possible.
- Comprendre que les différentes dispositions correspondent a des dépenses différentes.
- Chercher une des dispositions les meilleures (170 cm) par essais ou avec un raisonnement (par exemple, il faudra au moins 152,5 cm de longueur d'étoffe, par calcul de la surface totale, et, en juxtaposant les figures, on constate qu'on n'arrive pas à les placer dans une bande de 160 cm).

Attribution des points
4 Résultat optimal (170 cm) représenté par un dessin obtenu après comparaison de différentes dispositions (voir analyse de la tâche) avec une justification de la réponse ou une comparaison.
3 Résultat optimal, avec un dessin seulement
2 Résultat non optimal « 180 cm » justifié par un dessin ou réponse « 170 » justifié par l'aire 170 x 120.
1 Résultat compris entre 190 cm et 220 cm avec un dessin ou manque d'une ou deux pièces qui peut conduire à 160 ou résultat « 152,5 » tiré du calcul des aires.
0 Incompréhension du problème.

Etc.



**Solutions des cryptarithmes de M. Lamirel proposés dans le numéro 195 de *Math-Ecole***

1a) VIER peut être 3582, 3594, 3658 ou 4609, ce qui conduit, respectivement aux quatre valeurs de ZWOLF: 10746, 10782, 10974 ou 13827

1b) DREI peut être 2594, 2596, 2637, 3627, ... ce qui conduit, respectivement aux valeurs de ZWOLF: 10376, 10384, 10548, 14508... L'auteur parle de 24 solutions.

2. Il n'y a qu'une seule solution, qu'on obtient par raisonnement logique:

$$\begin{array}{r} 75850 \\ 35850 \\ +\ 254050 \\ \hline 365750 \end{array}$$

Les solutions proposées sont celles de M. Lamirel et de la rédaction, il y en a peut-être d'autres. Nous laissons aux lecteurs, ou à leurs élèves, le soin de les rechercher et de nous les communiquer.

## Abonnements et commandes

❑ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole* *(tarifs en page 2 de couverture).***

**Veuillez me faire parvenir :**

| | | |
|---|---|---|
| *Encyclopédie kangourou,* ACL | ... | (ex. à Fr. 28.–) |
| *Mathématiques du kangourou,* ACL | ... | (ex. à Fr. 28.–) |
| *Les annales du kangourou,* ACL | ... | (ex. à Fr. 29.–) |
| *Exos-malices,* ACL | ... | (ex. à Fr. 29.–) |
| *Histoire de Maths,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Faites vos jeux!* | ... | (ex. à Fr. 18.–) |
| *La magie du calcul,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Pythagore et Thalès,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Le monde des pavages,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Les maths & la plume,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Jeux et découvertes mathématiques,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Jeux mathématiques pour tous,* ACL | ... | (ex. à Fr. 19.–) |
| *Pliages mathématiques,* ACL | ... | (ex. à Fr. 17.–) |
| *Apprivoiser l'infini,* ACL | ... | (ex. à Fr. 25.–) |
| *100 Jeux mathématiques du «Monde»,* POLE | ... | (ex. à Fr. 27.–) |
| *Le système métrique, hier et aujourd'hui,* ADCS | ... | (ex. à Fr. 38.–) |
| *Jeux mathématiques du «Scientific American»,* ADCS | ... | (ex. à Fr. 38.–) |
| *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans,* N. Rouche, CREM | ... | (ex. à Fr. 26.–) |
| **PROBLÈMES DE RALLYES ET CONCOURS :** | | |
| *Actes des rencontres internationales de Brigue sur le RMT* | ... | (ex. à Fr. 18.–) |
| *Mille ans d'histoire des mathématiques (Tangente HS 10)* | ... | (ex. à Fr. 20.–) |
| *Fichier Evariste* APMEP | ... | (ex. à Fr. 25.–) |
| *Panoramath 96,* APMEP | ... | (ex. à Fr. 10.–)* |
| *Panoramath 2,* CIJM, APMEP, ACL | ... | (ex. à Fr. 15.–)* |
| *Panoramath 96, Panoramath 2* | ... | (ens. à Fr. 20.–)* |
| *50 Enigmes mathématiques pour l'école* | ... | (ex. à Fr. 14.–) |
| *50 Enigmes mathématiques faciles* | ... | (ex. à Fr. 16.–) |
| *52 Nouvelles énigmes mathématiques faciles,* POLE | ... | (ex. à Fr. 16.–) |
| *50 Enigmes mathématiques pour tous* | ... | (ex. à Fr. 16.–) |
| *52 Nouvelles énigmes mathématiques pour tous,* POLE | ... | (ex. à Fr. 16.–) |
| *50 Enigmes mathématiques pour lycéens* | ... | (ex. à Fr. 16.–) |
| *Anciens numéros de Math-Ecole* | ........................................... | (ex. à Fr. 4.–) |

Nom et prénom: ❑ Mme / ❑ M. ........................................................................................
Adresse (rue et numéro): ...............................................................................................
Localité (avec code postal): ..........................................................................................
Date: ................................ Signature: ...........................................................................

Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.
*En liquidation jusqu'à épuisement du stock.

Bulletin à retourner (photocopié) à: ***Math-Ecole, CP 54, 2007 Neuchâtel 7***

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7

## sommaire