Atelier : Articulation du logique et du numérique

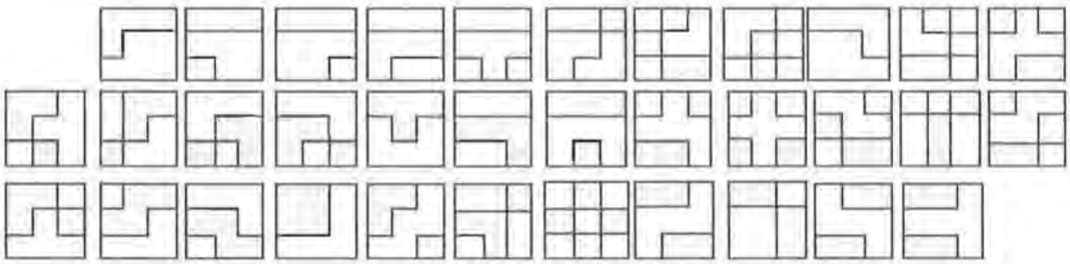
Math-Ecole, 1er décembre 2001, Neuchâtel

François Boule, CNEFEI Suresnes, France

Mon propos n'est pas théorique, l'atelier de Carlo Marchini ayant éclairé un aspect important de la Logique déductive ; c'est pourquoi je prendrai « logique » comme adjectif associé au terme « activité » ; ces activités, données ici à titre d'exemples et destinées à des enfants de 5 à 8 ans, ont sans doute pour visée de *rendre possible* la construction de la Logique.

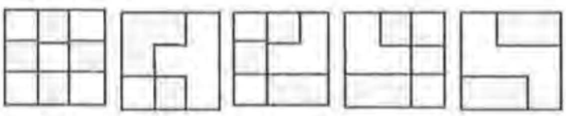
Le socle de ces activités est constitué par des classements. Aucune activité intellectuelle ne peut se dispenser de s'appuyer sur des classements, qu'il s'agisse de la vie courante ou de résolutions de problèmes plus élaborées.

Le premier exemple que je vous propose ne s'adresse pas à des enfants, mais à des adultes. Il concerne la construction des concepts, et on y reconnaîtra certainement une approche voisine de celle de Britt-Mary Barth[1]. Le matériel est dû à E. De Bono, mathématicien anglais, et composé de petits carrés de cartons de 3 × 3 carreaux ainsi construits : on a colorié quatre carreaux sur neuf de toutes les façons possibles.

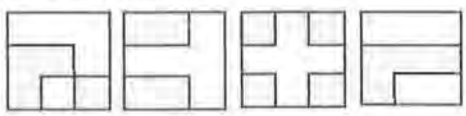


La règle du jeu est la suivante : choisir au hasard 8 pièces ; puis **trouver une règle** qui permette d'en faire une partition 4 + 4. Montrer cette partition, et faire deviner le critère qui a permis de l'établir. Exemple :

Ils sont « truc »



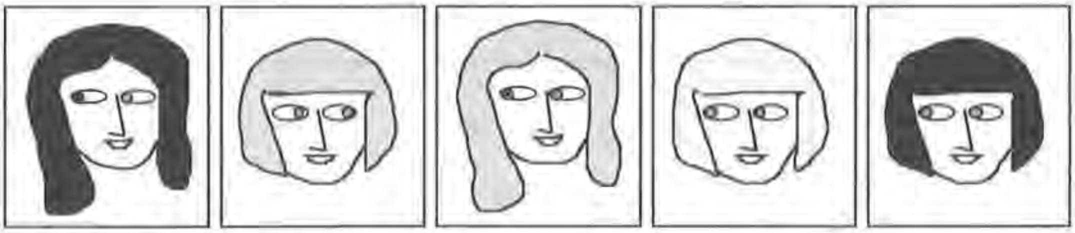
Ils ne sont pas « truc »



1. BARTH, Britt-Mary, *l'Apprentisage de l'abstraction*, Retz, Paris, 1987

Qu'est-ce qu'être « truc » ?

Une foule de critères peuvent se présenter, selon que l'on examine les parties grises ou les parties blanches, leur nombre, leur contiguïté, ou bien des alignements, des coins, des bandes, le carré central, etc. C'est cette mutiplicité de regards possibles sur un même objet qui rend l'activité difficile pour un jeune enfant ; les critères évoqués font appel à du numérique, du topologique, du projectif... Mais la distinction d'un critère, et la vérification par la mise à l'épreuve de la partie complémentaire est une bonne illustration de la « construction en acte » d'un concept. Cette activité, comme beaucoup des suivantes, est d'abord *muette* (construire une partition), puis *verbale* (énoncer, vérifier un critère). Le rôle du langage est de communiquer une construction intellectuelle, mais aussi de *condenser* cette activité, de la symboliser, d'en faciliter la mémorisation (cf. Henri Wallon[2]). Il est possible que le critère annoncé ne soit pas celui qui a présidé à la partition. Cette confrontation (verbale) est enrichissante ; il reste à examiner si les deux critères sont compatibles ou non, équivalents ou non etc. D'autres exemples viendront illustrer cela.



Autre exemple de classement, accessible à des enfants de 5–6 ans

On donne une collection extraite, qui comporte un intrus, qu'il s'agit de trouver.

La recherche d'un intrus est *a priori* plus simple qu'un classement ordinaire. G. Bateson[3] définit ainsi une information : « Une différence qui fait la différence ». Il est plus facile de repérer une différence qu'une ressemblance. La disproportion (un objet/une collection) facilite le repérage intuitif qu'il s'agit ensuite d'expliciter. Cette première distinction opérée, on propose une autre situation qui mettra à jour un autre critère etc. Ainsi s'approfondit la lecture des images, par ordre d'évidence décroissante. Mais l'évidence des uns n'est pas celle de tous ; la confrontation permet l'approfondissement.

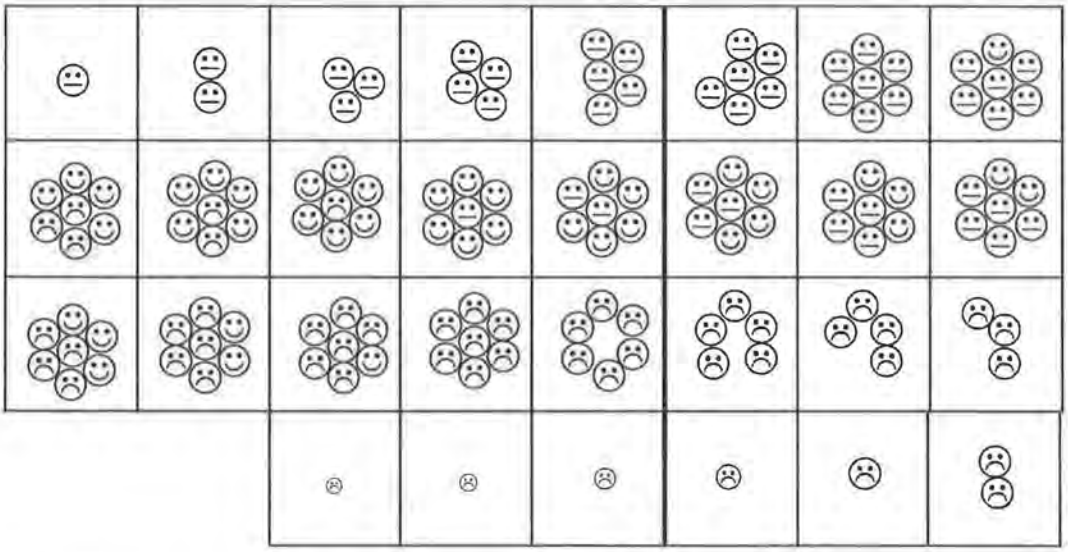
Un autre type d'activité logique est plus spécifiquement liée au TEMPS, en ceci qu'il s'agit de ranger des objets selon un axe orienté. C'est le cas des étapes d'un récit, de la suite numérique, d'une mélodie, etc. Deux régularités possibles se présentent : le phénomène est **périodique** (une période, et une répétition) ou bien il est **progressif** (c'est à dire régi par une relation d'ordre). Il faut préciser cependant qu'une relation d'ordre suppose la transitivité, alors qu'une liste (la « liste numérique » par exemple) est une structure moins riche ; on n'y dispose que de la succession immédiate. C'est ce qui se produit pour des enfants de 4–5 ans : il connaissent le nombre qui en suit immédiatement un autre, mais ne savent pas en comparer deux sans recourir aux intermédiaires.

2. WALLON, Henri, *La Vie mentale*, Editions sociales, Paris, 1982

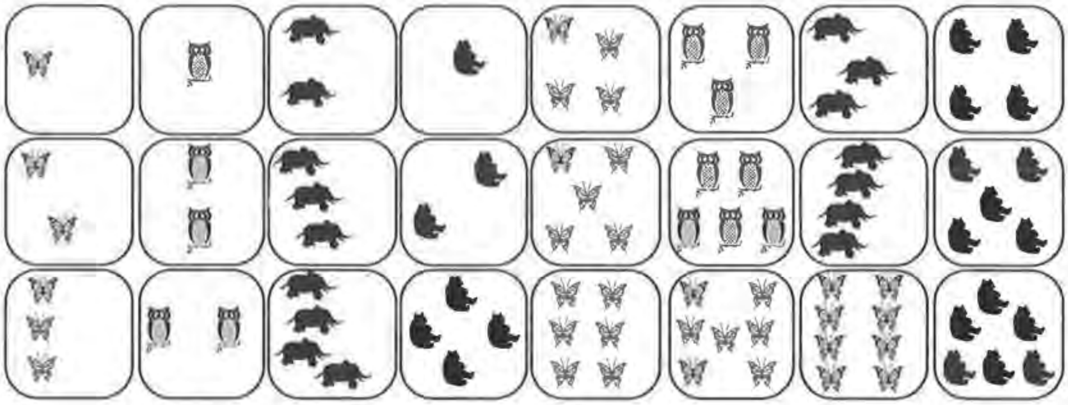
3. BATESON, Grégory, *La Nature et la pensée*, Seuil, Paris, 1979.

Exemple de liste à construire: ***Histoire en trente épisodes***. On donne les deux premiers éléments; il faut construire l'histoire complète.

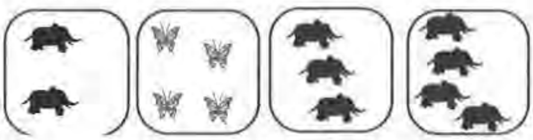
La consigne ne fait nullement allusion à du numérique. Néanmoins le dénombrement intervient implicitement (spontanément).



C'est ici que se présente l'articulation du logique et du numérique. Comment procéder avec des enfants en grande difficulté pour intégrer la quantité au-delà de trois ou quatre? Voici une proposition.



Le matériel ci-dessus se prête à divers jeux d'intrus. Exemple 1:



Quelle est la carte-intrus?

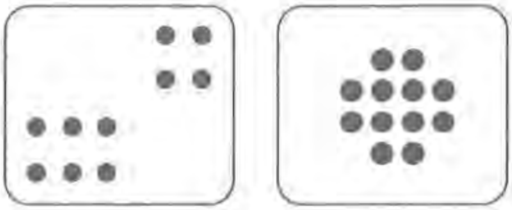
Il semble s'agir des papillons. Exemple 2 :

Quelle est la carte-intrus ?

Les papillons n'ont pas plus de raison d'être choisis que les oursons. S'il n'y a qu'un intrus, ce ne peut être non plus les éléphants, à moins qu'il ne s'agisse de la carte comportant *moins* d'éléphants. Cette fois-ci, le critère n'est plus celui de la nature des objets, mais de leur quantité. Il n'est pas nécessaire de savoir désigner cette quantité pour repérer « de la différence ». C'est la désignation de cette quantité (« deux »), ensuite, qui permettra d'approfondir les comparaisons.

Le matériel « GRENOUILLES » (en annexe) permet non seulement des classements de même ordre, mais aussi des sériations.

Voici maintenant un exemple numérique mais qui relève de l'organisation de la perception. On propose de faire observer pendant quelques secondes une carte comme l'une de celles-ci (matériel complet en annexe).

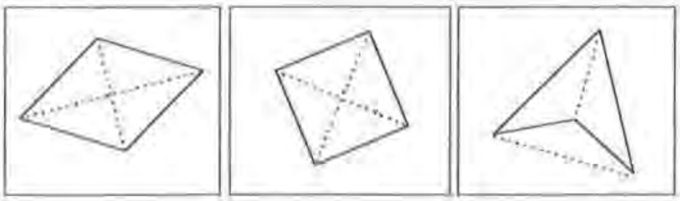


Combien de points ?

On lit aisément (subitizing) sur la première carte la constellation « six » et la constellation « quatre », qui sont bien distinctes ; puis l'on rappelle en mémoire le résultat « six plus quatre égale dix ». A moins qu'on ne dénombre les points un à un ou deux à deux. Mais cette lecture est peu compatible avec une exigence de rapidité. L'exercice vise à entraîner une décomposition rapide de l'image en fonction des résultats arithmétiques enregistrés en mémoire. Dans le second cas, cette décomposition n'est pas évidente : on peut « lire » 2 + 8 + 2 ou 3 + 3 + 3 + 3 ou d'autres encore. C'est ici qu'intervient un aspect stratégique qui convoque déjà du calcul.

Classification de quadrilatères

Cette situation n'est pas numérique, mais classificatoire et géométrique. Elle est de même nature que les précédente. Elle met en jeu un ensemble de cartes portant chacune un quadrilatère et ses diagonales, comme celles-ci :



Toutes les cartes sont en double exemplaire. Deux cartes (non identiques) sont distribuées à chaque élève. Le but du jeu est de déterminer, à l'aide d'une description effectuée par un élève, qui est détenteur du même quadrilatère. La description est libre, mais peu à peu sont favorisés les énoncés faisant intervenir les côtés (longueur, parallélisme, perpendicularité) les angles, ou les diagonales (égales, perpendiculaires, se rencontrant en leur milieu, etc.). On aboutit ainsi à un *répertoire commun* de propriétés possibles.

La phase suivante consiste à **classer logiquement** ces propriétés. Les unes sont liées (3 angles droits —> quatre angles droits), d'autres incompatibles etc. Ce classement hiérarchisé conduit à la typologie des quadrilatères, mais aussi à des problèmes comme celui-ci: choisir au hasard trois propriétés dans le répertoire et essayer de construire un quadrilatère ayant ces propriétés. Il peut y avoir des solutions variées, ou bien d'un seul type, ou encore aucune si les propriétés sont incompatibles.

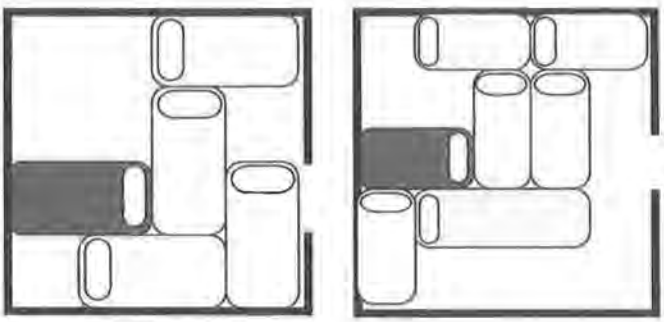
Construction de problèmes

La situation suivante est proposée à des enfants de 8-9 ans et concerne la résolution de problème, ou plutôt la lecture réfléchie d'énoncés de problèmes.

Le matériel est composé de languettes de carton portant chacune une phrase. Les unes sont des questions (A), les autres non (B). On tire au hasard une question, que l'on lit. Puis on tire au hasard une languette B, que l'on peut soit conserver, soit éliminer, puis une autre, etc. Le but est de *construire* (non de *résoudre*) un énoncé de problème. On doit donc, à chaque pas, se demander si la nouvelle information peut contribuer à répondre à la question, et si elle est compatible ou non avec les précédentes. On souhaite ainsi exercer une *lecture réfléchie* des énoncés de problème, au détriment de lectures partielles ou insuffisantes, comportement scolaire fréquent chez les enfants de 7 à 10 ans (cf. «Age du Capitaine»).

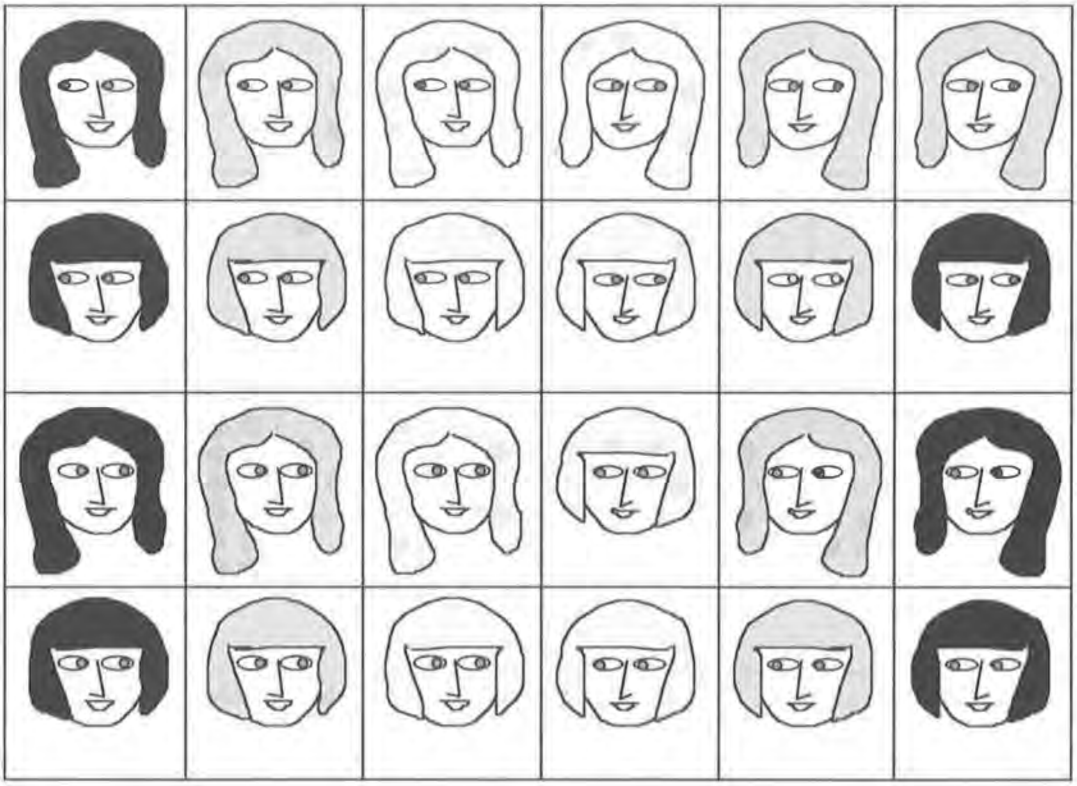
(Répertoire des languettes en annexe)

Les situations qui concluent cet atelier sont (seulement) logiques, et peu numériques. Elles ont pour objectif *l'anticipation* et la *planification* d'actions, c'est-à-dire la gestion temporelle d'une séquence d'activité (algorithme). L'une emprunte partiellement à une situation familière — et pourquoi pas neuchateloise? – la sortie d'un parking. L'autre, quoique ressemblant à un puzzle, est plus logique que spatiale et a été décrite dans *Math-Ecole* 192 (juin 2000).

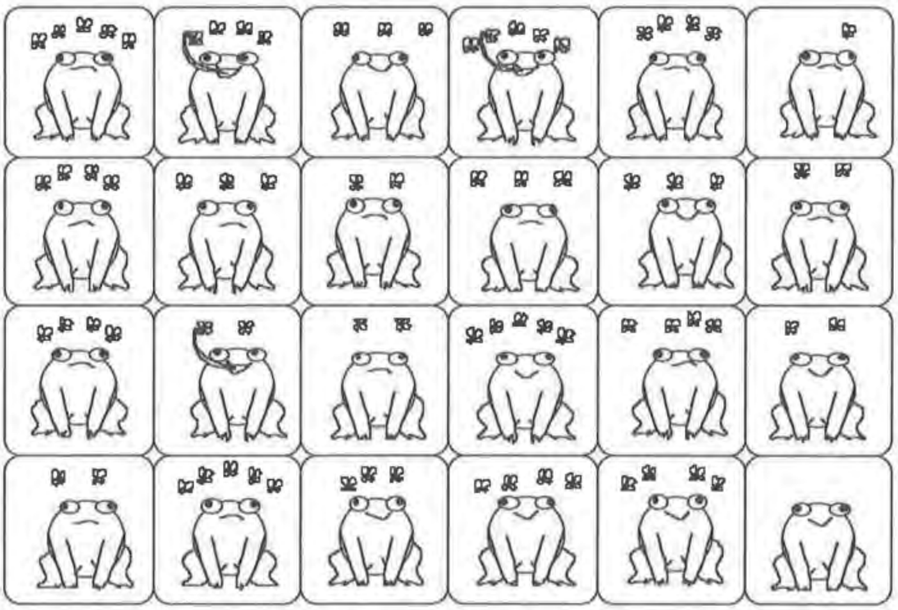


Il faut faire sortir la voiture foncée du parking. Les voitures peuvent se déplacer, en marche arrière ou en marche avant (mais pas latéralement). Quelles voitures faut-il déplacer, dans quel ordre et comment?

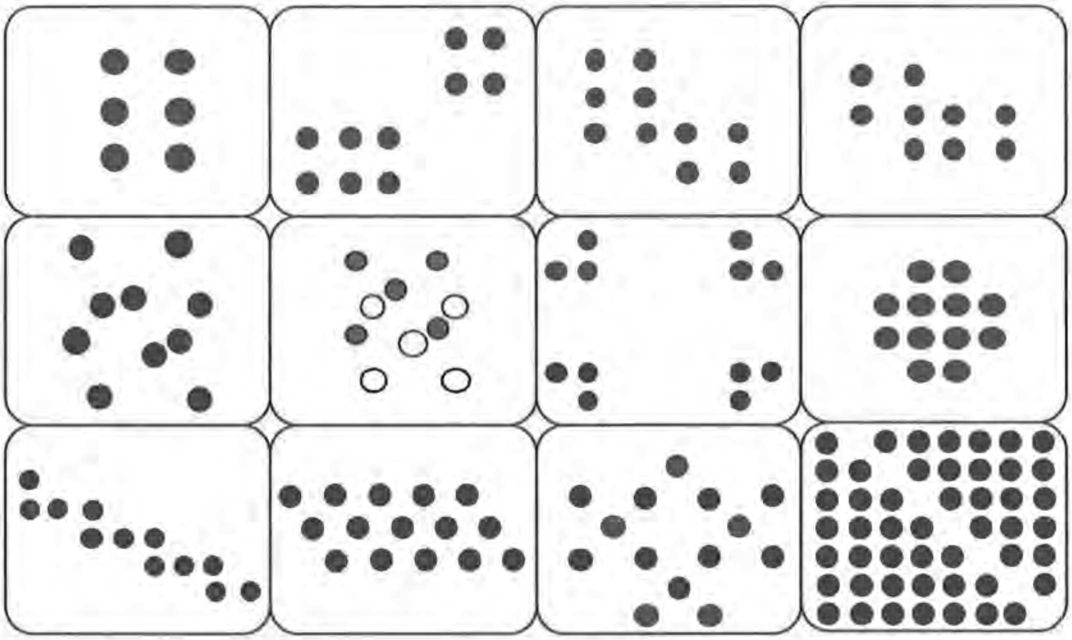
Annexes



Filles



Le jeu des grenouilles



Combien ?

Pierre a 6 billes	**Combien de billes a-t-il après la partie ?**	Jacques joue deux parties de billes. A la première, il perd 5 billes.
Pierre joue une partie et perd 7 billes	Il joue une deuxième partie. Après ces deux parties, il a perdu en tout 8 billes.	Bertrand joue une partie de billes
Il a 7 billes. Après la partie, il a 3 billes	Didier joue deux parties de billes. A la première, il perd 7 billes.	Claude a 5 billes Il joue une partie de billes
Il joue une deuxième partie. Après ces deux parties, il a perdu en tout 4 billes.	**Que s'est-il passé à la deuxième partie ?**	Après la partie, il a 9 billes
Paul joue deux parties de billes A la première, il gagne six billes	Michel joue deux parties de billes. Il joue une première partie puis une deuxième	A la deuxième, il perd 4 billes
A la deuxième partie, il perd 7 billes. Après ces deux parties, il a gagné en tout 3 billes.	Laurent joue une partie de billes	**Que s'est-il passé à la première partie ?**
A la première partie, il perd deux billes A la deuxième, il perd 5 billes	Laurent joue deux parties de billes. A la première il gagne deux billes.	A la première, il gagne 4 billes
Il joue une deuxième partie. après ces deux parties, il a perdu en tout 2 billes.	A la deuxième, il perd 6 billes	**Quelle est la taille des billes ?**
Que s'est-il passé en tout ?	**Quel est celui qui a gagné le plus ?**	

Problèmes à construire : les billes

Un dossier contenant ces planches (et quelques autres, format A3) est disponible contre l'envoi de 5 € sur demande à l'auteur (fboule@wanadoo.fr).