«A vos baguettes», un simple jeu?

Michèle Vernex,
Genève

Dans les nouveaux moyens d'enseignement de 1 P à 4 P de l'école primaire romande, une grande partie des activités proposées aux enseignants et à leurs élèves sont des jeux. Cela pourrait laisser penser que c'est en jouant que l'élève apprend. Or, on est maintenant convaincu que, selon les conceptions socio-constructivistes de l'apprentissage, l'enfant apprend lorsqu'il est confronté à un problème. Est-ce à dire que les concepteurs des nouveaux moyens se sont fourvoyés en proposant des jeux plutôt que des problèmes? Je ne crois pas. Il suffit d'en effectuer une analyse approfondie pour démontrer qu'ils correspondent aux critères d'une situation problème (Arsac et al., 1991) et qu'en plus, grâce à leur aspect répétitif, ils permettent soit l'entraînement de certaines notions, soit la recherche de stratégies (Gagnebin et al., 1997).

Dans la première partie de cet article, je propose d'analyser le problème «A vos baguettes», et de montrer que les savoirs mis en jeu dans cette activité sont importants. Ils peuvent être construits par les élèves, ceci pour autant que la phase de jeu «libre» soit entrecoupée de phases d'apprentissage dans lesquelles l'enseignant effectue les relances adéquates. Dans une seconde partie, je présenterai «Croisements», un problème proposé lors du 9e Rallye Mathématique Transalpin (RMT) qui montre un prolongement possible du jeu «A vos baguettes» sous forme de petite recherche.

A VOS BAGUETTES

Le problème «A vos baguettes» (voir page suivante) se trouve dans le module 4 des moyens d'enseignement de troisième primaire de Suisse Romande (Danalet et al., 1998). Dans ce module sont regroupés les problèmes pour connaître la multiplication, dans lesquels l'élève utilise les propriétés de la multiplication et différents outils de calcul en relation avec la numération.

Savoirs

Tout d'abord il faut remarquer que, dans le livre du maître, il n'y a pas de rubrique «savoirs» dans la description des activités. Ces savoirs doivent être recherchés dans les pages d'introduction du thème ou dans d'autres commentaires méthodologiques ou didactiques se rapportant à l'activité. Le module 4, d'où est tiré ce jeu, regroupe les problèmes pour *«connaître la multiplication, utiliser les propriétés de la multiplication et différents outils de calcul en relation avec la numération»*.

Le savoir contenu dans ce problème est noté dans la page «plan» du champ B, qui regroupe les activités pour «Apprendre à calculer», sous «notion»: *«multiplication et division et leurs propriétés» et «compétences»: «utiliser* des propriétés de la multiplication: pour décomposer *un nombre en produits de facteurs et pour développer des procédures de calcul réfléchi»*.

Dans l'introduction du module 4 sous la rubrique champ B, on peut lire:

> «‹*A vos baguettes*› couvre l'ensemble des objectifs de ce champ du module: apprendre *à calculer.*
>
> *On observe ici les effets de la modification d'un des facteurs: le produit augmente de l'autre facteur. Cette constatation est une illustration de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Ainsi pour passer du*

À vos baguettes

Tâche

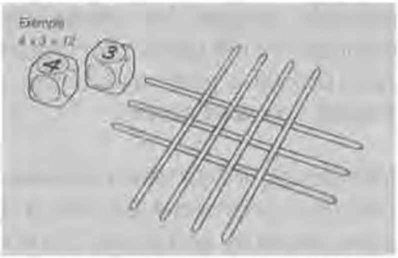
- Passer d'un produit à l'autre en modifiant un des facteurs.

À vos baguettes

Règles du jeu pour 2 joueurs

Matériel: 15 baguettes, 2 dés à six faces, papier, crayon

- Un joueur lance les dés:
  - l'un indique le nombre de baguettes à placer verticalement,
  - l'autre indique le nombre de baguettes à placer horizontalement,
  - le produit des deux nombres correspond au nombre de croisements



- À tour de rôle, chaque joueur doit enlever ou ajouter une baguette sans obtenir un produit déjà obtenu.
  Tous les produits obtenus sont inscrits.

Le but est d'être celui qui joue le dernier coup possible.

83

Nombre d'élèves

- 2

Matériel

- LE p. 83
- MC: 2 dés à six faces
- 15 baguettes ou pailles écrasées, bâtonnets pour brochettes, ... (éviter les objets roulant trop facilement)

Mise en œuvre

- L'enseignant choisit le nombre de baguettes en fonction des possibilités des élèves et du degré de difficulté qu'il souhaite faire exercer (exemple: avec 15 baguettes, le plus grand produit possible est $7 \times 8 = 56$). Le minimum de baguettes est 12 afin de pouvoir représenter le lancer de dés correspondant au double 6.

Déroulement

Relance

- Si les élèves recourent trop souvent au facteur zéro pour mettre fin à une partie, il est possible d'en interdire l'usage.

Validation

- Les élèves contrôlent les opérations de leur adversaire.

Mise en commun

- Les élèves confrontent les démarches utilisées pour rechercher les produits ainsi que les stratégies permettant de bloquer l'adversaire.

Variable

Matériel

- L'activité peut être reprise sans les baguettes, afin de priver les élèves de la possibilité de compter les croisements. Cela les amènera à utiliser des procédures de calcul ou à recourir aux produits mémorisés.

Prolongement

- L'enseignant propose de rechercher et de noter la partie la plus longue possible à partir d'une position de départ (exemple: 3×5 et 12 baguettes au maximum).

Démarches possibles de l'élève

Concernant la recherche des produits

- Compter tous les croisements
- Trouver les produits par itération d'un des deux facteurs
  - $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5$
- Surcompter ou décompter en partant d'un produit déjà représenté
  - De $7 \times 4 = 28$, trouver 8×4 en effectuant $28 + 1 + 1 + 1 + 1$
- Passer d'un produit à l'autre en partant d'un résultat connu
  - De $5 \times 6 = 30$, trouver 4×6 en effectuant $30 - 6$
- Utiliser des produits déjà mémorisés
- Mémoriser les produits apparus en cours de jeu
- Utiliser la commutativité de la multiplication
  - Si $3 \times 8 = 24$ alors $8 \times 3 = 24$
- ...

résultat connu (6 x 7 = 42) au résultat de 6 x 8, on peut opérer de la façon suivante:

6 x 8 = 6 x (7 + 1) = (6 x 7) + (6 x 1) = 42 + 6 = 48

Une autre propriété apparaît dans ce jeu: tout produit d'un nombre par 0 est 0.

A ce travail sur les produits s'ajoute une recherche de stratégie, pour laquelle la table de multiplication peut servir de support. Par exemple: ajouter ou retirer une baguette revient à se déplacer d'une case, horizontalement ou verticalement, ou encore, les produits accessibles déterminés par *le nombre de baguettes à disposition se situent dans une zone bien précise de la table.* »

En résumé, par ce jeu les élèves devraient apprendre à connaître la multiplication, à utiliser ses propriétés (la distributivité, l'élément absorbant) ainsi qu'à utiliser la décomposition du nombre et le calcul réfléchi.

Les auteurs semblent également y voir un jeu de stratégie sur la table de multiplication qui me semble cependant hors de la portée des enfants.

Pour ma part, je pense qu'on pourrait ajouter certains savoirs abordés par le problème « A vos baguettes ». Les élèves peuvent, en effet, y découvrir la commutativité de la multiplication. Ils peuvent également arriver à une énumération partielle de l'ensemble des diviseurs d'un nombre (cf. procédures de « Croisements », pages suivantes) et, suivant comment est utilisé le jeu, il peut servir de début d'apprentissage de la table de multiplication.

Tâche

En ce qui concerne la tâche, elle explicite ce qui est demandé à l'élève d'une part, et permet, d'autre part, une approche rapide du problème pour l'enseignant selon le livre du maître. Pour « A vos baguettes » on peut lire: « *Passer d'un produit à l'autre en modifiant un des facteurs* ». Or, ce savoir attendu peut ne pas être rencontré par les élèves qui se contenteraient de dénombrer les croisements.

De plus, comme la tâche ne conduit pas forcément les élèves à utiliser la multiplication, ils ne rencontreront pas obligatoirement ses propriétés, ni, par conséquent, le savoir mentionné dans la tâche.

En fait, le savoir visé ne pourra être obtenu qu'en phase de mise en commun, par exemple lorsque les élèves expliqueront comment ils ont opéré pour trouver un nouveau produit à partir d'un ancien dont on a modifié l'un des facteurs.

Maintenant, il faut dire quelques mots sur l'énoncé du problème. En effet, la règle du jeu pose plusieurs problèmes. Tout d'abord, il dévoile le savoir « *le produit des deux nombres correspond au nombre de croisements* » alors qu'il pourrait apparaître lors de mises en commun sur les procédures utilisées pour trouver les résultats.

Ensuite, il y a un problème de vocabulaire: que signifie le mot « produit » ? Est-ce la multiplication de deux nombres (3 x 4) ou est-ce le résultat (12) ?

En effet, selon l'interprétation du mot « produit », la règle du jeu varie:

Si le produit correspond au résultat « 12 », on s'interdit, après le « 3 x 4 », les situations « 4 x 3 », « 2 x 6 », « 6 x 2 », « 1 x 12 » et « 12 x 1 ».

Par contre, si le produit correspond à l'opération « 3 x 4 », toutes les situations précédentes peuvent être encore proposées.

Cette ambiguïté est due à un abus de langage. Par exemple, dans les commentaires méthodologiques sur la multiplication, on dit, dans le cas 3 x 4 = 12, que «3 et 4 sont les facteurs et que 12 est le produit».

On devrait dire plutôt que «3 x 4» est le produit des deux nombres 3 et 4 (appelés «facteurs») et que, après le calcul, ce produit s'exprime aussi par le nombre 12. Dans le cas général, les mathématiciens, qui utilisent un langage algébrique, ne rencontrent plus cette ambiguïté: le produit de deux nombres naturels a et b est un nombre naturel désigné par «a x b».

Un autre point à relever est que ce jeu est mal compris, selon les observations faites lors de la mise en œuvre des nouveaux moyens.

Premièrement, on a observé que les élèves préfèrent comptabiliser une surface plutôt qu'un point (croisement) et comptent ainsi les «rectangles». J'ai également pu observer ceci lors de la mise à l'épreuve du problème «Croisements» [1] avec trois groupes d'élèves (Vernex, 2001).

Deuxièmement, le matériel utilisé semble rendre le problème ambigu. En effet, on a remarqué que les enseignants utilisent souvent les baguettes du jeu MIKADO pour effectuer le problème «A vos baguettes» et certains élèves ne s'autorisent pas à enlever des baguettes de dessous; ils suivent la règle du Mikado, jeu dans lequel des baguettes doivent être retirées sans faire bouger les autres. Dans ce cas, les élèves jouant en deuxième position sont tributaires du choix initial. En effet, soit le premier groupe ajoute une baguette, auquel cas l'autre groupe doit également ajouter une baguette pour ne pas retomber sur un produit déjà trouvé, soit ils enlèvent une baguette et le deuxième doit également enlever des baguettes pour ne pas retomber sur un produit déjà obtenu. Il est donc impossible de vérifier la commutativité de la multiplication, si les baguettes de dessous restent intouchables. Le jeu ne présente alors plus d'intérêt, car il se termine rapidement sans laisser de choix aux joueurs.

Dans d'autres cas, les élèves ajoutent des baguettes par-dessus les autres et cela n'a plus rien à voir avec la multiplication. Ils font des étages et on n'arrive plus à déterminer ce qu'est un croisement.

Enfin, même si les élèves écrivent la multiplication – ce qui se rencontre rarement car la majorité des enseignants observés, pour ne pas intervenir dans les procédures des élèves, ne s'autorisent pas à imposer la notation – les élèves effectuent alors un comptage et n'utilisent pas les produits qu'ils connaissent, ni même la suite de nombres (par ex. 3, 6, 9,...). Ceci a également été observé dans les copies des épreuves du 9e RMT[2], pour le problème «Croisements».

Mise en œuvre et déroulement

Comme nous l'avons vu sous la rubrique tâche, l'enseignant va probablement devoir définir ce qu'il entend par «produit».

Ensuite, à cause du libellé du problème, l'enseignant, doit s'attendre à ce que les élèves le questionnent pour savoir si «4 x 3 est la même chose que 3 x 4» puisque le résultat de cette opération est 12. Dans ce cas, les élèves vont rencontrer la commutativité de la multiplication. Puis ils peuvent également demander si «2 x 6 est la même chose que 3 x 4».

1. Problème proposé dans le 9e RMT

2. voir résultats des classes au problème «CROISEMENTS» lors du 9e RMT

Ici, comme précédemment, les produits sont différents, mais le résultat identique. On remarque à ce propos que ce problème peut permettre d'énumérer une partie de l'ensemble des diviseurs d'un nombre. Le tout est à discuter avec les élèves lors d'une des mises en commun.

A un moment ou à un autre, une mise en commun sera également nécessaire afin de discuter les diverses procédures utilisées par les élèves pour trouver les nombres de croisement, ceci afin de faire ressortir le savoir attendu et de l'institutionnaliser. Il faudrait également que le calcul réfléchi soit utilisé et donc proposé également lors d'une mise en commun.

La mise en commun pourra se développer sur les savoirs suivants:

- la mise en relation des deux nombres de baguettes (a et b) avec le nombre de croisements (c), par l'intermédiaire de la multiplication: le produit des deux premiers détermine le dernier ($a \times b = c$);
- les liens avec la table de multiplication où, lorsqu'un des facteurs d'un produit est augmenté ou diminué de 1, on passe d'une case à une case voisine;
- la commutativité de la multiplication (liée à la symétrie de la table et aux symétries des dispositions des baguettes);
- la distributivité élémentaire de la multiplication (telle qu'elle est explicitée précédemment);
- les suites de nombres dans une ligne ou une colonne de la table de multiplication (préparation au concept de multiple).

Le jeu, de lui-même, ne propose pas de validation. La table de multiplication peut être utilisée par exemple, ou la calculette.

Conclusion

En résumé, pour une bonne utilisation de ce problème, il me semble donc nécessaire que l'enseignant effectue une analyse a priori et distingue les consignes «matérielles» – telles que la précision de «croisement», la disposition des baguettes sur deux niveaux seulement, le maniement des baguettes avec possibilité d'en enlever «dessus» ou «dessous», le sens du mot «produit», pris comme couple ordonné du nombre de baguette d'une direction et du nombre de baguettes dans l'autre direction – du jeu mathématique où les élèves mettent en œuvre et renforcent leurs connaissances sur la multiplication.

L'appropriation des consignes peut, par exemple, se faire au travers d'une ou deux parties expliquées, en grand groupe; on évitera ainsi des dérives «appauvries» de l'activité qui n'ont rien à voir avec les savoirs mathématiques visés.

Il faut aussi prévoir de nombreuses mises en commun. Il devrait y avoir, entre autre, une discussion sur les propriétés des opérations et une autre sur une analyse plus approfondie du nombre, de sa décomposition et des savoirs sur ses diviseurs.

En ce qui concerne la modification des variables, proposées dans le livre du maître, on peut évidemment augmenter le nombre des baguettes ou le réduire.

Pour ce qui est du prolongement de l'activité, bien qu'il soit possible de faire travailler l'apprentissage des produits par cet exercice, comme suggéré par les auteurs, il me semble que l'utilisation du «Calculora»[3] pour l'apprentissage de la table de multiplication est plus adéquate que de proposer la même activité sans les baguettes.

Une autre activité serait de travailler le calcul réfléchi pour les procédures de calcul.

CROISEMENTS

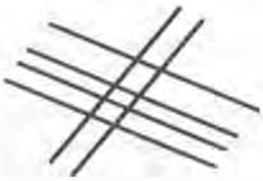
Nous avons vu plus haut que le mot « produit » peut être compris comme l'opération multiplicative ou comme la solution de l'opération. Il peut donc être intéressant de proposer aux élèves un problème recherchant les résultats de l'opération. C'est le cas du problème « Croisements » tiré du 9e RMT et dont sa création fait l'objet d'une publication séparée (Vernex, 2001). Le voici tel qu'il a été proposé aux élèves de 4e et 5e année primaire.

CROISEMENTS

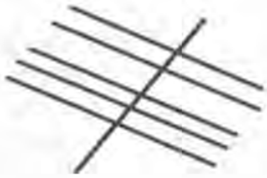
David a 10 baguettes. Il place quelques baguettes dans une direction, puis il en place d'autres, par-dessus, dans une autre direction. Finalement, il compte les croisements obtenus.

(Chaque baguette de dessus doit croiser toutes celles de dessous, comme sur les figures suivantes). Il n'est pas nécessaire d'utiliser toutes les 10 baguettes.

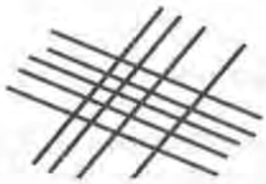
Voici ses trois premiers essais et les nombres de croisements obtenus :



8 croisements



5 croisements



20 croisements

Cherchez tous les autres nombres de croisements que David peut obtenir.
Expliquez comment vous les avez trouvés.

Savoirs

Les domaines de connaissances de ce problème sont la multiplication[4], pour l'arithmétique, et l'organisation d'un dénombrement, pour le domaine plus général de la logique et du raisonnement.

3. Activité proposée par le SRP de Genève

4. Il faut noter que dans le problème, contrairement au problème « A vos baguettes » la multiplication n'est pas induite par l'énoncé. Les élèves peuvent alors fort bien utiliser le dénombrement ou l'addition successive si le jeu n'a pas été travaillé auparavant.

Tâche

Pour résoudre ce problème l'élève doit disposer ses baguettes selon deux directions et déterminer ensuite le nombre de croisements. Soit il les dénombre un à un, soit il se rend compte qu'il peut utiliser la multiplication (procédure qui n'est pas donnée dans la consigne).

Lorsqu'il pense avoir trouvé tous les nombres de croisements, il doit vérifier ses résultats en les ordonnant, soit du plus petit au plus grand, soit inversement de plus grand au plus petit. Ensuite il doit encore expliquer pourquoi il ne peut pas obtenir les nombres manquants.

On obtient 19 solutions différentes, soit les nombres de croisements 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, et 25.

Procédures

Lors de l'analyse a priori, trois types de procédures avaient été envisagées. Les élèves pouvaient:

- procéder par essais successifs (manipulations ou dessins) non organisés et découvrir les nombres possibles, par dénombrement;
- procéder par manipulations organisées, en utilisant par exemple 2, puis 3, puis 4,... jusqu'à 10 baguettes en respectant, pour chaque cas, un ordre donné (par exemple, pour 9 baguettes: 8 x 1, 7 x 2, 6 x 3, 5 x 4, en constatant alors que 4 x 5 et les produits suivants sont déjà pris en compte) puis dresser un inventaire de tous les nombres obtenus (en retirant les nombres répétés): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25 (il manque 11, 13, 17, 19, 22, 23);
- travailler sans manipulations, sur des écritures multiplicatives.

L'analyse des réponses des élèves à ce problème a fait apparaître quatre procédures différentes:

1) par nombre de baguettes (Nb bag):
les élèves énumèrent tous les nombres qu'ils peuvent faire avec 1 baguette dans un sens puis avec 2 baguettes, etc.;

2) en suivant la suite des nombres naturels (Suite Nb):
les élèves recherchent les croisements en respectant l'ordre des nombres naturels (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25);

3) en se limitant au cas où les 10 baguettes sont utilisées (10 bag):
les élèves cherchent et trouvent toutes les possibilités pour 10 baguettes seulement;

4) en formant des dispositions au hasard (Aléatoire):
les élèves effectuent des croisements et notent les nombres, sans ordre apparent.

	Nb bag	Suite Nb	10 bag	Aléatoire	TOTAUX
TOTAUX	45	4	2	19	70
POURCENTAGE	64 %	6 %	3 %	27 %	100 %

Lors de l'analyse a priori j'avais fait l'hypothèse que les élèves chercheraient les nombres de croisements en utilisant la procédure «Suite Nb». Or, le tableau ci-dessus montre que seuls 6 % des groupes utilisent cette procédure.

En fait, les élèves privilégient la procédure «Nombre de baguettes» qui est la suivante:

Avec 1 baguette dans un sens et «X» dans l'autre:
0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9

Avec 2 baguettes dans un sens et «X» dans l'autre:
0 – 2 – 4 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16

Avec 3 baguettes:
0 – 3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24

Etc.

On obtient ainsi les multiples des nombres de 1 à 9 plus petits que 25.

Il faut ensuite reprendre la liste obtenue et supprimer tous les doubles pour obtenir la solution du problème proposé.

Le problème «Croisements», privilégie donc la recherche systématique des produits sous les contraintes données et les multiplications correspondantes. Il constitue un complément ou un développement du jeu «A vos baguettes».

CONCLUSION

Comme j'ai essayé de le montrer le problème «A vos baguettes» a des contenus mathématiques non négligeables, mais il est nécessaire que le maître organise de nombreuses mises en commun afin de faire émerger ces savoirs et de les institutionnaliser.

Cette activité peut être présentée comme une introduction à la multiplication. De plus, elle peut être prolongée par le problème «Croisements» qui, lui, initierait les élèves à la recherche de l'exhaustivité d'une solution en utilisant la multiplication qui aurait été institutionnalisée lors du travail effectué avec «A vos baguettes.».

Ce jeu peut être considéré comme un jeu «fort», selon la définition de François Boule (Boule, 2001), puisqu'il permet aux joueurs de rencontrer des savoirs différents. Il ne perd pas de sa force à long terme, car il peut éventuellement être utilisé pour travailler l'apprentissage de la table de multiplication, même si «Calculora» semble plus adéquat.

Finalement, «A vos baguettes» est une activité mathématique qui demande une grande présence du maître et nécessite de nombreuses mises en commun afin d'institutionnaliser les savoirs mis en jeu. Plus généralement, cet exemple nous montre qu'une analyse approfondie de chaque jeu devrait être effectuée, avant d'être proposé aux élèves.

Références bibliographiques

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M., *Problème ouvert et Situation-Problème*, IREM Académie de Lyon, Villeurbanne, 1991

BOULE F., «Jeu mathématiques et remédiation», Math-Ecole no 200, décembre 2001

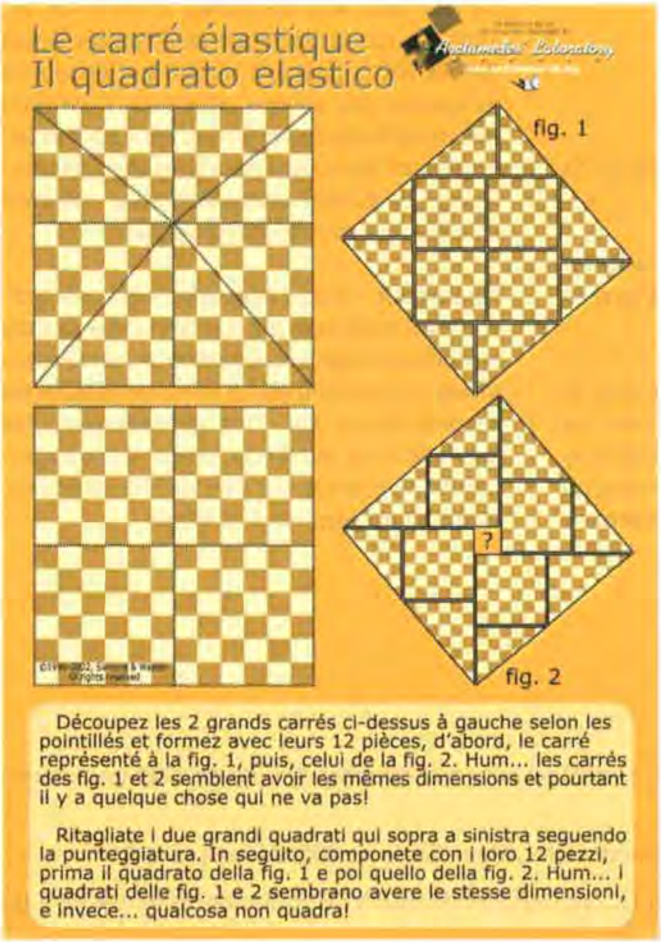
DANALET C., DUMAS J.P., STUDER C., VILLARS-KNEUBUHLER F., *Mathématiques, livre de l'élève 3P*, COROME, 1998

DANALET C., DUMAS J.P., STUDER C., VILLARS-KNEUBUHLER F., *Mathématiques, livre du maître 3 P*, COROME, 1998

GAGNEBIN A., GUIGNARD N., JAQUET F., *Apprentissage et enseignement des mathématiques – commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*, COROME, 1998

GRUGNETTI L., JAQUET F. (Eds) «Le Rallye mathématique transalpin. Quels profits pour la didactique?», *Actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin*, Brigue 1997 – 1998, Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma et Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique, Neuchâtel, 1999

VERNEX M., «Croisements» et «Bar du Parc», *Création et utilisation en classe de deux problèmes de mathématiques*, IRDP, 2001



Verso du certificat, offert à chacun des 25000 élèves qui ont participé au 10e RMT, en Italie et en Suisse.

N'y a-t-il pas là un problème intéressant – un de plus – caractéristique du Rallye?

Un prix sera offert aux classes qui nous enverront une belle explication de cette étrange phénomène géométrique.