surtout pour ceux chez qui l'affectif y met aussi du sien:

Conclusion: Mathématiquement possible
Mais comme 1 va plus vite que 2
s'il ne l'attend pas?

En conclusion, les traces écrites d'élèves prennent une place fondamentale dans l'enseignement des mathématiques:

- pour le concepteur des problèmes, afin que celui-ci puisse remédier à d'éventuelles ambiguïtés liées à l'énoncé;
- pour le maître, de manière à ce qu'il puisse se rendre compte de ce qui se passe réellement dans la tête de ses élèves,
- pour les élèves enfin, de sorte qu'ils puissent améliorer la qualité de leurs comptes rendus et progresser dans leurs apprentissages.

À propos du problème «Le tunnel»
François Jaquet

En tant que membre du groupe qui, en 2000, à Besançon, a choisi «Le tunnel» comme l'une des «questions de référence» de l'EMS (European Mathematical Society); je me permets d'apporter quelques remarques à propos de ce problème et de son énoncé qui, selon l'article précédent pourrait receler certaines ambiguïtés.

Ce problème a été proposé, en anglais, par Sandor Dobos, de Hongrie. Sa résolution, au sein de notre groupe de travail n'a pas été immédiate, loin de là! Il nous a fallu une bonne dizaine de minutes pour le résoudre et cette durée aurait encore pu être plus longue si notre collègue hongrois ne nous avait assurés que, chaque fois qu'il donne ce problème à ses étudiants de l'Université de Budapest, il s'écoule bien du temps avant que la solution n'apparaisse.

Cette relance a permis de remettre en selle tous ceux qui pensaient à un attrape-nigauds. Dès lors, chacun a compris que la partie se jouait dans sa tête et non pas sur les mots de l'énoncé: la condition «deux personnes au maximum peuvent s'y engager ensemble» excluant les groupes de trois ou de quatre, indépendamment des positions relatives de ceux qui les composent; la phrase «Est-ce possible que chacune des quatre personnes puisse traverser...» étant comprise implicitement comme «se retrouvant toutes de l'autre côté du tunnel», puisqu'elles s'apprêtaient à le traverser.

On pourrait certes utiliser d'autres termes pour la traduction, mais sans être certain que celle-ci y gagne en clarté. (Par exemple, je doute que la nouvelle formulation proposée «seules deux personnes au maximum peuvent se trouver au même moment à l'intérieur du tunnel», qui me paraît plus lourde que celle d'origine, soit plus claire que le texte d'origine «s'y engager ensemble»).

Cette recherche d'une amélioration hypothétique de l'énoncé me conduit aux deux réflexions suivantes:

1) Le problème «Le tunnel» est conçu pour des étudiants, de 16 ans. Lorsqu'on le propose à des élèves plus jeunes, il faut s'attendre à des adaptations de son contexte qui, avouons-le, est totalement fictif, voire irréaliste. Pour franchir l'obstacle – et parfois pour le contourner – les enfants n'hésitent pas à compléter l'histoire de cette traversée, jusque dans les détails: forme du tunnel, disposition et vitesse relatives de ceux qui le traversent ensemble... au risque de s'éloigner des conditions de l'énoncé. Les exemples décrits dans l'article précédent montrent bien l'importance attribuée à ces modalités réalistes de la traversée par des élèves de 14 ans.

Il faut aussi penser aux effets du contrat entre le maître et les élèves. Pour ces derniers, l'enjeu est de donner une réponse, la plus cohérente possible, même en «arrangeant» un peu les choses en cas d'obstacle, comme dans le problème très connu de «L'âge du Capitaine»[1]

À 16 ans et à l'âge adulte, on fait plus facilement abstraction du contexte et de ses détails. On est également plus libéré des clauses implicites du contrat.

1. A la question «Il y a 15 chèvres et 20 moutons sur un bateau, quel est l'âge du capitaine?» les jeunes élèves, jusqu'à 8 à 10 ans répondent généralement 35 ans (15 + 20), mais si les nombres de chèvres et de moutons sont respectivement 8 et 5, les élèves répondront plus volontiers 40 ans (8 x 5) car on n'est pas capitaine de bateau à 13 ans (8 + 5).

2) «Le tunnel» ne met pas en oeuvre des savoirs mathématiques de pointe: il suffit d'un peu de logique au sens le plus commun du terme et de savoir additionner quatre nombres naturels 1, 2, 5 et 10. Ce n'est donc pas une «situation-problème» permettant de faire émerger de nouvelles connaissances chez des élèves de 16 ans. Ce n'est pas non plus un «problème ouvert» au sens où il développerait spécifiquement les aptitudes à la recherche et à la conduite d'une démarche scientifique. Ce n'est pas non plus un jeu, ni un problème d'application ou d'entraînement. Y a-t-il alors une catégorie où classer les problèmes de ce genre?

Dans un article de *Mathématique et Pédagogie* (mai-juin 2002, no 137), Maggy Schneider parle des attitudes et habitudes du sujet qui font obstacle à la résolution de certains problèmes. Elle évoque à ce propos celui des «neuf points» disposés dans une configuration de 3 x 3 qu'il s'agit de relier par quatre segments de droite, tracés sans lever le crayon du papier (fig. 1))

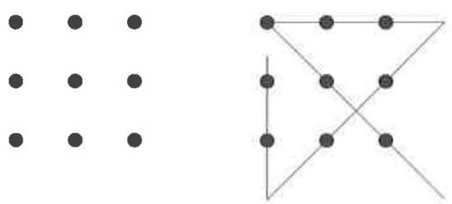

fig. 1 fig. 2

La solution, figure 2, sort des limites du carré. Or, de nombreuses personnes n'y pensent pas – évoquant même le fait qu'on le leur a interdit – ce qui les empêche de résoudre le problème.

Un autre exemple classique est le problème des «allumettes» qui demande de construire quatre triangles équilatéraux avec six allumettes sans chevauchement de celles-ci. La solution attendue est un tétraèdre, c'est-à-dire une figure de l'espace. Mais beaucoup se restreignent au plan dans la recherche de la solution, sans que personne ne le leur ait imposé.

«Le tunnel» me paraît être tout à fait analogue. La personne qui aborde sa résolution se fixe une restriction mentale que l'énoncé n'exige pas: faire toujours porter la lampe par le personnage le plus rapide. L'obstacle ne vient ainsi pas de l'extérieur et le sujet a d'autant plus de peine à le franchir que c'est lui qui se l'est mis dans sa tête. Lorsque la solution tombe enfin, comme le montre l'une des productions d'élèves, on ne devrait pas dire «il suffisait d'y penser» mais plutôt «il suffisait de ne pas s'interdire d'y penser».

«Le tunnel» est là pour apprendre à surmonter des obstacles personnels d'ordre psychologique. Il n'existe pas de catégorie reconnue de problèmes que je qualifierais «d'auto libération». Mais il me paraîtrait bon que chaque élève rencontre quelques questions de ce type au cours de sa scolarité.

En conclusion, si les «questions de référence» de l'EMS devaient être revues, à la lumière d'expérimentations, aussi fines et intéressantes que celles décrites dans l'article précédent, il est vraisemblable que «Le tunnel» serait choisi à nouveau, sans modification notable de l'énoncé. En revanche, on pourrait en dire beaucoup plus sur son intérêt, non pas pour ses contenus mathématiques, mais pour ses potentialités en vue d'affronter les obstacles d'ordre psychologique que pose sa résolution.

On pourrait par exemple proposer d'organiser des mises en commun intermédiaires pour s'accorder sur une interprétation des consignes, de donner des relances sous forme d'encouragement, d'organiser des débats autour des première «solutions» élaborées (comme celles de l'article) et de celles qui soulignent l'impossibilité d'accomplir la traversée en 18 minutes... Et surtout il faudrait bien spécifier la différence qu'il y a entre un problème de ce genre, dont l'énoncé peut s'accommoder d'un certain flou, et un sujet d'examen ou de concours qui sera jugé en termes de réussite ou d'échec.

Mais il faut imaginer le temps et les efforts que prendrait l'élaboration de commentaires didactiques sur les «questions de référence» de l'EMS qui ne pourraient se fonder que sur de multiples expérimentations et débats. Contentons-nous d'observations, bien rapportées, comme celles de l'article précédent et du débat et des réflexions qu'elles peuvent susciter.

Les solutions des problèmes du numéro 204, et en particulier celles du problème «Sous la route» qui nous ont valu un volumineux courrier, figureront dans le numéro 206. Nous remercions tous les abonnés qui nous ont répondu et leur demandons de patienter encore un ou deux mois. (ndlr)