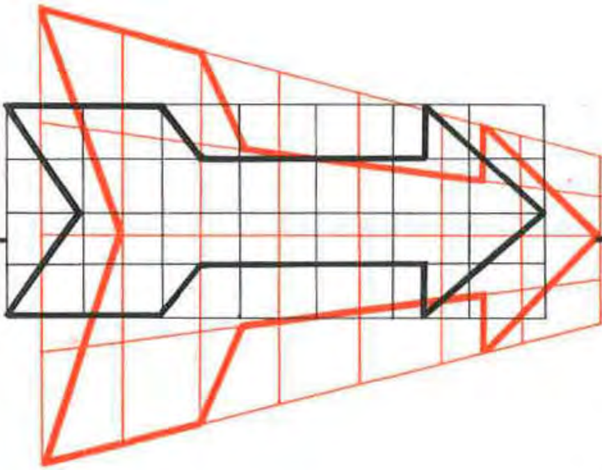
72



MATH ECOLE

MARS 1976
15e ANNEE

Activités mathématiques avec cartes perforées

Les cartes perforées ne sont pas seulement un matériel de choix pour les divers exercices logiques. Lorsqu'on recueille et trie les informations concernant l'orthographe, les sciences naturelles, la géographie, l'histoire, la géométrie, etc., les principes mathématiques que postulent les cartes perforées peuvent être utilisés immédiatement.

Ce matériel, qui fut créé avant tout pour l'enseignement aux degrés moyen et supérieur, favorise au surplus une bonne introduction au fonctionnement de l'ordinateur.

Logimath

213 00 Boîte de rangement avec 100 cartes perforées et 5 aiguilles de triage. Prix Fr. 13.—.

213 02 Cartes perforées de rechange. Paquet de 100 cartes. Prix: Fr. 8.50.

Demandez nos prospectus spéciaux

Franz Schubiger, 8400 Winterthour

Mattenbachstrasse 2

Et la poésie...

Récemment, lors d'un cours-information pour parents sur l'enseignement moderne de la «math», on me posa cette question: «Ne croyez-vous pas que les méthodes actuelles sont trop pétries de logique pure et qu'elles risquent d'étouffer le sens poétique naturel de l'enfant ,»

J'avoue qu'au premier abord, cette intervention me prit de court.

Voici pourtant trois aspects de ma réflexion:

1. — Si jamais une méthode quelconque étouffait la sensibilité poétique, il faudrait immédiatement y renoncer. Cela ne fait aucun doute et ne souffre aucun compromis. Je suis même convaincue que l'on doit être très attentif aux avertissements de certains penseurs qui dénoncent l'invation de la «math» dans notre culture occidentale et l'espèce de préséance dont elles jouissent dès qu'il s'agit de sélectionner ou de promouvoir.

2. — J'avoue avoir recherché vainement l'authentique poésie que pouvait dégager l'étude des tables de multiplication apprises et récitées comme le feraient des automates. A moins que l'on considère comme poétique la forme incantatoire de cette litanie rythmée et parfois même rimée par commodité mnémotechnique.
D'autre part, j'avoue avoir beaucoup de peine à déceler la poésie infuse ou diffuse que pouvait communiquer l'arsenal de ces pots de miel, de ces vases qu'on transvase par des tuyaux qui débitent ce qu'ils doivent débiter, de ces trains qui rattrapent les cyclistes, etc. Est-ce que vraiment ces images-clichés constituaient pour l'enfant un prétexte à rêver ? Images-clichés qui n'avaient aucun rapport avec les événements vécus en classe ou dans le monde et qui, dans leur immense majorité, étaient totalement à côté des préoccupations enfantines ? Comment peut-on rétrospectivement leur conférer le pouvoir d'apprendre à sentir et à imager les sentiments et les émotions subtiles d'un poème ?

3. — Enfin, j'évoque ici ma modeste expérience de praticienne, et j'affirme hautement que l'enseignement actuel de la «math» est beaucoup moins détaché des réalités enfantines que les apparences pourraient le faire croire.
Notre enseignement, pour peu qu'il soit étroitement enraciné dans une bonne méthodologie, propose des activités et des problèmes ouverts qui stimulent l'imagination, invitent à opérer de multiples combinaisons et surtout qui n'impliquent pas des réponses obligées et stéréotypées. Ils contiennent en eux (et seule la pratique peut le révéler) une vraie poésie sous-jacente, toute d'invention et de judicieuse application à la vie courante.
Je ne puis m'empêcher d'en appeler à l'intéressant rapport de l'IRDP [1] qui souligne l'heureuse répercussion de l'application de notre méthode actuelle d'enseignement mathématique sur l'ensemble des autres disciplines scolaires, telles que l'approche et la compréhension d'un texte, la faculté d'expression orale ou écrite. L'enfant dialogue avec plus de spontanéité tout en structurant mieux sa pensée. Il devient plus communicatif avec ses camarades et avec ses maîtres. On peut dire, ce qui semble paradoxal, que l'expression artistique de l'enfant en tire bénéfice et qu'il est mieux à même de goûter un poème que ne l'étaient ses devanciers. Même son capital de pouvoir créateur, poétique ou artistique, en est augmenté.

Voilà. C'est tout ce que je tenais à dire. Je suis heureuse d'avoir été interpellée. Cela m'a permis de croire encore plus fermement au bien-fondé d'une méthode, qui n'est certes pas une panacée, mais qui porte assez de bons fruits pour qu'il vaille la peine de s'y attacher.

Françoise Waridel

---

[1] Enquête romande auprès du corps enseignant de première année primaire sur l'enseignement de la mathématique. Par Jean Cardinet et Catherine Rübner. IRDP/R 75-11.

Planches à trous et planches à clous

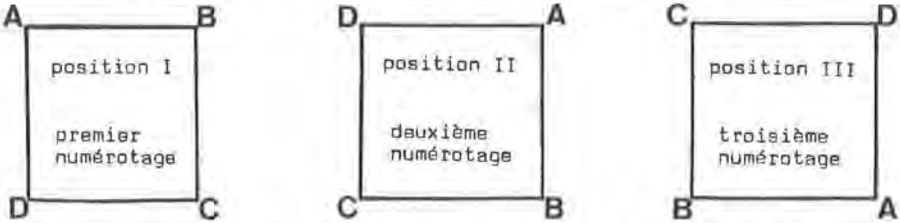
(Matériel de manipulation pour la mathématique, à l'essai dans quelques classes pilotes vaudoises dès la quatrième année primaire.)

par R. Dyens, instituteur, Savuit

Dans le commerce, il existe actuellement des planches à trous et des planches à clous.
Les planches à clous permettent, au moyen d'élastiques, de représenter, de comparer, d'étudier des figures géométriques planes et leurs transformations.
Les planches à trous peuvent figurer des tables numériques dans lesquelles les nombres sont représentés par des chevilles que l'enfant fiche à l'endroit voulu. Cette planche peut également figurer un réseau quadratique.
Celle que nous expérimentons peut tenir lieu à la fois de planche à trous, et dans une certaine mesure, de planche à clous: il s'agit d'une planche de pavatex de 40 cm sur 40 cm que l'on peut trouver dans les menuiseries (prix: environ 3 fr. 50 la pièce). La face dure de cette planche est percée de 900 trous circulaires (30 × 30) de 4 mm de diamètre, et dont les centres sont distants de 1,25 cm.
On trouve actuellement dans le commerce des fichets de plastique, en dix couleurs différentes, qui s'emboîtent exactement dans ces trous. Des fichets métalliques, de longueurs différentes et encochés à distance régulière, permettent, au moyen d'élastiques ou de fils, de travailler dans l'espace à trois dimensions.

Principaux emplois de la planche à trous

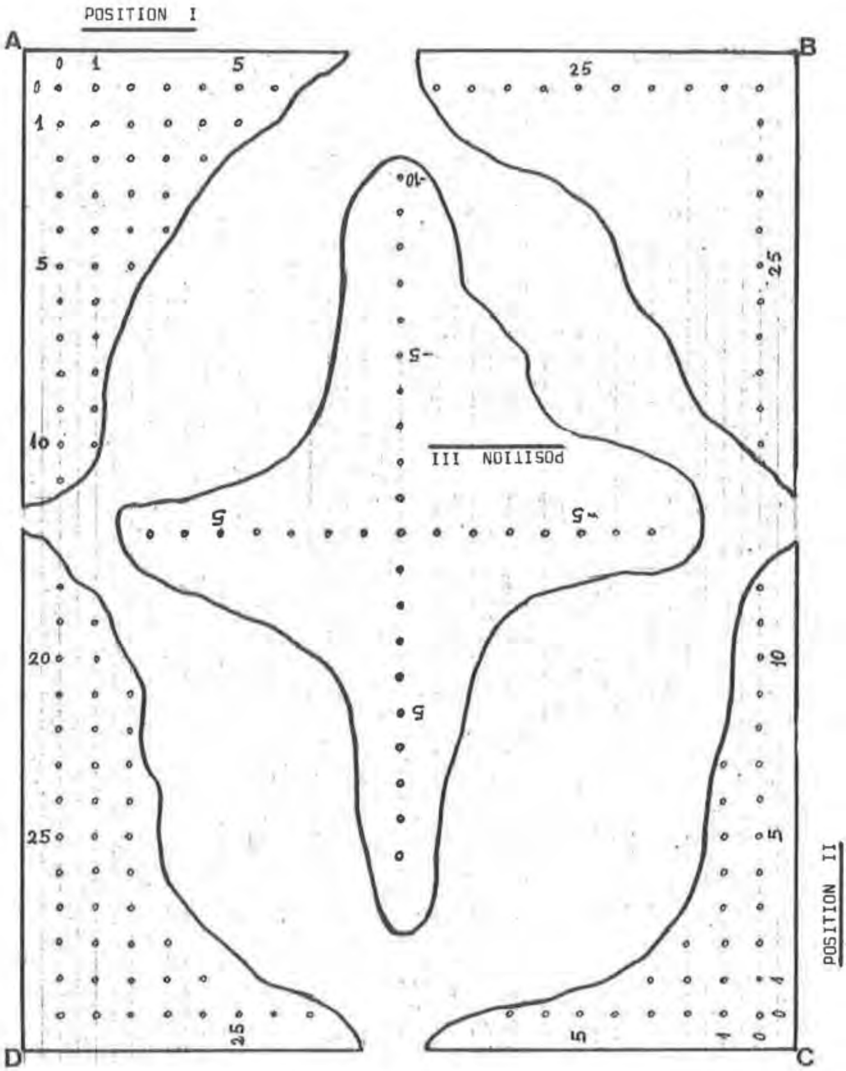
La planche à trous peut être utilisée pour de nombreux schémas différents; pour le moment, nous en avons expérimenté trois sortes. A cet effet, nous avons procédé à trois numérotages, notés chaque fois dans une position différente de la planche.



UTILISATIONS / positions	I	II	III
Tableau à double entrée	×	×	
Représentations de fonctions		×	×
Repérages dans le plan - Géométrie		×	×

Détail des numérotages

Quand on utilise l'un des numérotages, les autres chiffres sont dans des positions peu lisibles; il est ainsi plus facile de les ignorer. L'emploi de couleurs différentes est recommandé. Il est aussi possible de coller provisoirement sur les bords de la planche des bandes portant les nombres que l'on désire.



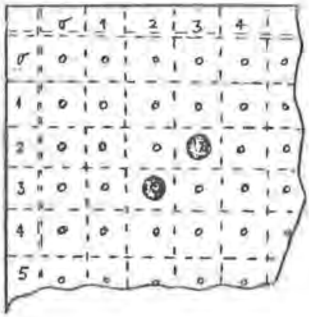
Exemple de tableau à double entrée

Dans ce tableau, les nombres, qui correspondent à des couples, sont disposés dans des carrés, intersection des bandes horizontales et verticales.
Le nombre 6, par exemple, correspond aux couples (3 ; 2) ou (2 ; 3), l'opération choisie ici étant la multiplication.

x	0	1	2	3
0				
1				
2				6
3			6	

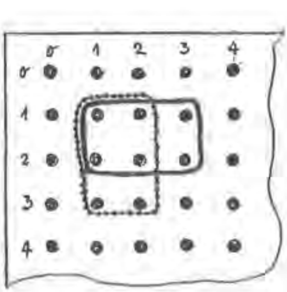
Planche à trous

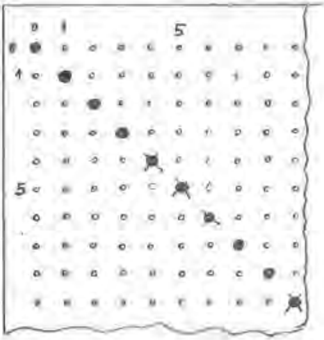
Dans la planche à trous, les cases du tableau à double entrée (⬚) sont remplacées par des trous. Elles sont remplacées par des points dans les réseaux quadratiques à points.
Ici, les fichets dessinés symbolisent aussi le nombre 6, correspondant aux couples (2 ; 3) et (3 ; 2), si nous décidons qu'il s'agit, comme dans le tableau précédent, de l'opération multiplicative.



Vérification des opérations

Si l'élève éprouve le besoin de vérifier le résultat de sa multiplication, ou s'il doit chercher le produit au moyen d'un comptage, il peut, par exemple, entourer d'un élastique les fichets concernés. Mais il doit, pour cette opération, laisser de côté la ligne et la colonne des fichets symbolisant les zéros.





Suggestions pour l'emploi de la planche à trous

1. *Table de multiplication dans* **N**.
(Dans ces jeux, chaque trou figure un produit de la table de multiplication)

1.1. Placer un fichet (●) dans chaque trou correspondant au carré des nombres 0 à 29.

1.2. Oter (ou remplacer par une autre couleur) les fichets correspondant aux nombres 16, 25, 36, 81, ... etc. (●).

1.3. Planter un fichet jaune dans chaque trou de la ligne et de la colonne correspondant à 2 (+). Aller d'abord jusqu'à $2 \cdot 10$ et $10 \cdot 2$.

a. $2 \cdot 0$; $2 \cdot 1$; $2 \cdot 2$; $2 \cdot 3$; ...
b. $0 \cdot 2$; $1 \cdot 2$; $2 \cdot 2$; $3 \cdot 2$; ...

Observer où se croisent ces deux rangées de fichets.

1.4. Faisons de même en choisissant les fichets bleus, avec la ligne et la colonne correspondant à 3 (△).

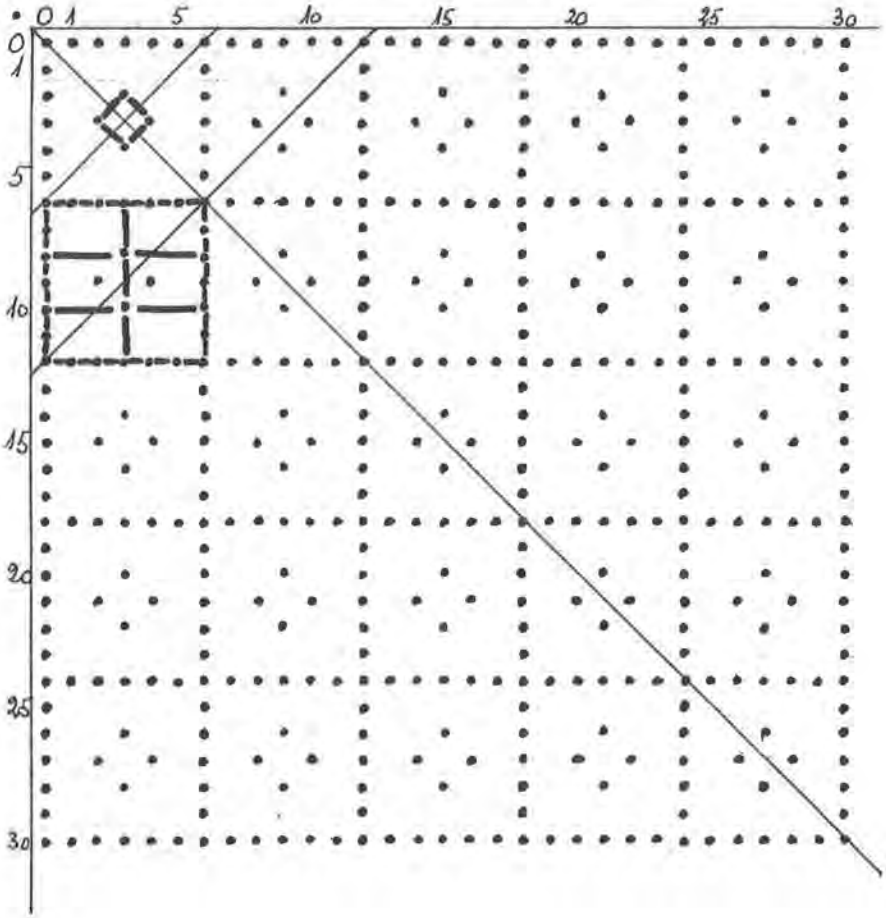
a. $3 \cdot 0$; $3 \cdot 1$; $3 \cdot 2$; $3 \cdot 3$; ...
b. $0 \cdot 3$; $1 \cdot 3$; $2 \cdot 3$; $3 \cdot 3$; ...

Observer les croisements de rangées, l'emplacement des fichets communs aux rangées, leur position symétrique par rapport à la ligne des carrés (1.1).
Discussion au sujet de la couleur à utiliser.
Que peut-on dire des nombres que représentent ces fichets ?
— Ils sont multiples de 2 et de 3 et aussi multiples de 6 (△).
Essayons de ficher d'autres multiples de 6, observons leur position.
Si nous fichons les rangées correspondant aux nombres pairs et ceux correspondant aux multiples de 3, que remarque-t-on ?
— Ils comprennent tous les multiples de 6.
Quels trous restent vides ?
— Quelques multiples de 5 et de 7.

1.5. D'autres observations pourraient être faites avec les multiples de 2, 3, 5, 7 ... etc.

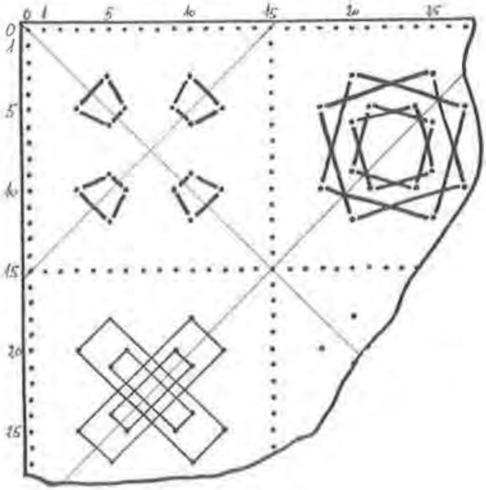
Prenons par exemple ces nombres deux à deux et «fichons» d'abord les multiples communs à 2 et à 3. Nous obtenons la dispositions ci-après.
Des quadrillages apparaissent dont les dimensions des carrés sont en rapport avec le produit des facteurs choisis.
Des symétries, que des élastiques reliant certains fichets peuvent faire ressortir apparaissent également.

(Recherches faites par G. Bovay, Lausanne)

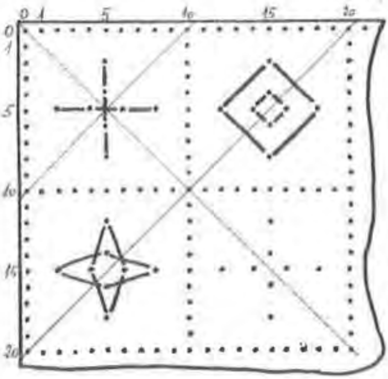


A U T R E S   E X E M P L E S

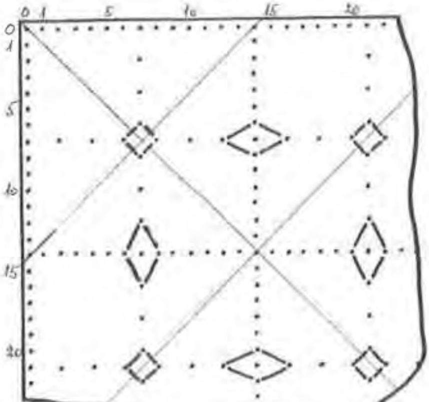
multiples communs de 3 et de 5



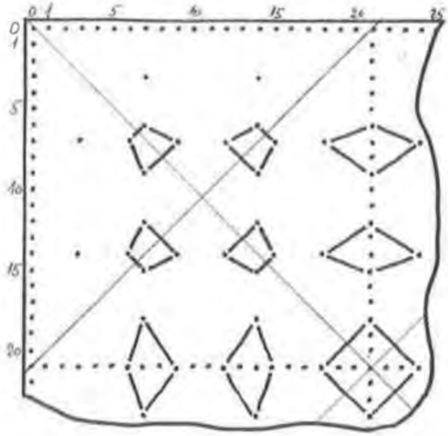
multiples communs de 2 et de 5



multiples communs de 2 et de 7



multiples communs de 3 et de 7



1.6. Placer les fichets indiquant les décompositions d'un nombre en produit de deux facteurs.

Exemples:

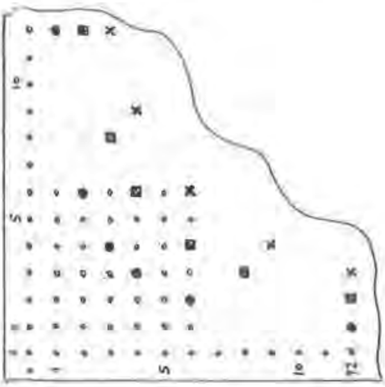
$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 6 \cdot 2 = 12 \cdot 1$ (●);

$24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 6 \cdot 4$
$= 8 \cdot 3 = 12 \cdot 2 = 24 \cdot 1$ (□);

$36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$
$= 9 \cdot 4 = 12 \cdot 3 = 18 \cdot 2 = 36 \cdot 1$ (×);

etc.

Quelles remarques peut-on faire au sujet des courbes dessinées par les fichets ? (en arc, régulières)
— Pourquoi cette symétrie par rapport à la ligne des carrés ?
— Pourquoi 36 a-t-il un fichet sur la diagonale ? (c'est un carré)
— Sur quelles rangées de trous ces courbes vont-elles «mourir» ? (rangées des zéros)



1.7. Placer les fichets représentant des nombres premiers.

Remarque

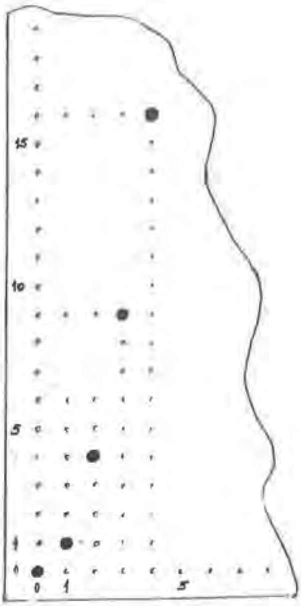
Quelques-uns des exercices ci-dessus peuvent être adaptés au cas de la table d'*addition* dans **N**.
Exemples:
Placer tous les fichets représentant 7, ou 11, ou 14, etc.
Placer les fichets représentant des nombres impairs, des nombres pairs; que remarque-t-on ?
Pour les exercices de *soustraction*, il faut naturellement prévoir une flèche dans l'angle supérieur gauche de la planche.

2. Représentation de fonctions

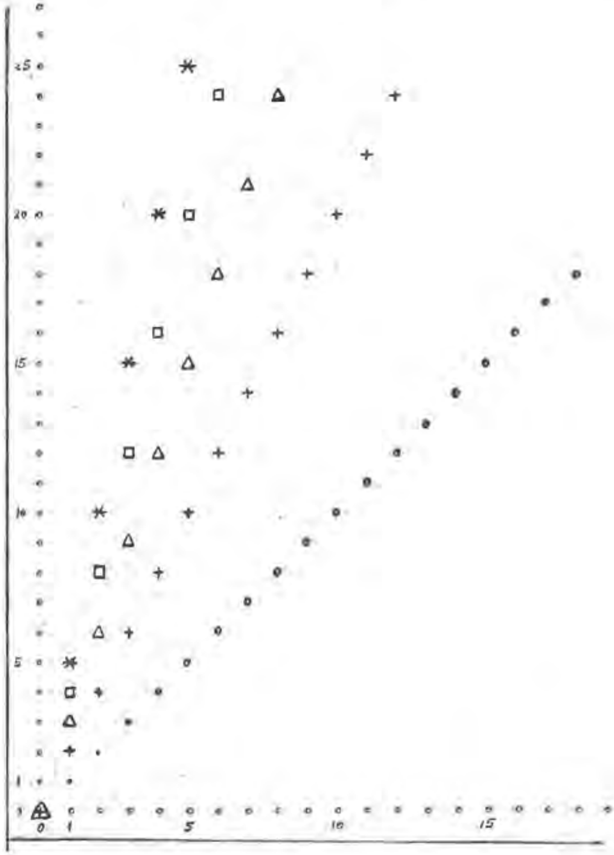
Si nous imprimons un mouvement d'un quart de tour à la plaque, amenant C en D, le numérotage part de l'angle inférieur.
Nous pouvons reprendre les jeux sur les carrés, les multiples, etc., que nous avons vus au chapitre précédent, la lecture se faisant alors de bas en haut.
Le numérotage est ainsi dans une position commode pour que la planche puisse être utilisée comme quadrant d'un réseau cartésien permettant de représenter des fonctions.
Choisissons d'abord de représenter la fonction qui associe, dans **N**, à chaque nombre son carré:

n	n^2
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
.	.
.	.
.	.

Cette fonction peut être représentée comme ci-contre, la planche permettant de ficher sept points (d'un arc de parabole). A chaque point est associé un couple de nombres: le premier (*source*) se lit au bas de la planche, le second (*but*) à gauche.



Selon le même principe, plaçons les pions représentant la fonction qui associe à chaque nombre son double (+), son triple (△), son quadruple (□), son quintuple (✳). Nous obtenons les schémas suivants:



Observons les représentations de fonctions obtenues sur la planche.

— Quelle est la disposition des fichets qui figurent les résultats respectifs de multiplication par un même facteur ?
 (Ils sont alignés, c'est le schéma d'une fonction *linéaire).*

— Comment varie la pente de ces représentations de fonctions ?

— Où se situe la ligne de l'opérateur (× 1) ?

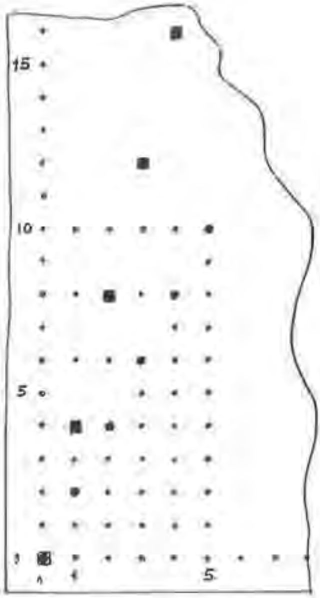
— Que dire du point (0 ; 0) ?
 A partir des résultats lus dans la colonne de gauche (buts), il est possible de retrouver le nombre qui a été multiplié (source), en faisant le chemin inverse.

— Quelle est l'opération à effectuer ? (utilisation de l'opérateur inverse).

3. Problèmes dont la recherche des solutions peut être facilitée par une représentation schématique de fonction

a. Quel est le prix de 0, 1, 2, 3, 4 kg, ... de raisin à 2 fr. le kg ?
b. Problème inverse
Avec 2, 4, 6, 8, 10 fr., ... combien peut-on acheter de kg de raisin ?
c. Un marcheur fait 4 kilomètres à l'heure, combien parcourt-il de kilomètres en 0, 1, 2, 3, 4 heures, ... ?
d. Problème inverse
Combien ce marcheur met-il de temps pour parcourir 0, 4, 8, 12, 16 kilomètres ... ?

Valeur en fr
Distance en km



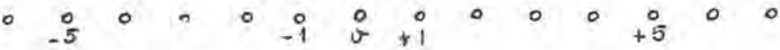
Poids en kg
Temps en h

Les points ● constituent les solutions graphiques des problèmes a. et b.; les points ■ «matérialisent» les solutions des problèmes c. et d.

4. Repérage dans le réseau quadratique que constitue la planche à trous

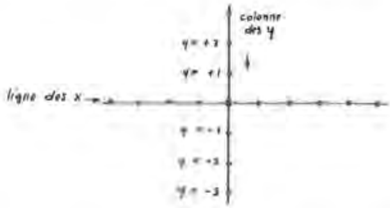
Faire d'abord placer un fichet vers le milieu de la planche. Ce sera le point de repère pour explorer celle-ci et pour indiquer la position des autres fichets que nous placerons.
Chaque élève plante ensuite un fichet sur la même ligne que le premier, mais à la distance qui lui convient. Chacun indique la position de son fichet: 2e rang à droite, troisième rang à gauche, etc.

Bien convenir auparavant que le premier fichet est au rang zéro.
Trouver ensuite un moyen simplifié d'indiquer ces différentes positions.
En parlant d'escaliers, d'échelles, d'avance, de recul, de tableaux chronologiques etc., il est assez facile d'aboutir au signe «+» pour accompagner les nombres indiquant la position des fichets situés à droite du point de départ et au signe «—» pour ceux de gauche. Procéder au numérotage sur la planche.

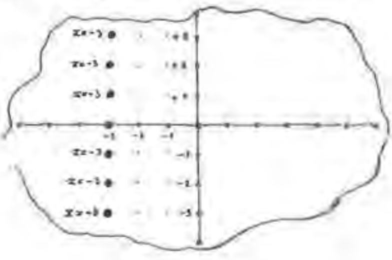


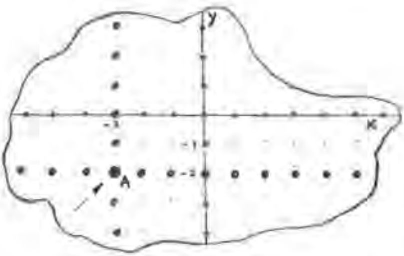
Nous pouvons maintenant faire placer rapidement des fichets en disant ou en écrivant simplement: +3, —4, +12, etc.
Lorsque les fichets sont dans leur boîte, on ne sait pas encore quelle place ils occuperont dans la rangée; c'est une position encore inconnue, une «position x». Au fur et à mesure que nous les sortons de la boîte, nous pouvons décider quelle sera leur place respective: x = —3, x = —5, x = +8 etc. Tous seront sur la même ligne, que l'on pourrait appeler «ligne des x» (éventuellement axe des x si ce terme est connu).
Pour faciliter les recherches, il est indiqué de relier tous les trous situés sur cette ligne.

Une démarche analogue à la précédente permettra de découvrir toujours à partir du premier fichet, la «colonne des y» (ou axe des y).



Il faut maintenant trouver un moyen pour désigner des trous situés hors des axes, à un endroit quelconque de la planche. Pour cela nous suggérons le cheminement suivant:
— Demander s'il n'y a qu'un seul trou correspondant par exemple à x = —3. Nous découvrons qu'il y en a un au niveau de y = 1, un autre correspondant à y = +2, à y = —3, etc., soit une colonne entière traversant toute la planche.



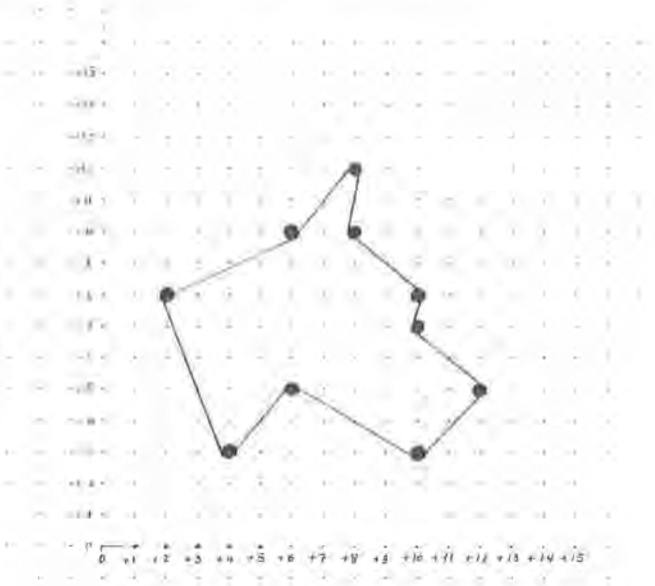


De même, y a-t-il un seul trou correspondant par exemple à y = +2 ? Nous constatons qu'il y en a un au niveau de x = —1, de x = —2, de x = +4, etc., autrement dit sur toute une ligne qui pourrait se prolonger en dehors de la planche.

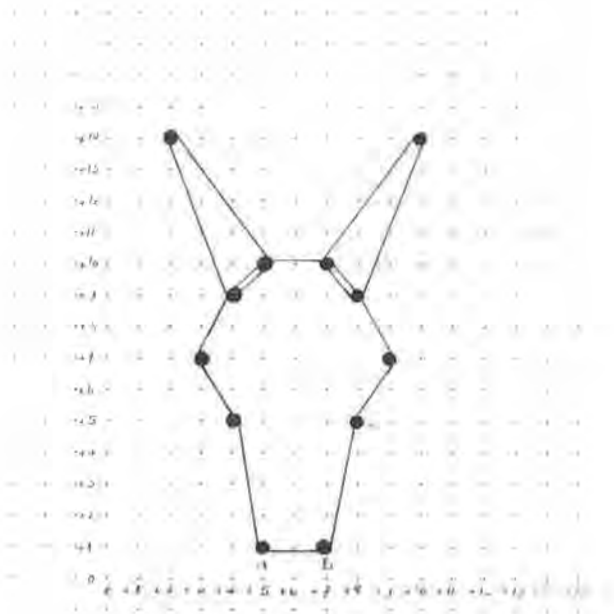
Comme la colonne de tous les x correspondant à —3 et la ligne de tous les y correspondant à —2 se croisent, il y a un trou commun qui correspond à la fois à x = —3 et à y = —2 (trou A).
Plusieurs constructions analogues permettront aux enfants de remarquer que chaque trou de la planche est à l'intersection d'une ligne de x et d'une colonne de y. Chaque trou correspond donc conjointement à une des «valeurs» de x et à une des «valeurs» de y. Sa place peut être précisée par un couple de nombres. Par exemple, x = —3 et y = —2 désignent sans ambiguïté un, et un seul trou de la planche. Si l'on décide d'énoncer toujours la valeur de x pour commencer, il suffira par exemple de dire ou d'écrire (—3; + 4), (+2; +5) (—3; —6) pour désigner trois trous à un endroit bien précis.
Après quelques exercices, les enfants placeront facilement des fichets aux endroits désignés par des couples. Ainsi ils ont découvert un moyen sûr de repérer et de désigner n'importe quel trou de la planche.
Pour s'en assurer, il suffit de leur donner ou de leur dicter la liste de couples suivante:

(+4; +3) (+6; +5) (+10; +3) (+12; +5) (+10; +7)
(+10; +8) (+8; +10) (+8; +12) (+6; +10) (+2; +8)

Les enfants placent des fichets (il vaut mieux que ce soit d'une seule couleur) dans les trous correspondant aux couples et les relient par un élastique. Si tout est juste, cela doit donner la tête de chien ci-après.



A leur tour, les enfants pourront proposer à leurs camarades d'autres silhouettes en donnant la liste des couples.
Voici encore un exemple de dessin pour lequel on peut utiliser plusieurs élastiques.
Cette silhouette (tête de mulet) pourrait également être dessinée dans un réseau quadratique à points, et les enfants devraient retrouver les couples correspondant aux points A, B, C, etc.



La clé de l'enseignement mathématique est le recours de plus en plus large aux méthodes actives. Cela ne signifie pas que le rôle de la mémoire soit négligé, mais que le travail de la mémoire aura été préparé et facilité par une réflexion préalable.

André Revuz, Math-Ecole numéro 43, mai 1970.

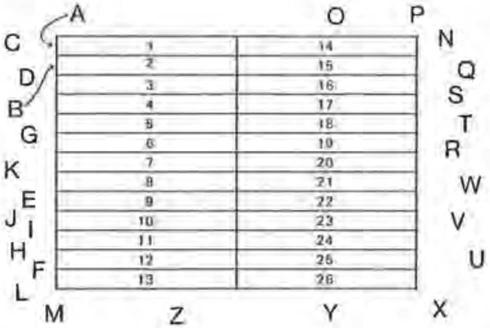
Jeu d'ordre alphabétique

par Jean-Yves Leclerc, conseiller en mathématique
et Jacques Robert, conseiller en français, Commission scolaire Lotbinière

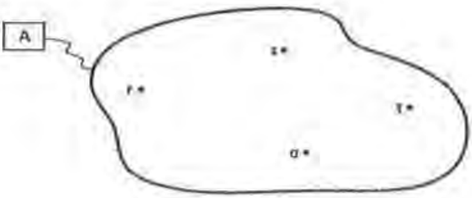
Degré: 4e à 6e année

1. On classe les lettres de la façon suivante:
a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n,
o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z.

   Trace une flèche partant de chaque lettre vers la case indiquant son rang alphabétique.



2. Soit A = {r, o, t, s} Trace toutes les flèches signifiant «vient avant dans l'ordre alphabétique».



3. Soit A = {n, k, u, s, l, m} et la relation «vient après dans l'ordre alphabétique».
Consigne: Si une lettre écrite dans la colonne de gauche vient après celle écrite en haut du tableau, tu écris (1), sinon, tu écris (0).

Continue de compléter la grille, la première ligne est déjà faite.

$\curvearrowright$	n	k	s	l	m	u
n	0	1	0	1	1	0
k						
s						
l						
m						
u						

4. Remplis toutes les cases en utilisant la même consigne, c'est-à-dire (1) ou (0) selon que la relation «vient après dans l'ordre alphabétique est vraie ou fausse.

$\curvearrowright$	k	l	m	n	s	u
k						
l						
m						
n						
s						
u						

Comment sont disposés les «1» et les «0» ?
Pourquoi ?

5. Soit les mots: poivre, livre, mathématique, nord, tulipe, rire.

   a) Trace toutes les flèches signifiant «vient avant dans l'ordre alphabétique».

poivre ● livre ● mathématique ● tulipe ● nord ● rire ●

   b) Ecris les mots dans l'ordre alphabétique.
   c) Examine les réponses obtenues en (a) et (b).
      Que remarques-tu ?

6. a) Complète la grille suivante en utilisant la relation «vient avant dans l'ordre alphabétique» et les chiffres «1» ou «0» selon que cette relation est vraie ou fausse.

$\curvearrowright$	gomme	classeur	trousse	règle	ardoise
gomme					
classeur					
trousse					
règle					
ardoise					

b) Quel est le mot qui correspond à la ligne où il y a le plus de «1) ?
c) Quel est celui qui a le plus de «0» ?
d) Ecris les mots par ordre alphabétique et inscris entre parenthèses le nombre de (1) qui correspond à chacun d'eux. Que remarques-tu ?

7. A l'exercice précédent, les mots à ordonner commençaient par des lettres différentes, alors on n'avait qu'à regarder la première lettre de ceux-ci. Mais si les mots commencent par la même lettre, on regarde la deuxième lettre de ces mots pour les classer.

Exemple: «seau» et «sur» commencent par la même lettre, on doit considérer la deuxième lettre de chacun d'eux. Alors «sceau» vient avant «sur» parce que «e» précède «u» dans l'ordre alphabétique.
Trace toutes les flèches qui signifient «vient avant dans l'ordre alphabétique».

tour ●　　　　　　trou ●
tente ●
　　　　　　tarte ●

8. Si les deux premières lettres des mots à classer sont semblables, on considère la troisième lettre des mots.

Exemple: «tarte» et «table» commencent par les deux mêmes lettres, on doit tenir compte de la troisième lettre de chacun d'eux. Alors, «table» vient avant «tarte» parce que «b» précède «r» dans l'ordre alphabétique.

　　　　　　barbu ●
balle ●
bacon ●
　　　　　　bâton ●

9. Soit l'ensemble des mots compris entre «image» et «ouvrage» dans ton dictionnaire.

A = {image, ... ouvrage}

a) Bavard est-il élément de cet intervalle ?
b) Maman est-il un mot appartenant à A ?
c) Utilise les signes $\in$ et $\notin$.

bonbon .... A	maman .... A	bavard .... A
idiot .... A	imbécile .... A	outarde .... A
imagination .... A		

10. Soit A = {maison, ... poisson}
   a) Trouve dans ton dictionnaire trois mots qui appartiennent à cet ensemble.
   b) Trouve trois mots qui n'appartiennent pas à cet ensemble.

11. Voici trois intervalles de mots:
   A = {marbre, ... mission}
   B = {liste, ... sommeil}
   C = {dortoir, ... rasoir}

   1. Trouve un mot qui appartient aux ensembles suivants:
      a) .... $\in$ $A \cap B \cap C$
      b) .... $\in$ $A \cap B$
      c) .... $\in$ $A \cap C$
      d) .... $\in$ $B \cap C$

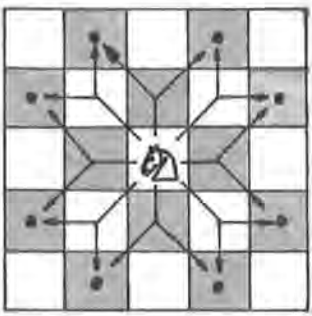
   2. Trouve cinq mots qui appartiennent à: $A \cap B \cap C$

Référence: Orthographe et Mathématique par Bray-Clausard, Editions Hurtubise/HMH, OCDL, Paris 1972.

Extrait de APAME, vol. XII, numéro 1, octobre 1975.

A cheval sur un groupe...

(Structure de groupe, topologie)
par J.-J. Walder, Hermance



Etude préalable:

Déplacement du cheval au jeu d'échecs.
(Voir ci-contre)

— 2 cheveaux ne peuvent se trouver sur la même case.
— Les cheveaux ne se «mangent» pas.

Question:

Sur un mini-échiquier de 3 sur 3, peut-on échanger les places des chevaux blancs et des chevaux noirs?

cheval 1 à la place du cheval 4
cheval 2 à la place du cheval 3 ?

ou

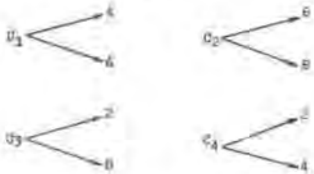
cheval 1 à la place du cheval 3
cheval 2 à la place du cheval 4 ?

A titre d'aide, on peut colorier les cases et les numéroter.
(Les chevaux peuvent être remplacés par 2 jetons de 2 couleurs différentes).

1	2	3
8	9	4
7	6	5

Après tâtonnements et expérimentations libres, on peut aider les élèves par quelques questions.

1. Les chevaux s'arrêtent-ils sur toutes les cases de l'échiquier ? Pourquoi ? (case 9 inutilisable)
2. Quelles sont les possibilités de déplacement de chaque cheval ?

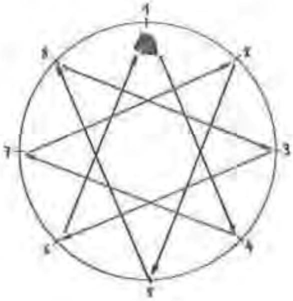


Quelles remarques peut-on faire en observant ces chiffres ?

3. Représentons ces déplacements à l'aide d'un cercle:

Quelle figure reconnaît-on ?

4. Occupons-nous d'un seul cheval :



Combien de sauts doit-il effectuer
— pour occuper la case de C_3 ? de C_4 ?
— pour revenir à son point de départ ?

Même travail pour les trois autres chevaux; on peut ainsi établir le tableau suivant:

(sauts)	1	2	3	4	5	6	7	8
c_1	4	7	2	5	8	3	6	1
c_2	6	1	4	7	2	5	8	3
c_3	8	3	6	1	4	7	2	5
c_4	2	5	8	3	6	1	4	7

Après discussion sur ces suites de nombres, on voit que le problème posé ne peut être résolu que si les chevaux, **à tour de rôle,** suivent un circuit identique.
Par «crantage», le cheval 1 prendra la place du cheval 3 et le cheval 2 celle du cheval 4.
L'autre possibilité, proposée en première page, est exclue.

5. **Tableau des sauts** (classe de restes modulo huit)
Pour aller de 1 à 1, un cheval a 8 sauts à effectuer; il peut aussi rester sur place.
Pour aller de 1 à 2, il a 3 sauts...
Pour aller de 1 à 3, il a 6 sauts...

/	1	2	3	4	5	6	7	8
1	8/0	3	6	1	4	7	2	5
2	5	8/0	3	6	1	4	7	2
3	2	5	8/0	3	6	1	4	7
4	7	2	5	8/0	3	6	1	4
5	4	7	2	5	8/0	3	6	1
6	1	4	7	2	5	8/0	3	6
7	6	1	4	7	2	5	8/0	3
8	3	6	1	4	7	2	5	8/0

6. Extensions possibles:

— Même étude avec un échiquier de 4 sur 4.
— Si le cercle ne contenait que 7 arrêts, 6 arrêts...
— Avec 1 saut, le cheval «néglige» 2 arrêts,
avec 2 sauts ... 5 arrêts,
etc.
— Et bien d'autres choses...

Pourquoi ?

La math nouvelle, pourquoi ? Question sans cesse répétée, question presque lassante. Et pourtant question essentielle à laquelle il faut donner une réponse. Réponse non pas une et définitive, mais multiple et à reformuler à chaque occasion.

En voici une de Jean Piaget.

Nous ne comprenons ni moralement ni intellectuellement le monde actuel. Nous n'avons pas encore trouvé l'instrument intellectuel qui nous servira à coordonner les phénomènes sociaux, ni l'attitude morale qui nous permettra de les dominer par la volonté et par le cœur. Nous sommes comme le vieil Esquimau à qui un ethnographe demandait pourquoi sa tribu conservait pieusement certains rites, dont le vieux sage avouait ne pas comprendre la signification» «Nous conservons nos vieilles coutumes, répondit-il, afin que l'univers se maintienne.» En effet, l'univers est pour le primitif une grande mamachine en équilibre instable, et où tout tient à tout (les coutumes sociales et les lois physiques demeurant indifférenciées les unes des autres): qu'on lui enlève une seule de ses prières, même sans savoir à quoi elle peut servir, et l'ensemble de la machine risque de se détraquer. L'univers social est un peu, pour nous, ce qu'est l'univers entier de ce primitif: nous devinons une harmo-

nie, relative, un mécanisme global qui marche ou se détériore, mais nous n'en comprenons pas les rouages et, dans le doute, nous conservons tout ce que nous pouvons, au risque parfois d'en empêcher précisément le bon fonctionnement.

La première tâche de l'éducateur, en présence du problème international[1], *c'est donc de chercher à adapter l'élève à une telle situation, sans rien lui voiler de sa complexité. C'est de façonner dans l'esprit de l'enfant un instrument spirituel — non pas une habitude nouvelle, ni même une croyance nouvelle — mais une méthode et un outil nouveaux qui lui permettent de comprendre et de se conduire. En parlant d'instrument intellectuel, nous pouvons nous référer à la science, qui est l'une des plus belles adaptations de l'esprit humain, et une victoire de la raison sur le monde matériel. Or, comment a-t-elle réussi ? Ce n'est pas seulement en accumulant des connaissances ou des expériences. Et même loin de là: c'est en construisant un outil intellectuel de coordination, grâce auquel l'esprit a pu mettre en relation les faits les uns avec les autres. Or, c'est là ce qu'il nous faut, du point de vue social: ce n'est pas seulement de donner à l'enfant quelques connaissances nouvelles sur les réalités et les institutions internationales; ces connaissances ne lui serviront à rien si l'on ne crée pas, en même temps, une attitude «sui generis», un instrument de coordination de nature à la fois intellectuelle et morale valable à toutes les échelles et adaptable aux problèmes internationaux eux-mêmes.*

Or (et ce sera notre seconde remarque), l'obstacle essentiel qui s'oppose aux progrès de la coordination intellectuelle et à la réciprocité morale n'est autre que l'attitude la plus spontanée et la plus indéracinable de toute conscience individuelle et même collective: c'est l'égocentrisme, intellectuel et affectif, se retrouvant en chaque esprit individuel dans la mesure où il est plus primitif et non encore décentré par les interactions sociales; et c'est le sociocentrisme intellectuel et affectif, réapparaissant à son tour en chaque unité collective, dans la mesure à nouveau où une décentration nécessaire ne parvient pas à s'effectuer. Il y a là, en effet, une attitude si naturellement ancrée en toute conscience qu'il est impossible de s'en défaire en une fois, par une sorte de conversion totale des tendances spontanées, mais qu'elle réapparaît, palier par palier, lors de chaque nouvelle conquête de la coordination. Cette libération indispensable par rapport au «moi» et au «nous» demande même un effort intellectuel et moral considérable, et suppose une constante volonté, sinon parfois une sorte d'héroïsme.

> *«Où va l'Education ?»* Bibliothèque *Médiations*, Denoël-Gonthier, 1972, pp. 124-126. Ces lignes ont été reproduites dans «CH, Choix de textes», édité par le Conseil fédéral suisse à l'occasion du centième anniversaire de la Constitution fédérale de 1874. Chancellerie fédérale, 1975, Pp. 589-590.

La math nouvelle ? — Parce qu'elle est un instrument spirituel —, une méthode, un outil nouveaux qui permettent à l'individu de comprendre et de se conduire.

[1] En présence de *tout* problème (N. de la r.).

Existe-t-il vraiment une pédagogie de la mathématique ?

par J.-J. Walder, Hermance

Les opinions que vous avez pu lire ou entendre sont très diverses; vous voudrez bien accepter qu'au milieu de ce concert, parfois discordant, je place ma petite note, humble et campagnarde.
Eh bien, non ! Lorsque je regarde travailler ma classe, je ne vois pas de différence fondamentale entre la leçon de mathématique et n'importe quelle autre.
Je ne me souviens plus bien des théories pédagogiques, je manque sûrement de réflexion profonde sur mon action éducative, directive ou non... je ne vois que mes élèves, leur travail, leurs progrès ou leurs difficultés et j'essaie de les aider. Je vais donc justifier ma réponse négative par des exemples, pris dans les travaux effectués par ma classe.

Histoire: travail par équipe de 3-4 sur le moyen âge.
1re équipe: la vie dans les campagnes
2e équipe: la vie dans les villes
3e équipe: les gens de métiers
4e équipe: les bourgeois
5e équipe: les nobles, le château
6e équipe: le clergé, les croisades

Les élèves lisent, découpent, collent, résument, préparent l'exposé qu'ils feront et le stencil qu'ils donneront à leurs camarades. Ils choisissent les diapositives correspondant à leur sujet.

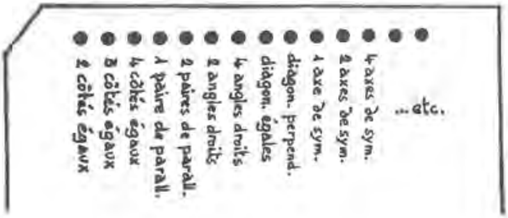
Géographie: chaque équipe reçoit un plan de travail sur le canton de Bâle.
1re équipe: comparaison Bâle - Genève
2e équipe: Bâle-Ville
3e équipe: Bâle-Campagne
4e équipe: le Rhin
5e équipe: Bâle fluvial, ferroviaire, aérien et routier (l'écluse)
6e équipe: l'économie bâloise

Français: Les élèves, par deux, travaillent un texte de leur choix: lecture, vocabulaire, sens. Puis, ils rédigent des questions qu'ils poseront à leurs camarades après avoir lu et expliqué le texte choisi.

Mathématique: Comment classer les quadrilatères que nous avons déjà rencontrés (□ ▭ ▱ ◇ ⏢ ⏢ ⏢) à l'aide de cartes perforées.

Ils commencent par résumer les propriétés de chaque figure et s'efforcent de découper au mieux leurs cartes. A l'aide de leur aiguille à tricoter, ils vérifient leur classement.

Exemple:



A la réponse «non», ils découpent une encoche.

Lorsque je les vois travailler, chercher, comparer, ordonner, s'expliquer mutuellement leur travail, je ne remarque vraiment aucune différence.
J'entends déjà votre question:
Ne travaillent-ils que par équipe ?
Bien sûr que non ! Nous travaillons parfois collectivement ou individuellement. C'est absolument nécessaire.
Pour moi, un enseignement harmonieux comprend des leçons par équipe, des travaux individuels et chaque fois que cela est nécessaire des leçons collectives. C'est rechercher la meilleure manière de trouver en face de moi des élèves intéressés et actifs, qui se forment eux-mêmes et entre eux... avec mon aide. *La matière elle-même ne peut imposer une seule manière d'enseigner.*

● Sept morts, quarante blessés

Le samedi 14 février, à 10 h. 30, les trains 9 et 10 se télescopent en aval de la halte d'Essert-sous-Champvent.
La ligne Ste-Croix-Yverdon est un «système». Très simple: une droite (en pensée) et des évitements pour permettre aux trains de se croiser. A défaut d'un dispositif sophistiqué de contrôle, il revient aux agents de la ligne — chefs du mouvement, chefs de gare, mécaniciens des locomotives — d'avoir, en tête, l'ensemble du système: connaissance exacte du réseau et des déplacements des mobiles. Données spatiales et temporelles à maintenir dans l'esprit et à coordonner de minute en minute. Cela demande une «présence d'esprit» dans les deux sens du terme. La math «moderne» éduque cette présence d'esprit. Elle fait prendre conscience des dimensions multiples du réel et peut sous-tendre la conscience des responsabilités, la conscience morale. Bien évidemment, le fait que les mécaniciens des trains descendant et montant n'aient probablement pas fait de math moderne n'explique pas le drame. Celui-ci révèle pourtant que la math moderne participe au destin actuel des hommes.

La compagnie est, dit-on, sur le point de doter sa ligne d'un dispositif «moderne» de sécurité. Un nouveau drame sera-t-il, désormais, impossible ? Non, estime M. Robert Bloesch, du comité central de la Fédération suisse des cheminots. Pourquoi ? Parce que les hommes du rail auront à stocker un nombre grandissant de signaux dont il faudra, rapidement, quasi instantanément, interpréter les données pour composer les éléments de la décision. L'appareillage électronique, si parfait soit-il, ne relaiera pas l'homme, et l'homme, on le sait, a des défaillances. Mais cet homme devra être entraîné autrement qu'avant à l'accomplissement de ses tâches professionnelles. Moins d'énergie musculaire, plus de force intellectuelle: l'aptitude, devenue seconde nature, à organiser, à relier pertinemment, à hiérarchiser et à savoir décider nettement, justement, sans faille. La math moderne, instrument de survie.

S. Roller

● Echos d'une conférence de presse

Mercredi 25 février, Château d'Ouchy, le Délégué à la coordination scolaire en Suisse romande, M. Jean Cavadini, accueille des journalistes auxquels des informations sont données à propos de l'enquête faite auprès des institutrices de première année (M.-E 71, p. 33). Un dossier est remis aux hôtes. Il contient, entre autres, les deux papiers que voici:

Le renouvellement de l'école et la mathématique

C'est pour faire des hommes capables d'affronter la vie d'aujourd'hui avec courage et intelligence que l'école doit se renouveler.

La mise en commun des forces pédagogiques de la Suisse romande est, en soi, un renouvellement. Il n'a qu'un but: rendre l'école meilleure. On compte y parvenir par l'union coopérative de ce qui se fait de mieux dans chaque canton.

Un élan a été donné. Les instituteurs d'abord, les autorités scolaires ensuite ont mis en chantier la construction d'une école «romande».

Le travail accompli jusqu'ici est une tâche commune entreprise par les départements et par les maîtres eux-mêmes, appelés à travailler dans de très nombreuses commissions. Ils ont réalisé ensemble des programmes et des manuels.

Première étape: le plan d'étude pour les quatre premières années de l'école primaire (1973). Ce fut le travail de la Commission interdépartementale de coordination de l'enseignement (CIRCE 1).

Deuxième étape: élaboration d'ouvrages pour les maîtres et de fiches de travail pour les élèves. Et, en même temps, perfectionnement des maîtres.

Troisième étape: introduction du nouvel enseignement de la mathématique en première année (enfants de 6 ans). Automne 1973.

Quatrième étape: évaluation du travail accompli. C'est la mission confiée à l'Institut romand de recherches et de documentation pédagogiques (IRDP) créé, par les départements, en 1970. Il s'agit d'observer avec la plus grande attention l'enseignement nouveau de la mathématique de manière à repérer les erreurs qu'on aurait commises et à y porter remède.

L'IRDP, pour cela, est doublement équipé: deux collaborateurs spécialisés pour l'enseignement de la mathématique et une commission d'appui comprenant inspecteurs, enseignants et psychologues.

L'observation des classes au travail se fait de plusieurs manières: questions posées aux maîtresses, tests soumis aux enfants, et examen critique des ouvrages publiés, monographies offrant aux institutrices le moyen d'évaluer leur propre enseignement et de lui donner une plus grande sûreté.

Tout ce qui a été entrepris au niveau de la première année sera repris par la suite avec quelques changements et améliorations, au niveau des autres degrés.
Aujourd'hui, une partie de l'opération est soumise à l'attention de la presse: la première *enquête* faite auprès des institutrices de première année pour connaître leurs réactions à l'égard de l'enseignement renouvelé de la mathématique.

S. Roller

La mathématique nouvelle, pourquoi ?

Automobiliste, vous traversez la ville. Vous devez, dès que votre moteur tourne, planifier votre parcours: signaux d'entrée, de virages, d'interdiction, files de présélection, avis de détournements, etc. Votre situation est une situation «mathématique». Piéton, vous prenez votre ticket de bus: quelle somme introduire dans l'automate ? Sur quels boutons appuyer ? Un schéma vous répond. Nouvelle situation «mathématique».
De telles situations non-numériques, et pourtant mathématiques, sont nombreuses: quelles informations recueillir, comment les organiser, comment se décider à partir d'elles ? Se tirer d'affaire est chose difficile, plus difficile que ne l'étaient les problèmes d'arithmétique de jadis. Nous vivons dans un monde de signaux; il faut, à tout instant, les interpréter, sous peine de se perdre.
La vie moderne, celle d'aujourd'hui et celle des enfants, adultes en l'an 2000, baigne ainsi les individus dans un monde «mathématisé». Elle demande souplesse d'esprit et rapidité d'adaptation. Désormais, les recettes toutes faites, apprises par cœur, ne servent plus.
Et le calcul ? Parent pauvre de l'enseignement nouveau ? Certains le prétendent. Ils se font illusion. Savent-ils qu'en 1966, avant l'arrivée de la «math moderne», les adolescents de Genève (même les gymnasiens), n'avaient retenu qu'un petit 50 % des notions d'arithmétique apprises par eux à l'âge de 12 ans ? (Enquête du Service de la recherche pédagogique du Département de l'instruction publique).
Précisons encore qu'à l'heure actuelle, *seuls* les enfants de 6 à 8 ans ont reçu le nouvel enseignement et qu'on n'est pas en mesure d'en juger les effets sur les jeunes de 16 ans.
Au fait, quelle est l'importance réelle du calcul ? Le nouvel enseignement ne le bannit pas, au contraire. Mais il insiste sur autre chose qu'avant: la rapidité compte moins que l'aptitude à manier les nombres pour interpréter les informations qu'ils donnent et pour pouvoir se décider en connaissance de cause. Rapidité et exactitude sont de plus en plus confiées à la machine: les calculatrices de poche sont vendues à des prix dérisoires (ils baissent de semaine en semaine). Les vendeuses, par exemple, ne font plus leurs calculs de tête, mais elles doivent savoir, pour vérification, estimer l'ordre de grandeur des tickets de caisse. Le client, lui, doit dans la jungle des prix des «grandes surfaces» avoir assez de présence d'esprit pour évaluer rapidement et sûrement un ensemble de dépenses possibles (et tentantes) et savoir si oui ou non il ouvrira son porte-monnaie.
L'enseignement nouveau n'a qu'un but: aider les jeunes à affronter avec succès leur monde à eux. C'est un enseignement exigeant.

Catherine Rübner

● Communiqué

Le second Forum sur l'enseignement de la mathématique, organisé par la sous-commission «Mathématique», de la Commission pédagogique suisse aura lieu comme l'an dernier au Gurten, près de Berne, du 1er au 3 décembre 1976.

Thème: *La méthodologie des situations dans l'enseignement mathématique*

Le président de la sous-commission est M. Werner Heller, Spitalstrasse 8b, 8630 Rüti (ZH).

Lu pour vous

● Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math

par Kline, M. Prof. St Martin Press, New York, 1973. IV et 173 p., bibl.

Malgré son titre polémique et quelque peu tapageur, cet ouvrage se recommande par le sérieux de l'information et les qualités de son auteur. C'est un livre que devrait lire tout enseignant chargé de responsabilités dans les réformes en mathématiques. En résumé Prof. M. Kline souhaite une réforme profonde de l'enseignement des mathématiques, mais pas n'importe quelle réforme.

Dans les trois premiers chapitres, l'auteur décrit de manière cinglante certains abus en algèbre moderne; il critique les programmes traditionnels en raison de leur compartimentage, de leurs objectifs flous et surtout de leur manque de motivation. Il présente enfin l'historique de la réforme aux USA dès 1950.
La partie centrale de l'ouvrage (chap. 4-8) traite les problèmes de fond. Kline s'oppose à une approche purement déductive des mathématiques, à un recours trop fréquent à l'axiomatique. Il s'appuie sur les opinions de H. Poincaré, Félix Klein, etc. pour proposer un curriculum qui respecte l'évolution chronologique des mathématiques. Le chapitre sur la rigueur est dans la même ligne et il enchaîne avec une critique du langage mathématique: imprécis dans la mathématique traditionnelle, figé et inefficace dans la mathématique nouvelle. Mais surtout, les mathématiques sont envisagées pour elles-mêmes, sans relation avec les autres domaines de la culture.
La troisième partie (chap. 9-10) fait le procès des réformes menées aux USA: expériences pédagogiques non contrôlées, manuels écrits sans expériences préalable dans les classes, propagande des éditeurs, confiance exagérée des enseignants vis-à-vis de leurs représentants dans les comités de rédaction, manque de souci pédagogique, préparation insuffisante des maîtres. Le succès des réformes serait dû à une propagande bien orchestrée et largement financée.
Le chapitre final «The Proper Direction for Reform» est un plaidoyer pour une véritable réforme qui viserait à un enseignement plus «large» que «profond», ouvert sur la culture, les autres sciences et les arts. Les mathématiques sont, en effet, la clé de notre compréhension du monde physique et c'est en dehors des mathématiques qu'il faut chercher les vraies motivations pour leur étude.

Doc. IRDP 7227; A. Calame

● Le pourquoi en mathématique

par Francine Jaulin-Mannoni. Paris, Les Ed. E.S.F., 1975. 207 p., fig., bibl. (Coll. Science de l'éducation).

Par cet ouvrage Francine Jaulin-Mannoni s'adresse aux pédagogues. Elle se propose de démontrer qu'aucune pédagogie n'est possible si elle ne s'accompagne pas d'une analyse sérieuse de la genèse des raisonnements qui mènent à l'acquisition d'une notion mathématique.
Les deux affirmations suivantes, tirées de l'introduction, sont significatives de l'esprit et de la direction dans lesquels l'auteur aborde son sujet: «Nous vivons sur ces illusions qu'il suffit d'avoir accédé aux connaissances pour les transmettre» et «Il ne s'agit pas de savoir comment enseigner aux enfants que la Terre est ronde mais de leur donner les moyens d'accomplir eux-mêmes les démarches analogues à celles qui permirent autrefois cette découverte».

Dans une première partie, le lecteur essaie de deviner ce qui se passe dans la tête d'une petite fille, Caroline, en face d'une situation concrète. Il est ensuite amené à se préoccuper du rapport de la pensée mathématique au réel, de l'inconscient logico-cognitif. Les chapitres à caractère plus théorique sur l'apprentissage des structures et le rôle de la fonction symbolique dans leur élaboration sont également présentés dans l'optique du pédagogue qui cherche à «transmettre», en se plaçant au niveau de son interlocuteur, l'enfant.
Une seconde partie, moins ardue et plus proche de la pratique quotidienne de l'enseignant, est consacrée à la commutativité de la multiplication. Elle éclaire et illustre de façon particulièrement heureuse les difficultés mises en évidence dans la première partie. Les trois cas de rééducation choisis ainsi que les expériences menées dans des classes sont décrits avec précision, ils sont intéressants, voire passionnants.
Les conclusions n'apportent pas de réponse au constat d'échec établi par l'évaluation de quelques classes dans le domaine précis de la commutativité de la multiplication. Elles ont tout de même le mérite de poser quelques questions fondamentales: «L'école entrave-t-elle le libre développement des structures ou se contente-t-elle de ne rien faire pour aider l'enfant à les élaborer ?»; «Produit lui-même de l'enseignement qu'il a reçu, le pédagogue est-il prêt à faire demain les remises en question nécessaire à un véritable changement ?».

Doc. IRDP 6716; F. Jaquet

J. A. 2000 NEUCHATEL 7 MAIL

TABLE DES MATIERES

Abonnements:

Suisse F 10.—, Etranger F 12.—, CCP 20 - 6311. Paraît 5 fois par an. Institut romand de recherches et de documentation pédagogiques; 43, fbg de l'Hôpital, CH-2000 Neuchâtel. (Tél. (038) 24 41 91).

Adresse: Math-Ecole, 43, fbg de l'Hôpital, CH-2000 Neuchâtel; CCP 20 - 6311