

# DES PISTES DE RÉFLEXION DIDACTIQUES POUR CONSTRUIRE LA DROITE NUMÉRIQUE EN ÉQUIPE ÉDUCATIVE

(2<sup>e</sup> PARTIE)

Pierre Stegen et Annick Sacré

Équipe de recherche collaborative en didactique des mathématiques, Université de Liège

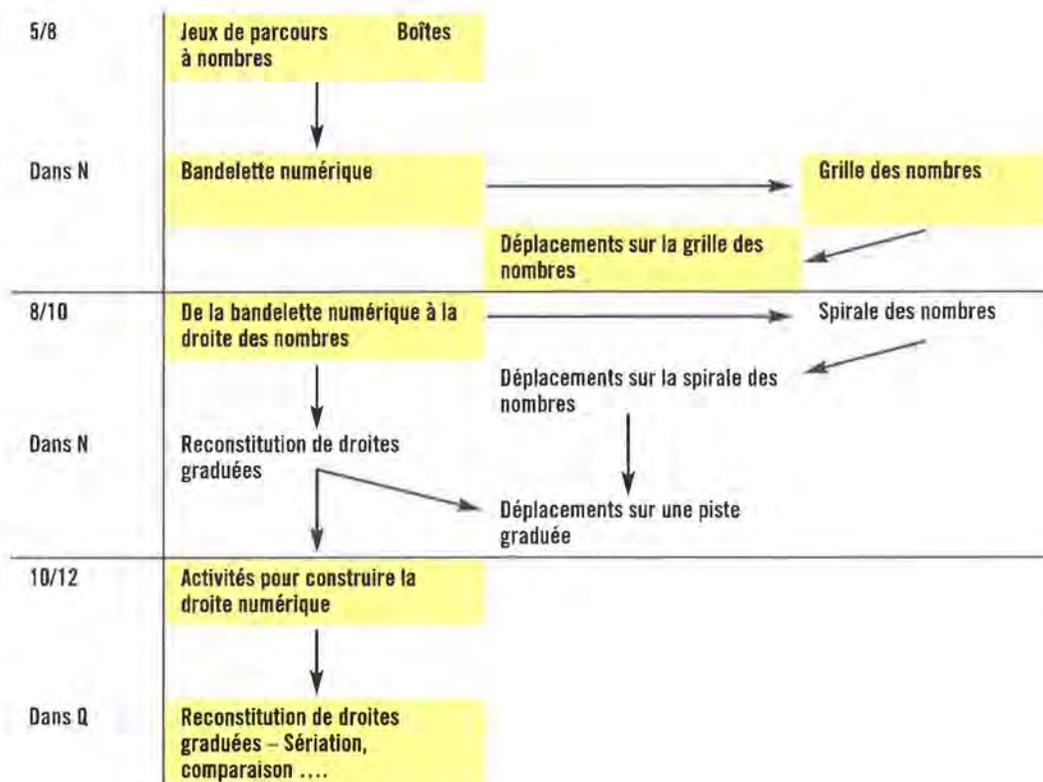
[ndlr] Voici le dernier d'une série de quatre articles sur la droite numérique, qui contient encore de nombreuses

propositions pratiques, pour des élèves de 8 à 10 ans cette fois-ci. Merci à nos collègues de Liège de cette contribution et à la revue belge, *Ecole des années 2000*, de nous autoriser à reproduire cet article.

## Introduction

Dans de précédents articles, nous nous sommes intéressés à la construction de la droite numérique à l'école primaire, au niveau spécifique du cycle 10/12 (*Math-Ecole*, 202 et 203, juin et août 2002), puis à l'échelle plus globale de l'école primaire au départ de la question : « *quelles activités mettre en place pour permettre aux élèves de construire, en cycles d'apprentissage, la droite numérique ?* » (*Math-Ecole*, 205 janvier 2003).

À cette occasion, nous avons proposé la progression didactique suivante :

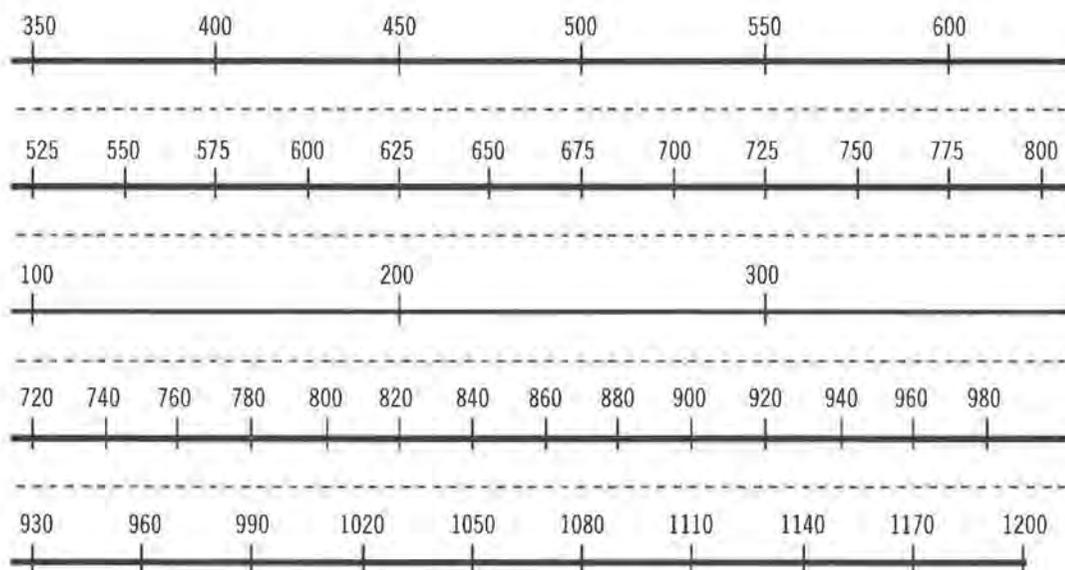


- Les cases colorées renvoient aux activités présentées dans les articles précédents.
- La première colonne de ce tableau situe les cycles dans lesquels s'inscrivent nos propositions d'activités. On rappellera que nous avons choisi de travailler dans N aux cycles 5/8 et 8/10, et de réserver au cycle 10/12 le travail de positionnement de nombres rationnels sur une droite numérique.
- La deuxième colonne présente la manière dont nous envisageons la construction de la bandelette numérique puis son évolution : le passage de la bandelette numérique à la droite numérique.
- La quatrième colonne détaille des activités qui permettent aux élèves de construire et d'utiliser deux autres types de référents. Nous faisons l'hypothèse que ceux-ci sont plus utiles aux élèves (du cycle 5/8 et du début du cycle 8/10) pour structurer l'univers des nombres entiers.
- Dans la troisième colonne, on trouve des activités de déplacements sur les référents construits par les élèves. Ces activités leur seront utiles pour effectuer des opérations (additives et soustractives) au départ des référents.

### Reconstitution de droites graduées

Cette activité peut être menée avec l'ensemble de la classe, les enfants effectuant la recherche seuls ou par groupe de deux. Chaque enfant (ou chaque groupe de deux enfants) reçoit une feuille sur laquelle sont représentés cinq segments d'une partie de droite graduée. Tous les segments sont construits sur la base d'une même échelle, mais présentent des graduations différentes (de 50 en 50, de 25 en 25, de 100 en 100, etc.).

#### Exemple :



Il s'agit de reconstituer la portion de droite correspondant à ces segments (dans l'exemple ci-dessus, elle va de 100 à 1200).

Pour ce faire, les enfants procèdent comme ils l'entendent, certains vont choisir de découper et éliminer les parties de segments qui se révèlent superflus (certains segments se chevauchant partiellement), d'autres vont procéder par recouvrement.

Lors de l'expérimentation de cette activité, certains enfants « complétaient » les segments de droite en indiquant les nombres sur toutes les graduations (ou en sous-graduant certains segments), avant de procéder aux raccords.

Lorsque la portion de droite est reconstituée, l'enseignant peut inviter les enfants à la graduer de 10 en 10, ou leur demander d'y situer différents nombres, de manière plus ou moins précise selon les nombres demandés (par exemple, 150, 310, 825, 1001, etc.).

Lors de la synthèse, l'enseignant fera porter la

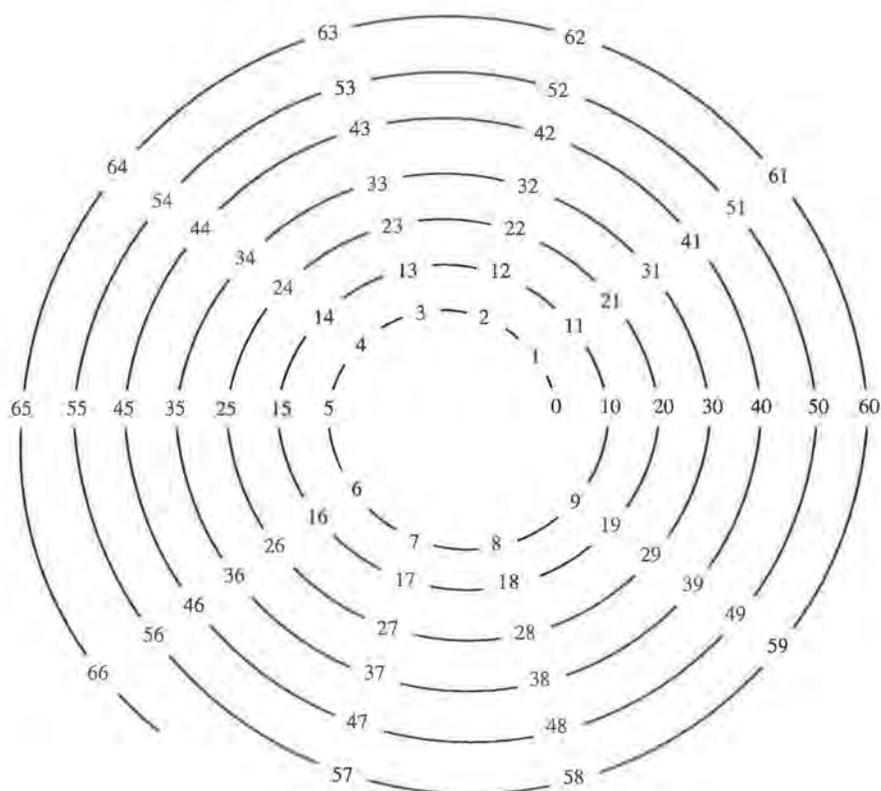
discussion sur les graduations, leur régularité et leur importance.

### La spirale des nombres

La grille des nombres permet d'organiser la bandelette numérique pour faire apparaître les régularités de la suite des nombres (jusque 100). La spirale des nombres permet d'organiser la chaîne numérique (en allant au-delà de 100) et de constater que les régularités déjà observées sur la grille des nombres se prolongent au-delà de celle-ci.

### Étape 1 : découverte et appropriation du matériel

Cette première étape est individuelle : chaque enfant reçoit une spirale, vierge, et a pour tâche d'y écrire la suite des nombres de 1 en 1.



Dans un premier temps, on peut laisser les enfants commencer la suite à 0 ou à 1, mais lors d'une reprise de cette activité, il sera intéressant d'imposer que le nombre de départ soit supérieur à 100. Les enfants ont ainsi la possibilité d'aller de plus en plus loin dans l'écriture de la suite des nombres.

Une première mise en commun permet de vérifier que chacun a complété correctement la spirale (en partant de 0, on arrive à 137; en partant de 1, on arrive à 138).

Les enfants sont alors invités à repasser en rouge chacun des « rayons » de la spirale (ou à utiliser une couleur différente pour repasser chaque « rayon »). Ce faisant, ils vont faire différents constats, tels que « le long d'un rayon, on avance de 10 » ou encore « sur un même rayon, le nombre d'unités est toujours le même ».

Des observations menées dans des classes font apparaître qu'il est très important de laisser du temps aux élèves pour s'approprier ce référent.

## Étape 2 : le jeu de la spirale

Une fois que la spirale est construite et que les enfants ont observé les régularités qu'elle faisait apparaître, l'enseignant peut proposer le jeu suivant. Les enfants sont groupés par trois autour d'une spirale : deux joueurs et un vérificateur. Chaque joueur place son pion sur le premier nombre de la spirale. Ils tirent ensuite, chacun à leur tour, un carton nombre (la pile de cartons comprend des cartons verts, portant les nombres de 5 à 25, qui permettent d'avancer, et des cartons rouges, portant les nombres de 1 à 15, qui font reculer, mais pas en deçà du premier nombre de la spirale). Le premier joueur qui tire un carton vert commence la partie. Le gagnant est celui qui atteint la fin de la spirale en premier.

Ce jeu permet à l'enseignant d'observer et aux élèves d'expérimenter les différentes stratégies adoptées :

- certains choisissent de compter leurs pas sur la spirale un à un,
- d'autres commencent par compter les dizaines (en progressant, ou en reculant, de rayon en rayon) avant de compter les unités,
- d'autres encore commencent par compter les unités (en avançant ou reculant sur la ligne) avant de compter les dizaines,
- d'autres enfin effectuent le calcul et se placent directement sur la case d'arrivée.

La mise en évidence de procédures peut aider les enfants à choisir celle qui semble la plus efficace.

A cette occasion, la phase de mise en commun et de découverte des différentes procédures utilisées sera facilitée par la présence au tableau d'une spirale géante, sur laquelle chacun pourra visualiser les démarches.

## Étape 3 : la spirale, outil de calcul

La spirale (comme la grille des nombres) constitue également un support intéressant pour le calcul mental. Ainsi, on peut poser aux élèves le problème suivant : « Je suis sur la case 48. Je tire un carton vert marqué 24 et un carton rouge marqué 8. Sur quelle case vais-je arriver? ».

L'intérêt de cette activité réside dans les formalisations mathématiques qu'elle va permettre lors de la validation des réponses formulées par les élèves :

- Tout d'abord la transcription mathématique de ce défi prend la forme suivante : «  $(48 + 24) - 8 =$  ». Cette formalisation peut déboucher sur une réflexion sur le rôle et l'utilité des parenthèses...
- Ensuite, selon les déplacements effectués

par les élèves sur la spirale, le résultat partiel de la somme de 48 et 24 va pouvoir se traduire, soit en «  $48 + 20 + 4$  » ; soit en «  $48 + 4 + 20$  ».

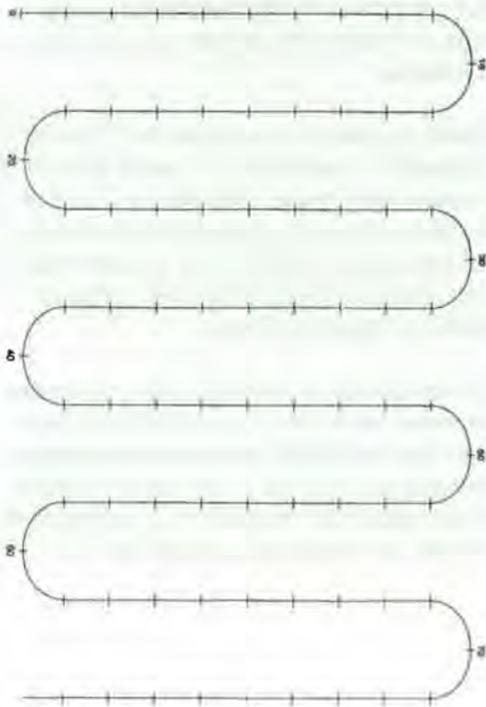
- Pour soustraire 8 de ce résultat partiel, deux stratégies sont possibles : soustraire directement 8 ou soustraire 10 puis ajouter 2. Ces deux dernières opérations peuvent constituer l'amorce d'une réflexion sur des stratégies de calcul mental (d'un point de vue opératoire).

La spirale se prête également à d'autres défis, comme la recherche des écarts (« Quel est

l'écart entre la case 23 et la case 107? »).

### Déplacements sur une piste graduée

Cette activité nécessite la participation de trois enfants : un secrétaire et deux joueurs. Le matériel mis à leur disposition se compose d'une piste (graduée de 1 en 1, avec marquage de tous les nombres), de 30 cartes (sur lesquelles sont écrits des nombres, inférieurs à 10, qui indiquent de combien il faut avancer – nombres verts – ou reculer – nombres bleus) et, pour chaque joueur, d'un jeton et d'une feuille où noter ses positions successives.



#### Feuille de route d'un joueur

Départ 30

#### Feuille de secrétaire

	Joueur A	Joueur B
1er coup		
2e coup		
3e coup		
4e coup		
5e coup		

Au début de la partie, chaque joueur place son pion sur la position 30 (par exemple). Le premier joueur tire alors une carte et déplace

son pion selon les indications de celle-ci. Le deuxième joueur fait de même. A chaque tour, les joueurs notent la position atteinte après

leur déplacement, tandis que le secrétaire note les déplacements effectués par les deux joueurs. A la fin de la partie (après 5 coups, par exemple), le gagnant est celui qui occupe la position la plus proche (ou la plus éloignée, selon ce qui a été décidé en début de partie) de 0.

*L'intérêt de cette activité réside dans le moment de synthèse qui la prolonge. A ce moment, les différents groupes de 3 élèves sont invités à échanger leurs feuilles de nota-*

*tion. Chaque groupe a ainsi l'occasion de mettre en relation les positions indiquées par les feuilles des joueurs et les déplacements indiqués par la feuille du secrétaire.*

*Une mise en commun suit cette phase de vérification. Elle permet aux différents groupes d'exprimer les incohérences qu'ils ont éventuellement pu observer. Elle permet également de constater les différentes notations utilisées par les secrétaires pour coder les déplacements :*

Soit en utilisant les couleurs

3 vert

8 bleu

Soit en utilisant des mots

avancer de 3

reculer de 8

Soit en utilisant des signes

+ 3

-8

*Lors de la vérification et de la mise en commun, on privilégie les écritures additives et soustractives ( $30 + 3 = 33$  ;  $33 - 8 = 25$ ).*

### **Variante**

L'activité est proposée une deuxième fois, avec une piste graduée de 1 en 1 et allant, par exemple, de 90 à 240. Cette fois, seuls les multiples de 10 sont marqués sur la piste et les cartes servant à indiquer les déplacements portent des nombres inférieurs à 30. La position de départ est 130 (par exemple). La présence d'un secrétaire n'est plus nécessaire, chaque joueur note sa position de départ, son déplacement et sa position d'arrivée. En fin de partie, les joueurs échangent

leurs feuilles de notation et vérifient, sans piste, les déplacements effectués par leur adversaire.

*Le fait que seuls les multiples de 10 soient indiqués sur la piste devrait inciter les enfants à abandonner le (dé)comptage par 1 et à se déplacer par bonds. Ils devraient ainsi anticiper leur position d'arrivée (et, s'ils décomposent le déplacement à effectuer, certaines positions intermédiaires).*

*Lors de la mise en commun, il est intéressant de mettre en évidence les positions intermédiaires par lesquelles certains enfants atteignent leur position d'arrivée et de montrer l'intérêt du passage par les multiples de 10 ou des déplacements par bonds de (multiples de) 10.*