11e RMT, LA FINALE

La Finale romande du onzième rallye mathématique transalpin s'est déroulée le 21 mai 2003, à l'école cantonale de langue française (ECLF) de Berne. Tous les records de participation ont été battus puisqu'on est arrivé à réunir 27 classes (près de 650 élèves) en utilisant tous les locaux à disposition. Et cette année toutes les classes sont venues avec deux accompagnants.

A la même époque, 17 autres rencontres ont permis à des centaines de classe de se réunir sur le même thème, avec les mêmes problèmes, à Bourg en Bresse, au Luxembourg, au Tessin, en Italie: à Parme, Gênes, Milan, Sienne, Cagliari, Riva del Garda... et en Israël.

Le temps était froid et pluvieux à Berne. Les premières classes sont arrivées vers 13h et les dernières vers 14h seulement, suscitant un brin d'inquiétude parmi les organisateurs, soucieux de respecter les délais impératifs du programme. A la pause, le soleil était de la partie ainsi que l'eau... de la fontaine.
Pour l'ambiance, aucune influence météorologique ne s'est fait sentir, elle fut chaleureuse du début à la fin.

Une organisation de professionnels

Le programme d'une finale est quasi immuable, que l'on soit en Suisse romande ou dans d'autres régions. Il faut faire vite car les classes viennent souvent de loin et les trains n'attendent pas.

Les copies doivent être corrigées rapidement, pendant le goûter pour que la distribution des prix puisse se faire dans les délais. Les animateurs et maîtres présents s'en chargent: deux ou trois personnes par problème, en se fondant sur des critères d'attribution des points établis minutieusement au préalable, au plan international.

Cette année, en plus, les maîtres disponibles suivaient le déroulement de l'épreuve dans chaque classe, selon une grille d'observation préparée d'avance. Ils devaient chercher à décrire par le détail les échanges et interactions d'un des groupes lors des différentes phases de résolution d'un problème, de la lecture et l'appropriation à la rédaction des explications et justifications de la solution.

Il y a donc tout un travail de préparation: répartition des classes, épreuves, critères d'analyses, liste des résultats... pour les animateurs et les organisateurs locaux.
Les collègues de l'ECLF (soutenus par Antoine Gaggero et Isabelle Torriani) n'en sont pas à leur première expérience, ils ont parfaitement dominé leur matière. Voyons plutôt:

- Réception des classes, dès 13h30.

- A 13h45, les élèves se rendent dans les salles prévues, sous la conduite de leur maître.

- A 13h55, les maîtres quittent leurs élèves, les classes reçoivent les énoncés des problèmes.

- Les élèves sont seuls, les portes des classes restent ouvertes, un surveillant par étage exerce un contrôle discret de la régularité de l'épreuve. Les visiteurs et maîtres peuvent passer de salle en salle sans déranger les élèves ni intervenir.

- A 14h35 on annonce aux classes qu'il reste 10 minutes pour rédiger leurs solutions.

- L'épreuve se termine à 14h45. Les maîtres retrouvent leurs élèves et les conduisent dans le préau où une boisson et un goûter léger sont offerts aux élèves pendant la correction des épreuves.

- Proclamation des résultats et distribution des prix différenciée :
  de 15h30 à 16h pour les classes
  de 3ème, 4ème et de 5ème
  et de 16h à 16h30 pour les classes
  de 6ème, 7ème, et 8ème

- Fin de la rencontre : 16h30.

Le palmarès

Le RMT est évidemment un concours, mais dans lequel il n'y a que des gagnants. Les prix sont les mêmes pour tous. Cette année il s'agissait d'un porte-mines et d'un certificat de participation avec, au verso, un découpage-pliage à thème topologique [1]. Les finalistes recevaient, en plus, un souvenir de cette « course d'école mathématique » : en l'occurrence, un pot à crayons marqué du signe « 11e RMT ». Mais, pour tous les participants, finalistes ou non, la récompense essentielle est de s'être creusé la tête, ensemble, d'avoir transpiré, d'être arrivé à dompter ces satanés problèmes et d'avoir acquis un autre regard sur les mathématiques.

Avant de recevoir leur prix, les classes ont remercié avec applaudissements tous les maîtres, correcteurs et organisateurs qui ont rendu possible ce bel après midi.

Bien sûr, au cours des épreuves, certains obtiennent quelques points de plus que les autres ; puis, lors de la proclamation des résultats de la finale une seule classe par catégorie – parfois deux – se retrouve sur la plus haute marche du podium. Mais, en redescendant du podium, chacun se retrouve au même stade : heureux d'avoir fait un peu de mathématiques, dans une ambiance stimulante.

Voici les résultats de cette finale romande du 11e RMT :

Classe de Mme, M. :	**venant de :**	**catégorie :**	**points [2] :**	**rang :**
Danièle Marbach	Favargny (FR)	3	13	1
JocelyneTorriani	ECLF Berne (BE)	3	12	2
Sylvie Trolliet	Montagny (VD)	3	10	3
Françoise Troenli	Montagny (VD)	4	20	1
Chantal Houlmann	Porrentruy (JU)	4	16	2
Nadine Werder	Denens (VD)	4	15	3
Sylvie Charrière	Valangin (NE)	4	13	4
André Nguyen	Lausanne (Elysée) (VD)	5	21	1
Viviane Bourquin	Corsier (VD)	5	18	2
Yan Althaus	Monthey (VS)	5	15	3
Marie-Louise Gerber	ECLF Berne (BE)	5	11	4
Michel Vacheron	Thônex (GE)	5	11	4

1. Voir page 29

2. voir page suivante, sous le tableau des résultats

Bertrand Gagnebin	Nods (BE)	6	25	1
Claude Genilloud	Bulle (FR)	6	24	2
Jacques Marmy	Morges (Beausobre) (VD)	6	21	3
Denis Straubhaar	La Chaux-de-Fonds (NE)	6	15	4
Claude Chevalley	Bex (VD)	6	13	5
Roland Jost	Bellevue (GE)	6	9	6
Margrit Ritter	Grandson (VD)	7	26	1
Viviane Bourquin	Corsier (VD)	7	24	2
Antoine Gaggero	ECLF Berne (BE)	7	23	3
Brigitte Roh	Conthey*	7	23	3
Dominique Le Roy	Cossonay (VD)	7	20	5
Margrit Ritter	Grandson (VD)	8	24	1
Pascal Michel	Tour de Peilz (VD)	8	24	1
Patrick Romailler	Payerne (VD)	8	18	3
Xavier Wibin	Conthey*	8	17	4

* classes invitées, gagnantes du concours valaisan « Espace mathématique »

Les points indiqués sont le total des points reçus pour chaque problème. Les classes en avaient 7 à résoudre, sauf en catégorie 3 et en catégorie 4 ou ils n'en avaient respectivement que 5 et 6. A raison de 4 points par problème au maximum, les classes pouvaient espérer en obtenir 20 en 3e, 24 en 4e et 28 dans les autres catégories. A la lecture de ces résultats, on constate que certaines classes n'étaient pas loin du « sans fautes avec justifications parfaites ».

LES PROBLÈMES ©ARMT 2003

Voici les problèmes de la finale, préparés par la section de Suisse romande, en coopération étroite avec les autres sections et les coordinateurs internationaux, avec quelques éléments d'analyse a priori

1. LES BOUTONS D'ERNEST (Cat. 3, 4)

Pour son prochain spectacle, Ernesto le clown doit se faire un nouveau costume.

Il veut coudre 3 boutons aux emplacements indiqués sur son costume.

Il a dans son armoire une boîte pleine de boutons bleus et de boutons rouges.

Il a commencé par placer un bouton rouge en haut, un bouton bleu au milieu et un bouton rouge en bas. Mais il aurait pu faire autrement.

De combien de manières différentes Ernest peut-il décorer son costume avec 3 boutons? Dessinez ou décrivez les solutions que vous avez trouvées.

Domaine de connaissances
- Combinatoire

Analyse de la tâche
- Comprendre que les différentes manières de choisir les boutons concernent la disposition des couleurs sur les trois emplacements.
- Comprendre que les trois boutons peuvent être de la même couleur.
- Comprendre que bleu-bleu-rouge est différent de bleu-rouge-bleu et de rouge-bleu-bleu, c'est-à-dire qu'il y a plusieurs dispositions pour un même choix des couleurs.
- Établir un inventaire organisé des huit dispositions, sans oublis ni répétitions, par exemple:

1	2	3	4	5	6	7	8
R	R	R	R	B	B	B	B
R	R	B	B	R	R	B	B
R	B	R	B	R	B	R	B

Attribution des points

4 Les 8 dispositions différentes dessinées ou décrites

3 6 à 7 solutions correctes dessinées ou décrites ou les 8 solutions avec 1 ou 2 solutions répétées (doublons)

2 4 à 5 solutions différentes dessinées ou décrites, ou 6 à 7 avec doublons

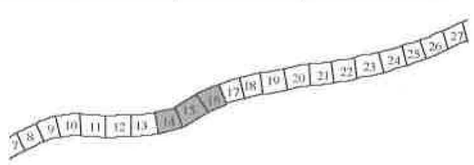
1 2 à 3 solutions différentes dessinées ou décrites, ou 4 à 5 avec doublon
ou solution ne prenant en compte que deux boutons RR, RB, BR et BB

0 1 solution dessinée ou incompréhension, ou 2 à 3 avec doublon

Origine: Suisse romande

2. LE RUBAN DE MARIE (Cat. 3, 4)

Marie a un ruban avec les nombres naturels de 1 à 40. Elle colorie la partie du ruban avec les trois nombres 14, 15 et 16 qui se suivent.



Elle additionne ces trois nombres et trouve la somme de 45, qui est justement l'âge de sa mère!

Pourrait-elle aussi obtenir 45 en additionnant d'autres nombres qui se suivent sur une partie du ruban?

Écrivez toutes vos solutions et les calculs que vous avez faits.

Domaine de connaissances
- Arithmétique: numération, addition, division, diviseurs

Analyse de la tâche
- Lire l'énoncé et s'approprier les deux conditions « nombres qui se suivent sur le ruban » et « somme 45 »
- Essayer des sommes d'autres groupes de 3 nombres consécutifs, constater que leur somme est plus petite ou plus grande que 45. Imaginer alors que les nombres consécutifs ne sont pas forcément 3 (comme dans l'exemple), mais qu'ils pourraient être 2, 4, 6, ...
- Organiser une recherche par essais, au hasard, ou par essais organisés en commençant par 2 nombres (22 et 23) en continuant par 3 (exemple), par 4 (sans solution), par 5 (7, 8, 9, 10, 11), par 6 (5, 6, 7, 8, 9, 10) par 7 et par 8 (sans solution) par 9 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) qui est la dernière solution puisque la suite commence à 1,
ou essayer d'additionner les nombres des suites commençant par 1 (ça marche), puis par 2, par 3, par 4 etc.
ou diviser 45 par ses différents diviseurs (rechercher des divisions de 45 qui marchent» pour obtenir un « nombre moyen » de la suite).

Attribution des points

4 Les cinq solutions ou les quatre nouvelles (22-23; 14-15-16; 7-8-9-10-11; 5-6-7-8-9-10; 1-2-3.-...-9), avec les calculs correspondants

3 Les cinq solutions (ou quatre nouvelles) sans le détail des calculs ou trois nouvelles solutions avec les calculs

2 Trois nouvelles solutions sans calculs ou deux nouvelles avec calculs

1 Une solution nouvelle avec calculs, ou deux nouvelles

solutions sans calculs, ou solutions avec erreurs de calcul
0 Incompréhension du problème ou une solution nouvelle sans calculs

Origine: C.I + Suisse romande + Siena

3. GUIRLANDE DE BALLONS (Cat. 3, 4)

Pour son anniversaire, Charles décore son salon en plaçant le long d'une paroi une guirlande de ballons. Il achète 5 ballons jaunes et beaucoup de ballons rouges. Il prépare la guirlande de la façon suivante:

- en partant de la gauche, le douzième ballon est rouge et porte l'inscription BON ANNIVERSAIRE;
- en partant de la droite, le douzième ballon est aussi rouge et porte l'inscription MEILLEURS VOEUX.

Entre les deux ballons qui portent une inscription, Charles ne place que les 5 ballons jaunes.

Combien de ballons peut contenir la guirlande de Charles et de quelles manières a-t-il pu placer ses ballons?

Dessinez ou décrivez les guirlandes possibles et expliquez votre raisonnement.

Analyse de la tâche
- Arithmétique: addition, dénombrement
- Géométrie: latéralisation, dispositions spatiales relatives

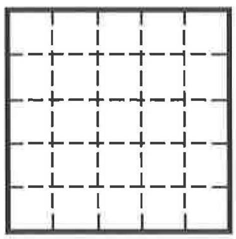
Analyse de la tâche
- S'approprier la situation et commencer à dessiner la suite des ballons. La solution la plus «naturelle» qui satisfait les consignes est la suivante: R R R R R R R R R R R R (BON ANNIV.) J J J J J R (MEILLEURS VOEUX) R R R R R R R R R R R pour laquelle il faut 29 (12 + 5 + 12) ballons.
- Imaginer, sous la sollicitation des questions de l'énoncé, qu'il pourrait y avoir une autre possibilité et découvrir qu'on peut construire une seconde suite de ballons satisfaisant aussi toutes les consignes, sans se fixer la contrainte imaginaire que les 12 ballons comptés de la gauche ou de la droite devraient être tous rouges. On arrive ainsi à la suite R R R R R R (MEILLEURS VOEUX) J J J J J R (BON ANNIV.) R R R R R pour laquelle il faut 17 (12 + 5) ballons.

Attribution des points
4 La réponse juste et complète (2 dispositions, de 17 ou 29 ballons) avec dessins et couleurs, et explications
3 La réponse juste et complète avec dessins, sans explications
2 Une des deux réponses juste et complète, avec dessin et explications
ou confusion entre douze et douzième (le ballon avec texte serait le treizième) conduisant à 31 et 18 ballons
1 Une ou deux solutions qui ne tiennent pas compte de toutes les consignes ou erreur de comptage
0 Incompréhension du problème

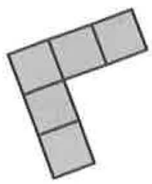
Origine: Siena

4. LE DÉFI (Cat. 3, 4, 5)

Anna lance un défi à Georges et lui dit:
« Le vainqueur sera celui qui arrivera à placer dans ce carré...



... le plus de pièces de ce genre:



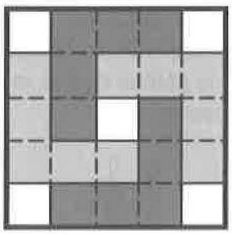
sans les superposer. (Les pièces ne doivent pas être l'une sur l'autre.)

Et vous, combien de pièces de ce genre arriverez-vous à placer dans ce carré?

Dessinez votre solution en marquant bien chaque pièce.

Domaine de connaissance
- Géométrie: isométries, pavages
- Arithmétique: dénombrement

Analyse de la tâche
- Comprendre que pour pouvoir placer le plus de pièces possible, il faut les placer proches les unes des autres pour limiter les espaces vides.
- Essayer de placer une première pièce dans un angle et les autres à la suite et voir qu'on ne peut en placer que trois de cette manière, par dessins ou par manipulations de pièces découpées.
- Se rendre compte qu'il y a 25 cases dans le carré et que trois pièces n'en occupent que 15, et chercher d'autres dispositions où il ne reste pas 10 cases inoccupées. Trouver ainsi la configuration suivante, la plus compacte, où l'on peut disposer quatre pièces dans le carré.



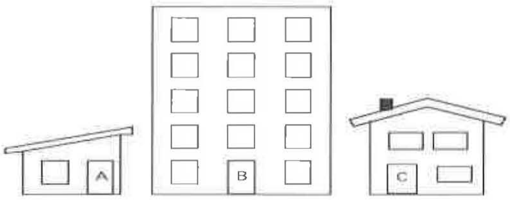
Attribution des points

4 Solution optimale (4 pièces) avec distinction claire des quatre pièces
3 Solution optimale (4 pièces) avec dessin peu clair
2 Solution avec 3 pièces et un dessin clair
1 Réponse « 4 pièces » sans dessin ou réponse « 5 pièces » avec l'opération « 25 : 5 = 5 »
0 Incompréhension, pièces superposées...

Origine: Coordinateurs internationaux Adaptation du problème 9 du 2e RMT II et d'une question du « Kangourou des mathématiques ».

5. LA PLANÈTE DES MENTEURS (Cat. 3, 4, 5)

Jules vient d'arriver dans le pays des menteurs où les habitants ne disent jamais la vérité.
Il rencontre trois enfants Jean, Paul et Marie qui habitent chacun dans l'une de ces trois maisons:



Les trois enfants lui disent:

Jean: *Ma maison a plus de deux étages.*
Paul: *Ma maison a une cheminée.*
Marie: *Ma maison n'est pas à côté de celle de Jean.*

Trouvez dans quelle maison habitent Jean, Paul et Marie.

Expliquez comment vous avez trouvé.

Domaine de connaissances
- Logique

Analyse de la tâche
- Prendre la négation des trois affirmations:
  Jean dit que sa maison a plus de deux étages, mais ce n'est pas vrai, il n'habite pas en B mais en A ou en C.
  Paul dit que sa maison a une cheminée, mais ce n'est pas vrai, il n'habite pas en C, mais en A ou en B.
  Marie dit: ma maison n'est pas à côté de celle de Jean, mais ce n'est pas vrai, sa maison est à côté de celle de Jean. Si Jean est en A, Marie sera en B et si Jean est en C, Marie sera aussi en B.
  Marie sera donc en B et par conséquent ni en A et ni en C.
  Il ne reste alors qu'une possibilité pour Paul: la maison A et, alors, Jean doit être en C.

– Ou établir un tableau en suivant le raisonnement précédent :

maisons	A	B	C
Jean		non	
Paul			non
Marie	non	oui	non

– Ou travailler par hypothèses et vérifications.

Attribution des points

4 Réponse correcte (Jean en C, Paul en A et Marie en B) avec explication des négations ou un tableau
3 Réponse correcte avec explications incomplètes (ou avec une vérification seulement)
2 Réponse correcte sans aucune justification
1 Début de résolution qui témoigne de la compréhension de la situation
0 Incompréhension du problème

Origine : Belluno

6. L'ÉQUIPE DE FOOTBALL (Cat. 4, 5, 6)

L'entraîneur regarde son équipe entrer sur le terrain. Il additionne les numéros des maillots de ses 11 joueurs et il obtient la somme de 66. Il fait deux changements à la mi-temps : les joueurs qui ont les maillots No 12 et 14 prennent la place de deux camarades. L'entraîneur additionne à nouveau les numéros de tous les maillots et obtient 86. (Les joueurs ont tous des numéros différents, et il n'y a pas de maillot 0.)

Quels peuvent être les numéros des deux joueurs qui se font remplacer?

Expliquez votre raisonnement et notez toutes les réponses possibles.

Domaine de connaissances

– Arithmétique : additions

Analyse de la tâche

– Comprendre que la somme 66 s'obtient avec les nombres 1, 2, 3, 4, 5, ... 11.
– Comprendre que la nouvelle somme 86 s'obtient par l'addition de 11 nombres, dont 12 et 14.
– Comprendre par conséquent que la somme, 26 (12 + 14) des deux nouveaux nombres vaut 6 de plus que l'augmentation de 20 et que la somme des nombres à retirer doit être 6.
– Considérer les couples de nombres naturels différents et supérieurs à 0 dont la somme est 6 : (1 ; 5), (2 ; 4). ou faire l'inventaire des couples de nombres naturels dont la somme et 6 et éliminer (0 ; 6) et (3 ; 3).

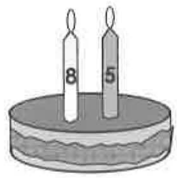
Attribution des points

4 Les deux solutions (1 ; 5) et (2 ; 4) avec explications de la procédure
3 Les deux solutions sans explications
2 Une des deux solutions avec justification ou les deux solutions et un ou deux couples (3 ; 3) ou (0 ; 6)
1 Une des deux solutions sans justification ou les deux couples (3 ; 3) et (0 ; 6)
0 Incompréhension du problème

Origine : Suisse romande

7. ÉCONOMIES DE BOUGIES (Cat. 5, 6)

Sylvie vient de préparer un gâteau pour l'anniversaire de son père qui fête ses 85 ans. Elle constate, avec surprise : « Tiens, je pourrai utiliser les deux mêmes bougies, à la fin du mois, pour le gâteau que je vais préparer pour mon anniversaire ! »



Y a-t-il déjà eu des années où, pour le gâteau de Sylvie et pour celui de son père, on a pu utiliser les deux mêmes bougies? Est-ce que ça pourra arriver encore dans le futur?

Expliquez votre raisonnement et indiquez les âges de Sylvie et de son père pour lesquels les deux gâteaux d'anniversaire ont les deux mêmes bougies.

Domaine de connaissances
- Arithmétique : calcul d'écarts, valeur positionnelle des chiffres
- Raisonnement logique : stratégie de recherche des possibilités

Analyse de la tâche
- Observer et comprendre que Sylvie a 58 ans et qu'elle aura toujours la même différence d'âge (27 ans) avec son père.
- Mettre en évidence (en gras dans le tableau suivant) la correspondance des âges de Sylvie et de son père où les deux chiffres sont les mêmes, intervertis. (la recherche peut se faire à partir de 0 et 27 ou à partir de 58 et 85) ;

Sylvie	0	3	**14**	**25**	**36**	**47**	...	56	57	**58**	59	...	**69**	80
père	27	30	**41**	**52**	**63**	**74**	...	83	84	**85**	86	...	**96**	107

ou constater que le phénomène se reproduit tous les 11 ans ; (14 ; 41), (25 ; 52), (36 ; 63), (47 ; 74), (58 ; 85), (69 ; 96). Exclure (3 ; 30) qui n'utiliserait qu'une seule bougie sur l'une des tourtes,

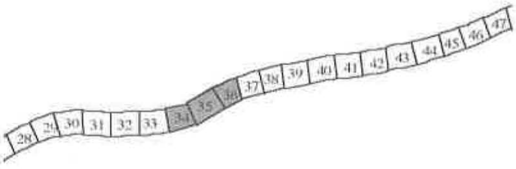
Attribution des points

4 Réponse correcte avec les 5 nouvelles combinaisons, avec explications détaillées (par exemple tableau)
3 Réponse correcte avec les 5 nouvelles combinaisons, sans explications
ou 4 nouvelles combinaisons correctes, ou 6 combinaisons comprenant (03 ; 30), avec explications détaillées
2 2 à 3 nouvelles combinaisons correctes avec explications ; ou 4 nouvelles combinaisons sans explications
1 Début de recherche organisée, avec une seule combinaison trouvée et expliquée, ou 2 à 3 solutions sans explications
0 Incompréhension du problème

Origine : Riva del Garda

8. LE RUBAN DE NOÉ (Cat. 5, 6)

Noé a un ruban avec les nombres naturels de 1 à 100. Il colorie la partie du ruban avec les trois nombres consécutifs 34, 35 et 36.



Il additionne ces trois nombres et trouve la somme de 105, qui est justement son âge !

Pourrait-il aussi obtenir 105 en additionnant d'autres nombres consécutifs du ruban ?
Écrivez toutes vos solutions et les calculs que vous avez faits.

Domaine de connaissances
- Arithmétique : numération, addition, division, diviseurs

Analyse de la tâche
- Lire l'énoncé et s'approprier les deux conditions « nombres consécutifs » et « somme 105 »
- Imaginer que le nombre des « consécutifs » pourrait être 2, 3 (comme dans l'exemple) 4, 5, 6...
- Organiser une recherche d'autres « consécutifs » par essais, au hasard,
ou par essais organisés en commençant par 2 nombres (52 et 53) en continuant par 3 (exemple) par 4 (sans solution) par 5 (19, 20, 21, 22, 23), par 6 (15, 16, 17, 18, 19, 20) par 7 (12, 13, 14, 15, 16, 17, 18), par 8 et par 9 (sans solution) par 10 (6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15) par 11, 12 ou 13 (sans solutions), par 14 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14) qui est la dernière solution puisque la suite commence à 1.
- ou essayer d'additionner les nombres des suites commençant par 1 (ça marche), puis par 2, par 3, par 4 etc.

ou diviser 105 successivement par 2, 3,... et accepter les quotients entiers qui donnent le nombre « central » ou les « moitiés d'entiers » qui donnent la moyenne des deux nombres « du centre ». (La calculatrice est un outil essentiel pour ces recherches).

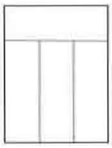
Attribution des points

4 Les sept solutions ou les six nouvelles (34-35-36, puis 52-53; 19-20-21-22-23; 15-16-17-18-19-20; 12 à 18; 6 à 15; 1 à 14), avec les calculs correspondants
3 Les sept solutions (ou les six nouvelles) sans calculs ou quatre à cinq nouvelles solutions avec calculs
2 Quatre à cinq nouvelles solutions sans calculs ou deux à trois nouvelles avec calculs
1 Une solution nouvelle avec calculs, ou deux à trois solutions sans calculs, ou solutions avec erreurs de calcul
0 Incompréhension du problème

Origine: Coordinateurs internationaux + Suisse romande

9. LA BOÎTE (Cat. 5, 6, 7)

La boîte représentée sur la figure a quatre compartiments de mêmes dimensions.



Si le périmètre de la figure est 112 cm, quelle est son aire, en cm^2?

Expliquez comment vous l'avez trouvée.

Domaine de connaissances

- Géométrie: périmètre et aire du rectangle
- Arithmétique: les opérations

Analyse de la tâche

- Observer que la largeur de la boîte, à la base, est constituée de trois segments isométriques, qui se répètent 4 fois dans la longueur.
- Comprendre par conséquent que le demi-périmètre est constitué de 7 segments isométriques (ou le périmètre de 14)
- Passer au registre numérique (112 : 2) : 7 = 8. La largeur correspondra à 8 x 3 = 24 et la longueur à 8 x 4 = 32. L'aire sera donc de 768 cm2.

Attribution des points

4 Réponse juste (768 cm2 ou 768) avec explications détaillées (la division 112 : 14, 24 et 32 apparaissent explicitement, ou un dessin avec toutes les mesures indiquées)
3 Réponse juste avec explications partielles ou réponse « 768 cm » (erreur d'unité) avec explications détaillées
2 Réponse juste sans autre explication ou réponse fausse due à une erreur de calcul qui apparaît dans les détails
1 La solution respecte le périmètre, mais pas l'égalité des pièces et l'aire est calculée de manière cohérente
0 Incompréhension du problème

Origine: Perugia

10. TARTE AU CITRON (Cat. 5, 6, 7, 8)

Pascal est fier de sa belle tarte au citron, de forme rectangulaire, qu'il a préparée pour partager avec ses cinq amis. Il leur dit:

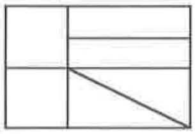
– *Vous voyez, il est possible de partager entièrement cette tarte en six carrés égaux. J'aime bien les parts carrées. Qui en veut aussi une, comme la mienne?*
Catherine: – *Moi!*
Daniel et Marianne: – *Nous préférerions des parts rectangulaires, non carrées!*
Martine et François: – *Nous aimerions des parts triangulaires!*

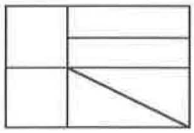
Comment Pascal pourra-t-il partager sa tarte, équitablement, en respectant les souhaits de chacun?

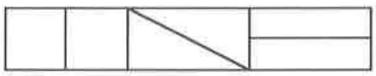
Dessinez le rectangle et une manière de le partager, avec un nombre minimum de découpages (découpages au couteau, en ligne droite).

Domaine de connaissances
- Géométrie: polygones élémentaires
- Mesure: figures d'aires équivalentes

Analyse de la tâche
- S'approprier l'énoncé en concevant le rectangle comme un pavage de 6 carrés isométriques, et le dessiner selon l'une des deux configurations possibles: 6 x 1 ou 3 x 2.
- Choisir deux carrés et partagez les autres, par groupes de deux, en rectangles et en triangles puis chercher celle qui demande le moins de découpages (coups de couteau): 4 coups et non 5 coups ou plus


4 coups


5 coups


5 coups

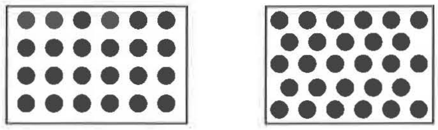
- Ou travailler en partant de deux carrés et en complétant la figure par des rectangles et des triangles pour obtenir un rectangle.

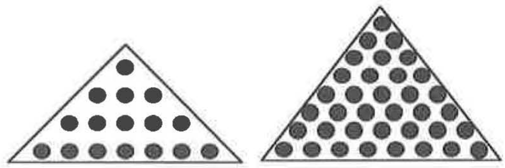
Attribution des points
4 La solution avec le nombre minimum de découpages (4 coups), avec dessin précis
3 Une solution en 5 coups et dessin clair
2 Une solution avec un rectangle différent de 6 x 1 ou 3 x 2 (par exemple 4 x 1,5) ou solution en 4 coups mais le dessin n'est pas précis
1 Une solution qui ne respecte pas le fait que les parts doivent être équivalentes
0 Incompréhension du problème

Origine
Développements du problème «Tarte carrée» 4RMT, par Coordinateurs internationaux

11. TRUFFES AU CHOCOLAT (Cat. 6, 7, 8)

Voici quelques emballages de la maison Truffardi, qui contiennent tous le même type de truffes au chocolat:


Classique   Quinconce


Piccolo   Tribu

Et voici les étiquettes qui indiquent le poids des truffes, à coller sur les emballages:

540 g	630 g	810 g

Mais elles sont en désordre et il en manque une.

Trouvez l'emballage pour lequel il n'y a pas d'étiquette et indiquez son poids.

Expliquez comment vous avez trouvé.

Domaine de connaissance
- Arithmétique: dénombrement et proportionnalité, multiples et diviseurs

Analyse de la tâche
- Constater qu'il y a deux types de grandeurs qui interviennent dans le problème: la quantité de truffes par boîte et la masse, et qu'il faudra établir une correspondance entre les nombres de truffes et les masses indiquées sur les étiquettes.
- Dénombrer les truffes dans les boîtes et ordonner ces quatre nombres: 16 – 24 – 28 – 36.
- Ordonner les trois étiquettes données, envisager (plus ou moins explicitement) les quatre hypothèses du placement de la quatrième:

? – 540 – 630 – 810 540 – ? – 630 – 810

540 – 630 – ? – 810 540 – 630 – 810 – ?

puis, pour chacune de ces hypothèses, vérifier si la relation « nombre de truffes – poids » est « acceptable » (c'est-à-dire proportionnelle) pour trouver que la correspondance est 540 – 24; 630 – 28 et 810 – 36 qui donne pour chaque couple un facteur de 22,5 (540 : 24 = 630 : 28 = 810 : 36) pour les masses.

- ou, à partir des multiples de 4 et de 90, supposer que le poids de 4 truffes est de 90 grammes et trouver que l'étiquette manquante correspond au couple 16 – 360 de l'emballage « Piccolo ».
- En déduire que l'étiquette qui manque est celle de l'emballage de 16 truffes (Piccolo) et en calculer sa masse: 360g (par multiplication par 22,5 ou par une autre procédure « pas à pas » 540 – 24, 180 – 8, 360 – 16).

Attribution des points

4 Réponse juste (emballage « Piccolo, de 360g) avec démarche détaillée et vérification du poids des autres emballages
3 Réponse juste (emballage « Piccolo, de 360g) avec vérification incomplète de la proportionnalité
2 Réponse juste pour l'emballage seulement, sans la masse, mais avec justifications ou « 360 g » seulement
1 Début de recherche, cohérente où deux couples sont proportionnels (dont celui où figure la masse inconnue), mais où la vérification n'est pas faite pour les deux autres couples
0 Incompréhension du problème

Origine: Adaptation du problème « Décoration » du 9e RMT II

12. LE TRIANGLE À DÉCOUPER (Cat. 6, 7, 8)

Marc a en main un triangle de carton.
Il le coupe en deux parties d'un seul coup de ciseaux en ligne droite. À l'aide de ces deux morceaux, il reconstitue un carré de 16 cm².
Maria a en main un triangle de carton différent de celui de Marc. Elle le coupe en deux parties d'un seul coup de ciseaux en ligne droite, avec lesquelles elle reconstitue aussi un carré de 16 cm².

Dessinez les triangles de Marc et de Marie et les carrés obtenus.

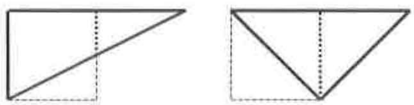
Pour chaque dessin, marquez la ligne de découpage.

Domaine de connaissances

- Géométrie: triangle et carré, partage d'une figure

Analyse de la tâche

- Comprendre que la recherche peut partir soit du carré de 4 cm de côté, soit d'un triangle, et que les deux figures doivent être équivalentes.
  Se persuader que le triangle doit être rectangle pour qu'une des pièces puisse se placer dans un angle du carré ou inversement, que le carré doit être découpé en deux parties qui ont au moins un côté de même longueur pour être juxtaposées.
- Calculer les dimensions du triangle permettant de conserver un côté comme côté du carré (4cm)
- Dessiner les deux triangles, l'un rectangle avec les côtés de l'angle droit de 4 et 8 cm, l'autre rectangle et isocèle, de 4 cm de hauteur et de base 8 cm, et dessiner aussi, éventuellement le carré reconstitué.



Attribution des points

4 Les deux solutions correctes avec dessin (ou découpage) précis
3 Les deux solutions correctes mais dessins imprécis (côtés non perpendiculaires, proportions non respectées...)
2 Une seule solution correcte trouvée, avec dessin précis
1 Présentation d'essais avec une solution imprécise avec, cependant le passage d'un triangle à un quadrilatère
0 Incompréhension du problème

Origine: Suisse romande

13. LES BONBONS (Cat. 7, 8)

Joseph est confiseur et aime les jeux mathématiques. Un jour il propose le défi suivant à trois enfants gourmands qui observent sa vitrine :

Vous voyez, il y a 5 boîtes de bonbons sur ce rayon. Je peux vous dire que :
- la première et la deuxième contiennent, ensemble, 24 bonbons,
- la deuxième et la troisième en contiennent, ensemble, 27,
- la troisième et la quatrième en contiennent, ensemble, 23,
- la quatrième et la cinquième en contiennent, ensemble, 16.

Je peux encore vous dire que la somme des bonbons de la première boîte, de la troisième et de la cinquième est 32. Celui d'entre vous qui, le premier, devinera le nombre exact de bonbons de chacune des boîtes, les recevra en cadeau.

Cherchez, vous aussi, le nombre de bonbons de chaque boîte.

Expliquez votre raisonnement et donnez le détail de vos calculs

Domaine de connaissances
- Arithmétique : les quatre opérations
- Algèbre : système d'équations du premier degré

Analyse de la tâche
- Organiser les données et observer que le nombre de la troisième boîte apparaît 3 fois dans l'inventaire, alors que toutes les autres ne figurent que deux fois.

Cas	Boîtes
a	I + II = 24
b	II + III = 27
c	III + IV = 23
d	IV + V = 16
e	I + III + V = 32
f	Total : 122

Le total de 122 représente donc deux fois les boîtes I, II, IV et V et trois fois la boîte III. Donc, en soustrayant de 122 le double des sommes des lignes a et d, on obtient le triple du nombre de la troisième boîte :
{122 – [(24 + 16) x 2]} : 3 = 14. De cette valeur, on remonte facilement aux autres : I = 11 ; II = 13 ; III = 14 ; IV = 9 ; V = 7.
- L'approche algébrique est moins intuitive. Les cinq lignes du tableau constituent un système de 5 équations du premier degré qui peut se résoudre de plusieurs façons, dont celle décrite précédemment (2a + 2d – e = 3 x III) ou encore, par substitutions successives : III = I + 3, V = III – 7 ou V = I – 4. L'équation e devient alors I + I + 3 + I – 4 = 32, d'où l'on obtient 3 x I = 33 et I = 11. On remonte alors aux autres valeurs : II = 13 ; III = 14 ; IV = 9 ; V = 7.
- On peut aussi procéder par essais et adaptations successives par exemple à partir de a) en fixant une valeur de la boîte I, en calculant les autres et adaptant vers le haut ou vers le bas.

Attribution des points

4 Réponse juste (I = 11 ; II = 13 ; III = 14 ; IV = 9 ; V = 7), avec les explications adéquates et cohérentes

3 Réponse correcte avec explications incomplètes ou peu claires

2 Réponse partiellement correcte avec une erreur de calcul mais avec explications

1 Début de raisonnement correct (réponse avec erreurs de calculs)

0 Incompréhension du problème

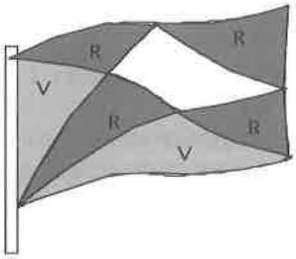
Origine : Riva del Garda

14. LA BANNIERE DE TRANSALPIE (Cat. 7, 8)

La bannière flotte fièrement au-dessus du château de Transalpie.

C'est un rectangle de 90 cm x 120 cm, partagé en sept zones par quatre segments de droite :
- une diagonale,
- un segment parallèle à cette diagonale dont les extrémités sont deux milieux de côtés,

- deux segments joignant ces deux milieux de côtés au sommet du rectangle, opposé à ces deux côtés.



Dans le pays, certains disent que l'aire de la partie blanche en forme de quadrilatère est le quart de celle de la bannière.

D'autres disent que les deux parties vertes (V) réunies couvrent un tiers de la bannière.

D'autre enfin prétendent que les quatre parties rouges (R), ensemble, constituent la moitié de la bannière.

Une de ces affirmations est vraie. Laquelle? Justifiez votre raisonnement.

Domaine de connaissances

- Géométrie: aire du triangle, similitude (homothétie)
- Arithmétique: fractions

Analyse de la tâche

- Redessiner exactement la bannière, à l'échelle, par un rectangle partagé par des segments, puis mesurer les dimensions et effectuer les calculs correspondants, numériquement, avec des mesures approximatives relevées sur la construction (fig. 1) sans avoir conscience que « 30 » et « 40 » sont les tiers respectifs de « 90 » et « 120 »;
  (en cm^2):
  aire totale: 120 x 90 = 10800, aire verte
  120 x (30/2) + 90 x (40/2) = 3600,
  aire rouge ≈ 60 x (30/2) + 60 x (45/2) + 45 x (40/2)
  + ((120 x (90/2) – aire verte) = 4950
  aire blanche ≈ 120 x 90 – aire verte – aire rouge =
  = 10800 – 3600 – 4950 = 2250.

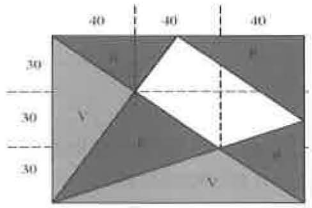


fig. 1

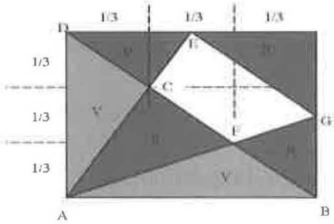


fig. 2

- Ou s'apercevoir – et chercher à justifier – que les points d'intersection C et F (fig. 2) sont au tiers exactement des segments qui les supportent (par exemple, le rapport d'homothétie entre les triangles ABC et EDC est 1/2 puisque DE est la moitié de AB, donc EC est la moitié de AC et le tiers de AE...)
  On trouve les aires suivantes:
  partie verte: 1/6 + 1/6 = 1/3; partie rouge: 1/12 + 1/12 + 1/6 + 1/8 = 11/24, partie blanche: 5/24.
- Comparer les aires et en conclure que seule la deuxième affirmation est vraie (la partie verte est le 1/3 du tout)

Attribution des points

4 La réponse correcte: l'aire verte est le tiers, avec justifications géométriques, découverte du facteur 1/3...
3 La réponse correcte avec justification numérique seulement, à partir des approximations mesurées ou démarche précédente (calculs et justification) sans conclusion
2 Réponse correcte avec des justifications partielles ou peu claires, ou justification numérique sans conclusion
1 Début de recherche, avec calculs de quelques parties seulement
0 Incompréhension

Origine: Coordinateurs internationaux + Suisse romande

15. QUE DE PAIRS ! (Cat. 7, 8)

Anne a écrit tous les nombres naturels pairs, de trois chiffres (entre 100 et 999), formés uniquement avec les chiffre 0, 1, 2, 3 et 4.

Elle a ensuite calculé la somme de tous ces nombres.

Combien de nombres a-t-elle trouvés ? Quelle est leur somme ?

Expliquez votre raisonnement.

Domaine de connaissances
- Arithmétique
- Combinatoire

Analyse de la tâche
- Comprendre que les nombres à considérer ont trois chiffres, sont inférieurs à 445, se terminent par 0 ou 2 ou 4...
- Chercher une méthode systématique pour obtenir tous les nombres, par exemple en écrivant dans l'ordre les nombres de la première centaine correspondant aux contraintes :
  100, 102, 104, 110, 112, 114, 120, 122, 124, 130, 132, 134, 140, 142, 144 et reproduire cette liste de 15 nombres trois fois avec 2, 3 et 4 comme chiffres des centaines.
- Calculer la somme de ces nombres pour la première liste, par exemple en regroupant le premier et le dernier (100 + 144 = 244), le deuxième et l'avant dernier (102 + 142 = 244)... comme dans la somme des termes d'une progression arithmétique : 244 x 15 / 2 = 1830 ; ajouter ensuite 15 x 100 = = 1500 pour la deuxième liste (de 200 à 244), puis 1500 pour la troisième liste et encore 1500 pour la dernière et obtenir la somme de tous les nombres : 1830 + 3330 + 4830 + 6330 = 16320 ;
  ou calculer la somme des 60 nombres par d'autres regroupements, voire un à un.

Attribution des points

4 Réponses justes et complètes (60 et 16320) avec des explications claires, une procédure correcte et les détails des calculs

3 Réponses justes et complètes sans explication de la procédure mais avec les 60 nombres à retenir
ou réponse avec une erreur de calcul avec des explications claires et les détails des calculs

2 Procédure correcte, mais oubli ou excès de nombres à considérer
ou réponse avec une « petite » erreur de calcul sans explications
ou réponse correcte à la première question (60) avec explications, sans la somme

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

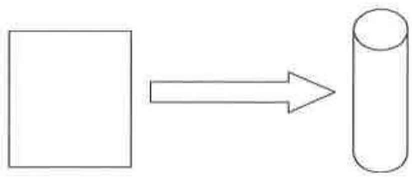
Origine : Israël

16. LES CANNELLONI (Cat. 8)

Chaque dimanche, Madame Pasta prépare les cannelloni. Elle découpe des rectangles de pâte de 16 cm x 12 cm.

Puis, pour chacun d'eux, elle colle les deux côtés les plus longs en les superposant sur une bande de 2 cm de large. Elle obtient ainsi des cylindres qu'elle remplit avec une farce de ricotta et d'épinards.

Après de nombreuses années d'expérience, elle sait qu'elle remplit exactement tous ses cannelloni avec un demi-kilo de farce.



Un beau jour, avec le même nombre de rectangles de mêmes dimensions, elle décide de confectionner ses cannelloni en collant les petits côtés de ses rectangles de pâtes, toujours en les superposant sur une largeur de 2 cm.

Trouvez quelle quantité de farce sera nécessaire pour remplir ses nouveaux cannelloni. Expliquez votre raisonnement.

Domaine de connaissances

- Géométrie: solides (développement, surface latérale et volume du cylindre), cercle (circonférence)
- Arithmétique: rapports et proportions
- Algèbre: approche du calcul littéral

Analyse de la tâche

- Comprendre que le rapport entre les quantités nécessaires de farce ne dépend pas du nombre de cannelloni mais du rapport entre les volumes des deux cylindres dont les surfaces latérales sont des rectangles de (12 – 2) cm x 16cm et de (16 – 2) cm x 12 cm.
- Comprendre que, en construisant les cylindres, un des côtés du rectangle de pâte, raccourci de 2 cm, (dans le premier cas le plus court, dans le second le plus long) devient la circonférence de base du cylindre, dont on peut trouver le rayon avec la formule inverse $r = c/2\pi$.
- Calculer les volumes des cylindres, de préférence sans approximation de p, pour pouvoir ensuite simplifier: Volume 1 = $400/\pi$ cm³ Volume 2 = $588/\pi$ cm³
- Calculer la quantité de farce nécessaire par une proportion: $500 : x = (400/\pi) : (588/p)$, d'où $x = 735$ (en grammes), ou en utilisant le rapport entre les volumes: le Volume 2 est 147/100 de Volume 1, donc il faudra 147/100 de la quantité habituelle (500 g) de farce.

Attribution des points

4 Réponse correcte (735 g) avec explications complètes
3 Réponse correcte, mais avec explications peu claires ou incomplètes
2 Procédure correcte mais non conclue ou avec une erreur de calcul ou procédure correcte mais qui ne tient pas compte des 2 cm de superposition
1 Début de raisonnement correct (ex. calcul du volume d'un cylindre, tenant compte ou non des 2cm de superposition)
0 Incompréhension du problème

Origine: Parma (d'après un problème de Galilée)

Bon appétit!

Notre ami Thibault entre dans un restaurant pour étudiants en chantant à tue-tête: « Ba moin en ti bo, dé ti bo, twa ti bo, doudou... ». Le chef lui présente la carte:

Entrées	Accras de morue	15 F
	Quiche lorraine	18 F
Plats principaux	Poisson grillé	35 F
	Colombo de poulet	40 F
Desserts	Flan au coco	15 F
	Glace (trois boules)	20 F
Boissons	Eau	8 F
	Jus de fruit	12 F

Combien de menus différents peut-il commander, chaque menu devant comporter une entrée, un plat principal, un dessert et une boisson, sachant qu'il n'a que 85 francs en poche?

Solutions dans le prochain numéro

[ndlr] Ce problème est tiré de *Panoramath 3* (Voir p. 3 de couverture), il vient du « Rallye mathématique des Antilles et de la Guyane », il est destiné à des élèves du CM1 et CM2 (4e et 5e primaire). Outre son petit air des mers du Sud, il nous apporte une idée originale: au lieu de se contenter de dresser la liste des combinaisons de tous les menus (problème « ultra classique » dès les années soixante), il faut tenir compte de la contrainte des prix, ce qui rompt la monotonie de l'inventaire.

Ecriture topologique
Scrittura topologica

Archimedes' Laboratory
www.archimedes-lab.org

• Reproduisez et découpez le rectangle avec les inscriptions selon les pointillés, puis formez un carré en le pliant et en collant les volets (fig. 1). Votre mission: découper ce carré au cutter selon les pointillés et, en le pliant judicieusement, faire apparaître l'inscription **RMT 2003** foncée sur fond clair ou claire sur fond foncé! (solution sur www.archimedes-lab.org/rmt2003)

• Riproducete e ritagliate il rettangolo con i graffiti seguendo la punteggiatura, poi piegandolo e incollandone le alette formate un quadrato (fig. 1). In seguito, ritagliate l'interno di questo quadrato seguendo la punteggiatura e piegandone le parti fate apparire la scritta **RMT 2003**! (soluzioni: www.archimedes-lab.org/rmt2003)

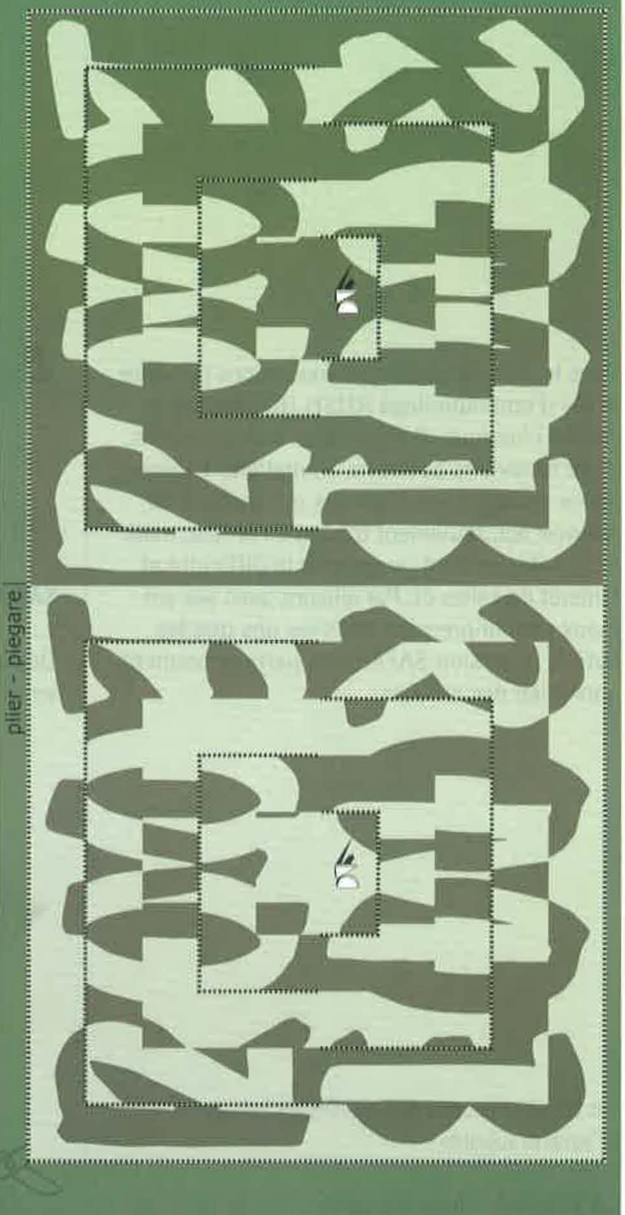


fig. 1