

GRAND N – NUMÉRO SPÉCIAL « POINTS DE DÉPART »

Robert Neyret et Gérard Yvroud

Rédaction de *Grand N*

[ndlr]. Nos collègues et amis de la revue *Grand N*¹ ont regroupé leurs « fiches pratiques » pour les degrés 3 à 5 de l'école primaire, conçues dans une perspective de « résolution de problèmes ». Elles se placent dans la ligne actuelle des conceptions de l'apprentissage, illustrée par de nombreuses propositions bien connues en Suisse romande, dont les moyens d'enseignement officiel et les problèmes du Rallye mathématique transalpin. La rédaction de *Math-Ecole* remercie les auteurs de ces « points de départ » de les présenter à ses lecteurs. Le recueil complet est disponible dans la « Boutique » de *Math-Ecole* en page 3 de couverture.

Depuis quelques années, la revue *Grand N* s'efforce de proposer à ses lecteurs de petits problèmes destinés à favoriser une activité de recherche chez des élèves, tout particulièrement ceux du cycle 3 de l'école élémentaire. À l'origine, ces fiches figuraient dans une rubrique intitulée « Pratique » qui est devenue « Points de départ » avec le numéro 58 de la revue.

Ces fiches veulent être à la fois :

- des points de départ pour les élèves, en leur proposant des activités attrayantes et stimu-

lantes dans lesquelles ils vont s'engager avec plaisir ;

- mais aussi des points de départ pour les maîtres qui pourront trouver matière pour enrichir leurs séquences, en reprenant certains éléments de ces fiches, en les modifiant, en trouvant avec leurs élèves des prolongements possibles.

Grand N a souhaité regrouper la plupart de ces fiches dans un seul et même document afin de faciliter l'exploitation de ces petits problèmes par les enseignants. Vous pouvez ainsi retrouver la plupart des fiches publiées au fil des numéros de la revue. De plus, dans ce numéro spécial « Points de départ » chacune d'elles est accompagnée d'un texte court qui, outre des éléments de réponse du ou des problèmes, en présente l'intérêt, montre les choix sous-jacents effectués par les auteurs et propose généralement des prolongements possibles.

Points de départ et résolution de problèmes

Depuis plusieurs années, les programmes pour l'enseignement primaire insistent sur l'aspect résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques. Les nouveaux programmes pour l'école primaire², publiés en février 2002 rappellent que « la résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées... ». Le texte ajoute que « le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, amorcé au cycle 2, se poursuit. Pour cela, il est nécessaire de prendre en compte les démarches mises en œuvre par les élèves, les solutions personnelles qu'ils élaborent, leurs erreurs, leurs

1. Abonnement : pour la Suisse, 34 par année. S'adresser à *Grand N*, IREM-UJF, BP 41, F - 38402 Saint-Martin d'Hères Cedex ou par courrier électronique à : revue.grandn@ujf-grenoble.fr

2. B.O. Hors série n 1 (14 février 2002) *Horaires et programmes de l'école primaire*.

méthodes de travail, et de les exploiter dans des moments de débat. » (p. 82).

Dans le numéro 42 de *Grand N*, Dominique Valentin posait déjà la question : « Est-il possible d'apprendre à résoudre des problèmes ? » Elle signalait que « des capacités sont nécessaires pour mener à bien la résolution d'un problème dont on ne connaît pas le modèle, capacités qu'il est souhaitable de développer dès que possible ». Elle en dressait une liste non exhaustive :

- « – savoir ce que l'on cherche, être capable de se représenter la situation, se l'être appropriée ;
- avoir envie de (ou intérêt à) le résoudre ;
- être capable de se concentrer assez longtemps et aussi de se décentrer, de changer de point de vue ;
- être capable de mobiliser au bon moment les savoirs et les savoir-faire antérieurs ;
- être capable de garder la trace de ses essais, d'organiser, de planifier, de gérer l'information dont on dispose, qu'elle soit donnée d'entrée de jeu ou construite au fur et à mesure ;
- oser agir, risquer, se tromper ;
- pouvoir formuler, communiquer l'état de sa progression, mesurer l'écart au but, etc.
- être capable de valider, prouver... etc. »

Roland Charnay, dans le numéro 64 « A la recherche du sens » précisait ce que l'on pouvait entendre par chercher en mathématiques : « chercher la solution d'un problème dit d'application, c'est effectivement tenter de mettre la main sur la « notion qui s'applique » au problème posé, c'est la dégager de la panoplie des connaissances acquises pour l'utiliser directement. C'est un peu comme chercher, dans son trousseau, la clef qui ouvre telle serrure qui nous est présentée, quitte à devoir, parfois adapter la clef à cette serrure particulière. Il y a bien alors activité mathématique dans la mesure où la situation proposée doit être reformulée, modélisée à l'aide des concepts disponibles et où souvent un raisonnement est nécessaire.

Mais chercher la solution d'un vrai problème, inédit, nouveau, c'est autre chose. C'est davantage encore construire, élaborer la solution. Aucune connaissance n'est directement utilisable, il faut essayer, bricoler, ajuster, recommencer... La clef n'est pas dans le trousseau, il faut la fabriquer. »

Les rédacteurs des fiches « Points de départ » ont voulu proposer aux élèves des activités leur permettant de développer les compétences énoncées par Dominique Valentin, en « cherchant » selon les différentes acceptions décrites par Roland Charnay.

Des tentatives diverses

Si la pratique des problèmes d'application a toujours fait partie des activités demandées aux élèves, les tentatives existent pour élargir la palette des problèmes : « permettre la construction d'un rapport adéquat à l'activité mathématique, donc d'un sens de cette activité qui (épistémologiquement) se rapproche du travail du mathématicien³ ».

L'utilisation des « situations-problèmes », initiée essentiellement par G. Brousseau et son équipe à Bordeaux, reprise par nombre d'équipes de recherche, en particulier développée de manière continue sur l'ensemble du cursus élémentaire par l'équipe ERMEL vise, en faisant franchir un certain nombre d'obstacles aux enfants, à leur faire construire de nouveaux savoirs mathématiques.

La pratique du « problème ouvert »⁴, surtout développée au collège est, elle, plus centrée sur la méthodologie de la recherche : faire des

3. CHARNAY Roland, 1999, « A la recherche du sens », *Grand N*, no 64, pp. 59-63.

4. CHARNAY Roland, 1993, « Problème ouvert, problème pour chercher », *Grand N*, no 61, pp. 77 à 83.

essais, conjecturer, produire des contre-exemples, valider une conjecture...

Les rallyes⁵, notamment ceux réalisés par classe se sont beaucoup développés au cours des dernières années. Outre que les élèves sont placés en situation de résolution de problèmes, l'accent est mis sur les débats que ce type d'activités engendre et sur la capacité des élèves à travailler en équipe permettant au maître d'avoir un regard différent sur ses élèves.

Les travaux sur l'argumentation⁶ qui se sont développés ces dernières années ont mis l'accent sur les échanges dans la classe et montrent tout l'intérêt de la formulation des solutions, de leur explicitation et des discussions sur leur validité. Le choix et l'aménagement de situations pour favoriser les débats ont donc été au centre des préoccupations de ces chercheurs.

Dans les « Ateliers de Recherche en Mathématiques » (ARM) expérimentés par Pierre Eysseric et présentés dans un article⁷ de la publication de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'École Publique (APMEP) (Eysseric, 2001), article repris dans ce numéro, l'auteur distingue (p. 845) le sujet de recherche du problème de recherche qui doit susciter chez l'élève un certain nombre de questions. Il ajoute qu'un problème de recherche peut devenir un sujet de recherche « *s'il est clair pour tous les acteurs que l'on n'attend pas seulement la solution du problème, mais toutes les questions qu'il peut conduire à se poser.* »

5. GRUGNETTI, JAQUET, 1998, « La résolution de problèmes par classes », *Grand N*, no 64, pp. 61-69.
6. ERMEL, 1999, *Vrai? Faux?... On en débat! De l'argumentation vers la preuve au cycle 3*, INRP, Paris
7. EYSSERIC, Pierre, 2001, *Les ateliers de recherche en mathématiques – Expérimentation dans les classes et formation des professeurs d'écoles*. Publication de l'APMEP no 434, pp. 838-858.

La recherche d'une fiche et sa caractérisation par mots clés

Toutes les fiches comportent un enjeu pour les élèves, qui doit susciter le désir d'entrer dans l'activité. La solution n'est jamais immédiate et la résolution peut prendre plus ou moins de temps. La grande diversité des fiches proposées montre que certaines sont plutôt du côté des problèmes d'application alors que d'autres vont être plutôt du côté des problèmes pour lesquels les élèves ne disposent pas de solution éprouvée. Certaines pourront éventuellement susciter un véritable questionnement de la part des élèves, transformant le problème de recherche initial en situation de recherche.

Sans vouloir préjuger de l'adaptation qui peut en être faite par un enseignant, il nous a paru intéressant d'essayer de caractériser les fiches par un certain nombre de mots clés qui permettent à celui-ci d'envisager a priori une utilisation possible. Deux grands groupes, qui ne s'excluent pas mutuellement conduisant à cinq mots clés, ont été retenus.

« Utilitaire » et « notionnel » : des fiches plutôt centrées sur les contenus

Un premier ensemble de fiches vise plutôt soit l'entraînement et le renforcement de savoirs mathématiques, soit la construction d'un concept mathématique. Nous les avons caractérisés par les mots clés « *utilitaire* » et « *notionnel* ». Voici pour chaque mot clé ainsi caractérisé, un exemple de fiche qui nous semble significatif.

Mot clé « Utilitaire »

L'activité relève de l'entraînement. Ces fiches conduisent à croiser des notions relativement maîtrisées et visent à permettre leur renforcement. Les différents éléments en jeu dans l'activité, chacun de manière isolée, ne doivent

pas poser de problèmes aux enfants. Le temps nécessaire à la résolution n'est pas très long. Dans certains cas, les élèves peuvent prolonger

l'activité en construisant une fiche sur le même modèle : confectionner de nouveaux « nombres croisés », chercher d'autres puzzles pour paver...

Exemple :

FICHE... NOMBRES CROISÉS

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

Horizontalement

- 1 Le périmètre d'un carré de côté 3 ; $100 : 4$.
- 2 $2 \times 7 \times 5$; le nombre de minutes écoulées de 21 heures 25 minutes à 8 heures du matin.
- 3 $180 : 4$.
- 4 9×7 ; le nombre minimum de sachets de 4 cakes qu'il faut acheter pour que chacun des 202 enfants de l'école ait un cake au goûter.
- 5 Le nombre que l'on obtient avec 21 unités et 83 dizaines ; 5×43 .
- 6 $(10 \times 10) - (8 \times 8)$
- 7 $1000 : 8$; $(5 \times 75) + (5 \times 25)$

Verticalement

- A Le nombre d'heures dans un semaine.
- B $41 - 14$; 5 unités et 3 dizaines.
- C Les 2 premiers chiffres d'un numéro de téléphone à Nice ; le prix, en francs, d'1 kg 500 de viande à 90 francs le kilo.
- D $440 : 8$.
- E $14 + 14 + 14 + 14$; le nombre d'arêtes d'un cube.
- F $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$; un mètre et demi en centimètres.
- G Le nombre de quart d'heures dans 3 heures 45 minutes ; le nombre de petits carrés de 2 cm de côté dans un carré de 10 cm de côté.

Mot clé « Notionnel »

La fiche propose une activité articulée autour d'une notion spécifique. Elle peut facilement participer à la construction de celle-ci, soit comme élément initial dans la progression,

soit comme élément donné au cours de l'enchaînement de séquences consacrées à cette notion. Un ou deux mots clés précisent de quelle notion il s'agit. Son exploitation dans le temps est nécessairement limitée

Exemple :

FICHE... TABLETTE DE CHOCOLAT

Cette tablette de chocolat pèse 200 g. Tu as besoin de 75 g.

Que prends-tu ?

« Logique », « Essais », « Défi », des fiches plutôt centrées sur la méthodologie

Un deuxième ensemble comprend des fiches qui permettent principalement d'exercer plutôt des compétences méthodologiques de recherche. Certaines activités pourraient être conduites sur plusieurs jours, voire plusieurs semaines ; l'enseignant faisant se succéder temps de recherches personnelles, réalisées de manière individuelle ou en interaction avec

d'autres élèves d'un petit groupe, moments de présentation de résultats partiels et phases de débat. Elles peuvent aussi engager un travail qui, laissé à l'initiative des élèves, peut s'apparenter à l'activité du chercheur avec des phases de travail plus ou moins informel, hors temps scolaire, et des phases d'échanges en classe.

Certaines fiches proposent un problème unique pour lequel la recherche de la solution conduit à expliciter un grand nombre de procédures ou

de solutions, d'autres un problème qui permet de rebondir dans un autre contexte ou bien d'engager les élèves dans un autre problème du même type. Nous avons distingué trois types : « *logique* », « *essais* » et « *défi* ».

Mot clé « Logique »

Il s'agit d'une activité nécessitant d'articuler ou d'enchaîner des informations et comportant des pas de résolution de type déductif.

Exemple :

FICHE... LES TÉLÉPHONES



Sur le bureau d'un homme d'affaires très occupé, il y a cinq téléphones placés comme le montre le dessin.

Chacun d'eux est d'une couleur différente.

Le téléphone blanc n'est ni à côté du bleu, ni à côté du rouge, ni à côté du gris.

Le téléphone jaune n'est ni à côté du bleu, ni à côté du gris.

Le téléphone bleu n'est pas à côté du rouge.

Le téléphone gris est à droite du rouge.

A quel numéro correspond chaque couleur de téléphone ?

Mot Clé « Essais »

Le problème de recherche proposé oblige à faire des essais, émettre des hypothèses et

regarder ce que cela donne, mettre en œuvre des stratégies diverses, connecter des notions entre elles...

Exemple :

FICHE... LES TROIS

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 2$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 3$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 4$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 5$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 6$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 7$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 8$$

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad = \quad 36$$

Place entre les 3 un signe d'opération + , - , x , : , et des parenthèses pour obtenir une écriture correcte sur chaque ligne.

En procédant de la même façon, indique d'autres résultats possibles.

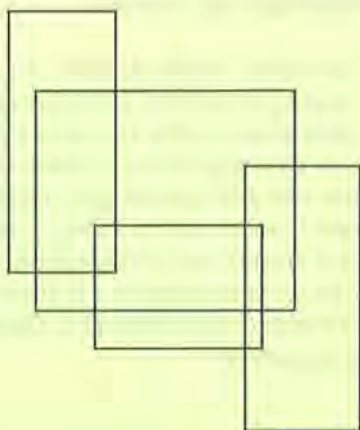
Mot clé « Défi »

Le problème proposé comporte une multiplicité de solutions qui fait que celui-ci s'inscrit obligatoirement dans la durée. Le défi provient du fait qu'on peut toujours se poser la

question : est-ce qu'il y a une nouvelle solution ? Les solutions nouvelles sont alors valorisées par l'enseignant par exemple par un affichage dans la classe, celui-ci pouvant faire de temps en temps le point pour voir si des éléments systématiques ont été trouvés.

Exemple :

FICHE... RECTANGLES



Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ?

Une même fiche peut relever de un ou plusieurs mots clefs différents pris sur cette liste, par exemple, une activité peut relever principalement de « Logique », mais aussi de « Essais », notamment dans les prolongements proposés.

Enfin un second ensemble de mots clés précise certains contenus mathématiques sous-jacents. La liste suivante a été retenue : **dénombrement, calcul, proportionnalité, aire et périmètre, sous-figure, solide tracé, symétrie, figure superposable.**

Une fiche sera donc caractérisée par un ou deux mots de la première liste, complétée

éventuellement par des mots clés de la deuxième liste. Les enseignants pourront donc choisir selon le type d'activités et suivant le contenu mathématique

Pour l'aider dans ce choix, chaque fiche est accompagnée d'un commentaire qui explicite son intérêt, précise les choix opérés par les rédacteurs et propose éventuellement quelques prolongements possibles. Les commentaires pour la fiche « rectangles » sont présentés ci-après à titre d'exemple.

Signalons pour terminer que des éléments de solution des différentes fiches sont regroupés à la fin du fascicule.

FICHE... RECTANGLES (Commentaires)

Mots clés : *défi, sous-figure*

Intérêt

Il s'agit d'identifier des sous-figures dans une figure complexe, en particulier voir qu'un rectangle peut se décomposer en plusieurs sous-rectangles. On fixe l'objectif d'en trouver le plus possible.

Remarque : La difficulté du travail d'identification de sous-figures est une difficulté qui a été pointée depuis plusieurs années par les évaluations nationales de CM2-6ème.

Raisons du choix de la disposition proposée

- le nombre de rectangles à trouver est raisonnable,
- mais celui-ci est suffisamment grand et la recherche suffisamment complexe.

On espère que cela entraînera de la part des enfants des résultats différents ce qui motivera la relance de la recherche après une phase de bilan sur le nombre de solutions trouvées.

Plusieurs reproductions sont fournies aux enfants pour leur permettre de colorier tous les rectangles sans que certains se superposent. Cela demande cependant une organisation pour ne pas colorier plusieurs fois le même.

Prolongements possibles

Sur le plan méthodologique : trouver un moyen pour déterminer le plus possible de rectangles puis être sûr de les avoir tous obtenus. La configuration proposée ne se prête pas bien à des systématiques possibles ; si on veut travailler sur cet aspect, tout en conservant l'objectif principal indiqué plus haut, on peut proposer plutôt des configurations (qui comportent des éléments de régularités) du type suivant :

