12e RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN

Les problèmes de la première épreuve

Cette année, les problèmes de la première épreuve du 12e Rallye mathématique transalpin ont été préparés par les équipes de Siena et de Riva del Garda, sur la base de sujets proposés par chacune des sections, après de multiples consultations et contrôles.
On remarquera en passant que ces échanges internationaux font réapparaître des thèmes déjà connus par certaines régions, si bien que l'originalité des problèmes n'est que relative. On la trouve plutôt dans les détails des énoncés, qui ont dû passer l'examen critique d'une vingtaine de «commissions de lectures» car, rappelons-le, les élèves doivent pouvoir se les approprier sans aucune aide extérieure, l'enseignant étant écarté de la classe pour la régularité de l'épreuve.

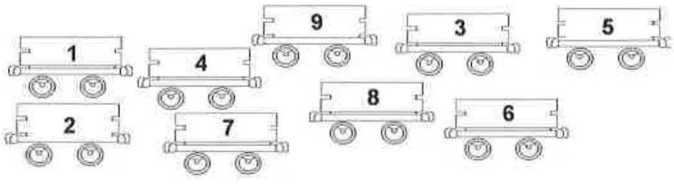
Pour chaque problème, une analyse a priori, également élaborée en concertation, décrit les thèmes mathématiques, la tâche des élèves et définit les critères d'attribution des points. Les résultats pourront ainsi être analysés à une large échelle: outre les taux de réussite, on connaîtra les différentes procédures et stratégies de résolution, les erreurs les plus fréquentes, les obstacles..., de quoi permettre une évaluation fine des savoirs et des représentations des élèves. Certaines de ces analyses figurent dans ce numéro, en pages.... D'autres suivront dans les prochains numéros. Au cas où des lecteurs de *Math-Ecole* souhaiteraient proposer ces problèmes à leurs classes, ils peuvent obtenir les analyses a priori auprès de la rédaction et sont invités à envoyer des copies des feuilles réponse de leurs élèves, qui viendront enrichir les informations sur ces problèmes.

L'épreuve s'est déroulée en janvier et février 2004, dans environ 2000 classes de plus de 19 régions d'Italie, France, Luxembourg, Israël et Suisse.

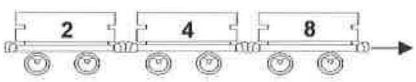
On trouvera d'autres informations sur le site de la section suisse romande, RMT-SR: http://www.rmt-sr.ch

1. LES TRAINS DE MARIE (Cat. 3)

Marie a beaucoup de wagons. Sur chaque wagon, il y a un nombre de 1 à 9.

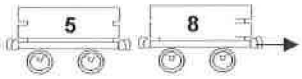


Marie s'amuse à former des trains de 2 wagons, 3 wagons, 4 wagons,...
Le nombre écrit sur un wagon doit toujours être la moitié de celui du wagon qui est devant lui.
Voici un train correct de 3 wagons (2 est la moitié de 4, qui est devant lui, et 4 est la moitié de 8):

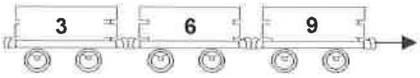


Mais ces deux autres trains ne sont pas justes parce que:

5 n'est pas la moitié de 8



3 est la moitié de 6, mais 6 n'est pas la moitié de 9



Combien Marie peut-elle former de trains, en tout?
Notez clairement tous les trains pour être sûrs qu'il n'y en a pas d'autres.

2. DÉS DE COULEUR (Cat. 3, 4)

Alice a trois dés de couleur, un rouge, un bleu et un vert. Sur leurs faces, il y a 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 points. Elle les lance tous ensemble et additionne les points obtenus sur chacun d'eux.

Une première fois, elle obtient 3 sur le dé rouge, 2 sur le bleu et 2 sur le vert: au total 7 points.

Elle aurait aussi pu obtenir 7 points avec 2 sur le dé rouge, 3 sur le bleu et 2 sur le vert ou avec 1 sur le dé rouge, 4 sur le bleu et 2 sur le vert, ou...

Mais Alice aimerait obtenir 6 comme somme des points de ses dés, alors elle recommence.

De combien de manières peut-elle obtenir 6 points avec ses trois dés?
Indiquez clairement toutes les manières possibles.

3. NOMBRE INCONNU (Cat. 3, 4)

Thomas a deux nombres, d'un seul chiffre, écrits chacun sur un jeton:

Thomas s'aperçoit que
- lorsqu'il additionne ces deux nombres, il trouve 11,
- lorsqu'il place les deux jetons l'un à côté de l'autre, il lit un nombre de deux chiffres,
- lorsqu'il échange les places des deux jetons, il lit un second nombre de deux chiffres qui est plus petit que le premier,
- la différence entre le premier nombre de deux chiffres et le second nombre de deux chiffres (obtenu en changeant la place des chiffres) est 45.

Quel est le premier nombre de deux chiffres que Thomas a lu?
Expliquez comment vous avez fait pour le trouver?

4. CHIFFRES... QUI MANQUENT (Cat. 3, 4, 5,)

Monsieur Attack doit coller des chiffres sous les 116 crochets du vestiaire de la salle de gymnastique, pour les numéroter de 1 à 116.

Il prend avec lui vingt-cinq exemplaires de chaque chiffre de «0» à «9» et commence par coller un chiffre «1» sous le premier crochet, un chiffre «2» sous le deuxième, un chiffre «3» sous le troisième, etc.

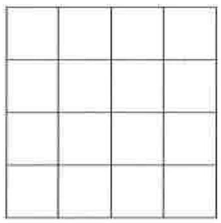
Pour le dixième crochet, Monsieur Attack colle un chiffre «1» et un «0», pour le onzième, il colle deux chiffres «1», etc.

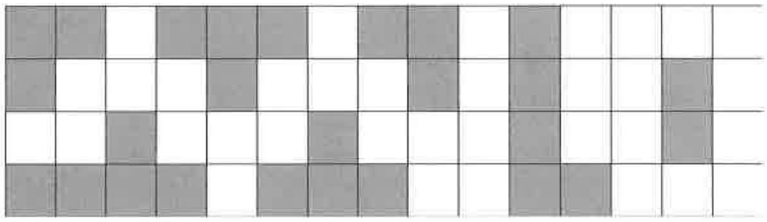
A un certain moment, il remarque qu'il doit aller rechercher des chiffres «1» car il n'en a plus.

Combien M Attack devra-t-il encore reprendre de chiffres «1» pour arriver à finir son travail et numéroter ainsi tous les crochets jusqu'au numéro 116?
Ecrivez votre solution et expliquez votre raisonnement.

5. CARRÉ À RECOUVRIR (Cat. 3, 4, 5)

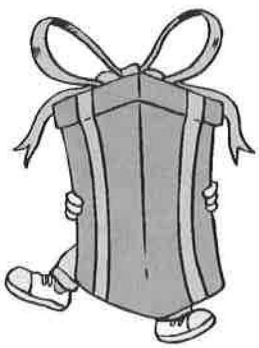
Jean-Luc veut recouvrir entièrement ce carré avec des pièces choisies parmi celles-ci:
Il veut en utiliser le moins possible.





Avec quelles pièces pourra-t-il recouvrir son carré?
Dessinez vos solutions, pour qu'on distingue bien les différentes pièces.

6. L'ANNIVERSAIRE DE MAMAN (Cat. 4, 5, 6)



André, Anne, Annelise et Albert ont respectivement 11, 9, 6 et 2 ans. Aujourd'hui, ils fêtent l'anniversaire de leur maman qui a 40 ans.

Annelise dit à sa maman:

«Quand j'aurai 40 ans, tu en auras beaucoup plus, je ne pourrai jamais te rattraper!»

«Tu as raison» répond sa maman, «mais dans quelques années, en additionnant vos quatre âges vous me rattraperez!»

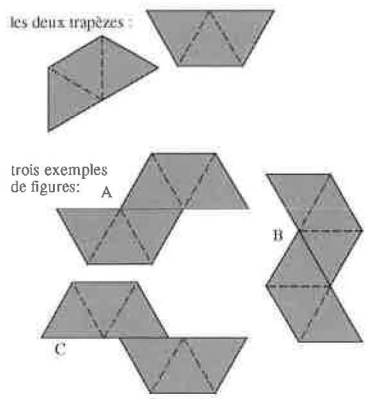
Dans combien d'années les quatre enfants auront-ils, ensemble le même âge que leur maman?
Indiquez votre solution et expliquez votre raisonnement.

7. MONSIEUR TRAPÈZE (Cat. 4, 5, 6)

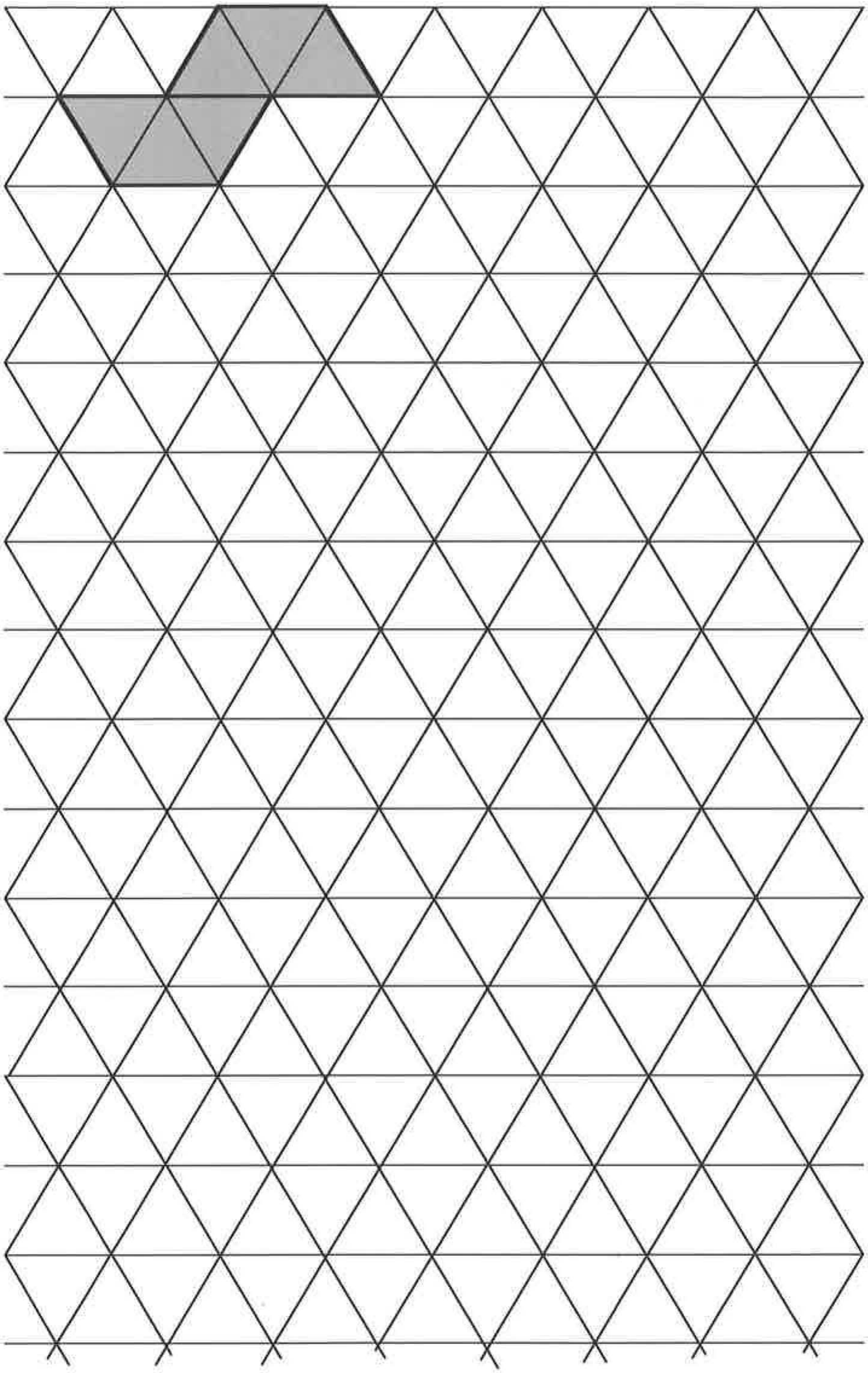
M. Trapèze a un nouveau passe-temps: construire des figures toutes différentes avec ces deux trapèzes, constitués chacun de trois triangles équilatéraux (qui ont trois côtés égaux).

Dans chaque figure que M. Trapèze construit, les deux trapèzes ne se recouvrent pas et ont un ou deux côtés entiers de triangles en commun.

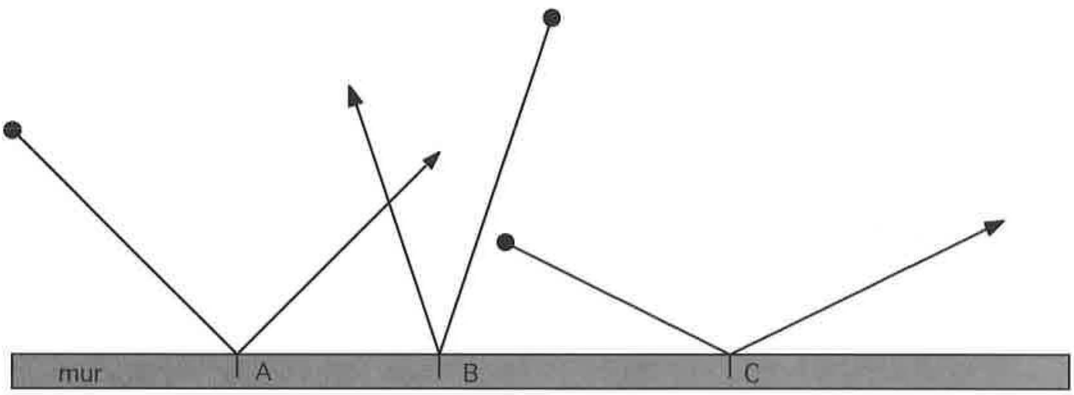
Trois exemples:
La figure A est une solution acceptable.
La figure B est correcte, mais on peut la superposer à la figure A en la retournant. Elle ne compte donc pas car elle n'est pas différente.
La figure C n'est pas correcte car les trapèzes n'ont pas un ou deux côtés entiers de triangles en commun



Combien de figures différentes M. Trapèze peut-il former avec ses deux trapèzes ?
Dessinez toutes les possibilités dans la grille ci-dessous où la figure A est déjà recopiée.



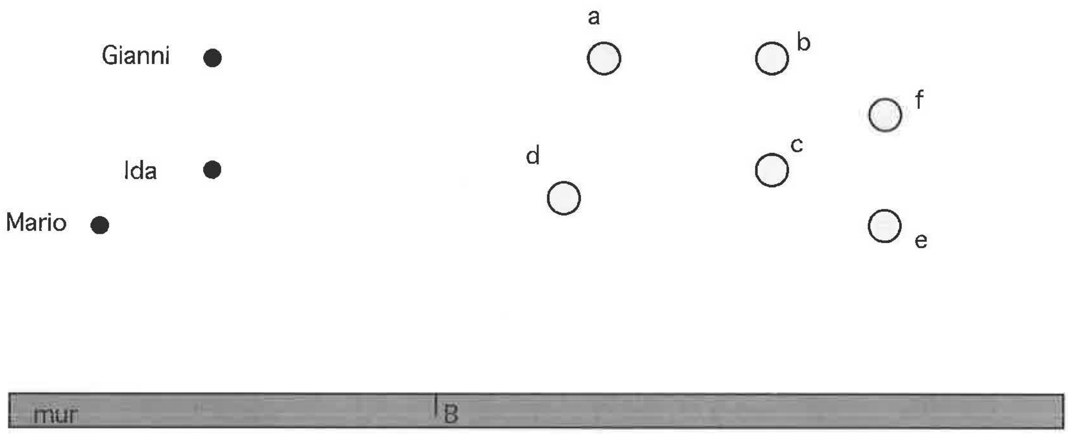
8. BALLE AU REBOND (Cat. 5, 6)



André regarde jouer ses amis, Gianni, Ida et Mario de la fenêtre de sa chambre. Ils font rouler leurs balles jusqu'au mur de sa maison. André observe comment les balles rebondissent, une fois en A, une fois en B et une fois en C:
André suggère à ses amis de placer des quilles sur le terrain et de faire rouler leurs balles contre le mur, en visant le point B, pour que, en rebondissant, ces balles fassent tomber des quilles.

Sur la figure suivante, vous pouvez voir comment sont disposées les quilles, notées a, b, c, d, e, f, et les positions des balles de Gianni, Ida et Mario.

Chaque enfant, à son tour, fait rouler sa balle, du point indiqué, et la fait rebondir contre le mur au point B.



Quelles quilles tomberont et qui les fera tomber?
Justifiez votre réponse.

9. DÉS DE COULEUR (Cat. 5, 6, 7)

Alice a trois dés de couleur, un rouge, un bleu et un vert. Sur leurs faces, il y a 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 points. Elle les lance tous ensemble et additionne les points obtenus sur chacun d'eux.

Une première fois, elle obtient 3 sur le dé rouge, 2 sur le bleu et 2 sur le vert : au total 7 points.

Elle aurait aussi pu obtenir 7 points avec 2 sur le dé rouge, 3 sur le bleu et 2 sur le vert ou avec 1 sur le dé rouge, 4 sur le bleu et 2 sur le vert, ou...

Mais Alice aimerait obtenir 9 comme somme des points de ses dés, alors elle recommence.

De combien de manières peut-elle obtenir 9 points avec ses trois dés ?
Indiquez clairement toutes les manières possibles.

10. LE CHAMPAGNE DE MINUIT (Cat. 5, 6, 7, 8)

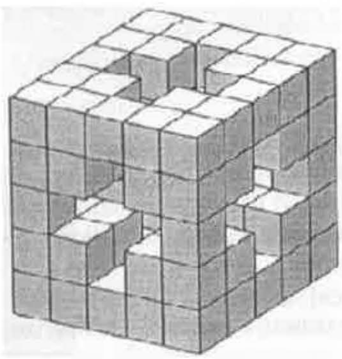
16 personnes fêtent ensemble le Nouvel An.

A minuit précise, chacun choquera son verre de champagne contre celui de tous les autres.

Combien de tintements de verres va-t-on entendre ?
Expliquez votre raisonnement.

11. LE CUBE DE KUBI (Cat. 6, 7, 8)

Kubi a offert à son ami Rubik un cube, comme celui qui est représenté sur la figure ci-dessous, avec un beau forage central en forme de croix.



Rubik a beaucoup.aimé le cadeau et s'amuse à compter le nombre des petits cubes qui manquent dans le grand cube.

Quel est ce nombre ?
Expliquez comment vous l'avez trouvé.

12. LE TABLEAU VOLÉ (Cat. 6, 7, 8)

L'inspecteur Derrick doit découvrir les responsables du vol d'un célèbre tableau du XVIe siècle. Les suspects sont quatre personnages bien connus de la police: les frères Augusto et Dante, Bernard le balafré et le clochard Karl.

L'inspecteur les interroge tous les quatre et recueille leurs déclarations:

- Augusto: *Bernard n'a pas volé le tableau.*
- Karl: *Le vol n'a pas été commis par Dante.*
- Bernard: *Le voleur est l'un des deux frères.*
- Dante: *Ce n'était pas moi.*

L'inspecteur sait qu'un seul d'entre eux a menti.
Qui a volé le tableau?
Donnez votre réponse et justifiez votre raisonnement.

13. PAPIER, CISEAUX, CAILLOU (Cat. 7, 8)

Dans le jeu «papier, ciseaux, caillou», deux joueurs lèvent ensemble une main qui peut être

- ouverte, pour indiquer: «papier»,
- fermée pour indiquer «caillou»,
- avec seulement deux doigts tendus, pour indiquer «ciseaux».

Les règles sont les suivantes:

- le papier l'emporte sur le caillou parce qu'il l'emballe,
- les ciseaux l'emportent sur le papier parce qu'ils le coupent,
- le caillou l'emporte sur les ciseaux parce qu'il les abîme,
- dans les cas papier - papier, caillou - caillou, ciseaux - ciseaux, il n'y a pas de vainqueur, la partie est nulle.

André et Bruno jouent dix fois à «papier, ciseaux, caillou». Au cours de ces parties, André a montré quatre fois «caillou» et trois fois «papier», alors que Bruno a montré trois fois «ciseaux» et quatre fois «papier». Les deux garçons font quatre parties nulles: deux avec «papier», une avec «ciseaux» et une avec «caillou».

A la fin du jeu combien de fois André peut-il avoir gagné et combien de fois Bruno?
Donnez tous les résultats possibles d'André et de Bruno et expliquez votre raisonnement.

14. QUELLE FAMILLE! (Cat. 7, 8)

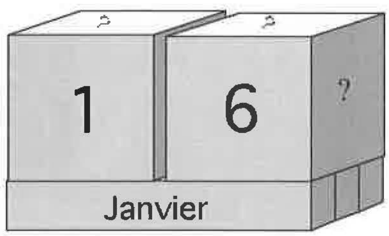
Monsieur et Madame Bernier ont 5 enfants qui ont tous des âges pairs différents. La somme des âges des trois filles est égale à 30 ans. La somme des âges des garçons est égale à 14 ans. La somme des âges des deux enfants les plus âgés est égale à 26 ans. La somme des âges des deux enfants les plus jeunes est égale à 10 ans.

Indiquez l'âge de chaque enfant en précisant s'il s'agit d'une fille ou d'un garçon.
Expliquez votre raisonnement et notez toutes les réponses possibles.

15. LE CALENDRIER (Cat. 7, 8)

Un artisan désire construire un calendrier composé de deux cubes posés l'un à côté de l'autre sur trois parallélépipèdes. Sur chacune des faces des cubes il y a un chiffre. On peut ainsi lire un nombre de deux chiffres qui indique le jour du mois.

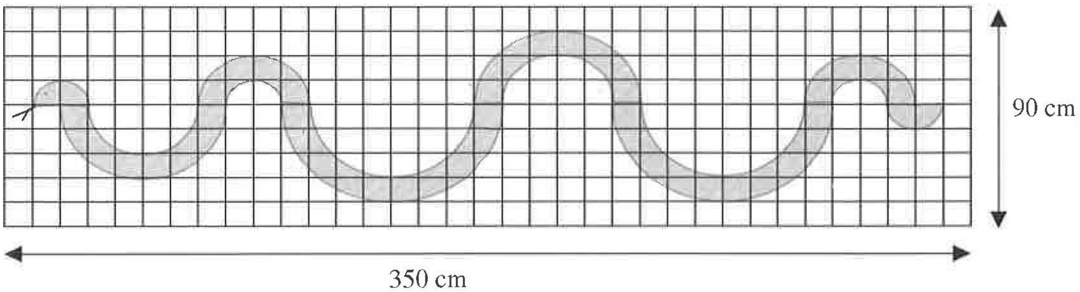
Les noms des mois sont notés sur les faces des parallélépipèdes.



Quels chiffres l'artisan devra-il écrire sur les faces des deux cubes pour pouvoir représenter tous les jours des douze mois?
Expliquez votre raisonnement et indiquez les chiffres écrits sur les différentes faces des deux cubes.

16. LE RESTAURANT CHINOIS (Cat. 8)

L'enseigne du restaurant chinois «Le serpent rouge» est un long serpent rouge à l'intérieur d'un rectangle doré. Cette figure est une reproduction fidèle de l'enseigne:



Quelle est la mesure de l'aire du serpent?
Donnez votre réponse et expliquez votre raisonnement

QUELQUES RÉSULTATS

3. NOMBRE INCONNU

(57 classes, 23 de cat. 3, 34 de cat. 4)

Attribution des points:

4) 2 classes (de 4ᵉ) ont trouvé la réponse correcte 83, avec démarche explicite mais s'arrêtant toutefois à la première solution trouvée, sans vérifier s'il y en avait d'autres. Nous avons dû renoncer à l'exigence de la vérification d'unicité de la solution. Cette démarche ne semble pas à la portée d'élèves de cet âge. Il aurait fallu le mentionner dans l'énoncé par une question du genre «Y a-t-il plusieurs solutions?»

- *D'abord nous avons pris le plus grand et le plus petit nombre qui en les additionnant faisaient 11 sans prendre le nombre à deux chiffres. Nous avons pris d'abord le neuf et le deux, quand nous les mettions ensemble ça faisait 29 et 92. Mais ils n'avaient pas 45 de différence. Alors nous avons pris 8 et 4, ça faisait 38 et 83 et ça faisait 45 de différence.*

3) 21 classes (18 de 4ᵉ et 3 de 3ᵉ) sont également arrivées à 83 ou 8 et 3, sans donner d'explications claires sur leur recherche, mais seulement une vérification:

- *8 + 3 = 11, 38 + 45 = 83.*
  Nous avons essayé.

La distinction n'est cependant pas toujours facile à faire pour déterminer si la classe a vraiment répondu à la demande «expliquez comment vous avez fait pour le trouver?». Selon nous, il manquait le détail des exemples dans la justification suivante:

- *Le premier était 83. On a fait tous les calculs qui faisaient 11 en les additionnant et après on a fait des soustractions par exemple 83 - 38 = 45.*

Dans cette catégorie, on trouve aussi des réponses où, après les explications, seuls les deux jetons sont indiqués, sans donner leur ordre.

- *Les deux jetons sont 3 et 8.*

2) 2 classes (de 4ᵉ) ont répondu «83», sans explications ou avec une démarche très incomplète:

- *Réponse : le premier nombre que Thomas a lu est 83. On a vu que les seuls nombres qui jouaient étaient 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.*

1) 5 classes (2 de 3ᵉ, et 3 de 4ᵉ) Les critères d'attribution des points prévoyaient : « Réponse 38 (ou « 3 et 8 » ou « 8 et 3 »), démarche absente, ou non explicite, ou incomplète ». On y a ajouté le non-respect de la consigne sur la somme qui devait être 11 :

- ***27** + 45 = **72**. On a calculé avec notre tête. On a vérifié avec la calculette.*

0) : 27 classes (18 de 3ᵉ et 9 de 4ᵉ). Autre réponse ou incompréhension du problème.

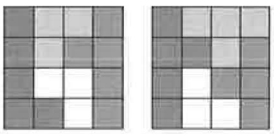
Remarques

- Le problème s'est révélé trop difficile, surtout pour les classes de 3ᵉ. La confusion est grande entre les nombres sur les jetons et les nombres de deux chiffres formés avec les premiers. Pour que toutes les classes puissent s'approprier la situation sans relance du maître (absent selon les conditions de passation des épreuves du RMT), il faudrait vraisemblablement donner un exemple avec les deux chiffres et les nombres qu'on peut former avec eux. Mais, indépendamment des difficultés de lecture et compréhension de la consigne, les résultats montrent qu'il y a un travail important à mener en 3ᵉ année dans le domaine de la numération : chiffres et nombres, effet de la position des chiffres sur le nombre, etc.
- La dernière contrainte « la différence entre le premier nombre de deux chiffres et le second nombre de deux chiffres (obtenu en changeant la place des chiffres), est 45 » été la plus difficile à comprendre, et l'oubli du quatrième tiret « - » dans la version originale n'a rien arrangé. On a vu apparaître, dans la dernière catégorie, de nombreux inventaires, complets ou partiels, des couples dont la somme est 11 : 6 et 5, 4 et 7, 8 et 3, 9 et 2, mais les élèves n'ont pas pu prendre en compte la différence de 45.
- Les réponses, fausses, qui tiennent compte de données de l'énoncé sans leur attribuer de sens sont fréquentes, du genre : *On a lu plein de fois les phrases après on a compris les phrases et on a trouvé qu'il fallait faire 11 + 45 et on a trouvé que la réponse était 56,* ou : *on a fait 9 x 5 = 45 parce que le livret fait 45,* ou encore : *54, on a inversé 45 = 54.*
- Il y a de nombreuses copies presque illisibles et où la réponse n'est pas mise en évidence. La question se pose d'une prise en compte de la présentation pour l'attributions de points (qui ne fait pas partie des critères actuels du RMT) et de la responsabilité du maître dans la sensibilisation des élèves à l'écriture claire d'une rédaction de solution.

Analyse et corrections :
Martine Simonet et Edith Pfandler

5. CARRÉ À RECOUVRIR (105 classes, 23 de cat. 3, 34 de cat. 4, 49 de cat. 5)

L'analyse a priori prévoyait la procédure géométrique par essais, avec la découverte que le nombre minimum de découpages nécessaire est 4 et qu'il y a deux solutions : l'une utilisant les deux pièces de 5 carrés et les deux de 3 carrés, l'autre qui utilise la pièce de 5 carrés différente du « L », les deux pièces de 4 et une de 3 carrés. C'est ainsi que presque tous les groupes d'élèves se sont engagés dans le problème et que, par conséquent, il n'y a pas de réponses sans le dessin des pièces.



Mais, il ne suffit pas de reconstituer le carré par essais avec quatre pièces, encore faut-il éviter les solutions qui utilisent les mêmes

pièces qu'une solution précédente (Consigne: «Avec quelles pièces pourra-t-il recouvrir son carré?» et non «dans quelle disposition?»). Nous avons hésité à modifier les critères et accepter les dispositions isométriques. Il aurait fallu pour cela que des classes nous donnent les huit dispositions isométriques de chacune des deux solutions, par rotations ou par symétries axiales. Mais aucune classe n'a fait cet inventaire systématique; il y avait parfois deux, trois, figures isométriques, mais jamais les 8 possibilités, voire les 4 sans retourner les pièces. Les élèves n'avaient tout simplement pas remarqué que les mêmes pièces étaient utilisées plusieurs fois.
On a aussi vu, parmi les solutions non désirées, des carrés de cinq pièces et d'autres utilisant des pièces qui ne figuraient pas dans le choix proposé.
La procédure numérique par comptage du nombre de carrés de chaque pièce pour obtenir une somme de 16 n'a été utilisée que par une classe, avec dessin comme vérification.

Attribution des points

4) 13 classes (2 de 3e, 3 de 4e, 8 de 5e) Les deux solutions optimales seulement.

3) 69 classes (14 de 3e, 24 de 4e, 31 de 5e) Une seule solution optimale, ou 2 solutions optimales avec un ou plusieurs carrés de 5 pièces, ou encore les deux solutions optimales avec une ou plusieurs solutions isométriques (utilisant les quatre mêmes pièces).

2) 9 classes (1 de 3e, 3 de 4e, 5 de 5e) Une seule solution optimale avec un ou plusieurs intrus (à 5 pièces) ou les deux solutions optimales avec des solutions à 5 pièces et/ou des solutions utilisant des pièces non proposées.

1) 8 classes (3 de 3e, 1 de 4e, 4 de 5e) Une solution à 5 pièces ou une solution optimale avec des solutions utilisant des pièces non proposées et/ou des solutions isométriques.

0) 7 classes (3 de 3e, 3 de 4e, 1 de 5e) Incompréhension du problème, ou seulement solutions utilisant des pièces non proposées.

Remarques
- Ce problème fait appel aux symétries axiales et rotations, pour distinguer les figures isométriques de celles qui ne le sont pas.
- Le problème est facile et bien adapté aux degrés 3 et 4. On pourrait se demander ce qu'il apporte à des élèves de 5e année. Il pourrait être adapté pour ces classes en modifiant la grandeur des pièces et du carré, afin de faire émerger des raisonnements de type numérique, qui permettent de faire un premier choix en s'appuyant sur le nombre de carrés de chaque pièce.
- On peut établir un parallèle entre ce problème et «Archie bricole»(Choisir, parmi 7 segments à disposition, ceux qui permettent d'en reconstituer un plus grand. In Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, *Mathématiques 3P*, 1998. COROME) où la difficulté est aussi de se limiter aux pièces à disposition, même si l'on peut utiliser plusieurs fois la même.
- Il y a de nombreuses copies tout à fait négligées. Faudrait-il apprendre aux élèves à se préoccuper de la qualité de la présentation de leur travail?

Analyse et corrections:
Jacqueline Croci, Catherine Dupuis

7. MONSIEUR TRAPÈZE (135 classes, 34 de cat. 4, 49 de cat. 5, 52 de cat. 6)

On se retrouve, comme dans le problème précédent, dans une situation qui met en jeu toutes les reconnaissances d'isométries. Les consignes «qui ne se recouvrent pas» et «qui ont un ou deux côtés entiers de triangles en commun» ont été bien comprises en général, mais c'est une systématique dans l'organisation de la recherche qui fait défaut, en 4e et 5e avant tout, ainsi que les moyens de reconnaître des figures isométriques (directement ou après symétrie axiale).

Il y a 9 solutions différentes (voir *figure 1*) qu'on ne peut trouver que par un méthode rigoureuse. Par exemple, en travaillant sur le réseau, placer un trapèze et chercher toutes les positions possibles du second, en vérifiant à chaque fois, «mentalement» ou par découpage de pièces, s'il s'agit d'une nouvelle solution ou non. Quelques classes seulement ont fait état explicitement de cette méthode. Dans la grande majorité des autres, on ne sait pas comment se sont organisés les essais, vraisemblablement souvent au hasard ; en revanche, on est sûr que les contrôles des solutions isométriques ont été peu efficaces, vu le nombre élevé de figures superposables et leur répartition irrégulière.

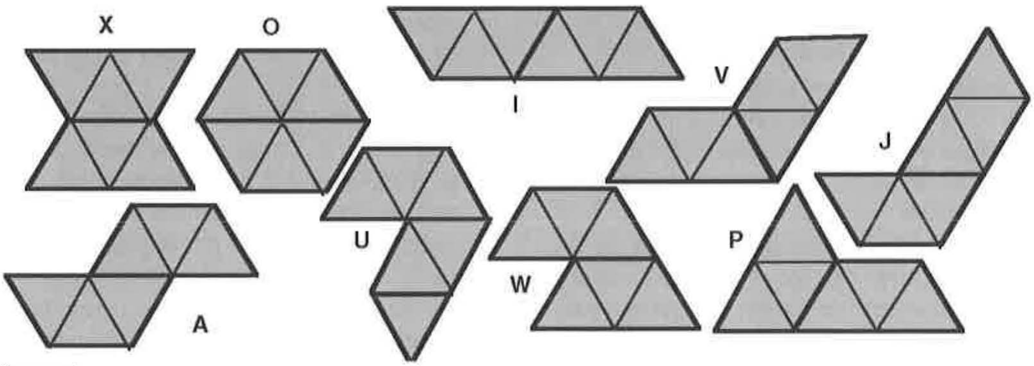


figure 1

Parmi les solutions de la *figure 1*,
- l'hexagone (**O**) a 6 axes de symétrie et une seule position dans le réseau triangulaire proposé,
- le **X** a deux axes de symétrie et 3 positions possibles (les deux nouvelles sont en *figure 2*),
- le **V** a un axe de symétrie et 6 positions possibles
- le **I** et le **A** ont un centre de symétrie et 6 positions dans le réseau triangulaire, (5 nouvelles pour le **I** en *figure 2*),
- le **U**, le **W**, le **P**, le **J** n'ont ni axe ni centre de symétrie et 12 positions possibles (dont 4 avec «base» horizontale pour le **P** en *figure 1* et *figure 2*).

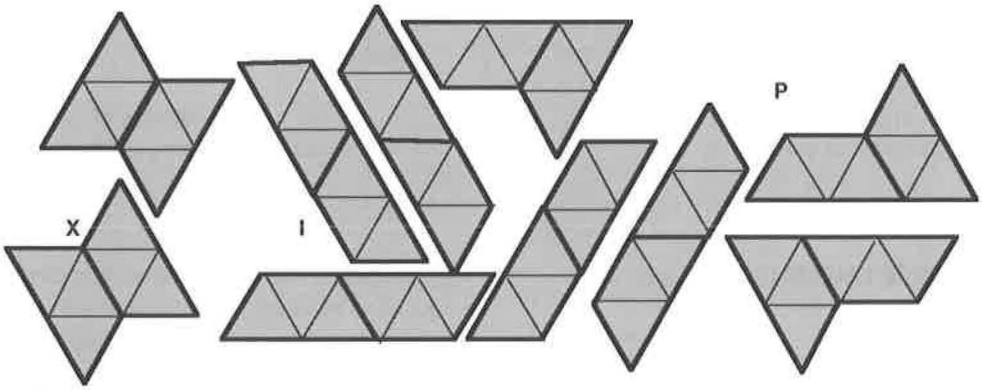


figure 2

La tâche des correcteurs n'était donc pas facile et nous avons décidé de noter pour chaque copie examinée, figure par figure, le nombre d'apparitions: 0 (oubli), 1 (réponse juste), 2, 3, 4 ... (une, deux, trois ... répétitions). Cette méthode d'analyse permet de savoir combien de fois chaque figure a été oubliée ou répétée et d'attribuer un «taux de difficulté» à chacune d'entre elles, qui, comme le montre le tableau suivant, est en étroite corrélation avec le nombre de dispositions possibles.

figure	O	X	V	I	A	U	W	P	J
justes	118	112	78	110	103	78	77	79	73
oublis	14	13	39	14	4	41	36	38	50
répétitions	3	11	19	19	45	16	41	24	19
«erreurs»	17	24	58	33	49	57	78	62	69
taux de diff.	0,14	0,18	0,43	0,24	0,36	0,42	0,57	0,46	0,51
dispositions	1	3	6	6	6	12	12	12	12

Le taux de difficulté est le rapport entre le nombre d'erreurs (répétitions et oublis) et le nombre total de copies analysées, 135.

La somme des «erreurs» et des réponses justes peut dépasser 135 car des classes peuvent dessiner plus de deux fois la même figure (jusqu'à 7 fois).

La figure **A** donnée dans les exemples et déjà dessinée sur la feuille n'a, évidemment, pas été oubliée, sauf pour 4 classes qui n'ont pas travaillé sur le réseau fourni. Elle a cependant été répétée 45 fois, sur une trentaine de copies.

Les figures **O**, **I**, **X**, **V** et **U** sont les moins répétées, vraisemblablement parce qu'elles se reconnaissent bien spontanément ou parce qu'elles ont plus de caractères de symétrie que les autres.

Les nombres d'oublis varient sensiblement. On trouve facilement des positions symétriques, par rapport à un axe horizontal, des deux trapèzes (**O** et **X**) ou par rapport à un centre (**I**).

Attribution des points

Les critères de l'analyse a priori attribuaient 4 points pour la découverte des 9 figures, 3 points pour celle de 7 ou 8 figures, 2 points pour 5 ou 6 figures, 1 point pour 3 ou 4 figures et 0 point au-dessous de 3; puis une déduction de 1 point pour la présence d'une ou plusieurs répétitions et d'un autre point pour la présence d'une ou plusieurs figures ne respectant pas les règles de construction. Ainsi, par exmple, 2 points peuvent être obtenus avec 5 ou 6 figures découvertes, sans intrus, ou (3 - 1) avec 7 ou 8 figures découvertes mais présence d'une catégorie d'intrus, ou encore (4 - 2) avec les 9 figures différentes, mais présence de répétitions et de figures incorrectes.

Voici les résultats obtenus:

4) 19 classes (3 de 4^e, 2 de 5^e, 14 de 6^e)
3) 50 classes (12 de 4^e, 16 de 5^e, 22 de 6^e)
2) 37 classes (5 de 4^e, 22 de 5^e, 10 de 6^e).
1) 16 classes (7 de 4^e, 5 de 5^e, 4 de 6^e)
0) 13 classes (7 de 4^e, 4 de 5^e, 2 de 6^e)

Remarques

- Si la moyenne des points obtenus est du même ordre de grandeur en 4e (1,91) et 5e année (2,14), il y a une progression très forte en passant à la 6e année (2,81). Les oublis et les répétitions diminuent de moitié au passage de la 5e à la 6e. Cette amélioration semble indépendante du programme de 5e qui propose peu d'inventaires de ce genre, alors qu'ils sont nombreux en 3e et 4e années. Il doit s'agir d'une maturation dans la «vision» des symétries et rotations, d'un affinement des capacités d'analyse de figures isométriques et d'une meilleure organisation dans les combinaisons des deux trapèzes.
- Cet inventaire de figures, accompagné des résultats détaillés ci-dessus, est donc un bon instrument d'évaluation des compétences des élèves dans la reconnaissance d'isométries. Le problème de «Monsieur Trapèze» peut se faire en prolongement d'activités comme «Avatars», «Tétrabolos», «Reptuiles» des moyens d'enseignement romands (In Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, *Mathématiques 3P* et *4P*. 1998, 1999. COROME).

Analyse et corrections:
Eric Burdet, Roger Foggiato,
Marianne Genoud, Françoise Hirsig,
François Jaquet, Brigitte Matti

Solution du problème *Magico* du numéro 209 (p.29, Fig. 40)

La somme des 9 nombres est 146 = 44 + 53 + 49 = 51 + 50 + 45.
Lorsqu'on additionne les sommes des deux diagonales, de la colonne du milieu et de la ligne du milieu, on trouve 40 + 51 + 53 + 50 = 194. Cette somme est formée de 4 fois le nombre du centre et des huit autres nombres pris chacun une fois. Elle vaut donc la somme des 9 nombres (146) et du triple du nombre du centre. La différence entre 194 et 146 est 48, qui est le triple du nombre du centre. Celui-ci est donc 16.

On peut calculer le nombre inférieur gauche 15 = 51 - (16 + 20).
Il reste cependant encore un degré de liberté pour le choix d'un autre nombre. Prenons celui du bas à droite en commençant par 1, on obtiendra 23, 1 et 20 en première ligne, 13, 16 et 24 en deuxième ligne et 15, 33 et 1 en troisième ligne. On peut continuer par 2 en bas à droite, pour finir à 23.

Il y a donc 23 solutions pour cette grille.
Si on cherche à résoudre ce problème par l'algèbre, on se trouve en présence d'un système linéaire de 8 équations à 8 inconnues, correspondant aux 8 sommes données et aux 8 cases encore inconnues. Pour que ce système n'ait qu'une seule solution, les 8 équations doivent être indépendantes, ce qui n'est pas le cas ici.