

NOTES DE LECTURE

DES PROBLÈMES POUR LE CYCLE 3 LES MATHS, UN OUTIL POUR COMPRENDRE LE MONDE

Michèle Pome, Dominique Valentin
Coll. Mosaïque, Hatier Ed. 2003 (176 p)¹

Dominique Valentin, une de nos fidèles lectrices et aussi auteure de plusieurs articles dans *Math-Ecole*, longtemps co-responsable de l'équipe Ermel, vient de publier un recueil de situations, élaborées à partir de la réalité et nécessitant un traitement d'ordre mathématique. Il s'agit de 130 fiches photocopiables, de format A4, avec corrigés, destinées aux élèves du cycle 3² de l'école élémentaire voire du premier cycle du collège, sans distinction de niveau. et de précieuses pages d'introduction avec tableaux de présentations. L'ouvrage n'a rien de révolutionnaire : chacun sait que, depuis toujours, les situations de la vie courante « courent les rues » et qu'il suffit de les prendre. Mais il y a un travail important d'adaptation et de recherche de documents avant de pouvoir les utiliser en classe. Ce recueil en propose près de 200, apprêtées, répertoriées, avec leurs contenus, les types de nombres et de calculs mis en oeuvre. Il est donc utile.

Il offre des situations permettant aux enseignants d'établir des passerelles entre les disciplines et aux élèves de prendre conscience que les mathématiques ne sont pas seulement « scolaires » mais qu'elles servent à quelque chose. L'ouvrage va donc au-delà de la simple utilité, vers la construction de sens. Il complète de manière harmonieuse la pro-

gression dans la discipline et aider l'enseignant à rendre les connaissances construites à l'école disponibles pour ses élèves en dehors de sa présence, de son aide, en dehors de l'école finalement.

Certains passages de l'introduction de l'ouvrage répondent à des questions plus générales. Plutôt que de les résumer, nous préférons les offrir dans leur intégralité aux lecteurs de *Math-Ecole*, vu leur intérêt pour une réflexion sur l'enseignement des mathématiques :

Mathématiques et réalité

Faire sortir les mathématiques du « livre de maths » présente donc de grandes difficultés, à beaucoup de points de vue. Sur quelle « réalité » est-il possible de faire travailler des élèves de 8 à 12 ans? Quelles sont les questions susceptibles de les intéresser? Quelles connaissances « sur le monde » nécessitent-elles? Quelles recherches demanderont un traitement de ces questions? Seront-elles à leur portée? Quels sujets pourront conserver une certaine permanence? Sur ce dernier point, nous nous sommes aperçus, par exemple, que beaucoup de jeux qui retiennent toute l'attention des enfants au moment où ils sont propulsés sur le marché, deviennent très vite caducs, voire introuvables ou simplement démodés! En travaillant toutes ces questions, nous n'avons gardé que les sujets qui nous semblaient dignes d'un peu d'avenir...

*Nous avons donc organisé cet ouvrage autour de **grands thèmes non scolaires**, ces thèmes ayant été « choisis » par des élèves du cycle 3 à partir d'une enquête préalable: les animaux, les voyages, les loisirs, le corps humain...*

Rien, à aucun moment, ne leur indique les contenus mathématiques sous-jacents. Il s'agit bien, comme dans la vie courante, d'aller chercher dans sa boîte à outils de savoirs et de savoir-faire ce qui peut bien être utile pour aller au bout d'une question. Bien sûr, les « vraies situations » fonctionnelles qui pourraient se présenter dans la classe, telles que l'organisation d'une sortie en car, la gestion des comptes d'une fête d'école, etc.

1. Diffusé en Suisse par Diffulivre, 41 rue des Jordils, CH1025 Saint Sulpice, Tél 21 691 53 31 Prix librairie: Fr. 64,10 F (avec droit de reproduction pour une classe)

2. En France, le « Cycle 3 » comprend les degrés CE2, CM1 et CM2, qui correspondent aux degrés 3, 4 et 5 de Suisse romande

auraient toute leur place dans ce cadre. Mais on sait bien que de telles situations ne peuvent être prévues, programmées dans un ouvrage et que l'enseignant est seul à pouvoir les saisir au bond dans sa classe, chaque année de façon différente, en fonction des événements, de ses élèves actuels, des centres d'intérêt des uns et des autres, etc. Philippe Meirieu³ nous a également montré combien les situations fonctionnelles, dans le cadre scolaire, restaient répétitives et insuffisantes, aussi bien pour construire les savoirs que pour en assurer la disponibilité.

Les fichiers ou les livres utilisés habituellement par les élèves contiennent parfois des énoncés qui portent sur des sujets proches de ceux que nous avons retenus. Mais ils sont, d'une part, simplifiés pour entrer dans le cadre stéréotypé du « problème de math » et, d'autre part, proposés en référence directe aux contenus mathématiques qui viennent d'être enseignés : répartition de bouteilles dans des casiers, dans le chapitre portant sur la division ; modification des quantités nécessaires à la confection d'un gâteau pour huit personnes quand la recette originale a été conçue pour quatre, dans le chapitre proportionnalité ; etc. Il est clair qu'il s'agit d'une **application immédiate**, voire guidée, de connaissances désignées, application certes indispensable mais qui ne fait pas travailler la **disponibilité différée** de ces connaissances, disponibilité souvent mise en défaut dans les évaluations nationales par exemple. Or, c'est bien dans des situations toujours nouvelles et rencontrées à des moments divers et hors de l'école que les élèves doivent être capables de réinvestir leurs savoirs et savoir-faire.

« Situation », « problème » ou « situation-problème⁴ » ?

Il y a, aujourd'hui encore, beaucoup de confusion sur ces mots et sur ce qu'ils recouvrent, confusion que nous allons tenter brièvement de lever

Dans le cadre scolaire, le mot « problème » a longtemps désigné un énoncé, à la forme sté-

réotypée évoquant le monde des adultes (panier de la ménagère, salaires, etc.) contenant quelques données, souvent numériques, et se terminant par une question. Pour répondre à cette question, il fallait effectuer un calcul en utilisant une ou plusieurs des « quatre opérations ». Le contrat implicite de la résolution de problèmes reposait sur l'idée d'un entraînement des savoir-faire acquis préalablement à cette résolution. Par exemple, après avoir « appris » à « faire des multiplications », l'énoncé suivant pouvait être proposé aux élèves alors censés le résoudre par application directe de la « leçon » précédente : « La fermière porte au marché 26 boîtes contenant chacune une douzaine d'œufs. Combien a-t-elle d'œufs ? »⁵. La même page du fichier contenait une dizaine d'énoncés du même type. La fonction de cet énoncé est clairement l'application de connaissances qui viennent d'être enseignées. Souvent, le chapitre à la fin duquel ces énoncés sont regroupés porte la mention « multiplication » de manière à ce que les élèves sachent à quels contenus se réfèrent les énoncés en question. Voici, à titre d'exemple, la définition du problème proposée dans un livre d'arithmétique⁶ datant des années trente : « Un problème est une question d'application relative à une règle mathématique (partages égaux, surfaces) ou à une règle pratique consacrée par l'usage (bénéfice, loyer), question enveloppée ou compliquée par des données accessoires, variables selon les cas multiples de la vie courante ». On ne proposait pas à un élève de CE1 qui n'avait pas encore « appris la multiplication » un énoncé du type : « Un jardinier a planté 3 rangées de 25 salades chacune. Combien a-t-il planté de salades ? », alors que ce problème peut être résolu sans la multiplication par addition itérée : $25 + 25 + 25$.

3 Apprendre... oui, mais comment?, ESF, 1988

4 Ce paragraphe pourra être sauté en première lecture.

5 *Math en herbe*, CE1, collection Diagonale, Nathan, 1992

6 E. Martin (inspecteur du Primaire), *Arithmétique, livre du maître*, Delagrave.

C'est toute la réflexion menée principalement en France par les chercheurs en didactique de mathématiques sur le rôle de la résolution de problèmes dans la construction des connaissances qui a provoqué un changement radical des points de vue, changement qui s'exprime nettement dans l'évolution des programmes depuis ceux de 1991.

Voici une définition du problème bien utile aujourd'hui, donnée par Jean Brun⁷ : « Un problème est une situation initiale, avec un but à atteindre demandant au sujet d'élaborer une suite d'opérations ou d'actions pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet-situation où la solution n'est pas disponible d'emblée mais peut être construite. » On voit bien que la majeure partie des énoncés proposés dans les différents manuels sous le nom de « problème » ne sont pas des problèmes au sens où l'entend Jean Brun et avec lui de nombreux didacticiens. Nous les appellerions volontiers des exercices d'application, mais il paraît difficile d'aller contre des habitudes si fortement ancrées dans les mentalités!

Si l'on parle aujourd'hui de situation et de situation-problème, c'est d'abord pour insister sur la **globalité de l'activité de résolution** : analyse du contexte, recherche et tri des informations, élaboration de démarches de résolution qui ne se réduisent pas à la seule application d'une connaissance nouvellement acquise. On pourrait dire que l'important est de bien repérer la « situation du problème ».

Il nous semble que l'essentiel, pour les enseignants, est de distinguer la **fonction des situations** qu'ils proposent à leurs élèves, cette fonction impliquant des choix didac-

tiques différents quant à leur mise en œuvre en classe : la situation est-elle destinée à engager la construction d'un savoir nouveau ? S'agit-il de mettre les élèves en situation de recherche, de construction de méthodes ? Ou bien, encore, l'occasion est-elle donnée aux élèves d'utiliser l'ensemble de leurs connaissances à bon escient, sans que celles-ci aient été explicitement désignées comme adéquates ? Le vocabulaire utilisé actuellement cherche à faire cette distinction : les **situations-problèmes**⁸ désignent les problèmes destinés à la construction d'un savoir notionnel ou procédural nouveau. Le terme **problème-ouvert**⁹ recouvre les problèmes de recherche et l'on nomme **problèmes d'application, problèmes de réinvestissement, problèmes complexes**, les situations qui visent à engager les élèves dans une utilisation immédiate ou différée de ce qu'ils ont appris.

Cet ouvrage ne contient pas de « problèmes » au sens où la didactique des mathématiques¹⁰ entend ce mot aujourd'hui. En effet, les situations-problèmes font partie des progressions qu'utilisent les enseignants et sont organisées par années scolaires, avec une cohérence qui leur impose une programmation rigoureuse dans le temps. Les problèmes-ouverts, quant à eux, ceux qui ont pour principal objectif d'amener les élèves à construire des méthodes de résolution, d'argumentation, de pensée, ne sont pas ce que l'on pourrait appeler les « problèmes de la vie courante », en tout cas pas ceux qui peuvent concerner les élèves de l'école élémentaire. Les situations proposées dans cet ouvrage sont clairement des **situations de réinvestissement**. Pourtant, nous avons choisi de proposer, dans un dernier chapitre, quelques situations du type problème-ouvert, permettant aux élèves de s'exercer, à leur niveau, à ce jeu de l'esprit qui fait toute la beauté et la saveur des mathématiques que l'on aurait grand tort de qualifier, en les opposant aux mathématiques appliquées, « d'inutiles » même si elles ne sont pas « pratiques » !

...

7 Université de Genève

8 Ces situations sont également qualifiées de situations d'apprentissage ou de situations didactiques avec des nuances que nous n'évoquerons pas ici.

9 Expression provenant de l'IREM de LYon

10 On pourra consulter sur ce sujet les travaux de l'IREM de Bordeaux ou les publications de l'Équipe de didactique des mathématiques de l'INRP, connue sous le nom d'ERMEL : *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, six tomes de la GS au CM2, Hatier.

Public

... Dans le cas de notre sujet, il nous a semblé important de sortir du cloisonnement de l'année, le cycle 3 et le début du collège étant particulièrement propice à l'utilisation de connaissances construites dès le cycle 2. Bien sûr, ce choix amène quelques difficultés, en particulier en ce qui concerne l'utilisation de nombres qui ne sont pas des entiers : les élèves du CE2, par exemple, ne connaissent ni les nombres décimaux ni les nombres fractionnaires et peuvent ainsi être mis en difficulté sans avoir les moyens standards de contourner l'obstacle. Ce n'est pas toujours le cas, car certaines situations dans lesquelles se trouvent des décimaux, par exemple, peuvent souvent être résolues à l'aide de nombres complexes, « assemblages » de nombres entiers un peu particuliers, comme les mesures de durées, par exemple.

Pour cette raison, nous avons introduit dans le tableau destiné aux enseignants une colonne leur indiquant quels types de nombres entrent en jeu dans chaque situation. Ceci devrait leur faciliter les choix de situations en fonction du niveau de leur classe.

De même, les capacités en calcul d'un élève de CE2 ne sont pas les mêmes que celles d'un élève de CM2 et le temps d'exécution des calculs ainsi que leur niveau d'expertise pourront donc varier. Pour pallier ces difficultés, nous pensons que l'**usage réfléchi de la calcullette** permettra un engagement plus grand dans le traitement d'un problème en allégeant la tâche de calcul, car il ne s'agit pas pour la plupart des situations proposées d'un entraînement au calcul écrit. La calcullette pourra donc être un outil à la disposition constant des élèves engagés dans ce travail. Les enseignants qui ne partagent pas ce point de vue pourront bien sûr conserver la maîtrise de cette disponibilité.

Conscients de ces difficultés éventuelles, nous avons cependant choisi de proposer aux élèves de résoudre des problèmes sans étiquette d'un niveau précis. Certains élèves de CE2 sont parfois intéressés par des situations qui ne leur sont pas habituellement proposées

parce que jugées trop « difficiles¹¹ » pour eux, alors que des élèves de CM2 trouvent souvent plaisir à résoudre un problème qui, pour une fois, ne leur semble pas hors de leurs possibilités. Ceci nous a paru également un moyen de réconciliation avec l'activité de résolution de problèmes pour des élèves qui, sans cesse confrontés à des difficultés nouvelles, ne peuvent jamais se réassurer en venant à bout d'une situation qui à la fois les intéresse et reste à leur portée. Ces élèves-là disent, quand on prend la peine de les interroger sur le sujet, qu'ils n'aiment pas les problèmes parce qu'ils ne réussissent jamais et que les seules « mathématiques » qu'ils aiment sont les opérations... Ce rejet global nous semble extrêmement préjudiciable à ces élèves lorsque l'on sait que le monde du travail qui les attend a su confier les tâches de calcul, comme beaucoup de tâches répétitives, à des machines et que c'est l'esprit d'initiative et la capacité à résoudre des problèmes professionnels¹² qui sont d'abord valorisés.

Les auteurs relèvent encore, dans cette partie de l'introduction, l'intérêt de ce recueil de fiches pour les classes à degrés multiples. Le dernier chapitre de l'introduction présente les modes de travail possible, en fonction des pratiques et conceptions des enseignants : travail par centres d'intérêt, par groupes, activités à l'initiative des élèves... et donne les clés de lecture de l'ouvrage noté par des signes typographiques permettant de reconnaître le niveau de difficulté, des informations spécifiques de la situation, des aides ponctuelles à la résolution, des corrigés. Une remarque nous paraît essentielle dans ce chapitre :
... Il nous semble utile de préciser encore que les situations proposées doivent conserver leur complexité, même (et surtout ?) si cette complexité est source de difficultés, voire

11 Mais il faudrait analyser de plus près la nature de cette difficulté supposée.

12 Avec une programmation des calculs et non leur exécution à la main.

d'ambiguïté. Pour nous, l'intérêt principal de l'ouvrage est d'offrir aux élèves des contextes, des informations, un langage, qui n'ont pas été simplifiés pour en faire des « beaux problèmes » scolaires. Il ne s'agit pas non plus de faire un travail préalable de « lecture d'énoncés » qui garantit la compréhension univoque de la situation. Si les élèves d'une même classe n'interprètent pas les données de la même façon, ce sera une bonne occasion de débat, de choix, de recherche de précisions.

Dans chaque chapitre, quelques « énigmes », dites « énigmes des jumelles » ont été insérées de manière à permettre une respiration, dans la fiction, par des situations de recherche très courtes. Elles sont indiquées par un logo spécifique.

L'ouvrage étant conçu pour une possible utilisation en autonomie totale ou relative, comme nous l'avons évoqué plus haut, il nous semble important que l'enseignant prenne le temps de bien définir avec ses élèves le contrat qu'il choisit d'instaurer à propos de ce travail et de présenter la forme particulière de ces fiches photocopiables

Pour se faire une idée plus précise des situations proposées, nous en reproduisons quatre dans les pages suivantes, avec l'accord des auteurs.

« Respiration difficile » et « Un sourire ne coûte rien mais produit beaucoup » tirée de la

partie « Corps à corps » (p. 57), « Le budget du chat » du chapitre « Nos amies les bêtes » (p. 24) et « Des panneaux à déchiffrer » de la partie « Voyages ». On constatera que les contextes géographiques ne sont, évidemment, pas romands et que la monnaie de référence n'est pas notre franc suisse. Ça ne nous paraît pas un handicap pour nos élèves qui verront peut-être l'entrée de la Suisse dans l'Europe et qui doivent bien compter en Euros lorsqu'ils sont en vacances à l'étranger. La maîtrise d'un taux de change, dont l'approximation de 1,5 est tout à fait suffisante pour la vie courante, participe aussi de l'ouverture des mathématiques sur la réalité. On pourra constater, au travers de ces exemples, que les situations proposées sont simples, sans prétentions, comme on peut en rencontrer souvent, mais qu'elles ont le mérite d'être prêtes à l'emploi, afin de donner du sens aux connaissances mathématiques qu'elles appellent pour leur résolution.

Destinataires :

enseignants de l'école primaire et du secondaire I, formateurs

Mots-clés :

problèmes, école primaire, vie courante, interdisciplinarité, sens

F.J.

★★ Respiration difficile

Fumer est dangereux pour la santé. La loi oblige même les fabricants de cigarette à l'écrire sur chaque paquet.

Pour frapper les imaginations, des études ont montré qu'une cigarette faisait perdre $\frac{1}{4}$ h de vie.

C'est bien sûr une façon de parler à partir de savants calculs de moyenne et cela ne se passe pas heureusement ainsi pour chaque fumeur.

- ?** 1. Malgré tout, on peut se demander ce que cela donnerait pour quelqu'un ayant fumé en moyenne un paquet de 20 cigarettes par jour pendant 15 ans. Et pendant 30 ans ?

Impressionné par les résultats de ces calculs, mon père a enfin décidé d'arrêter de fumer. Cela va, en plus, lui faire faire des économies car il fumait un paquet et demi par jour !

Ses cigarettes préférées coûtaient 3 euros 40 centimes le paquet.

- ?** 2. Peux-tu calculer quelle sera son économie en 1 mois ? et en 1 an ?

★ "Un sourire ne coûte rien mais produit beaucoup." (Gandhi)

Un simple mouvement comme lever le bras l'espace d'une seconde nécessite l'intervention d'une douzaine de muscles.

Quand nous marchons, nous utilisons plus de 200 muscles différents.

Tous nos mouvements sont assurés par quelques 600 muscles environ qui composent notre corps.

Même sourire n'est possible qu'en utilisant une partie des 30 petits muscles de notre visage, dont les célèbres zygomatiques.

Voici une petite énigme qui te permettra de découvrir combien de muscles sont utilisés pour sourire :

Si...

- ?**
- tu commences par multiplier le nombre de muscles utilisés pour sourire par 10 ;
 - puis tu ajoutes 5 au résultat ;
 - tu doubles le nombre ainsi obtenu ;
 - et enfin tu divises ce dernier résultat par 7 ;
- tu obtiens 50.



Les muscles de notre visage

Le budget du chat

* 1 kg, c'est la même chose que 1 000 g.

Peut-être as-tu un chat chez toi ou aimerais-tu en avoir un. Mais son entretien coûte de l'argent. Aussi je te propose de calculer ce que tu dépenses (ou devras dépenser) pour ton chat sur une année.

Voici les principales dépenses à prévoir :

Achats...	Pour combien de temps...	Prix unitaire en euros
Litière	1 sac de 10 kg tous les 15 jours	2,85
Croquettes	50 g par jour vendues par sac de 1,5 kg	12,00
Visite chez le vétérinaire + vaccin	1 fois par an	46
Collier anti-puces	1 tous les 4 mois	6,50
Jouets	1 petite souris et 1 balle tous les 6 mois	Souris 2,25 Balle 1,85

? Calcule le total de ces dépenses sur une année.

★ Des panneaux à déchiffrer



? Quelle est la distance entre... :

- Nonancourt et Mortagne-au-Perche ?
- Dreux et Verneuil-sur-Avre ?
- Dreux et Mortagne-au-Perche ?
- Verneuil-sur-Avre et Mortagne-au-Perche ?

Extrait de Des problèmes pour le cycle 3 M. Pomme et D. Valentin. Hatier Ed. (pp. 24 et 35)