

COMMENTAIRES SUR LES QUESTIONS DU KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES 2004

Par l'équipe du Kangourou

SOMMAIRE¹

1. Différences filles Garçons

- Q2 6^e/5^e Le carré à compléter
- Q7 6^e/5^e La famille Lapin
- Q7 4^e/3^e Les boules de glaces
- Q8 4^e/3^e La rotation du triangle
- Q11 4^e/3^e L'Australie

2. Statistiques comparées des questions communes

- Les seize cartes
- La bande de 11
- Le grand carré au coin x
- $xy = 10000$ et $x + y$

3. Analyse par quintiles

- Questions Benjamins, statistiques en 5^e: Q1, Q7, Q12, Q15, Q21

4. Ce que l'on apprend et ce que l'on n'apprend pas

- de la 6^e à la 5^e Q2 et Q6
- de la 6^e à la 5^e Q5 !
- de la 4^e à la 3^e Q4
- de la 4^e à la 3^e Q8
- de la 4^e à la 3^e Q13
- de la 4^e à la 3^e Q16 !

5. Les erreurs classiques

- Vitesse moyenne Q20 4^e/3^e
- Pourcentage Q17 4^e/3^e
- Les intervalles Q8 6^e/5^e

6. Le désespoir des profs

- Q4 6^e/5^e Les 360 000 secondes
- Q1 4^e/3^e Les priorités des opérations

¹ Les degrés scolaires de 6^e, 5^e, 4^e et 3^e, en France, correspondent respectivement à nos degrés 6, 7, 8 et 9 de Suisse romande. «Benjamins» (B) correspond à 6^e et 5^e, «Cadets» (C) à 4^e et 3^e.

INTRODUCTION

Voici quelques statistiques tirées du jeu-concours 2004 du *Kangourou des mathématiques*.

Nous avons choisi nos exemples, pour montrer différentes facettes de la situation actuelle.

Ces chiffres sont comme une photographie de ce que savent faire les collégiens aujourd'hui, dans une situation de jeu-concours.

Comme au *Kangourou* il n'y a rien à perdre on pourrait penser que les réponses au hasard sont fréquentes mais comme il y a aussi beaucoup à gagner on peut estimer que statistiquement les chiffres avancés restent représentatifs.

Moyennes.

	2004	2003	2002	2001
6 ^e	40.3	41.7	34.2	34.6
5 ^e	44.2	47.8	39.2	41.7
4 ^e	40.0	40.4	48.2	36.5
3 ^e	44.2	45.3	52.8	40.6

Les statistiques complètes se trouvent dans les livres, annales du *Kangourou* disponibles sur le site internet www.mathkang.org ou à la www.LibrairieDesMaths.com

Dans les tableaux suivants les statistiques sont donnés en « pourcentage » (pour mille élèves). Le nombre de participants et les échantillons filles et garçons dans chaque catégorie sont :

	Total	Filles	Garçons
6 ^e	125 000	49 839	52 992
5 ^e	80 000	32 317	35 587
4 ^e	46 000	17 392	21 280
3 ^e	32 000	11 797	15 256

La somme des filles et des garçons ne fait pas le total des participants, car certains n'ont pas coché la case « vous êtes une fille , vous êtes un garçon ».

Dans les tableaux ci-après présentés la bonne réponse est indiquée en caractère gras, et les pourcentages de la réponse majoritaire sont indiqués en gras. La colonne « abstention » regroupe à la fois les non-réponses et les réponses multiples.

Bien sûr, les statistiques données dans la suite de l'article sont significatives quant à la taille de l'échantillon; cependant il ne faut pas perdre de vue les biais particuliers intrinsèques à un jeu-concours comme le *Kangourou*:

le temps est limité (40 minutes pour 24 questions), une réponse fautive coûte des points, et certaines questions communes en benjamins et en cadets ne sont pas placées au même endroit dans le sujet.

1. DIFFÉRENCES FILLES GARÇONS

Voici les quelques questions du collège, pour lesquelles la différence entre le taux de réussite des filles et des garçons est la plus grande.

2. Valentine a seize cartes: 4 piques (♠), 4 trèfles (♣), 4 carreaux (♦) et 4 cœurs (♥). Elle veut les poser dans un carré de telle façon que, sur chaque ligne et chaque colonne, il y ait une seule carte de chaque sorte. Certaines cartes sont déjà posées dans le carré. Quelle sorte de carte est posée dans la case portant le point d'interrogation ?

♠		?	♥
♣	♠		
	♦		
	♥		

- A) ♠ B) ♣ C) ♦ D) ♥ E) on ne peut pas savoir

Filles:

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	16	108	685	14	143	34
5 ^e	11	84	770	10	105	20
4 ^e	9	61	827	12	76	15
3 ^e	7	57	846	10	69	11

Garçons:

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	22	132	607	21	173	45
5 ^e	16	108	694	16	137	29
4 ^e	13	85	760	14	107	21
3 ^e	8	69	798	12	94	19

Une question de logique assez simple pour les filles et qui reste plus difficile pour les garçons.

- 7C. Un glacier vend des glaces de quatre parfums différents. Un groupe d'enfants vient en acheter. Chaque enfant achète une glace à deux boules de parfums différents. Sachant que les enfants ont tous choisi des combinaisons de parfums différentes et que toutes les combinaisons possibles ont été choisies, combien y a-t-il d'enfants dans ce groupe ?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

Filles:

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	76	599	122	97	82	24
3 ^e	44	654	101	86	96	19

Garçons:

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	68	524	132	110	138	28
3 ^e	44	587	112	99	135	23

La différence de 7 % est surtout dû au fait que les filles ne font pas l'erreur E 16 = 4x4 qui est une manière un peu rapide de compter les glaces différentes à 2 boules et 4 parfums sans tenir compte des autres contraintes du texte. Mais on l'a déjà remarqué dans d'autres études les filles sont plus réfléchies et lisent mieux les énoncés que les garçons.

7B. Les trois membres de la famille Lapin ont mangé à eux tous 73 carottes. Le père en a mangé 5 de plus que la mère. Jeannot, le fils, a mangé 12 carottes. Combien la mère en a-t-elle mangé?

- A) 27 B) 28 C) 31 D) 33 E) 56

Filles :

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	131	283	65	71	365	85
5 ^e	141	357	66	73	298	65

Garçons :

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	127	334	67	77	316	79
5 ^e	134	417	62	81	248	58

L'erreur E: $73 - 5 - 12 = 56$ est moins commise par les garçons.

8. On fait tourner le triangle équilatéral gris dans le sens contraire des aiguilles d'une montre autour du point P. De quel angle faut-il le faire tourner pour qu'il recouvre le triangle équilatéral blanc pour la première fois?

- A) 60° B) 120° C) 180° D) 240° E) 300°



Filles :

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	55	133	247	322	201	42
3 ^e	44	107	210	326	275	38

Garçons :

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	38	103	242	318	267	32
3 ^e	30	77	210	310	347	26

11C. L'autruche, Alfonso, s'entraîne pour l'épreuve de la Tête dans le sable des jeux Animolympiques. Il a sorti sa tête du sable à 8h15 min le mardi matin, battant ainsi son record personnel

Il est resté la tête dans le sable pendant 98 heures et 5 minutes.

Quand Alfonso a-t-il mis sa tête dans le sable?

- A) le jeudi à 5 h 10min B) le jeudi à 5 h 40min C) le jeudi à 11 h 20min
D) le vendredi à 6 h 10min E) le vendredi à 6 h 20min

Filles :

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	83	59	68	489	209	92
3 ^e	68	48	57	562	184	81

Garçons :

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	81	52	58	570	173	66
3 ^e	64	44	49	638	151	54

Normalement la résolution de cette question est relativement simple en divisant par 24.

$98\text{h}05\text{min} = (4 \times 24) + 2\text{h}05\text{min} = 4j + 2\text{h}05\text{min}$.

Le reste permet seul de conclure sur D.

Le quotient permet presque de conclure aussi sur D ou E.

Est-ce parce que le jeu animolympique est particulièrement idiot que cela n'a pas inspiré les filles ?

2 STATISTIQUES COMPARÉES DES QUESTIONS COMMUNES

- Les seize cartes

Voir question 2, paragraphe 1.

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	19	121	643	18	158	41
5 ^e	14	97	730	13	121	25
4 ^e	8	69	798	12	94	19
3 ^e	8	64	819	11	83	15

Une baisse régulière de l'abstention et de chacune des réponses fausses, montrent que la logique s'acquiert peu à peu. Nous avons cependant placée cette question en position 2 dans le sujet pensant qu'un meilleur taux de réussite était possible.

- La bande de 11

12. Dans la bande ci-dessous, il y onze cases. Dans la première case, on écrit le nombre 7, et dans la neuvième le nombre 6. La somme de trois nombres placés dans des cases consécutives doit toujours être 21, Quel nombre faut-il placer dans la deuxième case ?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

A) 7

B) 8

C) 6

D) 10

E) 21

18B & 12C	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	141	449	91	81	53	185
5 ^e	172	471	98	71	39	149
4 ^e	178	510	104	61	31	116
3 ^e	159	554	103	50	23	111

Une progression de 3 à 4 % chaque année, combien d'années faudra-t-il encore pour atteindre un score honorable ? On constate (voir paragraphe 3) que les bons élèves (en 5^e) réussissent à 62,5 %, il y a donc du travail ! Et pourtant cette question peut être traitée comme un jeu !

- Le grand carré au coin x

19. On dessine un grand carré, que l'on divise en carrés plus petits. Puis on écrit les entiers successifs dans chaque petit carré comme indiqué sur la figure ci-contre.

Parmi les valeurs proposées, quelle est celle que le nombre x ne peut pas prendre ?

A) 128

B) 256

C) 81

D) 121

E) 400



21B & 19C	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	65	88	287	84	135	341
5 ^e	67	91	306	86	173	277
4 ^e	63	64	324	91	212	246
3 ^e	81	68	287	95	215	254

Cette question est la plus difficile en Cadets comme en Benjamins.

Les pointillés, d'une part, sont une abstraction très peu utilisée et maîtrisée au collège. On pourrait croire qu'il faut compléter la figure jusqu'à trouver x , dans un carré de côté 9 (d'où $9 \times 9 = 81$ réponse C). De plus, sous cette forme la figure proposée place les nombres 1 à 10 alors que si le côté du carré est différent, en particulier plus petit, les nombres ne se placent pas ainsi.

Troisième difficulté dans l'énoncé, la forme négative de la question ; en effet on l'a souvent remarqué la forme négative d'une question est souvent mal lues.

Si on ne cherche pas à suivre ce qui se passe, ni à construire les différents carrés il est très difficile de s'en sortir. Par contre si l'on fait preuve de l'abstraction suffisante pour ne voir qu'un carré et un nombre de cases, alors la solution saute aux yeux. Cet exercice était visiblement trop dur pour les collégiens (et pour les profs qui seraient tentés de trouver la « formule » donnant les nombres de la diagonale).

24B et 21C.

Le produit de deux entiers naturels non divisibles par 10 est 10 000. Quelle est leur somme ?

- A) 1024 B) 641 C) 1258 D) 2401 E) 1000

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	80	117	101	93	254	355
5 ^e	85	137	108	100	223	347
4 ^e	90	149	82	101	247	331
3 ^e	105	152	86	105	209	343

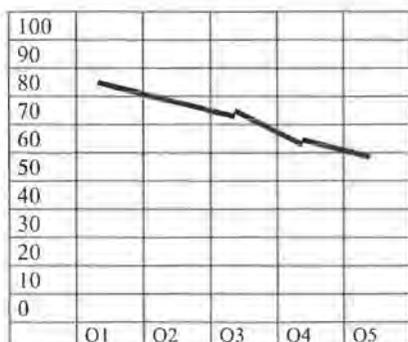
A part l'abstention et la réponse E (trop belle) on voit que les réponses se répartissent presque au hasard. Combien d'élèves ont vraiment cherché cette question 24 ?

3. ANALYSE PAR QUINTILES

Cette analyse consiste à séparer l'ensemble statistique en cinq (les quintiles). Les cinq échantillons correspondent respectivement aux 20 % d'élèves les meilleurs, puis aux 40 %, aux 60 %, aux 80 % et au 100 % (un élève n'est compté que dans 1 seul quintile). Pour chacun de ces cinq ensembles on calcule le taux de bonnes réponses données à une question particulière. On obtient ainsi une courbe décroissante permettant d'analyser la difficulté d'une question et en quelque sorte, son degré de différenciation entre les bons élèves et les autres.

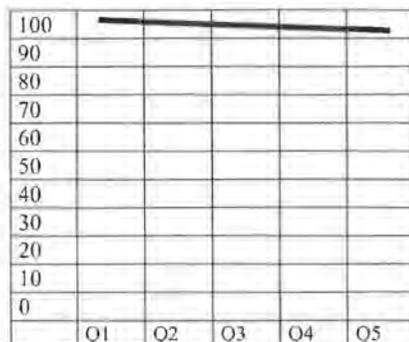
Voici quelques exemples tirés des questions benjamins et dont les taux sont calculés pour les élèves de 5^e.

Q12



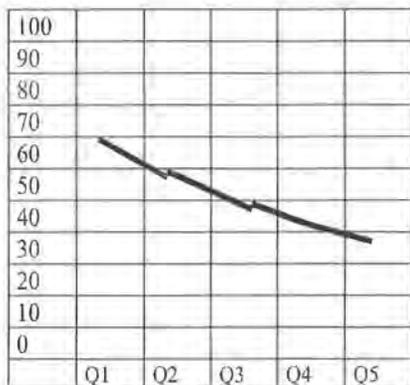
Valeurs: 87,2; 81,5; 75,5; 69,4; 61,9

Q1



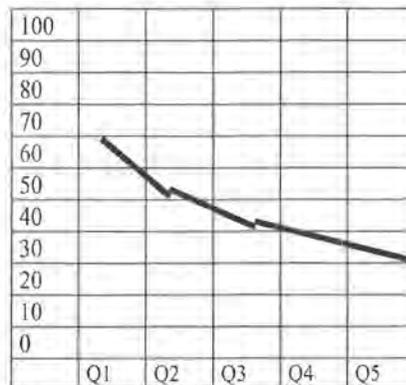
Valeurs: 98,6; 97,9; 97,1; 96,1; 93,2

Q7



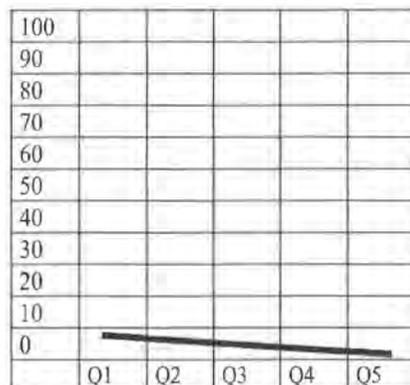
Valeurs: 69,1; 58,5; 51; 44,5; 38,8

Q15



Valeurs: 64,3; 54,2; 47,6; 42,1; 37,1

Q21



→ Valeurs: 9,5; 8,5; 7,9; 7,3; 6,7

Conclusions à les lectures de ces tableaux:

Q1 question facile

Q21 question très difficile

Q7 & Q15 questions moyennes, voir difficiles et discriminantes

Q12 bonne question moyenne.

4. CE QUE L'ON APPREND ET CE QUE L'ON N'APPREND PAS

Le jeu concours *Kangourou* propose exactement les mêmes questions en 6^e et 5^e, mais les classements sont séparés (de même en 4^e et 3^e). Ceci permet de comparer les résultats des deux niveaux et voir ainsi ce qui n'est pas acquis en 6^e et le devient en 5^e, ce qui ne l'est ni en 6^e ni en 5^e et ce qu'il l'est déjà dès la 6^e.

Q2 et Q6

La question 2 déjà évoquée aux paragraphes 1 et 2 présente une forte progression de la 6^e à la 5^e (+ 9 % accompagnée d'une baisse de 2 % de l'abstention), ce qui montre que la logique simple est mieux résolue après un an au collège. Pour la question 6, le taux d'abstention baisse de 3 % et le taux de réussite monte de 10 %, là aussi une question de logique qui montre le succès de cet apprentissage en 1 an de la 6^e à la 5^e.

Q5 B Edouard ramasse 2004 pommes de pins qu'il range en tas de 50. Combien a-t-il de tas de 50 ?

A) 4

B) 39

C) 40

D) 41

E) 44

52,2% de bonnes réponses en 6e et 52,0% en 5e qui font beaucoup plus l'erreur D qui consiste à compter le reste comme un tas complet.

Q4 C Combien vaut $(1-2) - (3-4) - (5-6)$?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Même si la règle des signes «-- donne +» et celles des parenthèses commencent à être enseignées en 5^e on constate que seuls 57 % des élèves de 4^e ont fait juste à cette question. Cependant, avec une dernière année au collège on constate un fort progrès dans ce domaine avec + 14 % de bonnes réponses. Bravo aux professeurs de 3^e.

Q8 C Voir question paragraphe 1.

À la question 8 voir chapitre 1, la progression est de 8 % avec une baisse des réponses inférieures à un demi tour: 60°, 120° et 180° par contre 240° conserve exactement le même taux de réponses.

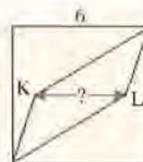
Q13 C Cinq enfants pensent chacun à un nombre qui peut être 1 ou 2 ou 4. On calcule le produit de ces cinq nombres. Quel peut être le résultat obtenu?

- A) 100 B) 120 C) 256 D) 768 E) 2048

Cette question se résout relativement bien en essayant un peu toutes les combinaisons possibles. Arrivés à cette question, dans une épreuve en temps limité, les 3^e disposent sûrement de davantage de temps et de confiance pour se lancer dans ces calculs encore assez simples, (baisse de l'abstention de 2 %), les calculs se font vite après avoir éliminé 100 qui demande un cinq (ou 10) on essaie le plus grand nombre possible $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$ qui donnera 256 soit en remplaçant 4 par un 1 ou deux 4 par deux 2.

Q16 C Dans le carré de 6 cm de côté dessiné ci-contre, les points K et L se trouvent sur l'axe de symétrie horizontale du carré, comme indiqué sur la figure. Quand on trace les segments reliant K et L à deux sommets opposés du carré, le carré est divisé en trois parties de même aire. Quelles est la longueur KL?

- A) 3,6 cm B) 3,8 cm C) 4 cm D) 4,2 cm E) 4,4 cm



31,8 % de bonnes réponses en 4^e et 31,6 % en 3^e mais peut être que ce score s'explique parce que la réponse la plus simple est la bonne.

5. LES ERREURS CLASSIQUES

(sans commentaire!)

20C Vitesse moyenne

Philippe va à la plage, à la vitesse de 30 km/h. Au retour sa vitesse est de 10 km/h.

Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet?

- A) 12 km/h B) 15 km/h C) 20 km/h D) 22 km/h E) 25 km/h

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	26	106	750	29	23	66
3 ^e	25	110	742	33	20	70

17C Pourcentages

Luc a un potager rectangulaire dans son jardin. Il décide de l'agrandir en augmentant sa largeur et sa longueur de 10 %. De quel pourcentage l'aire du potager est-elle augmentée ?

- A) 10 % B) 20 % C) 21 % D) 40 % E) 100 %

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	194	348	91	147	136	84
3 ^e	215	282	143	120	156	84

8B Les intervalles

Neuf arrêts de bus sont régulièrement espacés le long d'une route. La distance entre le premier et le troisième est de 600 mètres. Quelle distance sépare le premier du neuvième ?

- A) 1200 m B) 1500 m C) 1800 m D) 2400 m E) 2700 m

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	93	48	528	162	114	55
5 ^e	76	38	563	186	107	30

6 LE DÉSESPOIR DES PROFS

Voici deux questions qui ne nous laisseront peut être pas optimistes sur les résultats de l'enseignement tant au primaire qu'au collège.

Q4 6^e/5^e 360 000 secondes c'est

- A) 3 heures B) 6 heures C) 8.5 heures D) 10 heures E) plus que 10 heures

	A	B	C	D	E	abstention
6 ^e	132	249	53	133	317	116
5 ^e	127	217	47	160	360	89

Depuis le primaire on apprend à lire l'heure, on devrait savoir que 60 secondes font 1 minute et 60 minutes font 1 heure soit que 3600 secondes font 1 h.

Comment expliquer alors que presque 2 élèves de 5^e sur 3 se trompent et disent que 3600 x 100 (soit 10 fois plus que 10 h) fait moins de 10 h. Cette question montre aussi l'échec de l'apprentissage des ordres de grandeurs, même les plus quotidiens.

Près de 13 % des élèves de 5^e disent que 360 000 s = 3h soit 1 h = 12 000 secondes. Et près de 22 % disent que 360 000 s = 6 h soit 1 h = 6000 secondes ou 1 mn = 100 secondes. Autrement dit 22 % gardent la base 10 dans le calcul du temps.

Si 3,6 heures avait été une réponse proposée peut être aurait-elle recueilli une majorité.

Et que penser des 5 % qui répondent 8,5 (autrement dit n'importe quoi) ?

Peut être que la réponse vague « plus que 10 h » a désorienté beaucoup de jeunes élèves (6^e-5^e) qui gardent une idée de rigueur et de précisions dans les mathématiques. En rejetant ainsi cette réponse E imprécise, « donc » improbable, les élèves se sont alors reportés sur les quatre autres choix.

6C Q1 4^e/3^e Les priorités des opérationsCombien vaut $2004 - 200 \times 4$?

- A) 7216 B) 0 C) 1204 D) 1200 E) 2804

	A	B	C	D	E	abstention
4 ^e	194	8	736	21	27	14
3 ^e	133	5	823	15	17	7

Malheureusement on le constate tous les ans, et dans toutes les compétitions ; la priorité de la multiplication sur l'addition n'est pas un réflexe même en classe de 3^e après maints rappels. Même s'il ne s'agit que d'une convention, cette règle mathématique pourrait s'appliquer simplement comme une règle, telles celles du code de la route ou autre. Mais cela n'a pas l'air d'être aussi simple.

« On apprendra à lire de gauche à droite ! Alors pourquoi pas dans ce calcul. De plus, pourquoi l'ordre des choses serait si important pour des petits calculs banals et ridicules ? Souvent, faire l'un ou bien l'autre ou l'autre ou l'un c'est pareil ! Alors si la question est si facile (la 1^{re}) je peux faire comme je veux $2004 - 200 \times 4$ ».

Nombre croisés***Horizontalement**

- A. Diviseur de 150 – Carré d'un nombre premier
- B. La somme de ses chiffres est 26
- C. Multiple de 7 – Nombre qui peut être lu de droite à gauche ou de gauche à droite en gardant la même valeur
- D. Carré parfait divisible par 9
- E. Nombre premier supérieur à 500 – Diviseur commun de 64 et 96

Verticalement

- I. Puissance de 2
- II. Suite de chiffres consécutifs
- III. Il reste 2 quand on le divise par 5.
- IV. Nombre formé de chiffres pairs différents
- V. Ses trois chiffres sont identiques
- VI. Le produit de ses chiffres est 36

	I	II	III	IV	V	VI
A						
B						
C						
D						
E						

Note: Aucun nombre ne commence par zéro.

* Ce « nombres croisés » a été conçu dans le même état d'esprit que celui de l'article *Evaluation : nombres croisés*, (pages 8 – 14), « pour s'entraîner » ou « pour se faire plaisir ». Est-il plus facile ou plus difficile que le précédent ?