CONFRONTATIONS À GRANDE ÉCHELLE EN MATHÉMATIQUES : LES APPORTS POUR LES MAÎTRES[1]

L'APPROCHE DU RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN ET SES SPÉCIFICITÉS

François Jaquet,
animateur international du RMT

INTRODUCTION

Il y a de nombreuses enquêtes, évaluations, compétitions qui proposent des questions de mathématiques à de très grands nombres d'élèves, simultanément, dans les mêmes conditions de passation.

Nous les classons ici en trois grandes catégories :

I. Enquêtes comparatives, sur mandat politique, (*TIMSS, PISA, HarmoS*, Tests d'orientation, ...) organisées aux niveaux international, national, régional

II. Enquêtes évaluatives *(Mathéval, EVAPM* (F), Évaluation à l'entrée en CE2 et en 6e (F), ...), à l'échelle nationale ou régionale

III. Concours, rallyes et autres confrontations, qu'on peut classer en plusieurs groupes selon le type de participation (individuelle ou collective) et l'analyse des réponses (de la simple réponse juste à la prise en compte des erreurs et/ou des justifications : *FFJM, Olympiades, Kangourou, Maths sans frontières, RMT* ...)

Les commanditaires de ces confrontations sont différents d'une catégorie à l'autre :

I. Les autorités politiques (fonds importants, par millions)
II. Centres de recherche, associations de maîtres, responsables de l'évaluation (crédits limités)
III. Initiatives collectives indépendantes (bénévolat)

Toutes ces confrontations sont « jeunes » dans l'histoire de l'enseignement des mathématiques, de dix à trente ans au maximum. Leurs objectifs et les justifications de leur existence varient aussi d'une catégorie à l'autre :

I. Améliorer l'enseignement et les systèmes scolaires, harmoniser, définir des standards et des niveaux de compétences, contrôler.
II. Évaluer des innovations scolaires, prendre des données pour conduire les réformes et les guider.
III. Promouvoir l'intérêt pour les mathématiques, améliorer leur image auprès des élèves et du public en général, résoudre des problèmes, pour tous les concours.
   Élargir le répertoire d'activités à disposition des maîtres et suggérer de nouvelles pistes d'animation et de renouvellement, pour certaines compétitions.
   Contribuer à la réflexion sur la didactique des mathématiques, pour une minorité de concours.

Les modalités d'organisation des confrontations à grande échelle sont aussi, évidemment, fort diverses. Elles ont cependant, a priori, quelques caractéristiques communes :

- le public interrogé : des élèves
- les questions posées : sur les connaissances mathématiques ou sur les capacités à les mobiliser
- la durée de passation : limitée et contrôlée, la même pour tous
- le traitement des données : une classification reposant sur la qualité des réponses recueillies

Mais une analyse plus détaillée de ces caractéristiques générales fait apparaître des différences sensibles d'une catégorie de confrontations à l'autre à propos de l'échantillonnage, des types de questions posées, et du traitement des données (analyse des résultats, exploitations ...).

[1] Texte d'une présentation lors de la rencontre organisée par l'Association *Math-Ecole*, à Neuchâtel le 1er décembre 2004 sur le thème : Les enquêtes ou évaluations à grande échelle, quels profits pour les enseignants ?

La question qui se pose pour nous est de savoir dans quelle mesure les différentes confrontations, par leur diversité mais aussi par leurs analogies, peuvent aboutir à des retombées positives réciproques. Pour tenter d'y répondre, il est nécessaire de dépasser les partis pris ou les antagonismes et d'approfondir les analyses comparatives des contenus de chaque type d'enquête. Nous présenterons ici deux exemples où des confrontations à grande échelle offrent un espace commun de réflexion :

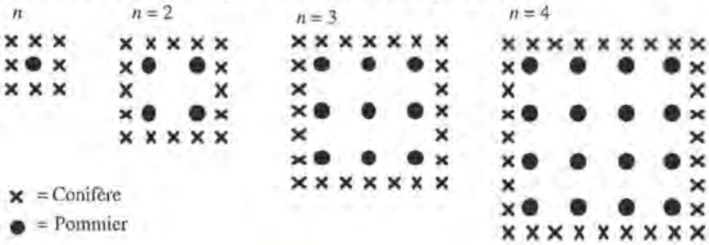
Dans le premier, il s'agit d'un problème analogue proposé par *PISA*, enquête de la catégorie I déterminée ci-dessus et le *RMT (Rallye mathématique transalpin)*, de la catégorie III. Le second exemple compare un sujet de *Mathéval*, enquête de la catégorie II, à sa transposition dans le *RMT*.
Dans les deux cas, nous tentons de distinguer au travers des énoncés, des analyses a priori et a posteriori, les apports pour les maîtres des deux types d'enquêtes.

I. DU PROBLÈME « *LES POMMIERS* » DE PISA AUX « *TAPIS CARRÉS* » DU *RMT*

I. 1. Les énoncés

I. 1. 1. *Les pommiers* (*PISA* / 1999 M136Q01-03.)

Un fermier plante des pommiers en carrés. Afin de protéger ces arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger.
Vous pouvez ci-dessous un schémas présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers :



Question 1
Complétez le tableau :

n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

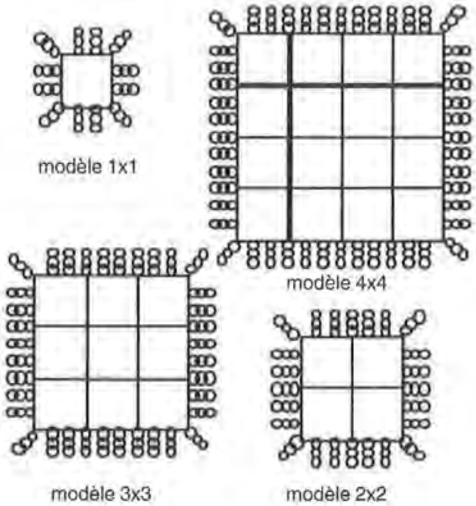
Question 2
Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :
Nombre de pommiers = n^2 Nombre de conifères = $8n$
où n est le nombre de rangées de pommiers.
Il existe une valeur de n pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de n et expliquez votre méthode pour la calculer.

Question 3
Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ?
Expliquez correctement comment vous avez trouvé votre réponse.

I. 1. 2. *Tapis carrés* (*9RMT II*, Problème 14, Cat. 7 - 8, 2001)

La maison MOMBO TAPIS S.A. ne fabrique que des tapis carrés, constitués de carrés blancs et d'une bordure de chaînettes.
Voici les quatre premiers modèles : 1x1, 2x2, 3x3, 4x4. Les modèles 5x5 à 12x12 sont en stock. La maison fabrique encore des modèles plus grands, sur commande.
Un client, M. Ali, demande un modèle où le nombre de carrés blancs est le même que celui des chaînettes.
Un autre client, M. Baba, demande un modèle où il y a 40 carrés blancs de plus que de chaînettes.

La maison MOMBO TAPIS pourra-t-elle répondre à leurs demandes ?
Expliquez vos réponses.



I. 2. Les analyses a priori

I. 2. 1. *Les pommiers*

Thème général : « croissance et variation » **Domaine :** algèbre
Compétences : mise en relation et intégration pour résoudre des problèmes, mathématisation, généralisation et compréhension en profondeur)

I. 2. 2. *Tapis carrés*

Domaine de connaissances
- Arithmétique: dénombrements, suites de nombres
- Algèbre: expressions littérales ou généralisation et notion de fonction

Analyse de la tâche
- Trouver les nombres de carrés et de chaînettes des premiers tapis et leur expression générale (avec ou sans lettres) :

numéro	1	2	3	4	5	....	n
carrés	1	4	9	16	25	....	nxn, n^2, ou « le nombre au carré »
chaînettes	12	24	36	48	60	...	n x 12 ou 12n

- Continuer, pour M. Ali, les suites jusqu'à 12 et 144 ou résoudre l'équation $12n = n^2$ et en déduire que la demande pourra être honorée, pour le modèle 12x12.
- Poursuivre, pour M. Baba, la suite au-delà de 12 : 13 —>169 et 156, 14 —>196 et 168, 15 —>225 et 180 pour constater qu'on ne trouve pas une différence de 40, ou résoudre l'équation $n^2 - 12n = 40$ et voir que ses solutions ne sont pas des nombres entiers.

I. 3. Les analyses a posteriori

I. 3. 1. *Les pommiers*

	Suisse romande (cantons)	France	OCDE
	taux de réussite, en %		
Question 1			
entièrement juste (les 7 cases)	59 (de 53 à 65)	42	50
une seule erreur	14 (7 – 19)	15	13
plus d'une erreur	27 (23 – 31)	43	36
non-réponse	1 (1 – 5)	1	2
Question 2			
réponse n = 8	56 (41 – 68)	26	25
réponse fausse	41 (32 – 48)	18	24
non-réponse	57	57	51
Question 3			
réponse juste et explication algébrique	13 (8 – 20)	6	8
réponse juste, avec exemples	18 (13 – 22)	10	10
réponse fausse	66 (58 – 75)	57	53
non-réponse	3	26	29

Ces résultats sont ceux d'élèves de 15 ans, qui ont été interrogés individuellement et qui avaient à répondre à une vingtaine d'autres questions, réunies dans un des cahiers de l'enquête *PISA*. Les pays ont la possibilité d'examiner les réponses de leurs élèves par des analyses approfondies des commentaires et procédures notés sur les cahiers de réponses.
Les élèves de Suisse romande obtiennent, pour la première question du problème « Les pommiers » des résultats significativement supérieurs à ceux de France et des pays de l'OCDE. Comme ces différences ne se retrouvent pas sur l'ensemble des questions de mathématiques, on peut émettre l'hypothèse qu'elles sont dues à un effet des programme scolaire ou des moyens d'enseignement : la pratique des tableaux à compléter pour mettre en évidence des relations fonctionnelles est effectivement courante dans les manuels romands, dès l'école primaire et dans les manuels cantonaux de l'école secondaire, utilisés à l'époque.

I. 3. 2. *Tapis carrés*

Problème résolu par des élèves de 13 à 15 ans, dans les conditions du RMT : par groupes, avec réponses collectives, dans le contexte d'une confrontation par classes, selon le barème suivant :
4 Les deux réponses justes (oui pour Ali et non pour Baba) avec les détails des suites ou des calculs
3 Les deux réponses sans explications cohérentes
2 Une des réponses seulement, correctement justifiée
1 Début de raisonnement cohérent, et réponse négative pour les deux car les suites n'ont pas été étudiées jusqu'au 12e terme
0 Incompréhension du problème

Points attribués pour les 67 classes participantes de Suisse romande (taux correspondants) :

	4	3	2	1	0	total
degré 7	15 (.41)	7 (.19)	5 (.14)	2 (.06)	7 (.19)	36
degré 8	15 (.48)	5 (.16)	7 (.23)	1 (.03)	3 (.10)	31
total 30	(.45) 12	(.18) 12	(.18) 3	(.04) 10	(.15) 67	

Procédures relevées :

- Élaboration d'un tableau ou d'une liste et procédure pas à pas, non fonctionnelle encore, pour la grande majorité des classes, à la lecture des protocoles (voir *Figure 1*)

Pour 1 carré il faut 12 chaînettes.

Pour : il faut .. chaînettes:

4 carrés	->	24
9 carrés	->	36
16 carrés	->	48
25 carrés	->	60
36 carres	->	72
49 carrés	->	84
64 carrés	->	96
81 carrés	->	108
100 carrés	->	120
121 carrés	->	132
144 carrés	->	144

Pour Mr. Ali c'est possible
Il devra commandé le
modèle 144 x 144.

Pour ... carré il faut ... chaînettes:

144	->	144
169	->	156
196	->	168
225	->	180
256	->	192
289	->	204

Pour Mr Baba ce n'est
pas possible
Car avec 196 carré il y a
28 chaînettes de plus que
de carré et avec 225
carré il y a 45 chaînettes
de plus que de carré.

Figure 1, copie d'une réponse d'une classe de degré 7

- Élaboration d'un tableau ou d'une liste et procédure pas à pas, mais avec des signes manifestes d'une conception fonctionnelle : notation littérale caractéristiques d'une généralisation pour quelques classes
- Passage à une représentation graphique, signification d'une conception fonctionnelle, une seule classe (voir *Figure 2*)

Nous avons d'abord essayer de trouver une suite :

		nbre de carrés	nbre de chaînettes	
modèle	1 × 1	$1^2 = 1$	$12 \cdot 1 = 12$	
	2 × 2	$2^2 = 4$	$12 \cdot 2 = 24$	
	3 × 3	$3^2 = 9$	$12 \cdot 3 = 36$	
	4 × 4	$4^2 = 16$	$12 \cdot 4 = 48$	
	5 × 5	25	60	
	6 × 6	36	72	
	7 × 7	49	84	
	8 × 8	64	96	
	9 × 9	81	108	
	10 × 10	100	120	
	11 × 11	121	132	
	12 × 12	[redacted]	144	autant de carrés que de chaînes
	X × X	x^2	12 x	

III. Ali veut acheter un modèle 12 × 12

III. Bala ne pourra pas acheter de tapis car le modèle qu'il cherche n'existe pas...

	différence entre le nbre de carrés et de chaînes
1×1	12 − 1 = 11
2×2	24 − 4 = 20
3×3	36 − 9 = 27
4×4	48 − 16 = 32
5×5	60 − 25 = 35
6×6	72 − 36 = 36
7×7	84 − 49 = 35
8×8	96 − 64 = 32
9×9	108 − 81 = 27
10×10	20
11×11	11
12×12	0

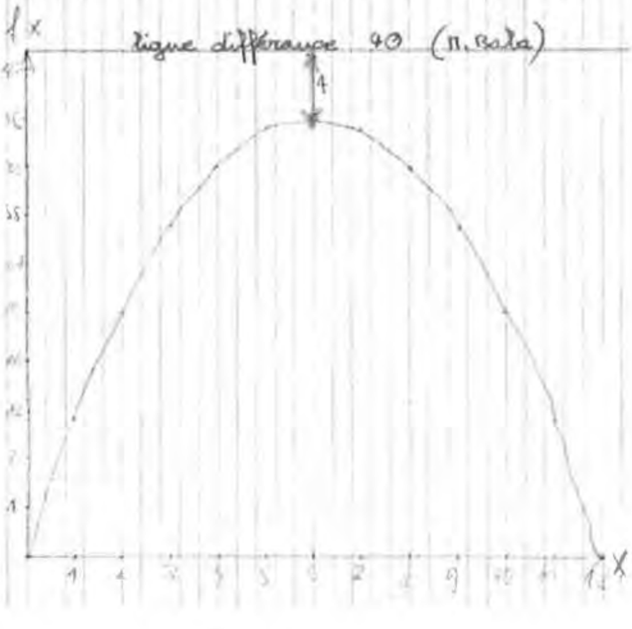


Figure 2, copie d'une réponse d'une classe de degré 8

- Découverte de l'égalité, par tableaux ou essais non notés, mais ferme conviction que le nombre de carrés est toujours inférieur à celui des chaînettes, erreur la plus fréquente.

I. 4. Les apports pour les maîtres des problème *Les Pommiers et Tapis carrés*

Les deux versions du problème et les résultats correspondants apportent des informations aux enseignants de mathématiques. La différence réside dans le type d'informations relevées : d'un côté, on cherche à mesurer les connaissances ou savoirs produits, de l'autre, on s'intéresse aux connaissances ou savoirs en construction.

PISA est une enquête pour *comparer des niveaux de compétences* globaux, par pays. L'institution en demande une analyse statistique.

Les « niveaux de compétence » comme ceux du problème *Les pommiers* : « mise en relation et intégration pour résoudre des problèmes, mathématisation, généralisation et compréhension en profondeur », sont libellés en termes généraux, d'intentions généreuses, dans l'enquête *PISA*. Mais, pour cet exemple, il est évident que leur interprétation est subjective : on ne peut pas mesurer objectivement une « compréhension en profondeur », une « mathématisation »...

Leur utilité pour l'enseignant est donc extrêmement réduite, voire nulle.

Les résultats permettent, en revanche, de juger la capacité des élèves à remplir un tableau préparé, à appliquer une formule, et aussi de leur incapacité à percevoir les deux fonctions en présence et leurs croissances relatives, lorsque la question est formulée algébriquement.

Un des buts explicites du *RMT* est « d'observer la manière dont les élèves résolvent des problèmes », d'un point de vue didactique. Il n'y a pas de niveaux de compétences pour le RMT, mais seulement une définition du « domaine de connaissance » dans lequel est plongé le problème. L'attribution de points est nécessaire dans le contexte d'un concours par classe, mais ceux-ci n'ont qu'une valeur qualitative. L'élaboration des critères impose cependant une grande finesse et une rigueur de l'analyse a priori, dans la description de la tâche et des procédures de l'élève et des obstacles qu'il peut rencontrer.

L'analyse a posteriori met en évidence les caractéristiques des procédures de résolution. Pour *Tapis carrés*, par exemple, il est capital, du point de vue du maître, de savoir si les solutions du problèmes sont obtenues par essais successifs ou par la méthode « experte » du mathématicien, reposant sur le concept de fonction. C'est cette information qui va, entre autres, lui permettre de régler la progression de ses élèves dans le délicat passage à l'algébrisation, par adaptation des variables et du temps didactiques.

II. DU PROBLÈME « *LES REMPARTS* » DE MATHÉVAL À « *PAVAGE* » DU *RMT*

II. 1. Les énoncés

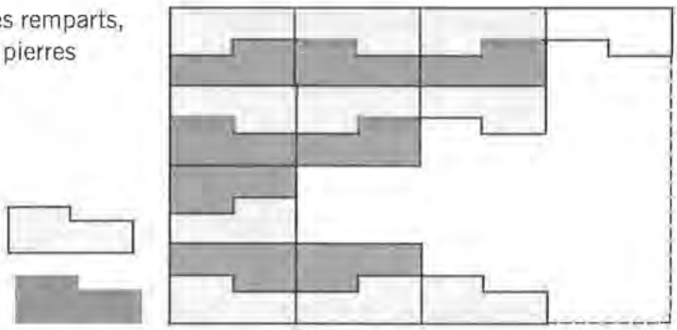
II. 1. 1. *Les remparts* (*Mathéval*, questions individuelles, 2P, 2002)

Pour terminer la construction des remparts, combien dois-tu commander de pierres claires et de pierres foncées ?

Il faut commander:

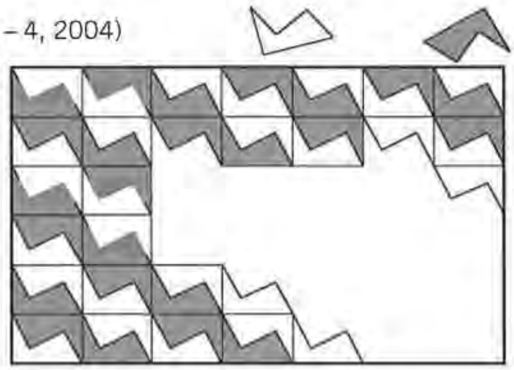
_________ pièces claires

_________ pièces foncées



II. 1. 2. ***Pavage*** (*12RMTF*. Problème 2, Cat. 3 – 4, 2004)

Combien manque-t-il de pièces blanches et de pièces grises pour terminer le pavage de ce rectangle ?



Indiquez le nombre de pièces blanches et le nombre de pièces grises qui manquent.

Expliquez comment vous avez trouvé.

II. 2. Les analyses a priori

II. 2. 1. *Les remparts*

Contenu mathématique
Les remparts sont un problème de pavage.
Compétences visées
Pour résoudre ce problème il faut être capable de :
- Comprendre la structure de l'ornement en repérant les axes et les centres de symétrie
- Poursuivre la construction du pavage en rajoutant le nombre de pierres adéquat

II. 2. 2. *Tapis carrés*

Domaine de connaissances
- Géométrie : isométries (pavages)
- Arithmétique : dénombrement

Analyse de la tâche
- Pour dénombrer les pièces qui manquent, les élèves ont plusieurs méthodes à leur disposition :
  - percevoir la trame rectangulaire et le motif en « diagonale » et compléter le dessin,
  - ne compléter que la trame rectangulaire, remarquer que chaque rectangle est formé d'une pièce grise et d'une pièce blanche et compter,
- Calculer le nombre total de rectangles, 6 x 7 = 42, en déduire qu'il y aura 42 pièces de chaque sorte, et calculer la différence pour chaque sorte : blancs 42 - 27 = 15, gris 42 - 24 = 18, (procédure évoluée, par passage dans le registre numérique).
- Compléter la trame rectangulaire et constater que les 14 rectangles vides se remplissent par 14 pièces grises et 14 blanches ; noter qu'il reste 5 rectangles avec une seule pièce : dans l'un il manque la pièce blanche (14 + 1 = 15) et dans les quatre autres la pièce grise (14 + 4 = 18).
- Effectuer un comptage par lignes horizontales, ou verticales, ou selon les motifs, sans dessin (procédure délicate).

II. 3. Les analyses a posteriori

II. 3. 1. *Les remparts*

Grille de correction
L'indication du bon nombre de pierres claires à commander rapporte 1 point, celle du bon nombre de pierres foncées aussi. Le problème est réussi si ces deux nombres sont corrects. Le problème n'est réussi que partiellement si un seul de ces deux nombres est correct. Il est échoué si aucun de ces deux nombres n'est indiqué.

Résultats

	Réussite	Réussite partielle	Échec	Total
Effectif	499	166	315	980
Fréquence	51%	17%	32%	100%

L'analyse des procédures montre que la poursuite du dessin du pavage, par les lignes horizontales et verticales est le moyen le plus sûr d'arriver à la bonne réponse.

II. 3. 2. *Pavage*

Attribution des points et résultats (sur 84 classes finalistes de 15 sections du RMT, en France, Luxembourg, Italie et Suisse, de 3e et de 4e primaire)

4 Réponse « 15 blanches, 18 grises », avec une justification claire (dessin ou autre procédure décrite ci-dessus)
Fréquence : 18 / 84

3 Réponse « 15 blanches, 18 grises », avec une justification partielle (dessin très peu clair ou « on a compté »)
Fréquence : 6 / 84

2 Réponse fausse mais avec un total de 33 ou une erreur de comptage d'une ou deux unités pour l'une des pièces, avec une justification correspondante ou la réponse juste sans aucune justification
Fréquence : 33 / 84

1 Plus d'une erreur de comptage Fréquence : 20 / 84

0 Incompréhension du problème ou estimation erronée Fréquence : 9 / 84

Procédures observées

La procédure la plus fréquente est celle du dessin des tous les pavés, après avoir rétabli la trame rectangulaire. Certains groupes ont colorié les pavés gris, d'autres se sont contentés de distinguer les pavés par « G » et « B ». La difficulté réside alors dans le comptage car les pavés blancs déjà placés sur la figure initiale ne se distinguent pas de ceux qui ont été ajoutés.

Une procédure, plus rare mais également prévue dans l'analyse a priori, consiste à compter les rectangles entiers à compléter, mais les compléments ont souvent donné lieu à des erreurs.

On a encore observé plusieurs cas de collages, qui aboutissaient en général à la solution correcte car les pièces blanches collées se distinguaient de celles qui étaient dessinées dans la figure initiale.

Les erreurs de comptage ont été nombreuses, (53/84), la plupart à propos du nombre de pavés blancs.

II. 4. Les apports pour les maîtres des problèmes *Les Remparts et Pavage*

Les deux versions du problème et l'analyse de leurs résultats sont proches et doivent intéresser les maîtres. On découvre à cette occasion des savoirs géométriques souvent ignorés par les auteurs de listes d'objectifs ou de compétences. À propos des « compétences » visées par *Mathéval* », on constate les ambiguïtés habituelles de la terminologie : si « comprendre la structure de l'ornement... » est bien nécessaire pour terminer le pavage, il semble en revanche que « en repérant les axes et les centres de symétrie » n'est pas caractéristique de la tâche. De même, le problème n'est pas vraiment à classer dans le domaine de connaissance «symétries ». Il s'agit en réalité de mettre en place des savoirs liés à l'alignement, de points et de côtés de pavés, de repérer les directions plutôt que de travailler objet par objet.

Les analyses de ce problème permettent encore au maître de constater que le dénombrement d'objets, même bien ordonnés, ne se fait pas spontanément de manière optimale par l'élève et que les activités de pavage sont bien utiles dans ce domaine.

Les contraintes institutionnelles de l'enquête *Mathéval*, à propos de la « réussite » ne sont évidemment pas d'intérêt primordial pour les maîtres, mais c'est cependant grâce à elles qu'ils peuvent en savoir plus sur la manière dont leurs élèves résolvent ses problèmes et quels sont les savoirs mathématiques en jeu. Les analyses de procédures du *RMT* donnent des informations plus précises sur ces savoirs ; elles révèlent en particulier que ce sont les procédures de comptage qui sont au cœur du problème.

Fait intéressant à signaler sur les influences réciproques des deux enquêtes : En 1994, le problème « Le trou » de l'épreuve II du 2e *RMR* (Rallye mathématique romand) a montré que le comptage de pièces manquantes dans un pavage régulier (en l'occurrence des briques dans un mur) n'est pas évident chez des élèves de degré 3. L'enquête Mathéval. a créé un problème sur le même thème pour ses questions individuelles du domaine de la géométrie : *Les remparts*. Le *RMT* a repris le thème, avec un dessin plus complexe dans *Pavage*. Cette évolution montre l'intérêt des échanges et contacts entre les différentes enquêtes. Chacune d'elles peut tirer profit des résultats obtenus par l'autre pour développer ses propres questions.

III. QUELQUES REMARQUES EN GUISE DE CONCLUSIONS

- Chaque confrontation a ses propres buts, ses propres modalités de questionnement des élèves, ses propres contraintes. Il n'y a pas lieu d'en rejeter l'une ou l'autre, parce qu'elle ne correspond pas à ses intérêts personnels.
- Certaines confrontations sont conçues explicitement à des fins didactiques, afin d'offrir des données directement utiles aux maîtres. D'autres sont conçues pour le pilotage des innovations, à l'intention, par exemple, des formateurs, des rédacteurs de plans d'études ou de moyens d'enseignement. D'autres enfin pour la gestion globale du système d'enseignement, à l'intention de la « noosphère ». Nous avons tenté de montrer que, dans ces dernières confrontations, on trouve aussi des éléments potentiellement intéressants aux niveaux pédagogique et didactique : *Les pommiers de PISA*, ont donné le prétexte à un développement et un approfondissement au travers des *Tapis carrés* du *RMT*, les analyses des *Remparts* de *Mathéval* sont proches de celles de *Pavage* et d'autres problèmes du *RMT*.
- D'autres enquêtes à grande échelle, donnent aussi des idées ou des pistes de réflexion pour les maîtres. Par exemple, les résultats du concours *Kangourou* et de ses questions à choix multiples, montrent que certaines erreurs l'emportent de loin sur les réponses justes et jugées « faciles » par ceux qui maîtrisent les procédures « expertes ». C'est l'occasion de se poser des questions sur les procédures ou représentations qui sont à l'origine de ces erreurs et sur leurs origines et leurs liens avec l'enseignement.
- On pourrait croire qu'il suffit de se baisser pour ramasser les idées laissées dans le sillage des diverses enquêtes à grande échelle. C'est nécessaire, oui, mais ce n'est cependant pas suffisant. La perception d'une piste à explorer, par le maître ou par le didacticien n'est qu'un premier pas, il faut encore du temps ensuite, de l'énergie et des efforts en commun pour aller audelà. Aucune grande enquête n'est gérée par un ou deux individus. Ce sont des équipes qui y travaillent, et c'est en leur sein que doivent agir chercheurs et enseignants pour veiller à maintenir le cap et éviter de tomber dans la facilité des « compétences » ou « standards » en oubliant que les apprentissages ne sont jamais figés.

IV. BIBLIOGRAPHIE

ANTONIETTI, J.P. (Ed.).(2003) *Évaluation des compétences en mathématiques en fin de 2e année primaire : Résultats de la première phase de l'enquête* MATHEVAL. Neuchâtel: IRDP.
EQUIPE DU KANGOUROU (2004) Commentaires sur les questions du Kangourou dees mathématiques 2004, IN *Math-Ecole* 212 (33-46)
EVAPM 6e (1997) *Observatoire de l'enseignement des mathématiques Par des enseignants, Pour les enseignants. Paris:* Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
MOSER, U. (2001) *Préparés pour la vie ? Les compétences de base des jeunes – Synthèse du rapport national* PISA 2000. Neuchâtel: OFES / CDIP.
OCDE (2001) *Connaissances et compétences; des atouts pour la vie.* Premier résultats de Pisa 2001.Paris : les Editions de l'OCDE.
OCDE : Extrait de l'étude PISA 2000.
http://www.script.lu/documentation/pdf/publi/pisa/pisa-exemples-francais.pdf
ZAHNER ROSSIER, C. et all. (2004) *PISA 2003 : Compétences pour l'avenir, premier rapport national.* Neuchâtel/Berne : OFS et CDIP