

LES PROBLÈMES DU PREMIER DEGRÉ : DES MÉTHODES DE FAUSSE POSITION À LA RÉOLUTION ALGÈBRIQUE¹

M. Ballieu & M.-F. Guissard CREM².

Avant-propos

Dans toutes les branches des mathématiques et de diverses autres sciences, le problème qui se pose le plus souvent et le plus concrètement est de trouver des solutions d'équations. C'est l'algèbre qui permet de réaliser cela et, à ce titre, c'est une discipline fort ancienne. On trouve en effet des résolutions d'équations dans des tablettes mésopotamiennes et des papyrus égyptiens datant de plus de deux mille ans avant notre ère.

Dans les *Éléments* d'Euclide, qui datent du troisième siècle avant Jésus-Christ, il y a également une forme d'algèbre en ce sens qu'on y trouve des méthodes générales de résolution d'équations, par des procédés géométriques. Chez Diophante d'Alexandrie, que les historiens situent entre 250 et 350 de notre ère, on trouve également de l'algèbre ; mais, tout comme les tablettes babyloniennes et les papyrus égyptiens, le texte de Diophante consiste en un recueil de pro-

blèmes particuliers avec solutions et ne peut donc être considéré comme un traité théorique qui aurait pour souci de donner une méthode générale de résolution.

Quant aux méthodes dites « de fausse position » (simple ou double), qui ont été utilisées pendant des siècles, elles fournissent des méthodes générales de résolution des problèmes du premier degré, mais par des procédés purement arithmétiques.

Il est admis par les spécialistes d'histoire des mathématiques que l'acte de naissance officiel de l'algèbre en tant que discipline avec un nom, des objets, des outils, des algorithmes, des preuves et des domaines d'application, a été la publication d'un petit ouvrage intitulé *Muhtasar fi hisab al-gabr³ wa l-muqabala* (*Abrégé de calcul par le gabr et la muqabala*). Ce texte est l'œuvre du savant d'origine persane Muhammad ibn Musa Al Hwarizmi⁴ (vers 780-- vers 850) qui travaillait à Bagdad dans la Maison de la Sagesse, fondée par le calife abbasside al-Ma'mun. La dédicace au calife, qui régna jusqu'en 833, permet de situer l'œuvre dans le temps.

1. La fausse position simple chez les Égyptiens

1.1. Introduction

L'une des méthodes utilisées depuis la plus haute Antiquité est ce qu'on appelle la méthode de fausse position (simple). Elle consiste à donner une valeur à l'inconnue, à opérer les calculs décrits dans l'énoncé puis, en fonction de l'erreur qui apparaît, à ajuster la valeur donnée *a priori* à l'inconnue.

1 Cet article a été publié dans la revue de nos collègues belges, *Mathématique et pédagogie*, n° 150, janvier-février 2005. La rédaction de Math-Ecole remercie les éditeurs de cette excellente revue et les deux auteurs de l'avoir aimablement autorisée à reproduire leur texte.

2 CREM : Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. Nivelles, BE.

3 Al-gabr (qui a donné naissance au mot algèbre) et al-muqabala sont les deux principales opérations qui permettent de réduire les équations algébriques à une des formes canoniques dont la solution est donnée dans le traité.

4 Comme son nom l'indique, il est originaire du Hwarizm, région au sud de la mer d'Aral.

Nous nous proposons ici d'analyser cette méthode à partir du problème 24 du *Papyrus mathématique Rhind* conservé au *British Museum* (où il est catalogué sous les numéros BM10057 et BM10058). Ce papyrus est l'une des principales sources d'information sur les connaissances mathématiques égyptiennes. Outre des tables de multiplication, on y trouve quelque quatre-vingt-sept problèmes d'arithmétique et de géométrie, avec les solutions.

1.2. Problème 24

Voici l'énoncé du problème 24 tel qu'il apparaît sur le papyrus. Il s'agit d'un texte en écriture hiératique qui est l'écriture cursive du scribe.



Les égyptologues qui ont étudié le manuscrit l'ont transcrit en hiéroglyphes, plus faciles à décrypter.

Notons que le texte du papyrus Rhind est écrit de droite à gauche.

Cette transcription en hiéroglyphes est donnée ci-dessous :



Une traduction littérale en est :

*Une quantité, un septième d'elle sur elle
devenir elle en tant que 19*

ce que nous écrivons aujourd'hui

$$x + \frac{1}{7}x = 19$$

Le problème est résolu par la méthode de fausse position simple. Le scribe suppose au départ que la quantité cherchée vaut 7, nombre qui permet d'éviter l'apparition trop rapide de fractions. Il calcule alors la quantité et son septième : $7 + 1 = 8$.

Ce résultat est faux puisqu'il aurait dû trouver 19. Le raisonnement qu'il tient alors est le suivant : la proportion de 19 à 8 est la même que celle de la quantité cherchée à 7, nombre qu'il avait choisi au départ pour des raisons de facilité. Il est ainsi amené à diviser 19 par 8, c'est-à-dire qu'il recherche par combien il faut multiplier 8 pour obtenir 19.

Ce rapport de la proportion, que nous noterions, $\frac{19}{8}$, le scribe égyptien - qui utilise essentiellement des fractions de numérateur 1 - le note $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$, nombre qu'il multiplie ensuite par 7. Il obtient ainsi la solution $16\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. Le scribe termine en vérifiant qu'en ajoutant à cette quantité son septième, qui vaut, $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ on obtient bien 19.

Notons que le scribe multiplie $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ par 7 et non 7 par $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. Or, dans l'esprit de la méthode de fausse position, lorsqu'on a trouvé le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de 8 à 19 (dans le second membre), il serait logique de multiplier ensuite 7 (la fausse position) par ce même coefficient. Cette inversion de l'ordre des facteurs, qui simplifie le calcul, semble indiquer que les Égyptiens avaient une connaissance intuitive de la commutativité de la multiplication.

Le raisonnement qui sous-tend cette méthode de résolution peut être condensé dans le tableau de proportionnalité suivant

x	$x + \frac{x}{7}$
$x \times 2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$	8
$16\frac{1}{2}\frac{1}{8}$	19

où l'on passe de la deuxième à la troisième ligne en multipliant par le facteur. Le principe de la méthode se base sur la proportionnalité de x et $\frac{x}{7}$.

La fausse position simple a été utilisée très longtemps. On la retrouve notamment dans les textes arabes, dans le *Liber abaci* de Leonardo Fibonacci (XIII^e siècle) et dans *La summa* de Luca Pacioli (XV^e siècle). Notons que l'inconnue peut être calculée à partir d'un rapport interne du tableau, comme c'est le cas ici, mais également à partir du rapport externe, comme nous le verrons à la page 26.

2. La double fausse position chez les Arabes

2.1. Introduction

Ying buzu (excédent et déficit), *al-hata'ayn* (les erreurs), *regula duarum falsarum positionum*, *regola della doppia false positioni*, *règle des plateaux de la balance*. Ce sont là quelques appellations qui, toutes, désignent un même procédé permettant de résoudre des problèmes exprimables par des équations linéaires à une inconnue ou par des systèmes linéaires à deux inconnues.

Cette fameuse règle des deux fausses positions était sans doute connue à Bagdad à l'époque de l'algébriste Al Hwarizmi dans la première moitié du neuvième siècle. Nous l'illustrerons par un extrait d'un manuscrit traduit de l'arabe en latin, intitulé *Liber augmenti et diminutionis vocatus numeratio divinationis ex eo quod sapientes Indi posuerunt quem Abraham compilavit et secundum librum qui Indorum dictus est composuit*; c'est-à-dire le Livre sur l'agrandissement et la diminution nommé le calcul de la conjecture d'après ce que les sages de l'Inde ont établi et qu'Abraham a rassemblé et composé selon le livre appelé indien. L'auteur arabe de cet ouvrage est inconnu; certains historiens pensent ou ont pensé qu'il pourrait s'agir d'Abu Kamil Suga ibn Aslam ibn Muhammad Al-Hasib, qui florissait vers les années 900. D'autres attribuent le texte, ou du moins sa traduction en latin, au juif espagnol Abraham ibn Ezra. Le titre pourrait laisser croire que la paternité de la

règle revient aux savants indiens. Cependant la ressemblance de la terminologie avec les expressions chinoises *ying* (excédent) et *buzu* (déficit) donne à penser que cette règle, connue bien avant en Chine⁵, ait pénétré dans la littérature arabe par un chemin qui est passé par l'Inde ou par la Route de la soie. Il faut en effet constater que, dans les ouvrages mathématiques indiens connus à ce jour, qui sont antérieurs au douzième siècle, on ne trouve pas trace de cette règle.

Ce procédé de résolution d'équations linéaires se perpétue chez de nombreux auteurs arabes comme Al Karagi (mort vers 1025) et en Europe, chez Leonardo Pisano Fibonacci au treizième siècle et chez Luca Pacioli au quinzième.

Le principe en est le suivant. On donne à l'inconnue deux valeurs « quelconques⁶ » qui se révèlent le plus souvent être de fausses valeurs et, à partir de là, il est possible de calculer la solution vraie. Trois cas évidemment se présentent :

- Les deux fausses valeurs sont plus petites que l'inconnue.
- Les deux fausses valeurs sont plus grandes que l'inconnue.
- L'inconnue se situe entre les deux fausses valeurs.

Le texte qui suit illustre la résolution d'un problème par la méthode de double fausse position dans le cas où l'inconnue se situe entre les deux fausses valeurs.

2.2. Un problème linéaire

Voici une traduction d'un extrait de l'ouvrage en latin attribué à Abraham ibn Ezra.

Après la louange à Dieu, voici ce qu'il est dit. J'ai écrit ce livre selon ce que les sages de

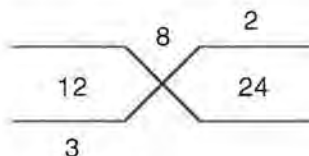
5 Voir à ce sujet le chapitre sept du *Jiuzhang Suanshu* [6] titre généralement traduit par les Neuf Chapitres sur l'Art du Calcul, qu'on peut dater d'un peu avant le début de notre ère.

6 En fait, elles sont généralement « bien choisies » pour simplifier les calculs.

l'Inde ont découvert à propos du calcul de la conjecture, en examinant attentivement et en étudiant ce qui est utile en soi, en persévérant dans cette direction et en en saisissant l'application pratique. De cela donc, voici ce qu'il vient: soit un census⁷ duquel on ôte un tiers et un quart et il reste huit. Que vaut le census? Pour aborder son calcul, suppose un plateau de balance de douze dont on considère un tiers et un quart; tu ôtes ce tiers et ce quart qui font sept, il restera cinq. Compare alors à huit, à savoir le reste du census et il t'apparaîtra clairement que tu as fait une erreur de trois en déficit; mets cela de côté et suppose ensuite que tu places sur le plateau de la balance une seconde quantité, qui est divisée par la première, que ce soit vingt-quatre, et ôte le tiers et le quart qui font quatorze, il restera dix. Compare alors cela à huit, à savoir le reste du census. Et c'est ainsi qu'il t'apparaîtra clairement que tu as commis une erreur de deux en plus. Multiplie donc l'erreur du dernier plateau de la balance qui vaut deux par le premier plateau qui vaut douze et il viendra 24. Et multiplie l'erreur du premier plateau, erreur qui vaut trois, par le dernier plateau, qui vaut 24, et on obtiendra 72. Additionne donc 24 et 72, et cela car l'une des erreurs est par défaut et l'autre par excès. Mais si les deux étaient par défaut ou par excès, tu soustrairais la plus petite de la plus grande. Donc après avoir ajouté vingt-quatre et septante-deux, le résultat sera nonante-six; ensuite ajoute les deux erreurs qui valent trois et deux, il viendra cinq; ensuite donc nonante-six par cinq qui est ce à quoi on est arrivé, il te viendra dix-neuf drachmes et un cinquième de drachme. Par cette règle, il s'ensuit que tu poses douze pour la chose inconnue et tu ôtes son tiers et son quart et il restera cinq; comment récupérer douze? La chose effectivement

inconnue. Il faut en fait deux et deux cinquièmes: multiplie donc deux et deux cinquièmes par huit et il viendra dix-neuf et un cinquième.

Remarquons tout d'abord que, même s'il est question de census, ce problème est en fait un problème du premier degré. L'auteur nous explique la règle des plateaux de la balance, illustrée par la figure ci-dessous:



La première fausse position qu'il choisit est 12. C'est une valeur dont il est facile de soustraire le tiers et le quart. On trouve 5, c'est-à-dire qu'il y a un déficit de 3 par rapport à la valeur 8 qu'il faudrait obtenir. On place ces 3 en-dehors du plateau de la balance qui contient la valeur 12, comme le montre la figure. On recommence l'opération pour la seconde fausse position, dont la valeur choisie est 24. Le résultat 10 présente un excès de 2 par rapport à la valeur attendue 8. Cette valeur 2 est placée au-dessus du deuxième plateau. Il faut ensuite effectuer l'opération suivante:

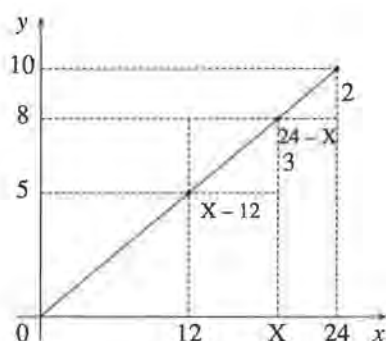
$$\frac{2 \times 12 + 3 \times 24}{2 + 3} = \frac{96}{5}$$

La traduction moderne du problème nous donne l'équation

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 8 \text{ ou } \frac{5x}{12} = 8 (*) \text{ c'est-à-dire } x = \frac{96}{5}$$

Nous constatons que la réponse obtenue par la méthode de fausse position est bien celle que nous trouvons en résolvant l'équation (*). Comment pouvons-nous expliquer cela? Représentons graphiquement la fonction linéaire $y = \frac{5x}{12}$ qui correspond au premier membre de l'équation (*).

7 Terme désignant le carré de l'inconnue recherchée.



Comme le montre la figure ci-dessus, la valeur de cette fonction est

5 pour $x = 12$,

10 pour $x = 24$,

La valeur cherchée est celle, notée X , pour laquelle la fonction prend la valeur 8. La figure montre deux triangles rectangles semblables, dont les bases sont respectivement $X-12$ et $24-X$, et dont les hauteurs sont 3 et 2. Les relations de proportionnalité entre les mesures des côtés de deux figures semblables nous permettent d'écrire

$$\frac{X-12}{24-X} = \frac{3}{2}$$

Résolvons cette équation sans effectuer les multiplications,

$$2 \times (X-12) = 3 \times (24-X)$$

$$2X - 2 \times 12 = 3 \times 24 - 3X$$

$$2X + 3X = 2 \times 12 + 3 \times 24$$

$$(3+2)X = 2 \times 12 + 3 \times 24$$

et finalement

$$X = \frac{2 \times 12 + 3 \times 24}{2+3}$$

Nous retrouvons ainsi la formule de la double fausse position.

L'auteur tente de convaincre le lecteur de la généralité de sa méthode en multipliant les exemples. Il justifie à chaque fois le résultat obtenu en traitant le problème d'une autre manière. Ainsi, dans le dernier paragraphe, il termine son exposé en résolvant l'équation par la méthode de fausse position simple. La fausse position choisie est 12, ce qui

donne 5 pour la valeur de $x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4}$. Il se demande alors par combien il faut multiplier 5 pour retrouver 12 ; il cherche donc le facteur qui permet de passer de la deuxième colonne du tableau ci-dessous à la première. Il trouve $2\frac{2}{5}$, qu'il multiplie par 8 pour trouver la solution $19\frac{1}{5}$. Remarquons que comme dans le problème 24 du papyrus Rhind, l'ordre des facteurs est inversé.

x	$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4}$
12	5
$19\frac{1}{5}$	8

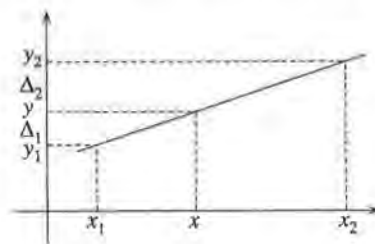
$$\leftarrow x \cdot 2\frac{2}{5}$$

Voici donc un exemple de fausse position simple où l'inconnue est calculée à partir du rapport externe du tableau de proportionnalité. La règle peut être appliquée aux problèmes généraux du premier degré.

Soit l'équation

$$ax + b = y$$

Considérons les deux fausses positions x_1 et x_2 qui produisent les deux valeurs y_1 et y_2 .



$$ax_1 + b = y_1$$

$$ax_2 + b = y_2$$

$$\Delta_1 = |y_1 - y|$$

$$\Delta_2 = |y_2 - y|$$

Dans la figure ci-dessus, qui illustre le cas où la valeur cherchée est située entre les deux fausses positions, nous avons

$$\Delta_1 = |y_1 - y| = y - y_1 = a(x - x_1),$$

$$\Delta_2 = |y_2 - y| = y_2 - y = a(x_2 - x),$$

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$$
 on peut tirer la valeur de x qui vaut

$$X = \frac{X_2 \Delta_1 + X_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1}$$

Nous obtenons

$$X = \frac{X_2 \Delta_1 - X_1 \Delta_2}{\Delta_1 - \Delta_2} \quad \text{ou} \quad X = \frac{X_1 \Delta_2 + X_2 \Delta_1}{\Delta_2 - \Delta_1}$$

en tenant compte du fait que toutes les quantités qui interviennent dans le calcul sont nécessairement positives (*Mais si les deux étaient par défaut ou par excès, tu soustrairais la plus petite de la plus grande ...*, nous indique Abraham ibn Ezra).

3. Les combinaisons linéaires chez Léonard de Pise

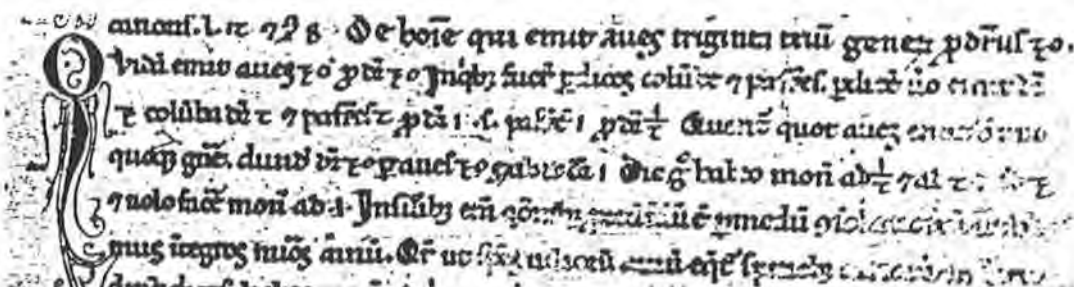
3.1.Introduction

On possède peu de renseignements sur Léonard de Pise, autres que ceux qu'il nous livre

dans le prologue du *Liber abaci*: son père était *publicus scriba*, scribe pour les commerçants de Pise, à la douane de Bougie, en Algérie. Il fit venir auprès de lui le jeune Léonard afin de lui faire apprendre, au contact des Arabes, les méthodes de calcul au moyen de figures indiennes (ce que nous appelons « chiffres arabes »). Plus tard, Fibonacci parcourut tout le bassin méditerranéen (Égypte, Syrie, Grèce, Sicile, Provence) pour étancher sa soif de savoir. Il a contribué à répandre en Occident l'arithmétique basée sur la numération de position (chiffres indo-arabes).

Dans le chapitre onze du *Liber abaci*, Fibonacci introduit la notion de « compensation » des monnaies; ce sont des problèmes de proportionnalité qui montrent comment calculer le nombre de livres-monnaie qu'on peut battre à partir d'un certain nombre de livres-poids d'argent, lorsqu'on se fixe un taux d'argent dans l'alliage de la livre-monnaie. La technique de résolution qu'il expose à cette occasion lui permet, plus loin dans le chapitre, de résoudre des équations diophantiennes (dans l'ensemble des entiers positifs) indéterminées. Voici le texte d'un de ces problèmes où l'auteur utilise des combinaisons linéaires pour rechercher des solutions.

3.2. Le problème des oiseaux



De homine qui emit aves triginta trium generum pro denariis 30

Voici la traduction du texte original en « bas latin ».

De l'homme qui a acheté trente oiseaux de trois espèces pour 30 deniers

Quelqu'un a acheté 30 oiseaux pour 30 deniers, parmi lesquels il y a des perdrix, des colombes et des moineaux. En fait, il a acheté les perdrix pour 3 deniers, les colombes pour 2 et 2 moineaux pour 1 denier, à savoir 1 moineau pour 1/2 denier. On demande combien d'oiseaux de chaque espèce il a acheté.

Divise 30 deniers par 30 oiseaux, il viendra 1 denier. Je dis donc que j'ai de l'argent-monnaie à 1/2 et à 2 et à 3; et je veux faire de l'argent-monnaie à 1. En effet, dans de semblables questions, nous devons procéder par la méthode des compensations, puisque nous avons un nombre entier d'oiseaux. C'est pourquoi, pour que l'espèce des oiseaux les moins chers soit compensée en nombre par les espèces plus chères, tu dois dire: j'ai de l'argent-monnaie à 1/2 et à 2 et à 3 et je veux faire de l'argent-monnaie à 1, c'est-à-dire j'ai de l'argent-monnaie à 1 et à 4 et à 6 et je veux faire de l'argent-monnaie à 2. Fais des moineaux et perdrix une première compensation et il y aura 5 oiseaux pour 5 deniers, à savoir 4 moineaux et 1 perdrix; et, des moineaux avec les colombes, fais-en une seconde; 2 moineaux et 1 colombe. Ensuite, pour avoir 30 oiseaux compensés, tu prendras trois fois la première compensation dans laquelle il y aura 12 moineaux et 3 perdrix. Et il restera 15 oiseaux compensés, pour lesquels tu prendras cinq fois la seconde compensation et tu auras 10 moineaux et 5 colombes. Et ainsi, en ce qui concerne les 30 oiseaux dont il a été question auparavant, il y aura 22 moineaux et 5 colombes et 3 perdrix, comme il est montré en marge. Et tu dois savoir que, de ce qui est suscrit, tu peux avoir autant d'oiseaux qu'on voudra pour la même quantité

de deniers au-delà de 15, mais en deçà, ce n'est pas possible, si ce n'est pour 13 et 11 et 8. En vérité, dans le cas des 13 oiseaux, la première compensation apparaîtra deux fois et la seconde, une fois. Et pour 11 oiseaux, la seconde compensation apparaîtra deux fois et la première, une fois. Et pour 8 oiseaux, chacune des compensations apparaîtra une fois.

Le système linéaire qui traduit ce problème est

$$\begin{cases} 3x + 2y + \frac{z}{2} = 30 \\ x + y + z = 30. \end{cases}$$

Fibonacci observe tout d'abord que, pour acheter 30 oiseaux pour 30 deniers, il faut constituer des ensembles de n oiseaux pour n deniers de manière que l'espèce des oiseaux les moins chers soit compensée en nombre par les espèces plus chères. Réaliser une telle égalité avec trois espèces d'oiseaux semble difficile; une manière de simplifier le problème consiste à rechercher des combinaisons de deux espèces d'oiseaux dans la même proportion.

Fibonacci observe que

$$1 \times 3 + 4 \times \frac{1}{2} = 5$$

ce qui lui fournit un ensemble de *cinq oiseaux* (une perdrix et quatre moineaux) pour *cinq* deniers (ensemble E_1 du tableau ci-dessous). Il observe encore que

$$1 \times 2 + 2 \times \frac{1}{2} = 3$$

ce qui lui donne cette fois un ensemble de trois oiseaux (une colombe et deux moineaux) pour trois deniers (ensemble E_2 du tableau ci-dessous).

En considérant une combinaison linéaire convenable des deux relations qui précèdent, il obtiendra alors *trente* oiseaux pour *trente* deniers. Cette combinaison linéaire consiste à prendre trois fois le premier ensemble de volatiles et cinq fois le second ($E = 3E_1 + 5E_2$)

	Perdrix (3 deniers)	Colombes (2 deniers)	Moineaux (1/2 denier)	nombre d'oiseaux	coût
E_1	1		4	5	$1 \times 3 + 4 \times 1/2 = 5$
E_2		1	2	3	$1 \times 2 + 2 \times 1/2 = 3$
E	3	5	22	30	$3 \times 3 + 5 \times 2 + 22 \times 1/2 = 30$

L'ensemble $E = 3E_1 + 5E_2$ fournit bien une solution du problème, puisqu'il s'agit d'un ensemble de 30 oiseaux, de trois espèces différentes pour une somme de 30 deniers.

L'auteur termine en nous signalant qu'il est possible de trouver des combinaisons linéaires qui réalisent des ensembles de n'importe quel nombre n d'oiseaux pour n deniers, si n est supérieur à 15. Mais pour n inférieur à 15, il affirme que le problème n'est possible que pour 8, 11 et 13 oiseaux, et il décrit la combinaison qui fournit la solution dans chacun des cas.

On peut obtenir

16 oiseaux pour 16 deniers par la combinaison $2E_1 + 2E_2$

17 oiseaux pour 17 deniers par la combinaison $1E_1 + 4E_2$

18 oiseaux pour 18 deniers par la combinaison $3E_1 + 1E_2$,

et à partir de là, on obtient 19, 20 et 21 oiseaux en ajoutant $1E_2$ à chacune des combinaisons précédentes, et ainsi de suite.

On peut aussi obtenir 14 oiseaux pour 14 deniers par la combinaison

$1E_1 + 3E_2$, solution que Fibonacci a oubliée.

Quelques réactions d'élèves

Ces différentes méthodes de résolution de problèmes linéaires ont été exposées à des classes de quatrième année^a de l'enseignement général.

Les élèves ont été stupéfaits d'apprendre que les méthodes de résolution anciennes n'étaient pas « exactes ». Le fait qu'il fallait supposer une valeur (qui avait toutes les chances d'être fausse) pour la réponse afin de la corriger ensuite leur paraît une démarche beaucoup plus lourde que l'algèbre d'aujourd'hui.

Ils ont été surpris de voir que les problèmes de mathématique pouvaient être résolus en langage courant, par un texte dépourvu de formules, mais que c'était « encore plus compliqué qu'avec des maths ». Après avoir constaté les difficultés et la lourdeur de ce mode d'expression, ils acceptent mieux le formalisme

actuel dont l'utilité leur paraît plus évidente.

Ils sont étonnés d'apprendre que les méthodes de résolution des équations sont le fruit d'une évolution, qu'on n'a pas toujours procédé comme actuellement.

Ils estiment qu'il faudrait plus souvent introduire les chapitres du cours de mathématique par un peu d'histoire, pour mieux en percevoir la portée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Ballieu, M. (1993), Le *liber abaci* de Léonard de Pise : ce qu'on y trouve effectivement ..., *Nouvelles tendances en histoire et philosophie des sciences*, p. 123-133. Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, Comité National de Logique, d'Histoire et de Philosophie des Sciences. R. Halleux & A.-C. Bernès coordinateurs, Bruxelles.
- [2] Boyer, C.B. et Merzbach, U.C. (1989), *A History of Mathematics*, Wiley, New York.
- [3] Chace, A.B., Bull, L., Manning, H.P., et Archibald, R.C. (1927-1929), *The Rhind Mathematical Papyrus* (2 vol.), Mathematical Association of America, Providence, RI. Rééd. 1979.
- [4] CREM (2002), *Des grandeurs aux espaces vectoriels. La linéarité comme fil conducteur pour l'enseignement des mathématiques*, Centre de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles. Rapport final août 2002.
- [5] Fibonacci, Leonardo Pisano, *Liber abaci*,
 - Manuscrit 172 SUP, Biblioteca Ambrosiana, Milano.
 - Manuscrit *Conversi Soppressi C.I.* no 2616 *codice Magliabechiano*, Badia Fiorentina, Biblioteca Nazionale, Firenze.
 - *Codici Gaddiani Reliqui* n° XXXVI, Biblioteca Laurenziana, Firenze.
 - *Codice Riccardiano* n° 783, Biblioteca Riccardiana Firenze.
- [6] Kangshen, S., Crossley, J. N., et Lun, A. W.-C. (1999), *The Nine Chapters on the Mathematical Art, Companion & Commentary*, Oxford University Press.
- [7] Libri, G. (1838-1841), *Histoire des sciences mathématiques en Italie* (vol. I), G. Olms Hildesheim. Rééd. 1967.
- [8] Lüneburg, H. (1993), *Leonardo Pisani Liber Abaci oder Lesevergnügen eines Mathematikers*, B. I. Wissenschaftsverlag, Mannheim.
- [9] Pacioli, Luca, (1494) *Summa de Arithmetica*, édition fac-similé du cinq centième anniversaire, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma. Rééd. 1994.