L'UTILISATION DE LA CALCULETTE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE : UNE NOUVELLE APPROCHE DIDACTIQUE POUR L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMÉRATION

Luca Del Notaro[1] & Ruhal Floris[2]

Le nombre cinq n'est pas seulement le suivant de quatre, il est aussi quatre plus un, et le nombre six est aussi quatre plus un plus un.
G. Vergnaud (Fayol, 1990, introduction)

1. INTRODUCTION

Cet article est un compte-rendu d'une expérience sur l'utilisation de la calculette à l'école élémentaire. À une classe genevoise de deuxième enfantine (élèves âgés de 5-6 ans), nous avons proposé une série de tâches dans le but d'explorer le nombre et les relations que celui-ci entretient avec le champ des opérations. Il s'agit pour nous, chercheurs et enseignants, de mettre les bases pour un nouveau chantier d'investigation sur les possibilités offertes par les nouvelles technologies dans le champ des apprentissages mathématiques, et ceci dès le plus jeune âge.

1 Enseignant en division élémentaire à l'Ecole du XXXI-Décembre à Genève, Département de l'Instruction Publique; lucadelnotaro@bluewin.ch.

2 Chargé d'enseignement en didactique des mathématiques à la Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education de l'Université de Genève et professeur de mathématiques au Collège Voltaire à Genève, Département de l'instruction publique, Ruhal.Floris@pse.unige.ch.

- Pourquoi utiliser la calculette pour l'enseignement de la numération chez des élèves de l'école élémentaire ?
- Quels sont les avantages d'une telle entrée technologique par rapport à une culture scolaire dominante du « concret » et de la manipulation des objets ?
- Comment des symboles affichés sur une machine peuvent-ils faire sens avant un long travail de construction didactique du nombre ?

Ce sont des questions récurrentes auxquelles nous répondons par ces trois arguments majeurs.

◆ L'adaptation au rôle des instruments de calcul dans la société actuelle : l'évolution technologique de notre société moderne a obligé l'école à se conformer et à tirer parti de ces progrès dans les choix d'enseignement. La calculette en est un exemple éloquent. Depuis son développement dans les années septante, cet instrument de calcul a subi un processus de démocratisation époustouflant permettant à tout un chacun d'avoir accès à ce type de technologie. Toutefois, si les intentions de principe des institutions de formation entrent en résonance avec cette évolution, on peut faire état encore de nombreuses résistances quant à l'utilisation de la calculette et ceci particulièrement chez les enseignants de l'école primaire, pour qui l'utilisation de la calculette reste encore occasionnelle et s'avère surtout d'ordre utilitaire. Une culture dominante du « concret » et surtout de la maîtrise des algorithmes des quatre opérations, semble laisser peu de place à l'investigation des potentialités de la calculette.

◆ L'économie de l'aspect graphique : à 5-6 ans, la maîtrise du geste graphique pour l'écriture des chiffres et des lettres pose souvent encore de gros problèmes. L'imprécision du tracé du symbole numérique ou alphabétique s'accompagne ainsi d'une difficulté de sa relecture. Nous constatons que la calculette, avec son univers de touches, permet un accès rapide et sans ambiguïtés aux symboles chiffrés et ceci tant du point de vue de l'écriture que de la lecture.

- La calculette est plus qu'un simple outil de calcul : en effet nous considérons la calculette comme l'interface « contraignante » entre le savoir mathématique (et plus particulièrement numérique) de la situation et les connaissances de l'élève. En reprenant Brousseau (1986a, 1986b, 1990, 1998) nous entendons par milieu mathématique cette part de la situation didactique porteuse de connaissance contre laquelle l'élève jouera ses coups. Ici la calculette, ne représente plus un simple outil pour opérer, mais devient le lien « contraignant » permettant de modéliser, par ses fonctions, les connaissances des élèves se rapportant au milieu de la situation. En d'autres termes, le caractère utilitariste de la calculette (tel qu'il est très souvent exploité par les enseignants) est abandonné au profit d'une conception modélisée des connaissances de l'individu. Par souci de précision, nous dirons aussi que nous ne considérons pas la calculette comme un milieu mathématique à part entière, se suffisant à lui-même et dépositaire de toutes les connaissances (ce serait réducteur et imprécis par rapport à la théorie des situations de Brousseau de laquelle nous nous inspirons), mais nous avançons l'hypothèse forte qu'elle représente une contrainte fondamentale pour saisir la nature de certains objets du milieu : cette contrainte étant si forte que nous y rattachons au moins une partie des caractéristiques du milieu étudié.

2. LA CALCULETTE COMME MILIEU NUMÉRIQUE

Rappelons qu'en didactique des mathématiques on appelle milieu les objets et les actions sur ces objets correspondant aux notions mathématiques en cours d'étude. Traditionnellement, l'enseignement du nombre et de la numération s'appuie sur un milieu constitué d'objets bien séparables les uns des autres, comme les doigts, des jetons, des lapins, des pommes, des traits, des points, etc. Ce milieu s'enrichit de la comptine et des actions d'énumération associées. Selon l'organisation des activités d'enseignement, ce milieu peut avoir différentes structurations. Ainsi, une propriété essentielle d'un milieu est celle de fournir des éléments de formulation et de validation des actions (des rétroactions) et de validation des formulations, les actions seules ne permettant pas la conversion en savoir des connaissances qui les guident. C'est bien sûr cette structuration qui est l'objet principal du travail mené en mathématiques dans les premiers degrés de l'école. Le cas du comptage, composé de la comptine, fait d'objets symboliques (des mots) à associer à la technique d'énumération montre que le milieu n'a rien de statique et qu'une certaine fonctionnalité doit être prise en compte pour qu'il corresponde au concept mathématique. On pourra mesurer cette fonctionnalité à travers la réalisation de tâches telles que « mettre la table sans chercher les couverts un par un » ou d'activités comme « Le robot »[3], « Immeuble »[4] ou encore « Les cousins »[5]. L'intégration de la calculette dans le milieu, c'est-à-dire comme objet « officiel » du contrat didactique et non comme accessoire facultatif, fournit une rétroaction immédiate. Au geste d'appuyer sur les touches + et 1 est associé le parcours sur la bande numérique, au symbole affiché est associé le nombre à écrire sur la bande. Ce nombre correspond au nombre de fois que l'on a effectué un geste :

3 Ermel (1991), Apprentissages numériques - CP , Hatier - Enseignants , Paris, pp. 57 à 61.

4 Marchetti C., Miles C., *Activités mathématiques pour le cycle initial, Département de la formation et de la jeunesse*, Etat de Vaud.

5 Ging E., Sauthier M.-H., Stierli E., (1996), *Livre du maître, Méthodologie 1P*, COROME.

au nombre 3 correspond 3 fois le geste, au nombre 10 correspond 10 fois le geste. La présence de la calculette dans le milieu permet ainsi d'établir un lien fonctionnel avec la construction de la bande numérique et avec la comptine.
La calculette va aussi loin que l'on veut, elle fournit à l'élève le moyen de combler son ignorance : elle « représente » l'institution mathématique. Et de manière non didactique de surcroît, puisque complètement indépendante de l'enseignant. Les enseignants des plus grands degrés connaissent bien la résistance d'attitudes telles que « on ne peut pas diviser par zéro car la calculette dit *Error* », ce qui illustre ce rapport à la calculette comme institution.
De ce fait, lorsque l'élève sait l'utiliser, et qu'il a le droit de le faire, la calculette peut jouer le rôle d'un milieu de validation numérique. Le parallélisme de son principe avec celui de la construction mathématique du nombre entier renforce encore ce fait.

3. QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES AUTOUR DE LA CONSTRUCTION DU NOMBRE

La construction du nombre a été étudiée par de nombreux philosophes, mathématiciens, psychologues. Du point de vue mathématique, deux axiomatiques ont été proposées au 19e et au 20e siècles. Celle de Russell considère le nombre comme la propriété commune à toutes les collections équipotentes entre elles, elle définit ce qu'on appelle le nombre cardinal et correspond au savoir mathématique sous-jacent à des situations telles que celles de la mise du couvert ou des « cousins ». Les recherches de logique ont mis en évidence certains paradoxes liés à l'axiomatique de Russel. Piaget s'est beaucoup intéressé à cette axiomatique, qui a eu une influence certaine sur les méthodologies d'enseignement des années 1970. Brainerd (1973) propose une synthèse de recherches sur la question de la primauté de l'aspect ordinal sur l'aspect cardinal au cours du développement, questionnant certaines conclusions de Piaget.

Les cinq axiomes de Peano :

1. 0 est un entier naturel (donc l'ensemble des entiers naturels n'est pas vide).
2. Tout entier naturel n a un successeur, noté s(n).
3. Aucun entier naturel n'a 0 pour successeur (l'ensemble des naturels a un premier élément).
4. Deux entiers naturels ayant même successeur sont égaux.
5. Si un ensemble d'entiers naturels contient 0 et contient le successeur de chacun de ses éléments alors cet ensemble est égal à N (c'est le principe de récurrence).

L'axiomatique de Peano définit un nombre de départ et la relation de succession. La propriété de récursivité énonce la possibilité de répéter la succession tant que l'on veut, plus précisément de définir tout successeur du nombre n en considérant n défini. Elle permet de construire l'ensemble des nombres entiers naturels ainsi que l'opération d'addition, en associant à la succession l'addition de 1. Elle fonde également toutes les études de consistance logique de l'édifice mathématique.
En ce qui concerne l'enseignement du numérique, l'axiomatique de Peano est à associer au comptage (utilisation de la suite numérique), correspondant à un aspect dynamique du nombre, comme moyen de représenter un phénomène répétitif. Le nombre ne représente pas seulement un état, le cardinal d'une collection, mais une série de transformations (cf. aussi la citation en exergue). On trouve cet aspect dans les travaux récents de Nuñez et Lakoff (2000) qui en font une des quatre métaphores fondamentales du nombre. Les moyens d'enseignement actuellement utilisés ne proposent plus un enseignement fortement calqué sur ces travaux de psychologie et ils prennent en compte les apports sociaux, comme ceux de la connaissance « mécanique » de la suite des nombres (comptine). Dans ses tra-

vaux, Briand (1999) étudie d'un point de vue didactique les connaissances en jeu dans les activités de dénombrement en mettant en évidence que certaines d'entre elles ne sont pris en charge par le système enseignant alors qu'elles constituent bien plus que des savoir-faire, mais plutôt de véritables connaissances qui pourraient être enseignées. C'est dans cette perspective que se situent nos travaux.

4. LA TI-106

Pour nos expériences, nous avons utilisé la calculette de *Texas Instruments* TI-106 en dotation aux élèves de 3e et 4e de l'enseignement primaire genevois. Ce support technique d'accès facile et convivial permet de faire les quatre opérations, de calculer la racine carrée et les pourcentages. Cette calculette dispose en outre d'une fonction de mémoire avec possibilité d'effacement ainsi que d'une touche de remise à zéro et de correction. Une touche permet de changer les nombres en leurs opposés. Dans le cadre de notre recherche, chaque élève a pu disposer de sa propre calculette.
Un complément utile au dispositif de recherche comme le nôtre est représenté par la calculette « transparente ». Il s'agit du même modèle, avec les mêmes fonctions qui peut être placé sur un rétroprojecteur. L'image à l'écran sera celle de la TI-106 sur laquelle il est possible d'opérer exactement de la même manière qu'avec la calculette en dotation aux élèves. Cet avantage technologique permet une visualisation collective des gestes et des opérations effectuées sur la calculette.

5. LES PREMIERS PAS AVEC LA CALCULETTE (PREMIÈRE PHASE)

Dans un premier temps nous avons proposé aux élèves une série de tâches pour se familiariser avec la calculette. A travers celles-ci il s'agissait pour nous de préparer le terrain à l'exploration de la bande numérique (deuxième phase).

Puisqu'il n'y a pas, à notre connaissance, de littérature spécifiquement consacrée à la calculette à l'école élémentaire, nous avons dû inventer des tâches permettant à la fois un accès immédiat à la calculette et, surtout, un traitement du nombre dans sa composante graphique, cardinale et ordinale.
Nous avons donc proposé des tâches « naïves », qui au fil du temps se sont complexifiées. Nous entendons par là des tâches s'inspirant de pratiques sociales élémentaires de la calculette. Ces pratiques sociales partagées, sont érigées en une « culture de classe » sur laquelle va se fonder le principe de la construction du nombre.
Pour les besoins de l'article, nous avons subdivisé ces tâches en deux grandes catégories : des tâches pour écrire et lire le nombre et des tâches pour opérer sur le nombre. Si la première catégorie résulte du classement de toutes les tâches dont la composante numérique est le fruit d'opérations mentales préalables traduites par des gestes sur le clavier (par exemple sérier des nombres), la deuxième, elle, regroupe les tâches dont l'opération sur le nombre se fait uniquement au travers de l'outil technologique et ceci dans sa composante mathématique la plus orthodoxe.
La progression et la présentation des tâches aux élèves n'ont pas suivi l'ordre de présentation développé dans cet article. Il y a un rapport dialectique entre les tâches de la première et la deuxième catégorie.
Nous n'avons pas pu distinguer les termes chiffres et nombres dans les consignes proposées, dans la mesure où cela n'aurait pas eu de sens pour les élèves, et où certaines tâches les confondent : pourrait-on dire « chaque chiffre est la moitié du suivant (cf. tâche 14 ci dessous) » ?

5.1. Des tâches pour écrire et lire les nombres

La première catégorie regroupe toutes les tâches pensées pour écrire et lire les nombres. Avec celles-ci, nous proposons aux élèves de jouer pendant plusieurs semaines avec l'univers des nombres en faisant l'économie des difficultés d'écriture de même que nous les acculturons au « geste » sur la touche dont le produit, affiché à l'écran, est un symbole (ou une suite de symboles) numériques.

1. Chercher librement des configurations de nombres sur la calculette.
2. Écrire tout plein de ... deux (22222222).
3. Partager en deux parties égales le display de la calculette (44448888 ; 22226666).
4. Écrire trois fois le 3 (333), cinq fois le 5 (55555).
5. Écrire le plus grand nombre possible avec la calculette.
6. Dictée de nombres (« deux, huit, quatre, cinq, neuf »).
7. Chercher différentes manières pour écrire 0.
8. Chercher les nombres qui peuvent être lus en retournant la calculette.
9. Écrire les nombres de haut en bas du clavier, de bas en haut, de gauche à droite, de droite à gauche, en diagonale.
10. Écrire un nombre plus grand que ..., plus petit que ...
11. Écrire les nombres affichés sur le clavier du plus petit au plus grand et inversement.
12. Écrire les nombres qu'il y a entre 1 et 5, 2 et 9, 6 et 8, ...
13. Chercher les nombres entre 4 et 5, 7 et 8, 1 et 2, ...
14. Le premier nombre est la moitié du suivant, le deuxième nombre est le double du premier (2, 4) ; le premier nombre est le double du suivant, le deuxième nombre est la moitié du premier (8, 4).

Cette liste non exhaustive de tâches d'écriture sur la calculette, de complexité variable, permet aux élèves de se laisser surprendre par ce que le nombre « fait » surtout quand il est associé, par une opération ou non, à d'autres nombres. Ainsi, par exemple, écrire plusieurs nombres de suite (tâche 1) ou plusieurs fois le même nombre comme dans les tâches 2, 3 et 4 permet d'une part de créer des effets de surprise (au sens de Conne, 2004 ; Auckenthaler, 2004) de nature graphique (par exemple : 88888888) mais surtout permet de travailler le nombre de gestes à effectuer sur la touche pour obtenir le résultat espéré.
Dans la même logique de surprise, les jeunes élèves seront très étonnés de constater que les nombres 1, 2, 5 et 8 ne changent pas d'aspect quand on retourne la calculette, que le 3 devient un E, que le 4 se transforme en h et que le 6 et 9 échangent leurs rôles (tâche 8).
Écrire le plus grand nombre possible avec la calculette (tâche 5) représente une incursion fort intéressante dans le domaine des grands nombres, même si le jeune élève ne sera pas en mesure d'en déchiffrer l'aspect cardinal. Toutefois il donne la mesure de ce qui est grand, voire très grand et surtout de questionner indirectement l'infini. *Y a-t-il un nombre plus grand que le plus grand nombre de planètes de l'univers ?*
La dictée de nombres (tâche 6) demeure un exercice classique du domaine. La difficulté principale réside dans la mémorisation de la suite des nombres surtout quand celle-ci dépasse les trois ou quatre positions sur l'écran de la calculette.
Pour les élèves de deuxième enfantine la touche 0 est problématique (tâche 7) puisqu'ils ont beau appuyer sur la touche correspondante mais celle-ci ne donne aucun signe de l'existence du nombre associé, puisque le chiffre 0 est déjà affiché. Comment peut-on alors écrire 0 ? Cette question fait émerger quelques solutions spontanées intéressantes. La plus fréquente consiste à faire précéder le 0 d'autres chiffres (par exemple 30000000, 80808080) ou alors en utilisant la virgule. Ces solutions permettent aux élèves de constater que le chiffre 0 ne précède jamais aucun autre chiffre sauf si l'on est dans le domaine des décimaux.

Taper les nombres de haut en bas du clavier, de bas en haut, de gauche à droite, de droite à gauche, en diagonale (tâche 9) reprend le principe lié aux gestes précis à accomplir sur le clavier pour réaliser une performance numérique, l'affichage d'une suite arithmétique dans ce cas. Plus particulièrement les élèves remarqueront que de gauche à droite et de droite à gauche l'écart est de 1, que de haut en bas et de bas en haut l'écart est de 3, qu'il y a une diagonale avec un écart de 2 et une autre avec un écart de 4.

Écrire un nombre plus grand que ... ou plus petit que ... (tâche 10), écrire les nombres affichés sur le clavier du plus petit au plus grand et inversement (tâche 11), écrire les nombres qu'il y a entre, par exemple 1 et 6, 2 et 9, 5 et 8, (tâche 12) représentent des occasions pour baliser la question de la sériation des nombres. En d'autres termes, faire afficher des mini-suites de nombres sur l'écran de la calculette **préfigure la démarche d'écriture sur une bande en papier**.

Demander aux élèves de chercher les nombres entre 4 et 5, 7 et 8, 1 et 2, (tâche 13) est un clin d'œil au clivage mathématique entre le domaine des entiers naturels et les nombres décimaux. Les enseignants voulant se lancer dans ce type de questionnement seront étonnés de certaines représentations qui, à 5 ans déjà, laissent la place à quelque chose entre deux entiers naturels qui se succèdent.

Enfin, bien que plus complexe que les précédentes, la tâche 14 donne l'occasion de jouer sur les relations x2 et /2. Afficher un nombre doublé ou la moitié d'un autre nombre suppose une connaissance assez poussée des relations existantes.

5.2. Des tâches pour opérer sur le nombre

Dans cette deuxième catégorie nous avons regroupé les tâches qui permettent d'opérer sur le nombre en utilisant certains symboles mathématiques. Autrement dit, ce sont des tâches « à la charge » de la calculette ; celle-ci intériorise des techniques permettant de faire effectuer les quatre opérations.

1. Additionner toujours 1 au résultat précédent (1+1=2 ; 2+1=3 ; 3+1=4 ; 4+1=5 ; ...).
2. La cible 20 : si je fais 1+1+1 ... est-ce que j'arrive à 20 ? Et si je fais 2+2+2 ... ? Et avec 3 ? Et avec 4 ?
3. Si je fais 6+6+6+ ... jusqu'à 30 , quels sont les nombres par lesquels « je passe » et quels sont les nombres par lesquels je ne passe pas ?
4. Écrire 1+= et appuyer sur la touche = de manière répétée pour obtenir la suite des nombres avec un intervalle de 1. Même exercice avec 2, 3, ...
5. Avec la racine carrée répétée, réduire à 1 (par défaut) le plus grand nombre inscrit sur la calculette.
6. Le « + 0 » qui ne change pas le nombre (42+0=42 ; 4538+0=4538).
7. Le « - 0 » qui ne change pas le nombre (527-0=527 ; 29-0=29).
8. Le « x1 » qui ne change pas le nombre (5x1=5 ; 86x1=86).
9. Le « x0 » qui transforme le plus grand nombre en 0 (54749863x0=0).
10. Le « ÷ 0 » qui transforme le plus grand nombre en 0 avec Error (65230674:0=0 E).
11. Passage à la dizaine, à la centaine, au millier, à la dizaine de millier avec +1 (9+1=10 ; 99+1=100 ; 999+1=1000 ; 9999+1=10000).
12. Trouver une addition dont le résultat est ... (...+...=6).

Additionner toujours 1 au résultat précédent (tâche 1) ou afficher 1 + = et appuyer sur la touche = de manière répétée pour obtenir la suite arithmétique de raison 1 (tâche 4), sont des tâches similaires qui matérialisent le principe de construction du nombre selon l'axiomatique de Peano rappelée précédemment. C'est autour de ce postulat fondamental et donc de l'exploration de l'algorithme « +1 » que nous avons développé notre expérimentation sur les bandes numériques.

Sur la base de ce qui précède, nous avons investi préalablement des tâches dites de « cible » (tâche 2). Les élèves jouent avec le principe du +1 pour atteindre des cibles numériques. Il est intéressant de remarquer qu'en deuxième enfantine, ce n'est de loin pas admis qu'en faisant 1+1+1+... on puisse atteindre la cible 20. Avec des intervalles de 2, 3 ou 4 c'est encore plus difficile.
La tâche 3 est une variante de ce qui précède. Demander d'additionner 6+6+6+ ... jusqu'à 30, et d'indiquer les nombres par lesquels « on passe » et les nombres par lesquels « on ne passe pas » permet de faire un clin d'œil au champ de multiples d'un nombre.
Une autre « curiosité » de la calculette est représentée par la racine carrée en essayant de réduire à 1 (par défaut) le plus grand nombre inscrit sur la calculette (tâche 5). L'apparition des 0 après la virgule constitue une sorte d' « animation » menant au résultat par défaut de 1.
Les jeunes élèves peuvent observer que certaines opérations ne changent pas le nombre. Ainsi les tâches 6, 7 et 8 surprennent les élèves dans la mesure où le « + 0 », le « - 0 » et le « x1 », même utilisés plusieurs fois et en les combinant, ne changent pas le nombre de départ.
A l'inverse, avec les tâches 9 et 10, les élèves pourront constater que le plus grand nombre possible affiché sur la calculette peut être réduit à 0 en le multipliant ou en le divisant par 0 (pour la division le 0 sera accompagné de la lettre E de Erreur). Certains élèves voudront chercher des grands nombres pouvant « résister » à ces deux opérations. Le débat sera animé !
Nous avons été assez étonnés de constater que des élèves de deuxième enfantine ont des connaissances, certes incomplètes, sur le passage à la dizaine, à la centaine et au millier (tâche 11). Nous leurs avons demandé d'anticiper quel serait le résultat de 9+1=, 99+1=, 999+1= et 9999+1= ... Même cette dernière opération laisse entrevoir des hypothèses sur la valeur positionnelle du nombre. A la fin de cette phase exploratoire il est possible de demander aux élèves de chercher des additions avec un résultat donné (tâche 12). L'enseignant pourra ainsi inaugurer le chapitre de la décomposition du nombre.

5.3. Quelques remarques générales

Nous rappelons que le dispositif préliminaire avec les tâches décrites ci-dessus a pour but de créer une culture de l'utilisation de la calculette. Il s'agit en particulier de donner du sens aux touches du clavier et aux opérations sous-jacentes à travers les algorithmes des « gestes » dont l'importance à été soulignée plus haut.
Ainsi l'entrée dans le nombre avec le support technologique de la calculette a-t-elle été moins difficile que prévue, ce qui nous laisse penser qu'il existe déjà, dans la petite enfance, un rapport au nombre médiatisé par un support technologique. Nous pensons que les pratiques sociales autour des touches du téléphone, de diverses télécommandes, ou de codes d'accès à un immeuble, à un cadenas de vélo, etc. constituent des prémisses sociales à partir desquelles on peut construire, dès le plus jeune âge, des savoirs mathématiques spécifiques à la calculette.

Toutes les tâches décrites dans ce chapitre sont le fruit d'une investigation du milieu potentiel médiatisé par la calculette. Comme telles, elles sont le fruit du jeu que l'expérimentateur peut ou souhaite jouer avec la calculette, mais aussi le résultat du jeu de l'expérimentateur avec le jeu de l'élève et sa calculette. Au fil de ces interactions, le milieu s'enrichit jusqu'à produire une variété de connaissances utiles (Conne, 1992) exprimées dans de brefs débats reprenant certaines remarques spontanées : « on ne peut pas atteindre 17 (sous entendu : en ajoutant des 2) ». A plusieurs reprises, nous avons observé le devenir des différentes connaissances utilisées et donc des savoirs numériques visés. L'utilisation de la version transparente de la calculette a permis de partager avec l'ensemble de la classe ces moments de connaissances et de savoirs. Ces procédures ont été observées lorsque les élèves ont « opéré » sur la calculette transparente qui, nous le rappelons, permet de projeter au rétroprojecteur toutes les opérations effectuées.

6. LES BANDES NUMÉRIQUES : UN JEU DE TÂCHES POUR ABORDER LA NUMÉRATION (DEUXIÈME PHASE)

Le corpus principal développé par cette recherche est représenté par un jeu de tâches[6] sur les bandes numériques. Par bande numérique nous entendons un support matériel constitué par des rouleaux de papier sur lesquels se déroule la suite des nombres entiers naturels.
Les rouleaux de papier pour calculatrices ou caisses enregistreuses (se trouvant facilement dans les grandes surfaces) sont le support idéal : d'une largeur d'environs 5-6 centimètres et d'une longueur pouvant atteindre les 40 mètres, elles permettent de développer des expériences numériques inattendues et rares (quel lecteur aura déjà eu l'occasion d'écrire, une fois dans sa vie, la suite des nombres jusqu'à 1000, 2000 ou plus ?).
L'idée de travailler dans cette perspective a été suggérée par un texte de John Holt, *How children learn* (1967, p. 124-126) dont l'originalité et le caractère essentiel des propos méritent d'être cités en introduction à ce chapitre. Nous en citons ici un extrait traduit en français par F. Conne.

Un jour, c'était la même année, alors que je pensais à cet élève de 5e année qui m'avait dit qu'entre 100 et 200, il y avait 164 nombres entiers, je me suis dit, intuitivement, que les enfants devaient croire que les nombres devenaient de plus en plus denses, si on peut le dire ainsi, alors qu'ils devenaient plus grands ; en bref qu'il y avait plus de nombres entre 900 et 1000 qu'entre 100 et 200. Même s'ils étaient pleins de bon sens lorsqu'il s'agissait de petits nombres, ils commençaient à perdre ce bon sens quand ces nombres devenaient particulièrement grands - ce qui pourrait être vrai aussi pour chacun d'entre nous – et leur tête commençait à nager et leurs devinettes devenir de plus en plus hasardeuses.
Je me suis dit que les élèves de première et de seconde année seraient peut-être intéressés à voir comment les nombres augmentent, ainsi qu'à pouvoir se faire une idée concrète de la taille de certains nombres. Un jour, je me suis procuré un de ces rouleaux de papier que l'on met dans les machines à calculer, l'ai amené avec moi dans la classe de première année, et, sans dire un mot, j'ai dessiné une suite de points sur le rouleau, espacés tous les 3cm environs. Une fois que j'en ai dessiné quelques-uns, je les ai numérotés – 1, 2, 3, 4, 5 – un nombre au-dessus de chaque point. Comme à l'habitude, il n'a pas fallu longtemps pour que quelqu'un vienne regarder ce que je faisais. Ils regardaient un moment puis s'en allaient, et d'autres venaient voir à leur tour. De temps en temps un enfant disait : « Pourquoi tu fais ça ? » Il me semblait que cette question voulait dire : « Allez-vous faire quelque chose avec ça ? » Et je ne répondais pas. Si un enfant demandait de but en blanc s'il devrait lui aussi en confectionner un, je lui disais « Par bonheur, non ! » Durant tout ce temps le nombre augmentait. Le travail s'approchait de 100 et les enfants sont venus me regarder l'écrire. C'était comme ce moment magique où sur le compteur kilométrique de votre voiture, une suite de 9 se change en une suite de 0.
Puis quelqu'un m'a demandé : « Où avez-vous eu ce rouleau ? » J'ai dit le nom du magasin. « Combien ça coûte ? », 25 centimes « Pourrais-je en avoir un ? » J'ai dit « certainement, si tu me donnes l'argent. » J'ai pensé que les choses en resteraient là. Pas du tout, le lende-

6 Notion proposée par François Conne et travaillée au sein du Groupe de Didactique des Mathématiques de l'Enseignement Spécialisé, Société Suisse pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, Lausanne.

main quelques enfants m'ont apporté une pièce pour leur rouleau. Je le leur ai acheté et ils se sont mis au travail. En peu de temps voici qu'une douzaine d'enfants environ, tant de première que de seconde année, travaillaient à leur rouleau de nombres. Quelques-uns se contentaient d'écrire les nombres, sans les espacer soigneusement ; mais d'autres me copiaient en les disposant de manière uniforme. Les nombres augmentaient et augmentaient. Plusieurs enfants en étaient aux centaines. J'ai poursuivi mon propre rouleau – je devais éventuellement coller un nouveau rouleau pour l'allonger, et j'ai poursuivi jusqu'à atteindre 1500 ou quelque chose d'approchant. Mais deux garçons particulièrement intéressés par les nombres et prompts à faire la course, ont emporté leur rouleau à la maison afin de poursuivre leur travail, et m'eurent vite dépassé atteignant environ 2000.

Dans les paragraphes qui suivent nous essayerons d'expliciter comment, sur la base des idées de Holt, nous avons développé un jeu de tâches permettant l'investigation du milieu mathématique relatif à la numération en lien avec la calculette. Les tâches décrites ci-après suivent l'ordre chronologique. Nous précisons que certaines d'entre elles sont le fruit du jeu de l'expérimentateur/enseignant avec le jeu de l'élève et de son propre milieu et donc, que certains « virages didactiques » inattendus s'expliquent par la nécessité d'aller questionner un type de connaissance que l'élève a bien voulu nous montrer à un moment donné.
Nous nous sommes clairement inspirés de John Holt pour démarrer le dispositif.
Un matin, assis à une table, l'un des deux auteurs de cet article, enseignant élémentaire, a commencé à écrire de gauche à droite, sur une bande de carton d'environ 80 cm de longueur et 5 cm de largeur, une suite ordonnée de nombres en commençant par 1, 2, 3, 4, etc. Puisque nous étions dans la période dite « d'accueil » du matin, les élèves arrivaient de manière échelonnée. Les premiers n'ont pas hésité à questionner l'enseignant.

- « Qu'est-ce que tu fais ? »
- « J'écris des nombres ! Tu veux essayer ? »

Ces deux phrases on suffi pour démarrer le dispositif d'investigation. Ce jour-là, au bout de 45 minutes, la majorité des élèves de la classe était penchée sur l'écriture des nombres et inaugurait un travail qui allait durer six mois, soit tout le deuxième semestre de la deuxième enfantine.

Tâche no 1

Sur une bande de carton d'environ 80 cm de longueur et 5 de largeur écrire, de gauche à droite, la suite des nombres en commençant par 1, 2, 3, 4, etc. Quant l'élève arrive au bout de la première bande, il peut en rajouter une deuxième en la collant pour continuer la suite des nombres. En fonction de l'étendue du champ numérique, plusieurs bandes peuvent être collées ensemble. Après chaque nombre on écrit un point (cf. fig. 1).

1. 2. 3. 4. 5.	

Fig. 1

Si l'élève ne peut continuer la suite des nombres parce que ses connaissances numériques s'épuisent, il peut utiliser la calculette en exploitant la touche +1 ou la touche = qui, comme un l'a vu précédemment, ajoute toujours la valeur du deuxième terme de l'addition. Le passage à la calculette est un moment essentiel. Dans notre dispositif l'enseignant propose aux élèves « en panne » d'utiliser la calculette sans pour autant leur suggérer de faire +1. En effet, l'idée était, dans un premier temps, de voir dans quelle mesure les tâches préliminaires décrites dans le chapitre 5, étaient constitutives d'une culture dans l'utilisation de la calculette et surtout de voir si certains principes de la construction du nombre au sens de Peano étaient présents. Or, avec grand intérêt, nous avons constaté que certains élèves (environ un tiers de la classe) n'ont pas hésité à utiliser le +1 pour résoudre l'impasse numérique dans laquelle ils se trouvaient et

continuer sans problème la construction de la bande numérique. Ceci montre que le milieu mis en place dans la phase préliminaire à permis d'activer les connaissances nécessaires, dont l'utilité au sens de Conne (op. cit.) a été reconnue en ajoutant 1 au nombre précédent inscrit sur la bande.
Quant aux élèves ne sachant pas quoi faire avec la calculette, l'enseignant leur a proposé, soit de refaire la bande « avec plus d'élan » soit de reprendre le lendemain la première version. Ce décalage temporel a permis de contourner un certain effet de *saturation du milieu* (C. Del Notaro, thèse de doctorat en cours) qui se profilait de par l'abondance de connaissances que ce milieu génère.
Néanmoins, nous pouvons attester qu'il a suffi de 2 ou 3 leçons sur la même bande, pour permettre à ces élèves de questionner et d'utiliser la calculette dans la perspective du +1. Signe que, pour ces élèves aussi, le milieu numérique convoqué par la calculette était suffisamment fort pour leur permettre de réguler leurs connaissances et donc résoudre la difficulté dans l'avancement de la bande.

Tâche no 2

Avec le même type de bande, l'élève peut construire des suites des nombres dont l'écart est toujours de 2, 3, 5, etc. voire 100 (cf. fig. 2).

3, 6, 9, 12, 15, 18.	

Fig. 2

Les élèves découvrent assez rapidement et non sans un certain effet de surprise, que si on peut avancer de 1 sur la bande on peut aussi avancer de 2, 3, 4 etc. Cette découverte, est très importante dans la mesure ou elle indique à l'élève qu'il peut « faire des économies » sur le nombre de +1 utilisés et surtout d'avancer plus rapidement dans la bande. Ce dernier constat a suggéré à certains élèves d'essayer des grands nombres comme 100, 1000, voire 1 000 000 avec les inconvénients que cela suppose, puisque, par exemple, en utilisant les milliers, les jeunes élèves sont confrontés assez rapidement aux limites de la calculette et au problème de l'écriture des grands nombres – problème familier par ailleurs aux élèves les plus âgés de l'enseignement primaire.
Le principe de l'utilisation de la calculette pour cette deuxième tâche est donc le même que celui décrit pour la tâche 1. Cependant, il est utile de souligner que les élèves sont surpris de constater que quand on fait toujours +2 ou +3 on « ne passe pas forcément par tous les nombres » et qu'il y a des régularités fort étonnantes. Les exemples avec le +2 ou le +5 ont été largement discutée avec les élèves, la redondance de certains nombres ainsi que les différences dues au passage à la dizaine et à la centaine ont été des moments de débat essentiels.

Tâche no 3

Les bandes numériques peuvent être aussi exploitées dans leur dimension verticale. Écrire la suite des nombres du haut vers les bas ou du bas vers le haut de la bande. Cette variante entre en résonance avec les nombres qui augmentent quand on écrit les nombres du bas vers le haut mais elle peut aussi entrer en conflit quand, à l'inverse, on écrit les nombres du haut vers les bas (cf. fig. 3).

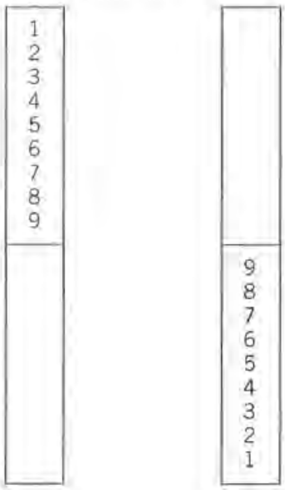

Fig. 3

Comme pour la tâche 2, les suites des nombres peuvent se développer autour d'écarts divers (+2, +3, +4, etc.).
L'expérimentation de la tâche a permis de vérifier que, pour les élèves de 5 ans, le conflit entre la progression numérique et le sens de la progression est bien faible, voire inexistant, ce qui nous amène à supposer qu'il y a une relative indépendance entre le nombre, sa progression et l'orientation de la progression. Toutefois nous devons souligner que peu d'élèves de la classe se sont lancés dans ce type d'expérience préférant une écriture horizontale.
Parallèlement, nous avons constaté que l'écriture verticale est productrice d'une plus grande régularité entre les espaces attribués aux nombres. En effet, si une utilisation horizontale peut donner lieu a des écarts variables entre les points marquant la position du nombre (surtout quand les nombres deviennent de plus en plus grands), une utilisation verticale permet une relative régularité entre les espaces attribués aux nombres puisque la hauteur du chiffre vient réguler les emplacements.

Tâche no 4

La tâche 4 est caractérisée par une variante dans le matériel et s'inspire directement de la démarche de Holt décrite précédemment. Nous abandonnons donc les bandes en carton au profit des rouleaux de papier utilisés pour les calculatrices ou les caisses enregistreuses. Ce support graphique est long d'environ 40 mètres et large de 5 cm. Avec un tel support, les « ruptures » occasionnées par la fin de la bande sont évidemment nettement mois fréquentes. A titre indicatif nous dirons qu'un rouleau de papier de 40 mètres permet de couvrir une fois et demi le périmètre d'une salle de classe de taille moyenne. De même que, en fonction de la taille de l'écriture, un élève de 5/6 ans peut atteindre facilement la valeur numérique de 800, voire du millier.
L'idée principale développée ici est de reprendre les tâches précédentes (1, 2 et 3) pour les appliquer à ce nouveau support et montrer que travailler sur de longs rouleaux de papier favorise l'exploration et la continuité numérique. Nous faisons l'hypothèse que la conjonction de ce nouveau support avec l'utilisation de la calculette, et plus particulièrement de la connaissance +1, permettra une exploration très poussée du champ numérique.
Par ailleurs, la spécificité du support matériel a permis le développement de nouvelles tâches que voici.

Tâche no 5

Sur un bout de bande de papier l'élève écrit les nombres entre 0 et 30. L'élève indique à l'enseignant la quantité de papier nécessaire, soit la longueur du bout de bande nécessaire qu'il lui faudra pour écrire la suite des nombres jusqu'à 30.
Avec cette tâche on essaye de croiser un segment numérique avec la représentation de l'espace nécessaire pour écrire les nombres jusqu'à 30. Or, il est intéressant de remarquer que les premiers bouts de bande demandés étaient généralement insuffisamment longs pour écrire les nombres et que, tout au plus, les élèves essayent de réguler « à l'œil » la longueur des autres bandes. Ce n'est que vers 10-11 ans que l'on a pu observer des stratégies de pliage pour déterminer la longueur « exacte » de la bande nécessaire pour écrire les nombres, par exemple entre 1727 et 2050. Au cycle élémentaire les stratégies perceptives restent largement déterminantes.

Tâche no 6

La même tâche peut être répétée en changeant la valeur de la variable numérique : écrire les nombres entre 100 et 130. De même que l'avait remarqué Holt, nos élèves eux aussi pensent qu'il y a plus de nombres entre 100 et 130 qu'entre 0 et 30 ! Ceci est confirmé par la longueur des bouts de papier demandés.
Toutefois, il nous semble important de relever que, dans ce cas de figure, l'utilisation de la calculette a un réel impact sur les connais-

sances sous-jacentes. En effet, quand on demande aux élèves « est-ce que l'on appuie autant de fois sur la touche +1 ou = quand on écrit les nombres entre 0 et 30 que quand on écrit les nombres entre 100 et 130 », on remarque des effets de surprise permettant des régulations substantielles aux connaissances numériques.

Tâche no 7

Écrire l'ensemble des nombres naturels contenus entre deux nombres établis. Par exemple : entre 5 et 15, 20 et 52, 99 et 102. L'enseignant/expérimentateur prépare les bandes nécessaires en veillant à croiser l'étendue du champ numérique recherché et la longueur des bouts de papier (cf. fig. 4).

99. 100. 101. 102.	99. 100. 101. 102.

Fig. 4

Avec cette tâche, les élèves sont confrontés à nouveau avec le croisement de la variable « nombre de nombres » et la variable « longueur » de la bande. La difficulté majeure réside dans l'espacement régulier des nombres, surtout sur des bouts de papiers très longs. Comme nous l'avons déjà relevé plus haut, les élèves de deuxième enfantine peinent à compenser le peu de nombres avec des espacements plus grands afin d'utiliser la totalité du papier. Les démarches observées convergent vers une écriture concentrée des nombres au début de la bande. Comme pour l'épreuve piagétienne de *la conservation du nombre*, ce type d'élève n'est pas encore en mesure de construire une relation entre le nombre d'objets et l'espace de la bande de papier.
La calculette permet cependant de savoir exactement combien de nombres comporte le segment. Ainsi, par exemple, l'élève est en mesure de savoir qu'entre 99 et 102 il y quatre nombres, y compris les extrêmes mais qu'à partir du premier 99 il ne faut que trois « pas » de calculette pour atteindre 102. Nous pensons que ce type d'exploration constitue une excellente préparation au domaine des opérations.

Tâche no 8

Sur une bande de 0 à 40 dont les nombres sont distribués à distance égales les uns par rapport aux autres, demander aux élèves de faire des plis exactement sur des nombres choisis. Les plis peuvent être proposés à la moitié (20), à la moitié de la moitié (10), sur les dizaines, ou sur tout autre nombre choisi entre 0 et 40.
Ce type de tâches a l'avantage de poser la question du partage, en parties égales ou non, des nombres. De surcroît, on peut faire un clin d'œil aux diviseurs d'un nombre en proposant de plier en deux, quatre, dix et vingt parties égales la bande en papier.
Du côté de la calculette, nous avons traduit cette tâche en demandant aux élèves s'il est aussi possible de « plier les nombres » s'affichant à l'écran. Généralement, des difficultés de représentation empêchent les jeunes élèves de faire le rapprochement avec ce qui a été fait avec le support en papier, cependant certains d'entre eux n'hésitent pas à opérer sur le nombre pour le réduire, notamment en soustrayant un ou plusieurs nombres. Ainsi, sur une bande de 10, quelques élèves sont en mesure d'affirmer qu'on peut idéalement la plier sur 8 en soustrayant 2 et sur 6 en soustrayant encore une fois 2.

Tâche no 9

Sur le même type de bande numérique préétablie, demander aux élèves de colorier un nombre choisi : par exemple 7. Les élèves doivent montrer, sur la bande, en la coloriant, où commence et où se termine, par exemple, le nombre 7, puis le nombre 8, le nombre 9, etc.
Les investigations à ce propos montrent que les élèves situent le commencement du nombre 7 à peu près à la moitié de l'espace entre 6 et 7 (soit 6.5) de même qu'il semble se terminer à peu près entre 7 et 8 (soit 7.5). Les débats générés par ce genre de question, permettent de faire une incursion fort intéressante du côté de la représentation du nombre

chez le jeune enfant. Ces représentations peuvent être questionnées à la lumière de ce qu'on voit sur la calculette. A ce propos, nous rappelons au lecteur que dans la phase préliminaire nous avons invité les élèves à réduire à 0 un nombre N en utilisant la fonction *racine carrée* de manière répétée. Une confrontation aux nombres à virgule a été alors possible. Bien que de manière confuse, cette confrontation a ressurgi pour certains élèves qui n'ont pas hésité à dire qu'entre 7 et 8 il y a d'autres nombres !

Tâche no 10

Sur un bout de bande en papier de longueur variable l'enseignant détermine un nombre de départ, par exemple 5. L'élève ajoute sur la bande tous les +1 nécessaires pour atteindre 9. La calculette permet de contrôler le nombre de +1 utilisés (cf. fig. 5)

5 +1 +1 +1 +1

Fig. 5

Avec cette nouvelle tâche on inaugure les opérations additives dans leur forme canonique. Parmi les procédures observées (sans calculette) nous retiendrons le *surcomptage* qui consiste à faire correspondre le +1 avec le premier terme de l'addition. La calculette permet une régulation intéressante dans la mesure où, en affichant à chaque fois le résultat intermédiaire, elle permet à l'élève de dénombrer le nombre de gestes nécessaires pour atteindre 9.

Tâche no 11

Dans un deuxième temps, et en lien avec la tâche précédente, les élèves procèdent en ajoutant les +1, les +2, les +3, les +4, etc. nécessaires pour atteindre un nombre donné : par exemple 20 en partant de 5. Ici aussi la calculette permet de contrôler les différents ajouts opérés. Une variante possible de la tâche, consiste à déterminer à l'avance le nombre d'opérateurs utilisables, ainsi ou pourra demander aux élèves d'atteindre 20, en partant de 5, avec seulement deux ou trois additions.
La longueur de la bande peut aussi intervenir en tant que régulateur de l'utilisation des nombres : un tout petit bout de papier oblige les élèves à utiliser des nombres plus grands et donc plus économiques pour atteindre le nombre souhaité, (cf. fig. 6), alors qu'un bout de bande long permettra de jouer avec plusieurs petits opérateurs.

5+7+6+2

5+2+1+2+3+2+1+2+1+1

Fig. 6

Tâche no 12

La douzième tâche clôt le jeu de tâches sur les nombres, les bandes numériques et la calculette. Le support *bande* de papier n'est plus vraiment indispensable et une feuille blanche peut aussi être utilisée à la place. Comme pour la tâche précédente, à un nombre de départ choisi, par exemple 3, l'élève ajoute le nombre qui permet d'atteindre une cible, par exemple 10. L'élève n'a maintenant qu'un seul choix, ce qui l'oblige à trouver le complément qui, ajouté à 3, lui permet d'atteindre la cible 10. On est ici typiquement dans les tâches de recherche de complément d'un nombre, tâches par ailleurs très investies à l'école élémentaire. Deux stratégies se côtoient : la première et la plus répandue, consiste à chercher, parfois un peu au hasard, le bon nombre qui permet d'atteindre la cible, les estimations venant, dans un deuxième temps, réguler le choix du complément. La deuxième, plus élaborée, permet à quelques rares élèves de faire des soustractions pour rechercher le complément numérique nécessaire pour atteindre la cible 10.

7. CONCLUSIONS

Ce dispositif de recherche sur la calculette nous permet de conclure sur quatre idées principales :

1. **L'utilisation de la calculette est possible à l'école élémentaire** : au moment où nous nous sommes penchés sur la question initiale, à savoir s'il était possible de faire travailler de jeunes élèves sur ce support technologique en lien avec la construction du nombre, nous ne pouvions que faire des hypothèses inspirées de conclusions positives sur des travaux menés dans d'autres ordres d'enseignement, mais en aucun cas nous n'étions en mesure de faire des prévisions quant à la réussite du projet d'autant plus qu'il n'y a pratiquement pas, à notre connaissance, de travaux et de littérature spécifique à l'utilisation de la calculette avant l'entrée à l'école obligatoire (voir cependant Wheatley & Shumway, 1992). Cette recherche nous permet d'affirmer que la calculette favorise le travail de la construction du nombre dans les petits degrés ; la calculette est porteuse d'un très fort potentiel mathématique encore inexploré dans les démarches d'enseignement dans les degrés élémentaires.

2. **La calculette comme milieu numérique** : en introduction à cet article nous avons avancé l'hypothèse que la calculette n'est pas qu'un simple outil de calcul, mais qu'elle peut être considérée comme une interface contraignante entre le milieu mathématique (et plus particulièrement numérique) de la situation et les connaissances de l'élève. En d'autres termes, on peut considérer la calculette comme le dépositaire de modélisations mathématiques pouvant rencontrer la connaissance des élèves et donc fournir un caractère d'utilité aux connaissances. Si l'on admet donc que la calculette est porteuse de contraintes, on admettra aussi qu'elle peut constituer un réservoir généreux de modèles mathématiques que la connaissance de l'élève saura élire en savoir. C'est pour cela que nous répondrons à la question sur les avantages de l'utilisation de la calculette par rapport aux méthodes usuelles de l'enseignement du nombre, en soulignant la portée et la richesse des modèles proposés par cet instrument. Autrement dit, nous pensons qu'une démarche papier / crayon n'aurait pas permis de développer autant de tâches ni a fortiori d'explorer aussi finement et abondamment les relations entre les nombres.

3. **Les bandes numériques pour interroger la suite des nombres** : la lecture du texte de John Holt a été un tournant déterminant dans notre dispositif de recherche. En effet, nous avons pu conjuguer son idée originale de bande numérique avec les potentialités offertes par la calculette notamment en ce qui concerne le principe du +1, dont le modèle de Peano en relate toute la complexité. Nous pensons donc que les bandes numériques, en lien avec la calculette, sont un excellent moyen pour les élèves de l'école élémentaire de questionner la suite des nombres ainsi que les relations entre ces derniers. Des travaux ultérieurs à ce dispositif de recherche confirment que la bande numérique est, pour les élèves, un enjeu passionnant qui résiste dans le temps dans la mesure où la tâche ne finit jamais. En tant que chercheurs, nous avons été, à plusieurs reprises, surpris de voir que des élèves d'à peine de 5 ans se « baladent » dans les centaines, voire les milliers avec beaucoup d'aisance et que leur travail peut se renouveler pendant plusieurs semaines sans perdre de sa vigueur. Nous réaffirmons donc que l'alliance entre la bande numérique et la calculette constitue un milieu extrêmement porteur pour la connaissance des nombres.

4. **Le Jeu de tâches : un enjeu pour la recherche**. Par cette notion, nous identifions les relations existant entre les tâches

issues du jeu de l'expérimentateur avec le milieu et les tâches issues du jeu de l'expérimentateur avec le jeu de le l'élève et son milieu, dans le but d'investiguer ses potentialités. Ce point de vue est déterminant dans la mesure où il permet d'étudier très finement la nature des objets du milieu mathématique offert par la conjonction de la calculette et des bandes numériques dans la construction du nombre. Il permet également l'exploration de différentes variables didactiques. La notion de jeu de tâches, permet par ailleurs de ne pas se confiner dans une analyse dichotomique en termes de réussite/échec des productions d'élève, mais de considérer la connaissance des élèves comme le produit de l'interaction avec le milieu mathématique de la situation. En d'autres termes, la notion de jeu de tâche permet de porter un regard différent sur l'élève : d'acteur de sa propre réussite ou de son propre échec il devient le révélateur d'un milieu mathématique dont l'organisation répond à des règles et des principes précis.

8. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AUCKENTHALER Y., (2004), *Jouer la surprise, oui mais comment ? Analyse de jeux de tâches géométriques et de leurs moments de surprise*, Mémoire de licence, Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, Université de Genève.

BRAINERD C. J., (1973), *Mathematical and behavioural foundations of number. The journal of General Psychology*, n° 88, pp. 221-281.

BRIAND J., (1999) Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19.

BROUSSEAU G., (1986a), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, n° 2, pp. 33-115.

BROUSSEAU G., (1986b), La relation didactique: le milieu, *Actes de la 4e école d'été de didactique des mathématiques*, pp. 54-68, Ed. IREM de Paris 7.

BROUSSEAU G., (1990), Le contrat didactique: le milieu, Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 9, n° 3, pp. 309-336.

BROUSSEAU G., (1998a), Le contrat didactique: l'enseignant, l'élève et le milieu, In N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield (Eds), *Théorie des situations didactiques*, (chap. 5) pp. 299-327, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CONNE F., (1992), Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 12, no 2.3, pp. 221-270, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CONNE F., (2004), Jouer la surprise, *l'Educateur*, no. 7.

DEL NOTARO, C., (En préparation), *De l'idée générale de division à celle spécifiée de divisibilité. Exploration du milieu mathématique et expérimentation à l'école primaire.* Thèse de doctorat en cours.

FAYOL M., (1990), *L'enfant et le nombre*, Ed. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel.

GROUPE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT SPECIALISE, (2003), Cahiers ARDM & IREM Paris VII, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, Ed. V. Durand-Guerier et C. Tisseron, LIRDHIST, Université Claude Bernard Lyon1.

HOLT J., (1970), *How children learn*, Dell publishing co inc, New York, (première édition Pitman Pub. Co, 1967), pp. 124-126. Traduction française : F. Conne.

LAKOFF G. & NUÑEZ, (2000), *Where Mathematics comes from : How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New York.

WHEATLEY, G., & SHUMWAY, R., (1992), The Potential for Calculators to Transform Elementary School Mathematics, In J. T. Fey (Ed.), *Calculators in mathematics education* (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 1-8), Reston, VA: NCTM.