

À L'ÉCOLE OBLIGATOIRE LA CALCULATRICE PEUT-ELLE CONTRIBUER À L'APPRENTIS- SAGE DES MATHÉMATIQUES ?

Ruhal Floris, FAPSE, Université de
Genève et Collège Voltaire.

L'un des enjeux de la nouvelle édition de Mathématiques 5^e et Mathématiques 6^e est de faire évoluer les attitudes et les conceptions dans le domaine des outils de calcul pour que la calculatrice y trouve sa place, en tant qu'instrument de calcul, pour effectuer ou valider des opérations, et en tant qu'objet d'investigation scientifique, par exemple pour découvrir de nouveaux nombres ou de nouvelles relations.

Mathématiques 6^e année, édition 2002
Méthodologie – Commentaires
Introduction, pp 22 et 23

C'est un aveu : après plus d'une vingtaine d'année, la calculatrice cherche ainsi encore sa place à l'école obligatoire, puisque les auteurs estiment nécessaire de « faire évoluer les attitudes et les conceptions. » Constat qu'effectuait déjà Bruillard en 1994, à propos de la France :

Malgré leur usage quotidien hors de l'école, les calculettes s'intègrent encore difficilement dans les activités scolaires et les enseignants ignorent souvent que leur utilisation fait partie des objectifs de l'école élémentaire. L'un des obstacles majeurs semble être de nature sociale et concerne l'idée que se font les instituteurs du rapport entre ces outils et les techniques de calcul auxquelles ils se substituent partiellement. Une analyse de leurs opinions par entretiens et question-

naires montre leur méfiance vis-à-vis des calculettes et leur volonté d'en contrôler et d'en limiter l'usage. La prise en compte du statut social de l'usage des calculettes conduit à les intégrer comme auxiliaires de résolution et non en tant qu'outils pédagogiques. Néanmoins, si la généralisation de leur usage semble souhaitable, l'articulation avec les bases du calcul reste encore à expliciter.

La difficulté de cette articulation se ressent lors de la lecture du livre du maître de 4P qui enjoint l'enseignant à initier l'élève à effectuer le choix le plus judicieux du moyen de calcul à utiliser (ce que préconise également le plan d'étude) qui précise que

...l'instrument devrait être mis à l'écart durant les phases d'entraînement au calcul algorithmique, d'acquisition de certains automatismes, de mémorisation des répertoires additif et soustractif.

Et finalement

...c'est le bon sens qui doit permettre de déterminer spontanément, pour l'élève et pour l'enseignant, l'opportunité d'utiliser la calculatrice.

Pour différentes raisons, la question des calculatrices à l'école obligatoire est actuellement « sensible ». Des considérations relevant de la transposition didactique permettent de mettre en évidence une modification du statut institutionnel des différents moyens de calcul. La légitimité sociale des algorithmes écrits « en colonnes » est en diminution lente mais inexorable : alors que, jusque dans les années 1970, leur maîtrise était socialement fondamentale, car indispensable dans de très nombreux contextes. On ne peut pas en dire autant maintenant, l'argument « pouvoir vérifier sans machine le montant de ses achats » étant assez « artificiel ». Les réformes récentes promeuvent explicitement le calcul réfléchi et la calculatrice, avec les précautions que les citations ci-dessus illustrent. Par ailleurs, dans certains cantons, tous les élèves de 10 ans reçoivent une calculatrice, en même temps qu'ils reçoivent un compas et un dictionnaire.

INTENTIONS	OUTILS DE CALCUL	COMPÉTENCES ATTENDUES	PROGRESSION
	calcul réfléchi algorithmiques	Utiliser des propriétés des opérations et du système de numération pour effectuer des calculs de façon efficace.	1 2 3 4 5 6
	addition soustraction multiplication division	Utiliser des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace.	
	calculatrice repertoires mémoires	Accepter ou refuser l'affichage d'un résultat par estimation de l'ordre de grandeur ou le sens des propriétés des opérations.	
	addition soustraction multiplication	de $8 \times 0,49 \times 3$ de $0,049 \times 3$ de $0,049 \times 3$	
		Temps de consécution Temps de compréhension de l'opération et de consécution	
		La compétence est maîtrisée ou pas	

Fig 1. Extrait du plan d'études officiel romand

En outre, logiciels mathématiques et ordinateurs mathématiques de poche sont en intégration croissante dans l'enseignement secondaire supérieur et dans l'enseignement professionnel, légitimés par une utilisation croissante tant chez les mathématiciens eux-mêmes dans le cadre de leurs recherches (voir le rapport Kahane, ch. 1 et p. 187) que dans la société. Ces différents éléments contribuent à rendre nécessaire la réorganisation de l'utilisation des moyens de calcul à l'école. Dans cet article, nous nous proposons de montrer que certains travaux récents de didactique des mathématiques peuvent aider à mieux comprendre la nature des obstacles évoqués par Bruillard et par les auteurs des moyens d'enseignement romands de 5^e et 6^e primaire. C'est à partir d'une telle compréhension que pourront être construits des instruments de pilotage de la transformation des rapports au calcul qui iront au delà d'une invocation du « bon sens spontané » comme dans la citation ci-dessus. Au delà du diagnostic, nous aimerions également convaincre le lecteur des opportunités qu'offre la calculatrice comme authentique vecteur de savoir mathématique. Nous avons principalement retenu quatre thèmes: la relation entre technique et sens, l'instrumentation didactique, les notions de milieu et celle de mini-culture. Les deux premiers permettent de comprendre certaines

difficultés, alors qu'avec les deux derniers nous proposons un cadre théorique permettant d'évaluer les potentialités d'apprentissages d'activités instrumentées.

Technique et légitimation de la technique

Dans l'enseignement des mathématiques, on a longtemps distingué deux volets: celui de la technique et celui du « sens ». La maîtrise de la technique opératoire se trouvait ainsi souvent séparée, voire opposée à la question du choix de l'opération dans une situation précise, à l'occasion d'un problème par exemple. Les réformes récentes mettent en exergue la résolution de problèmes, le travail de la technique devant de moins en moins se faire pour lui-même. Néanmoins, lorsque le plan d'études précise « Choisir l'outil de calcul le mieux adapté à la situation et à ses propres compétences », il perpétue la distinction entre technique et sens. Il en va de même pour les pourfendeurs de la calculatrice, lorsqu'ils exigent, avant toute utilisation, « une maîtrise complète de la tâche sans machine » (Delord, 2000). Depuis une dizaine d'années, des recherches de didactique des mathématiques en nombre croissant mettent en évidence l'aspect dialectique

tique des relations entre technique et « sens ». Pour aborder ce sujet, précisons tout d'abord ce que l'on entend par « sens », en se référant à la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau. Selon cet auteur le sens d'une connaissance mathématique correspond à l'ensemble des situations dans lesquelles cette connaissance permet d'agir de façon efficace.

Un exemple nous permettra d'illustrer simplement le phénomène. Considérons les deux façons suivantes d'effectuer l'opération $1012-82$?

1^{re} façon: par calcul « réfléchi »

$$\begin{aligned} 1012-82 &= 1000+10+2-80-2 = \\ 900+110+2-80-2 &= 900+110-80+2-2 = \\ 900+30+0 &= 930 \end{aligned}$$

2^e façon: utilisation de l'algorithme « en colonne »

	9	11	
1	0	1	2
-		8	2
	9	3	0

Ces deux différentes techniques permettent d'obtenir le résultat cherché, mais la légitimation des différentes étapes du processus ne se fait pas de la même façon, bien qu'il y ait équivalence du point de vue mathématique. Dans le premier calcul, un calcul « réfléchi », il est fait explicitement appel à la décomposition des nombres en milliers, centaines, dizaines, unités, qui fonde l'écriture positionnelle, ainsi qu'à des propriétés des opérations (associativité, commutativité).

La seconde technique peut se dérouler comme une recette, très localement, sans décision relative à la décomposition des nombres : « ...de 8 à 1 je ne peux pas, je vais chercher à gauche, zéro, je ne peux rien prendre, à gauche encore 1, je soustrais 1 et je mets 9 à droite puis j'ajoute 10 encore plus à droite. » La technique s'appuie sur l'inscription des unités, dizaines, centaines, etc. dans le diagramme en colonne.

A qui douterait de l'importance de cette différence, nous proposons d'effectuer ainsi en colonnes la soustraction $301203-3254$ puis de rédiger le calcul réfléchi correspondant le mieux possible au calcul effectué en colonne (on doit y retrouver les nombres correspondants à toutes les transformations effectuées, ainsi dans le calcul ci-dessus on retrouve 900 correspondant au « 9 » sur la 3^e colonne depuis la droite et 110 correspondant au « 11 » sur la 2^e colonne). Nous avons souvent constaté que cet exercice peut être difficile pour de nombreux adultes, des étudiants futurs instituteurs, par exemple.

Mais quelle relation avec le « sens » ? On peut associer au calcul proposé ci-dessus une situation correspondant au retrait de 82 objets d'une collection de 1012 et le calcul réfléchi peut être considéré comme la description précise d'une procédure permettant d'effectuer ce retrait : partager les 1012 objets en groupes de 900 et 110 et 2, etc. Ce n'est pas le cas du calcul algorithmique en colonne. L'utilisation de la touche (=) de la calculatrice pour effectuer la soustraction $1012-82$ correspond à une technique encore moins transparente que cette dernière, puisqu'elle n'est pas publique.

On accorde cependant pratiquement la même confiance à ces trois techniques, mais cette confiance n'est pas de même nature. Dans les deux derniers cas, cette confiance n'est pas (pour l'élève, pour l'utilisateur de la calculatrice) de nature mathématique, mais tout d'abord sociale. Il s'agit d'objets institutionnalisés et reconnus. Ainsi la confiance dans les résultats de la calculatrice s'apparente à celle que l'on a lorsque l'on prend un ascenseur. Dans le cas de l'algorithme en colonne, à cette confiance d'ordre social s'ajoute une confiance « didactique », construite à travers l'apprentissage. Pour beaucoup d'élèves et d'adultes, l'opération finit par s'identifier à la technique. Quant au calcul réfléchi, il est moins « institué » socialement, sa légitimité est d'ordre mathématique et la construction de la confiance se base sur les diverses connaissances numériques en jeu dans le calcul, connaissances qui prennent appui sur une

construction mathématique, celle des nombres entiers. Cette construction nécessite un travail didactique particulier à travers des phases de formulations et de validations. Ce type de travail est illustré dans l'article de ce numéro concernant la calculatrice à l'école élémentaire. La notion d'organisation mathématique, introduite par Chevallard (1997, 1999) permet de prendre en compte ces différents aspects : dans les trois cas ci-dessus, pour un même type de tâches, technique, discours sur la technique et théorie (présente dans le dernier cas uniquement) sont distincts.

Instrumentation

Qui ne s'est pas senti complètement perdu face à un distributeur de tickets d'autobus d'une ville inconnue ? Toute utilisation d'un artefact électronique exige une certaine instrumentation qui permet de donner du sens aux gestes que l'on fait. A fortiori, l'utilisation d'un artefact complexe pour effectuer certaines tâches telles que résoudre des problèmes mathématiques ne va pas sans adaptation. En étudiant les interactions entre homme et machine, Rabardel (1995) a introduit le concept d'instrumentation qui a été repris dans le cadre de la didactique des mathématiques. Cette question dépasse de loin celle qui concerne le mode d'emploi de l'outil (quelle touche appuyer pour...). En effet, la calculatrice peut donner l'illusion d'une certaine transparence, comme lors de son utilisation pour effectuer une addition de nombres entiers, alors que la surprise n'est pas loin ainsi que le montre des exemples (fig. 2, 3 et 4) que nous proposons en utilisant une calculatrice graphique très répandue (son fonctionnement arithmétique est équivalent à celui de la calculatrice offerte à tous les élèves de 5^e année genevois¹):

1 Il s'agit de la TI34II et la calculatrice graphique est la TI83Plus.



Fig. 2. Le second exemple (à droite) montre que des réponses inattendues (pour l'élève) ne surviennent pas uniquement dans des situations « limites » comme celle du premier exemple.

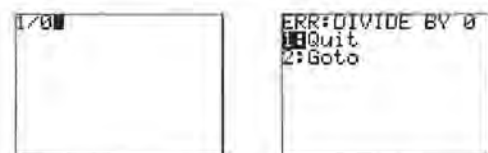


Fig. 3. La division par zéro produit évidemment une réponse demandant une interprétation.

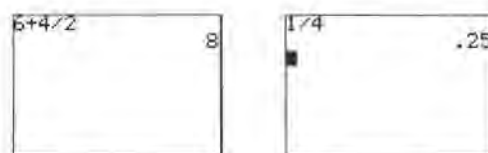


Fig. 4. Il peut y avoir conflit entre les manières de calculer ou d'écrire les nombres.

On le voit, dans la plupart des cas, l'utilisateur est confronté à des choix de la machine, souvent liés à des contraintes informatiques, mais correspondant à des réponses interprétables mathématiquement. Ce qui signifie qu'il est fait appel aux connaissances mathématiques de l'utilisateur. Le processus cognitif d'instrumentation consiste justement à construire ce lien entre actions de la machine et interprétation par l'utilisateur. De plus, il y a souvent intrication entre connaissances mathématiques et informatiques. C'est le cas, par exemple, lorsqu'il s'agit de rendre compte des deux réponses de l'écran de la figure 5a, où interviennent à la fois l'arrondi (le « 7 » à la fin) et la prise en compte de décimales supplémentaires cachées qui expliquent que la multiplication 0.16666667×6 donne à la calculatrice le résultat de 1 que l'on n'obtient évidemment pas « à la main ». Nous rencontrons régulièrement des adultes qui pensant en fait que la calculatrice « sait » que le nombre est périodique.

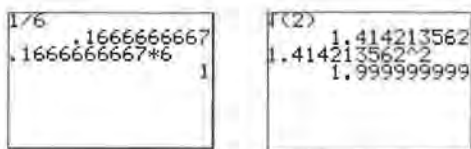


Fig. 5a et 5b. Le problème des arrondis.

On retrouve une situation analogue en travaillant avec la racine carrée, puisque, quelle que soit sa précision, la machine ne pourra pas écrire ce nombre comme un nombre décimal (fini) (fig. 5b). L'effectuation des multiplications de vérification par un calcul papier/crayon (le début suffit) permet de mettre en cause ces résultats, ce qui renverse la relation traditionnelle: calcul à la main puis vérification à la machine. Ces premiers exemples correspondent à une utilisation pédagogique minimale de la calculatrice, qui est souvent ignorée. Une intégration didactique plus importante accroît le nombre de techniques à disposition de l'élève qui pourra par exemple effectuer plus facilement des additions ou des soustractions répétées plutôt que des multiplications ou des soustractions. La calculatrice se révèle ainsi un peu comme un loup dans les pâturages alpins et l'on peut comprendre une certaine tendance à tenir la laisse bien serrée.

Un exemple au niveau secondaire inférieur: les trois nombres consécutifs.

L'activité suivante est souvent proposée en 9^e année comme exemple de travail du « sens » du calcul littéral :

Choisir trois entiers relatifs consécutifs a , b et c ; calculer $b^2 - ac$. Que constatez-vous ? À partir de votre observation, et après avoir éventuellement calculé la valeur de l'expression algébrique $b^2 - ac$ pour d'autres valeurs entières consécutives a , b et c , formulez une conjecture à propos de cette expression. L'activité peut être menée sans calculatrice, les élèves établissant facilement la conjecture et trouvent parfois par eux-mêmes la démonstration une fois qu'on leur suggère d'écrire b et c à partir de a . Les élèves ne choisissant pas spontanément des nombres négatifs, une première relance peut également être propo-

sée en leur demandant de le faire. Demandons leur ensuite de prendre leur calculatrice et d'observer ce qui se passe en prenant comme premier nombre la valeur $a = 100000$! Bien que la démonstration avec les lettres a été faite au tableau noir, de nombreux élèves seront alors d'accord avec l'affirmation selon laquelle la propriété n'est pas vraie pour ces nombres là: l'objet mathématique-social « calculatrice » l'emporte sur l'objet mathématique « calcul algébrique » ! Les exemples fournis permettent de se rendre compte que la question de l'instrumentation, qui se situe au niveau de l'élève, conduit à la question du « pilotage » didactique au niveau de l'enseignant. Ce pilotage, qui s'avère délicat, est étudié en didactique en liaison avec la notion de « milieu », qui est en quelque sorte l'objet sur lequel travaille l'enseignant, que nous allons présenter brièvement.

Balises théoriques : Milieu didactique, calculatrice, mini-culture.

Peut-on considérer la calculatrice comme un milieu d'apprentissage ? Dans le cadre de la théorie des situations (Brousseau), un milieu d'apprentissage est constitué, en situation didactique, de différents éléments permettant un apprentissage visé par l'enseignant dont, en particulier, des résultats d'actions de l'élève tels que des calculs, des dessins ou des manipulations.

C'est dans le milieu d'apprentissage que se situe la possibilité de faire le lien entre ce qui a été proposé par le maître et ce que l'élève a réalisé. Ce lien peut être une simple évaluation (vrai ou faux) ou une discussion de validation portant sur les résultats observés. À ce titre, les résultats d'actions effectuées à la calculatrice peuvent faire partie de ce milieu. En elle-même, la calculatrice ne constitue pas un milieu, pas plus qu'un calcul isolé effectué avec crayon et papier. Un lien doit être construit et on a donc également pu parler d'instrumentation didactique, c'est-à-dire d'une prise en charge officielle en classe de

l'utilisation de la calculatrice. Reprenons l'exemple $999999999+1$ qui fournit sur la calculatrice « genevoise » la réponse $1, \epsilon 10^{10}$. Sans un travail préalable d'enseignement, cet élément ne fait en principe pas partie des éléments objectifs du milieu d'apprentissage. L'enseignant, qui doit avoir réponse à tout ce qu'il a contribué à provoquer - c'est le contrat didactique - ne pourra que donner une réponse évasive à la question d'un élève « trop » curieux. Une instrumentation didactique qui prendrait en compte cette réponse serait relativement complexe. Elle inclurait un travail sur le nombre de chiffres d'un nombre entier, travail menant à des petits théorèmes, tels que « en effectuant une addition, le nombre de chiffres n'augmente pas ou augmente de 1 ». C'est bien entendu avec la multiplication que ce travail se révélerait le plus intéressant : pour quel type de multiplication le nombre de chiffres du résultat correspond-il à la somme du nombre de chiffres des multiplicandes ?

Une étude de ce type, isolée, n'aurait qu'un intérêt anecdotique. Elle ne peut prendre son sens que dans le cadre d'une organisation mathématique comprenant un travail technique légitimé par les mathématiques, avec des fondements théoriques. Dans ce cas, ces fondements correspondent à l'écriture positionnelle des nombres en base dix et à toutes les propriétés mathématiques sur lesquelles elle s'appuie, particulièrement celles de la structure d'anneau. C'était bien le projet du plan d'études des années 1970, avec le travail sur les différentes bases, et peut-être a-t-on jeté le bébé avec l'eau du bain : une organisation mathématique ne se réimplante pas du jour au lendemain dans un cursus (ne pas comprendre ici que nous préconisons le retour en classe du calcul en bases différentes de dix, ni l'introduction de l'étude des anneaux !).

Pour en revenir à la notion de milieu d'apprentissage, observons qu'il ne peut fonctionner durablement sans la présence de ce que nous appelons une mini-culture, formée d'un vocabulaire, décrivant des actions et des pro-

priétés relativement aux résultats de ces actions (par exemple : « en ajoutant plusieurs fois le même nombre pair, on obtient toujours un nombre pair »). Nous insistons sur la notion de résultats matériels, qui peuvent être des objets ou des traces sur un tableau noir, sur du papier, sur l'écran d'une calculatrice. Ce milieu matériel est indispensable en vue du rappel des actions effectuées et pour l'élaboration de conjecture. L'étude du déroulement de la « Course à vingt » (Brousseau, 1986) met en évidence ce rôle du milieu. A cet égard, l'utilisation de calculatrices conservant l'affichage et la mémoire des opérations effectuées est très importante, ainsi que la possibilité d'en présenter le résultat à l'ensemble de la classe en utilisant une calculatrice adaptée (transparente pour rétroprojecteur ou en reliant la calculatrice à une tablette de rétroprojection). Les travaux de Trouche (2002), de Artaud (2003) et de Kieran (2003) en particulier, montrent l'importance de l'exploitation didactique des éléments du milieu.

Intégration de logiciels mathématiques en classe

La construction de milieu d'apprentissage intégrant des logiciels mathématiques (quelle que soit leur implémentation : calculatrices, ordinateurs de poche, ordinateurs de table) ne va pas sans le développement d'une mini-culture. Les possibilités d'intégration vont cependant dépendre de la capacité de cette mini-culture à s'intégrer à celles existant déjà en classe de mathématiques. Assude (2003) a mis en évidence cet aspect dans le cas d'un travail sur les quadrilatères avec Cabri-Géomètre. Le rôle des propriétés mathématiques s'est révélé structurant et l'intégration a été facilitée par la création d'une interface didactique entre le travail à l'ordinateur et le travail papier/crayon correspondant à l'historique des constructions effectuées. En ce qui concerne l'intégration des calculatrices, elle pourrait s'articuler autour des propriétés mathéma-

tiques évoquées ci-dessus, liées à l'écriture positionnelle des nombres. Le calcul réfléchi en ligne peut jouer le rôle d'interface décrivant la programmation à effectuer sur la calculatrice. A cet égard, il conviendrait dans cette culture d'introduire une distinction entre le signe « = » et l'effectuation du calcul, « ENTER ». Il va de soi que l'utilisation d'un même modèle de machine pour tous les élèves est ici indispensable.

Deux exemples permettront d'illustrer encore la notion de mini-culture.

Introduction de la multiplication

Définie comme addition répétée, plus précisément comme la façon de commander la machine pour qu'elle effectue cette répétition d'additions, la calculatrice permet le travail de l'opération avant la « maîtrise complète de la tâche sans machine » qui n'est possible qu'après apprentissage des livrets et de l'algorithme. Nous avons constaté la diffusion « naturelle » de l'utilisation de la touche $\times$ par

des élèves de 2^e primaire, après un certain temps de travail sur des activités à résoudre par des additions répétées, ainsi que la prise de conscience de propriétés telle que « on peut obtenir n'importe quel nombre en additionnant des 1 », ou « on peut obtenir n'importe quel nombre pair en additionnant des 2 » ou encore la commutativité : « additionner 20 fois le nombre 3 aboutit au même résultat que l'addition de 3 fois le nombre 20 ». Les gestes à effectuer, leur description, les propriétés constituent dans cet exemple ce que nous avons appelé mini-culture. Nos observations en classe mettent nettement en évidence la nécessité pour les élèves d'enrichir eux-mêmes le milieu par des propriétés afin de mieux contrôler le travail effectué en utilisant la calculette.

Trois pas à zéros

Il s'agit d'une adaptation pour le primaire d'une activité (fig. 6) proposée par Williams & Stephens (1992) et étudiée dans des classes du secondaire I par Kieran & Guzman (2003).

Prends n'importe quel nombre entier entre 1 et 99 et essaie de le ramener à zéro en trois pas ou moins, en utilisant seulement les nombres 1 à 9 et les quatre opérations de base $+$, $-$, $\times$, $\div$. Le même nombre peut être utilisé plusieurs fois, mais tu dois écrire seulement une opération par ligne.

85/5	17
17-9	8
8-8	0

Fig. 6. Enoncé de l'activité « Trois pas à zéro »

Analyse

Les nombres de 1 à 9 se ramènent à zéro en un pas (soustraction). Deux pas au moins sont nécessaires de 10 à 18, division et soustraction ou deux soustractions. Le nombre 19 ne peut pas se ramener à zéro en moins de 3 pas ! Car soustraire deux fois de suite n'est pas suffisant et on ne peut le ramener à un

nombre plus petit à l'aide d'une division, il faut commencer par soustraire, 1 par exemple. On peut aussi additionner 1, diviser par 4 puis soustraire 5, etc. Le nombre 20 peut par contre être ramené à 0 en deux pas en effectuant ces deux dernières étapes : diviser par 4 puis soustraire 5. La figure 7 montre d'autres exemples.

21/3		
7-7	7	
	0	

22-4		
18-9	18	
9-9	9	
	0	

23-5		
18-9	18	
9-9	9	
	0	

24/4		
6-6	6	
	0	
29-2		
27/3	27	
9-9	9	
	0	
79-7		
72/9	72	
8-8	8	
	0	

Fig. 7. « Trois pas à zéro » pour quelques nombres

Ainsi, tout nombre entre 1 et 90 peut être ramené à zéro en deux ou trois pas en se ramenant par addition ou soustraction à un multiple de 9 inférieur ou égal à 81. C'est encore le cas pour 91 que l'on peut commencer par diviser par 7, pour 96 également, mais pour 92 cela ne semble pas possible.

91/7		
13-4	13	
9-9	9	
	0	

96/8		
Ans-9	12	
Ans-3	3	
	0	

Fig. 8. « Trois pas à zéro » pour 91 et 96

Comment en être sûr ? Il faudrait par une opération, atteindre un nombre que l'on peut ramener à zéro en deux pas, comme 81. Et 81 est le plus grand des nombres ayant cette dernière propriété, puisque c'est 9×9 . On ne peut donc pas atteindre 81 en soustrayant un nombre plus petit que 9 à 92. Peut-être peut-on atteindre par division un nombre que l'on peut ramener à zéro en deux pas ? Comme $92 = 2 \times 2 \times 23$, en divisant on atteint au mieux 23 qu'on ne peut ramener à zéro en deux pas. Le nombre 92 est donc le plus petit nombre ne pouvant être ramené à zéro en moins de quatre pas ?

Cette activité illustre ce que nous avons nommé plus haut une « mini-culture ». L'émergence de cette mini-culture va dépendre des tâches proposées et de leur ges-

tion, cela pourrait commencer par une série de nombres à réduire à zéro, puis des questions du type :

- Quel est le plus grand nombre que l'on peut réduire à zéro en deux pas seulement ?
- Quelle est la stratégie la meilleure pour réduire un nombre à zéro le plus rapidement possible ?
- Trouver et proposer des nombres difficiles à ramener à zéro
- A travailler en plusieurs séances bien sûr et faisant l'objet de débats de validation et de concours.

Conclusion

Ainsi, nous sommes amenés à conclure que si la calculatrice est utilisée à l'école obligatoire, ce n'est pas encore en tant que participant à une culture mathématique qui l'intègre pleinement. Une telle culture est en cours de construction, mais elle n'est pas encore ne serait-ce qu'imaginée par de nombreux acteurs. Ce pourrait bien être la cause principale des obstacles relevés par Bruillard ou par les auteurs des moyens d'enseignement. Nous plaçons pour la mise en œuvre de nombreux essais et expérimentations : ce que nous observons actuellement dans certaines classes met en évidence de fortes potentialités, potentialités confortées par l'analyse théorique que nous avons faite.

RÉFÉRENCES

- Artaud, M. (2003). Analyser des praxéologies mathématiques et didactiques « à calculatrice » et leur écologie. *Actes électroniques du colloque Européen ITEM, Reims juin 2003*. www.reims.iufm.fr/Recherche/ereca/itemcom/ ou www.reims.iufm.fr/OLD_IUFM/Recherche/ereca/itemcom/
- Assude, T. (2003). Modes d'intégration de Cabri dans des classes du primaire. *Intervention au symposium « Pratiques instrumentées » REF 2003* Genève.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7.2.
- Bruillard, E. (1994). Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école: une analyse. *Grand N*° 53
- Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. La Pensée Sauvage: Grenoble.
- Chevallard, Y. (1997). Familiale et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17.3, 17-54.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19.2, 221-266.
- Delord, M. (2000). *Calcul humain, calcul mental et calculettes: questions pédagogiques*. <http://www.sauv.net/delord/calcul/calc-index.html>.
- Kahane, J.-P. (2003). *L'enseignement des sciences mathématiques*. Odile Jacob : Paris
- Kieran, C et Guzman, J. (2003). Tâche, technique et théorie: une recherche sur l'instrumentation de la calculatrice à affichage graphique et la co-émergence de la pensée numérique chez des élèves de 12 à 15 ans. *Actes électronique du colloque Européen ITEM, Reims juin 2003*. www.reims.iufm.fr/Recherche/ereca/itemcom/ ou www.reims.iufm.fr/OLD_IUFM/Recherche/ereca/itemcom/index.htm
- Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains. Armand Colin.
- Guin, D. & Trouche, L. (eds) (2002). *Calculatrices symboliques, faire d'un outil un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Collection Blanche (dir. N. Balacheff), Editions La Pensée Sauvage à Grenoble.
- Williams, D., & Stephens, M. (1992). Activity 1: Five steps to zero. In J. T. Fey (Ed.), *Calculators in mathematics education* (pp. 233-234). Reston, VA: NCTM.

Solutions des problèmes « Gratte-ciel » (voir page 64)

