

13^e RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN

Les problèmes de la deuxième épreuve

1. SPECTACLE DE FIN D'ANNÉE (Cat. 3)

Dans la classe de Luc, il y a 21 élèves, qui ont tous un prénom différent.

Pour le spectacle de fin d'année, les élèves qui savent jouer d'un instrument de musique ou qui savent danser préparent le ballet.

Les autres élèves de la classe, qui ne savent ni jouer d'un instrument ni danser, préparent une pièce de théâtre.

- Les élèves qui savent jouer d'un instrument de musique sont : Jean, Laure, Luisa, Luc, Marc, Robert, Sara, Valentine.
- Les élèves qui savent danser sont : Claire, Julie, Laure, Marta, Robert, Sara, Valentine.

Combien d'élèves préparent le ballet ?

Combien d'élèves préparent la pièce de théâtre ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

2. QUEL ÂGE AS-TU ? (Cat. 3, 4)

Lisa, Julie et Tom sont trois frères et sœurs. Antoine aimerait connaître leurs âges.

Tom lui donne les informations suivantes :

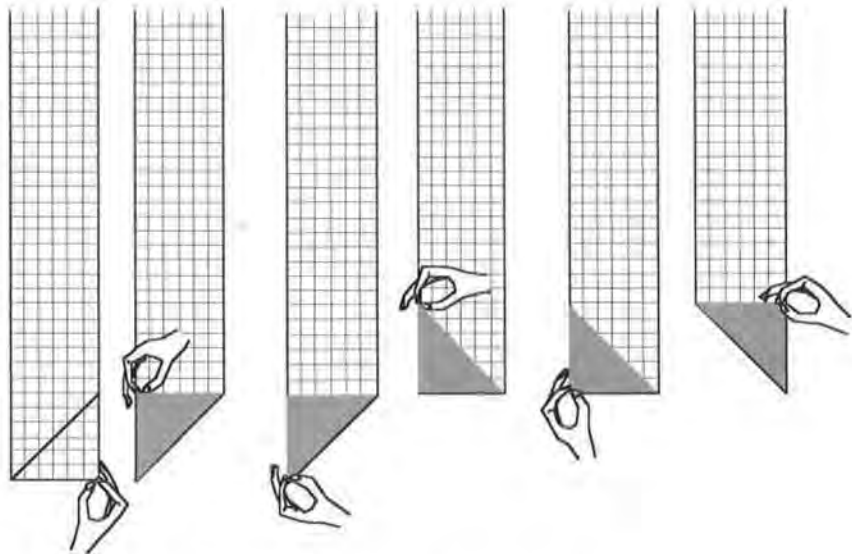
- J'ai 7 ans de plus que Julie.
- Lisa a 9 ans de plus que Julie.
- Si tu additionnes nos trois âges, tu obtiens l'âge de notre maman, qui a 40 ans.

Quel est l'âge de chacun des 3 enfants ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver.

3. PLIS ET REPLIS (Cat. 3, 4, 5)

Andréa souhaite obtenir plusieurs triangles, tous identiques, en repliant une bande de papier quadrillé comme le montrent les dessins ci-dessous. La bande de papier a une longueur de 70 carreaux et une largeur de 6 carreaux.

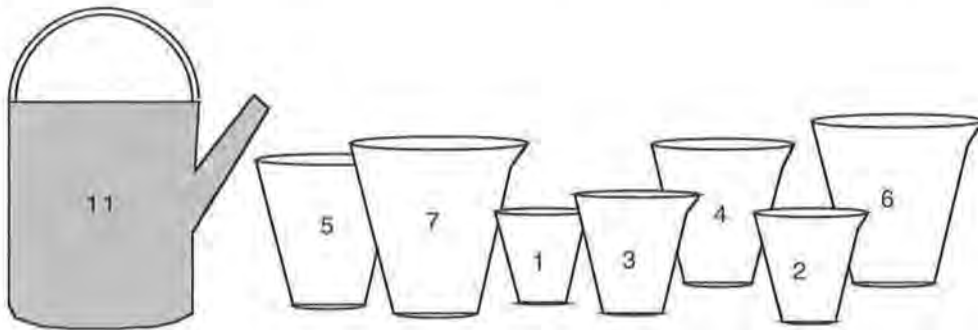


Combien de triangles Andréa peut-elle obtenir en continuant à plier la bande ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

4. LES POTS (Cat. 3, 4, 5)

Devant l'arrosoir, qui contient exactement 11 litres d'eau, il y a sept pots vides: de 1 litre, 2 litres, 3 litres, 4 litres, 5 litres, 6 litres et 7 litres.



Mario doit choisir quelques pots dans lesquels il versera toute l'eau de son arrosoir. Les pots choisis devront être entièrement pleins, mais il ne faut pas qu'ils débordent !

Quels pots Mario peut-il choisir ?

Par exemple, si Mario choisit les pots 3, 4 et 6, il n'aura pas assez d'eau pour les remplir tous.

S'il choisit les pots 6 et 2, il n'arrivera pas à vider entièrement son arrosoir.

S'il choisit les pots 3, 6 et 2, c'est possible, il pourra vider l'arrosoir et remplir entièrement les pots.

Mais il y a encore d'autres possibilités.

Indiquez-les toutes et expliquez comment vous les avez trouvées.

5. EN FILE (Cat. 3, 4, 5)

Sept enfants marchent l'un derrière l'autre sur un sentier étroit, certains se tiennent par la main.

- Il y a deux enfants entre Charles et Danielle;
- Émile, le plus petit, donne la main à Danielle et à Françoise;
- il y a le même nombre d'enfants derrière Bernadette que devant elle;
- Georges est un des enfants de la file qui est devant André.

Indiquez dans quel ordre les sept enfants peuvent être placés dans la file.

Expliquez comment vous avez trouvé.

6. LE GÉANT GARGANTUA (Cat. 4, 5)

Gargantua veut être admis à l'école des géants. La condition d'admission est d'avoir une barbe d'au moins 80 cm de longueur le matin.

En 24 heures, la barbe de Gargantua s'allonge de 5 cm, de manière régulière. Pour empêcher que Gargantua ne soit admis trop rapidement à l'école, sa femme lui raccourcit la barbe de 2 cm chaque nuit. Ce matin, Gargantua a une barbe de 15 cm.

Dans combien de jours Gargantua sera-t-il admis à l'école des géants ?

Expliquez votre raisonnement.

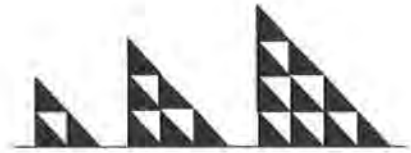
7. UN TRIANGLE QUI GRANDIT

(Cat. 4, 5, 6)

Pour construire la figure à deux niveaux (a), on utilise 3 triangles noirs et 1 triangle blanc.

Pour construire la figure à trois niveaux (b), on utilise 6 triangles noirs et 3 triangles blancs.

Pour construire la figure à quatre niveaux (c), on utilise 10 triangles noirs et 6 triangles blancs.



Roland a construit une figure beaucoup plus grande en utilisant exactement 55 triangles noirs.

- De combien de niveaux se compose cette figure ?
- Combien de triangles blancs ont été nécessaires à Roland pour sa construction ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

8. LES TROIS COFFRES (Cat. 5, 6)

Le contenu de chacun de ces trois coffres a la même valeur que 30 pièces d'or.

Dans chaque coffre, il n'y a que des lingots.

Dans le premier coffre, il y a 4 petits lingots et 1 lingot moyen.

Dans le second coffre, il y a 2 petits lingots et 2 lingots moyens.

Dans le troisième coffre, il y a 1 lingot moyen et 1 grand lingot.



Combien de pièces d'or vaut un petit lingot ?

Combien de pièces d'or vaut un lingot moyen ?

Combien de pièces d'or vaut un grand lingot ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.



9. LES CAMARADES DE JUDITH

(Cat. 5, 6)

Judith a remarqué que, dans sa classe, il y a quelques élèves qui ont les cheveux noirs et les yeux bleus.

Comme Judith est curieuse de nature, elle se met à observer tous les élèves des quatre classes de son école. Après quelques jours, elle découvre que:

- = la moitié des élèves sont des garçons,

- un tiers des élèves ont les cheveux noirs,
- en divisant le nombre d'élèves de l'école par 7, on trouve le nombre des élèves qui ont les yeux bleus,
- dans chaque classe, il y a au moins 20 élèves mais pas plus de 30.

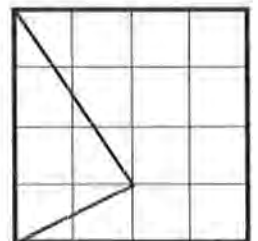
Dans les quatre classes observées par Judith, combien d'élèves n'ont pas les yeux bleus ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre solution.

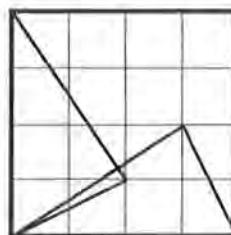
10. KALÉIDOSCOPE I (Cat. 6, 7)

Vous disposez de deux cartes carrées transparentes. Sur chacune d'elle est dessiné un quadrillage et un triangle comme le montre la figure ci-contre:

(Le quadrillage et le triangle se voient d'un côté comme de l'autre puisque les cartes sont transparentes.)



Si l'on superpose les deux cartes en faisant coïncider leurs bords, on peut obtenir, par exemple, cette figure, qui n'a pas d'axe de symétrie :



Toujours en superposant exactement les 2 cartes, combien de figures différentes, mais avec un axe de symétrie, peut-on obtenir ?

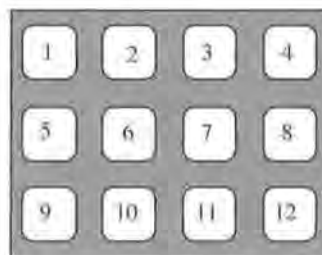
Dessinez toutes les figures différentes, avec un axe de symétrie, que vous avez trouvées.

11. LE TRÉSOR DANS LE COFFRE-FORT (Cat. 6, 7, 8)

L'ouverture d'un coffre-fort est commandée à partir d'un clavier comme celui représenté par la figure ci-contre. En pressant les touches numérotées, les nombres correspondants sont additionnés et lorsque cette somme vaut 21, le coffre-fort s'ouvre et le trésor apparaît.

Mais attention ! Il faut obtenir exactement 21, ni plus, ni moins. L'ordre dans lequel on appuie sur les touches n'a pas d'importance. Une même touche peut être utilisée plusieurs fois.

Rita aimerait que le coffre s'ouvre après avoir pressé exactement 8 touches, mais sans jamais presser la touche numérotée 1.



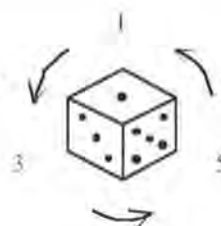
De combien de manières Rita peut-elle ouvrir le coffre-fort ?

Indiquez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.

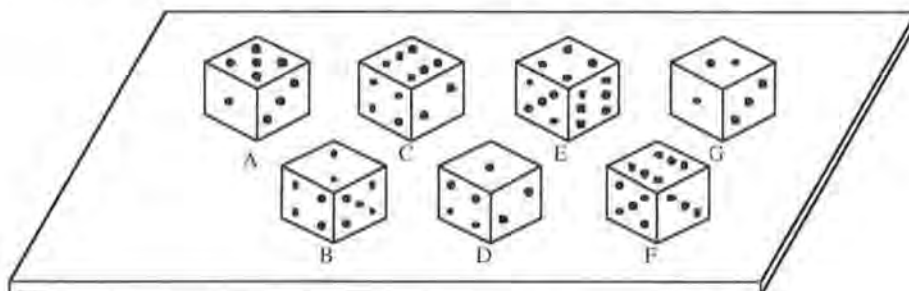
12. LES DÉS (6, 7, 8, 9)

Un dé (de type « occidental ») est construit correctement s'il respecte les règles suivantes :

- la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées est 7 ;
- si l'on regarde le dé de façon à voir les trois faces indiquant un nombre impair, on remarque que le « un », le « trois » et le « cinq » sont placés dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



La figure suivante montre sept dés déposés sur une table. Parmi eux, trois dés « irréguliers » ont été insérés.



Indiquez quels sont ces trois dés et en quoi ils sont irréguliers.

Indiquez comment vous avez procédé.

13. LES ONCLES DE PIERRE

(Cat. 6, 7, 8, 9)

Pierre décide de rendre visite à ses trois oncles Antoine, Bruno et Charles. Il sait que :

- la maison de l'oncle Antoine est à 20 minutes de chez lui, à 40 minutes de celle de l'oncle Bruno et à 35 minutes de celle de l'oncle Charles,
- la maison de l'oncle Bruno est à 25 minutes de chez lui et à 45 minutes de celle de l'oncle Charles,
- la maison de l'oncle Charles est à 50 minutes de chez lui.

Pierre désire partir de chez lui, rendre visite à ses trois oncles et rentrer chez lui, en prenant le moins de temps possible pour tous ces déplacements.

Dans quel ordre devra-t-il rendre visite à ses trois oncles ?

***Combien de temps prendra-t-il en tout pour se déplacer ?
Indiquez les solutions possibles et expliquez votre raisonnement.***

14. AVENTURE SUR LA RIVIÈRE

(Cat. 7, 8, 9)

Durant une excursion en montagne, un groupe de touristes a dû traverser une rivière à un endroit où il était possible de passer d'une rive à l'autre en sautant sur 15 grosses pierres successivement.

Tout le groupe a traversé la rivière en 3 minutes de la façon suivante :

- le premier touriste a sauté sur la première pierre, puis quand il est passé sur la deuxième pierre, le deuxième touriste a sauté sur la première pierre ;
- quand le premier touriste est passé sur la troisième pierre, le deuxième touriste a sauté sur la deuxième pierre et le troisième sur la première ;
- ainsi de suite, l'un après l'autre, tous les touristes du groupe ont sauté sur les 15 pierres en respectant le rythme d'un saut toutes les 2 secondes.

***Combien de touristes y a-t-il dans le groupe ?
Expliquez votre raisonnement.***

15. CHATEAU DE CARTES (Cat. 7, 8, 9)

Andréa s'amuse à construire des châteaux avec des cartes à jouer. Elle a construit deux châteaux : le premier a deux niveaux et est fait de 7 cartes ; le deuxième a trois niveaux et est fait de 15 cartes.

***Combien de cartes Andréa devrait-elle utiliser pour construire un château de 25 niveaux ?
Expliquez votre raisonnement.***



16. NUMÉROS GAGNANTS (Cat. 7, 8, 9)

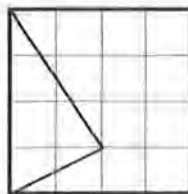
Louis organise une loterie : il prépare 2000 billets, numérotés de 1 à 2000, pliés de manière qu'on ne puisse pas lire le numéro et les place dans un panier. En payant 1 euro, on a le droit de tirer un billet.

- Les numéros gagnants sont ceux qui sont formés de 2, 3 ou 4 chiffres consécutifs en ordre croissant (par exemple : 45 et 234 sont des numéros gagnants tandis que 54 et 457 ne le sont pas).
- Un numéro gagnant rapporte 10 euros.

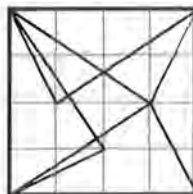
***Combien de billets au minimum devront être tirés pour que Louis soit certain de ne pas perdre d'argent ?
Expliquez votre solution.***

17. KALÉIDOSCOPE II (Cat. 8, 9)

Vous disposez de quatre cartes carrées transparentes. Sur chacune d'elle est dessiné un quadrillage et un triangle, comme le montre la figure ci-contre :
(Le quadrillage et le triangle se voient d'un côté comme de l'autre puisque les cartes sont transparentes.)



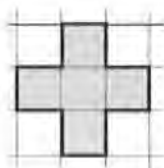
Si l'on superpose parfaitement les quatre cartes selon leurs bords, de manière à ce qu'aucun des quatre triangles ne coïncide avec un autre, on peut obtenir, par exemple, cette figure, qui n'a pas d'axe de symétrie :



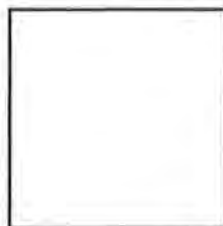
**Toujours en superposant parfaitement les quatre cartes, combien de figures différentes, composées de quatre triangles distincts et avec au moins un axe de symétrie, peut-on obtenir ?
Dessinez toutes les figures différentes que vous avez trouvées, avec quatre triangles distincts et au moins un axe de symétrie.**

18. LA CROIX GRECQUE (Cat. 9)

La figure ci-contre est une croix grecque qui a tous ses côtés égaux :



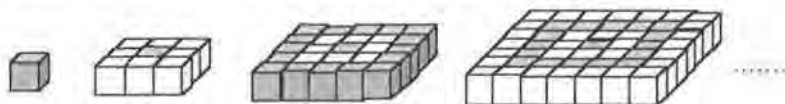
En suivant le quadrillage, on veut couper ce carré en un minimum de pièces de façon à former avec elles, deux croix grecques de dimensions différentes, chacune d'entre elles ayant tous ses côtés égaux.



Indiquez votre manière de découper le carré et dessinez les deux croix grecques que vous obtenez.

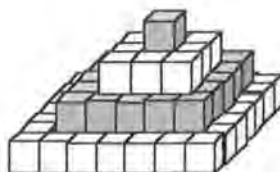
19. LES PYRAMIDES DE PHILIPPE (Cat. 9)

Philippe construit des plates-formes toujours plus grandes à partir d'un petit cube gris, en l'entourant alternativement d'une bordure de petits cubes blancs puis d'une bordure de petits cubes gris.



Avec le cube gris et la première plate-forme, il construit une pyramide à deux étages, avec le premier petit cube gris et les deux premières plates-formes, il construit une pyramide à trois étages. La figure ci-dessous montre une pyramide à quatre étages.

Philippe constate que pour construire cette pyramide, il a utilisé plus de cubes blancs que de cubes gris. Il se demande ce qui se passerait pour une pyramide à cinq étages et pour une pyramide à onze étages.



**Pour chacun de ces deux cas, calculez la différence entre le nombre de petits cubes de chaque couleur.
Expliquez votre réponse.**