QUELQUES IDÉES ET DES ACTIVITÉS EN COHÉRENCE POUR UN ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AVEC LA CALCULATRICE

Laura Weiss, Genève

C'est un truisme que de s'exclamer sur la rapidité de l'évolution technologique aujourd'hui. Mais il est moins évident de discerner parmi les nouveautés qui sont mises quotidiennement sur le marché, lesquelles seront autre chose qu'un feu de paille et, parmi celles qui vont durer, lesquelles sont réellement porteuses de progrès pour leurs utilisateurs. La calculatrice s'est clairement imposée ces dernières années comme un outil indispensable de la vie sociale, tant il est vrai qu'on ne remplit plus sa feuille d'impôt sans une calculette sous la main ! Pourtant, tout un chacun, y compris les élèves de plus en plus jeunes, possède bientôt un téléphone portable et l'institution scolaire ne se préoccupe pas d'en enseigner l'utilisation. En ce qui concerne la calculatrice, pourquoi un enseignement de son utilisation devrait-il être considéré comme de la responsabilité de l'école et si oui comment le faire ? Est-ce seulement parce que le mot calculatrice vient de calculer que l'enseignement de son usage est dévolu au cours de mathématiques ? Vis à vis de l'ordinateur, dont l'utilisation préconisée par l'école a été soutenue par la mise en place de cours ad hoc sous diverses formes, pourquoi l'institution semble souvent considérer que l'emploi de la calculatrice va de soi ? Il n'y a pas lieu de reprendre ici le débat de société pour ou contre la calculatrice à l'école. Il a été tranché dans ce dernier lustre par des décisions institutionnelles, qui lui ont attribué une place en généralisant sa distribution aux élèves[1]. Or si l'école la met à disposition des élèves, elle se doit d'en assurer un emploi pour le moins correct et si possible efficace, en cohérence avec les plans d'études cantonaux et le plan cadre romand[2], où il est déclaré que son utilisation doit se faire « à bon escient ». Elle est aussi prévue comme un outil de calcul disponible ou nécessaire dans les moyens d'enseignement de mathématiques romands.

La prise en compte de cet outil, et du statut à lui accorder, qui concernaient essentiellement l'école primaire[3] et le cycle d'orientation, sont devenus une question ouverte pour tous les enseignants de mathématiques genevois, dès le moment où les calculatrices symboliques[4] ont fait leur entrée au collège de Genève par la grande porte, d'abord pour les élèves en mathématiques avancées, sans doute bientôt pour tous les collégiens.

Comment donc envisager dans un cours de mathématiques la présence d'une calculatrice dans le cartable des élèves ? De nombreux maîtres l'autorisent pour les exercices nécessitant des calculs relativement longs ou répétitifs, contents de pouvoir gagner ce temps qui manque toujours, et sont très attentifs à ce qu'elle reste bien au fond de la serviette

1 [ndlr] Les politiques cantonales ne sont pas harmonisées à ce propos, mais, généralement, la calculatrice fait partie du matériel officiellement à disposition des élèves, dès les niveaux 6 et 7, voire 4 ou 5.

2 *Plan d'études romand de mathématiques pour les degrés 1 à 6*, 1997, et collection des moyens d'enseignement romands *Mathématiques* 1P-4P, cinquième et sixième, 7-8-9, publiés de 1997 à 2003.

3 Il n'est pas rare que la Direction de l'enseignement primaire genevois reçoive des lettres de parents priant l'institution de justifier la distribution des calculatrices à « des élèves qui sont à l'école pour apprendre à lire, écrire et compter »

4 Calculatrices permettant le calcul algébrique et analytique tel que la résolution d'équations, le calcul de dérivées et d'intégrales, la représentation graphique de fonctions, etc.

5 Seul, à notre connaissance, le curriculum de mathématiques du CO genevois lui a fait une place conséquente en intitulant ainsi un de ses livrets. Mais, comme partout, les contraintes pratiques de terminer le programme prennent le pas sur les indications du curriculum conseillant une semaine de travail spécifique en 7e année, puis l'intégration de l'outil à bon escient dans les leçons de mathématiques jusqu'en 9e.

pendant les travaux écrits. Ceci est d'autant plus justifié que l'institution, tout en la distribuant aux élèves, n'a pas nécessairement prévu de directives d'utilisation pour les enseignants[5]. En effet, quelle remise en cause de l'évaluation, s'il n'est plus possible de tester la maîtrise des jeunes élèves dans les algorithmes des quatre opérations, et des plus âgés dans la résolution d'une équation ou le calcul d'une dérivée ! Faut-il alors lui attribuer le seul rôle d'outil pour « tricher », ou peut-on s'interroger sur des apports réels au cours de mathématiques ?

Nous postulons dans ce texte, avec quelques exemples à l'appui, qu'il est possible de lui donner aussi des fonctions plus ambitieuses parmi lesquelles :

- instrument[6] de contrôle et d'auto-validation (utilisation après coup pour le contrôle des résultats trouvés « à la main »)
- instrument de calcul (pour des opérations complexes ou très longues ou difficiles à faire à la main, remplaçant entre autres les tables numériques)
- outil de travail du calcul réfléchi[7]
- outil de validation et de preuve (« preuve par exhaustion » lors de situations comportant un nombre fini de cas)
- outil d'investigation de notions mathématiques nouvelles
- outil de recherche (pour des mathématiques expérimentales)
- objet d'étude (analyse de son fonctionnement)
- outil de différenciation et de remédiation.

Pour promouvoir ces différentes fonctions, nous formulons 8 thèses, énumérant des situations où la calculatrice passe du statut d'outil interdit à celui d'instrument indispensable :

Huit thèses sur l'utilisation de la calculatrice

Cadre général : **La responsabilité du choix de son utilisation devrait être graduellement dévolue à l'élève, mais sous le contrôle de l'enseignant : en particulier il faut parfois l'interdire parce qu'elle est contre-productrice ou parfois l'imposer car son apport est essentiel.**

1. Elle doit être *proscrite* quand la leçon vise l'entraînement des algorithmes de calcul numérique ou littéral à tous les niveaux. L'existence de cet instrument n'est pas une justification *a posteriori* de l'abandon de ces apprentissages[8], qui devrait faire l'objet d'un débat dans l'institution.
2. Elle est *utile* pour que les élèves puissent contrôler leurs résultats en travail autocorrectif.
3. Elle est *utile* pour différencier l'enseignement (peut être utilisée par certains élèves et pas par d'autres, peut être utilisée à certains moments et pas à d'autres, ...)
4. Elle est *utile* quand on veut que les élèves réussissent à résoudre des problèmes, faisant appel par exemple à la modélisation d'une situation, en pouvant « essayer » des calculs « pour voir ».
5. Elle est nécessaire quand on veut introduire ou stabiliser de nouvelles opérations que les élèves ne maîtrisent pas sur le plan technique[9], ou pour travailler le sens d'une notion sans le confondre avec des techniques (algorithmes) qui lui sont associées[10].
6. Elle est *nécessaire* pour que les élèves s'interrogent sur des phénomènes mathématiques, tels certaines régularités et aient envie d'en connaître la raison, allant si possible jusqu'à une démarche de preuve. Ils entrent alors dans des démarches de mathématiques expérimentales, où de nombreux essais permettent de poser une conjecture.
7. Elle est *indispensable* avec des élèves en grande difficulté pour qu'ils ne renoncent pas d'avance à résoudre un problème à cause du calcul.
8. Elle est *indispensable* quand on travaille une notion pour laquelle la connaissance technique n'est pas au programme ou qui nécessiterait le recours aux tables numériques (extraction de racines, calcul de rapports trigonométriques, logarithmes, ...).

Remarquons que, dans ces thèses, il y a peu de place pour le rôle d'aide au calcul de base, rôle principal que lui attribuent souvent les élèves. L'institution tombe aussi dans ce piège, quand, comme à Genève, la calculatrice est autorisée par exemple dès la 9e année ou au collège, en partant du principe que le calcul algorithmique[11] est alors maîtrisé.

Quelques règles d'utilisation de la calculatrice en classe de mathématiques et des activités pour les mettre en place.

1. Utilisation ergonomique d'une calculatrice

Les élèves doivent manipuler correctement leur machine, ce qui ne va pas sans quelques heures d'apprentissage spécifique. En particulier ils doivent savoir enchaîner des opérations avec l' utilisation des parenthèses, sans noter les résultats intermédiaires pour les réintroduire ensuite.

Pour ce faire, il est bon que tous les élèves aient la même calculatrice, ce qui est le cas quand la calculatrice est distribuée par l'école. En effet, les calculatrices des élèves ont alors toutes les *mêmes performances* connues de l'enseignant. Nous considérons aussi que, très tôt, dès la troisième ou la quatrième année, il est important que les élèves apprennent à utiliser, ne serait-ce que partiellement, une *calculatrice scientifique* et non pas une calculette « 4 opérations », qui risque de renforcer certaines erreurs standard, que nous évoquerons plus bas.

Les activités sont alors spécifiques à un modèle donné de machine et répondent à la consigne : **calcule en une seule étape...**
On peut profiter de l'activité *Le compte est bon*[12] pour trouver comment écrire la suite des opérations donnant directement le résultat recherché avec la calculatrice (mais après un temps de recherche par tâtonnement et de découverte de la procédure).

6 Par choix personnel, nous différencions ici les termes synonymes d'instrument et d'outil, instrument faisant pour nous plutôt référence à l'objet concret, alors qu'outil prend plutôt le sens d'outil mathématique.

7 On appelle calcul réfléchi tout le calcul qui fait appel aux propriétés des opérations et des nombres. Par exemple on peut utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition et les propriétés de la multiplication par des puissances de 10 pour calculer sans utiliser l'algorithme en colonnes (en posant des résultats intermédiaires par écrit si nécessaire) $32 \times 24 = 30 \times 24 + 2 \times 24 = 3 \times 24 \times 10 + 2 \times 24 = (3 \times 25 - 3) \times 10 + 2 \times 20 + 2 \times 4 = (75 - 3) \times 10 + 2 \times 2 \times 10 + 8 = 72 \times 10 + 40 + 8 = 720 + 48 = 768$. Dans ce calcul, on a à disposition en mémoire $3 \times 25 = 75$, $24 = 25 - 1$, le double de 2 et de 4 et le résultat des multiplications par 10 qui transforme unités en dizaines et ainsi de suite.

8 Voir par exemple la nouvelle de Asimov, « La sensation du pouvoir », racontant la réinvention des algorithmes de calcul dans une société totalement dépendante des calculatrices au point de ne même plus savoir écrire les chiffres ! Pour revenir au sujet de façon plus sérieuse, on pourrait sans doute ouvrir le débat sur l'apprentissage de l'algorithme de la division qui pose beaucoup de difficultés aux élèves en 5e et 6e. Elle serait profitablement remplacée par la connaissance mémorisée des tables de division (36 : 9 =) et les règles du calcul réfléchi concernant la division (division par les puissances de 10 d'exposants positifs et négatifs, divisions par 2 et par 5, division par 0,5 remplacée par la multiplication par 2, etc.). Cependant la compréhension de cet algorithme est nécessaire pour que les élèves puissent comprendre pourquoi l'écriture décimale des nombres rationnels est soit finie, soit périodique.

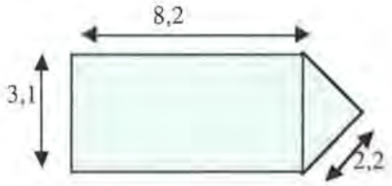
9 Cette introduction nécessite le recours à des nombres « compliqués » interdisant, par là même, le jeu de la devinette: introduction de l'opération inverse au lieu de l'opération à trous, utilisation de la multiplication au lieu de l'addition itérée, calcul de racines, élargissement du sens de l'exponentiation aux exposants fractionnaires

10 Voir par exemple le travail de JM Favre avec des enfants handicapés sur le sens des opérations élémentaires dans *Math-école n°156*, ou travail sur le sens de la division, ou la découverte des grands nombres, ...

11 C'est bien de calcul algorithmique et non de calcul réfléchi dont on parle ici, car c'est parce qu'il n'est plus nécessaire que les élèves montrent qu'ils le maîtrisent qu'on autorise la calculatrice ... et aussi parce qu'à c'est le moment où interviennent dans le programme l'extraction de racines carrées pour lesquelles il faudrait des tables numériques ou des calculs utilisant le nombre p qui prendraient trop de temps sans calculatrice.

12 A partir de 4 ou 5 nombres et des 4 opérations, arriver le plus près possible d'un nombre donné.

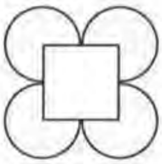
D'autres situations qui se prêtent bien à cet exercice sont les **calculs d'aires de figures composées**, comme une figure composée d'un rectangle et d'un triangle rectangle isocèle *(Fig. 1)* ou une figure avec un « trou » *(Fig. 2)*.



$A = 8{,}2 \times 3{,}1 + 2{,}2^2 : 2$

Fig. 1

La figure 2 est composée de 4 disques tangents de rayon 3,5 cm dans lesquels on a découpé un carré dont les sommets sont les centres des disques



$A = 4 \times \pi \times 3{,}5^2 - (2 \times 3{,}5)^2$

Fig. 2

2. Regard critique sur les résultats

Il faut enseigner aux élèves qu'ils doivent garder un regard critique envers les résultats donnés par la calculatrice.

Il s'agit ici de lutter contre le théorème-élève : **un résultat affiché par la calculatrice est juste d'office, puisqu'elle ne se trompe jamais, donc il n'y a pas lieu d'opérer des vérifications.**

Pour avoir ce regard critique, il faudrait instrumenter les élèves pour qu'ils fassent preuve d'une certaine aisance avec le calcul réfléchi, ainsi qu'avec l'estimation de l'ordre de grandeur[13] et de la vraisemblance d'un résultat[14]. Quand on travaille avec la machine, il faut développer systématiquement quelques réflexes de base :

- on contrôle mentalement l'ordre de grandeur et la vraisemblance du résultat
- on n'efface pas les résultats en cours de calcul[15]
- on s'interroge sur le statut d'un résultat: exact ou approché, nombre ou mesure, avec quelle unité, ... et en fonction de ce statut on donne le résultat avec la précision adéquate (et pas avec tous les chiffres obtenus à l'affichage !)
- on choisit la précision du résultat aussi en fonction du contexte, en particulier de l'énoncé, mais aussi de la réponse et de son unité[16]

Pour travailler ce regard critique sur le résultat, on peut proposer l'activité suivante :

L'affichage non contrôlé [17]

Paul est un paresseux qui calcule toujours avec sa montre calculatrice, même dans les cas les plus simples. Mais parfois il appuie mal sur les touches, surtout quand il le fait en cachette sous le pupitre. Dans cette suite de résultats faux, explique ce qui a bien pu se passer quand il a tipé les nombres ou les signes des opérations :

$3 \times 6 = 36$ $\quad 3000 + 600 = 900$ $\quad 3{,}5 \times 100 = 0{,}035$ $\quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 24$

$72 : 0{,}4 = 18$ $\quad 5 \times 10^4 = 500\,000$ $\quad \dfrac{120}{3 \times 20} = 800$ $\quad 12{,}45 + 13{,}75 + 1{,}25 = 151{,}20$

On peut inventer de très nombreux exercices de ce type et la recherche de l'erreur de frappe (ou de la touche qui n'a pas pris) peut être un challenge qui devrait développer graduellement un regard critique envers les résultats de la calculatrice, ou du moins mettre en garde les élèves sur le risque d'erreurs même avec la calculatrice.
Pour des élèves plus âgés, il n'est pas inutile non plus de rappeler que tout résultat affiché par une calculatrice n'est pas nécessairement exact.

La grosse multiplication [18]

a) Calculer 999 999 999 + 2 avec la calculatrice. Calculer ensuite 9 999 999 999 + 2. Que signifie le résultat affiché ? Est-ce le résultat exact ?

b) On veut maintenant calculer 123456 x 123456. Le faire en utilisant la calculatrice et noter la valeur obtenue.

c) Poser la multiplication et la faire par écrit en utilisant la calculatrice pour multiplier chaque chiffre du nombre d'en bas par celui d'en haut. Vous pouvez également utiliser la calculatrice pour effectuer les additions. Comparer le résultat obtenu avec celui d'avant. Combien de chiffres exacts la calculatrice a-t-elle fournis ?

d) On décompose le nombre 123456 = 12345 x 10 + 6 de telle sorte que la multiplication devienne 123456 x (12345 x 10 + 6). Développer ce calcul en utilisant la distributivité. Faire ensuite à la calculatrice les calculs 123456 x 12345 et 23456 x 6 et terminer par écrit. Comparer avec le résultat noté en c).

e) Trouver 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x ...15 en utilisant une méthode analogue et en regroupant certains facteurs pour avoir des multiples de 10.

3. Ecriture décimale exacte ou arrondie

L'utilisation de la calculatrice conforte les élèves dans la croyance que tous les nombres ont une écriture décimale finie.

Deuxième risque d'une utilisation systématique de la calculatrice : à côté du théorème–élève sur la justesse des résultats affichés, son affichage les encourage à penser que **tout nombre a une écriture décimale finie** sans se préoccuper de savoir si celle-ci est exacte ou arrondie. Combien de fois 2/3 deviennent 0,666666667, « car c'est la calculatrice qui l'a dit » ! L'écriture à virgule est alors consacrée comme seule réalité numérique, $\sqrt{3}$ et 1/7 ne sont pas des écritures (exactes) de nombres, il faut « calculer » pour arriver à l'écriture « standard », sous forme décimale. De même, les élèves acceptent mal qu'on utilise des écritures comme $2^3 x 5^2$. Il s'agit donc de les habituer à exprimer les nombres de différentes façons.

Des nombres sous différentes formes[19]

Parmi les écritures suivantes, lesquelles désignent le même nombre ?

2,5	7,5 – 0,5	$\frac{5}{2}$	3,5 x 2	7,5 – 5	$\frac{25}{10}$	5 x 0,5
12 – 5	$\frac{25}{10}$	2 + 1 + 2	$\frac{700}{100}$	$(0,5)^2$	$\frac{2}{5}$	5 + 2

Vérifier si nécessaire vos réponses avec la calculatrice.

13 L'ordre de grandeur d'un résultat est ce qu'on obtient en arrondissant les nombres du calcul et en utilisant à nouveau le calcul réfléchi comme par exemple $3,2 : 24 \cong 3 : 20 = (3 : 2) : 10 = 1,5 : 10 = 0,15 = 0,1$

14 La vraisemblance du résultat se base sur les propriétés des nombres et des opérations. Elle permet d'écarter certains résultats comme faux, mais ne peut en assurer l'exactitude. On peut savoir par exemple que lorsqu'on divise un nombre par un nombre supérieur à un, le quotient sera inférieur au dividende, ou quand on multiplie un nombre pair par un nombre entier le résultat sera pair.

15 La nouvelle génération de calculatrice qui permet de remonter dans les registres et de retrouver un grand nombre de calculs faits précédemment devrait permettre d'habituer les élèves à contrôler ce qui a été fait et à repartir d'un calcul intermédiaire s'il y a problème dans le résultat. Il est difficile de savoir si les élèves utilisent vraiment cette opportunité, mais pour que tous l'utilisent, elle devrait d'abord être enseignée !

16 Par exemple, l'épaisseur du bitume sur la route se donne bien en cm, mais exprimer le volume de bitume nécessaire à goudronner une route en cm^3 serait inapproprié !

17 Activité pratiquée assez régulièrement par L. Weiss dans ses classes de regroupement B (quand assez de calculatrices sont disponibles).

18 Une version d'une activité proposée par R. Floris, Collège Voltaire, Genève pour des collégiens de 1re année, et pour des futurs instituteurs à partir d'une activité décrite dans le *Rapport d'étape,* Annexe sur le calcul, smf.emath.fr/enseignement/CommissionKahane ou www.apmep.asso.fr, février 2002. A adapter au modèle de calculatrice utilisée.

19 Adapté de *Profession Enseignant*, Legrand éd.. Les maths en collège et en lycée, Hachette Education

Des écritures pour un même nombre[20]
Trouver une écriture de 6 puis de 0,5 sous la forme
- d'une somme de deux termes
- d'une somme de trois termes
- d'une différence
- d'un produit de deux facteurs
- d'un produit de trois facteurs
- d'un quotient
- d'une fraction de dénominateur 10
- d'une fraction de dénominateur 2
- d'une fraction de numérateur 300

Outre l'exercice du vocabulaire mathématique, ce type d'activité permet graduellement de structurer les nombres, de les organiser selon des régularités, de leur donner une place dans leur monde, place liée à leurs propriétés dans les opérations, qui vont ainsi émerger graduellement : nombres pairs ou impairs, entiers ou non, positifs ou négatifs, supérieurs ou inférieurs à 1. Elle permet de faire travailler le calcul réfléchi. La deuxième offre aussi l'exercice d'anticiper les résultats de calculs, pratique dont on constate qu'elle est inexistante chez les élèves en difficulté. Pour des élèves en fin de cycle d'orientation ou au début du collège on travaillera aussi le symbole racine carrée qui pose souvent problème

Semblables ou identiques ?[21]
Parmi les écritures suivantes lesquelles désignent le même nombre ?

5	$\sqrt{\frac{72}{36}}$	$\sqrt{16}+\sqrt{9}$	7	$\sqrt{2}$	$4+3$	$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$
$\sqrt{\frac{100}{25}}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{16+9}$	$\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$	4×3	$\sqrt{2}+\sqrt{3}\sqrt{4}$
$\sqrt{5}$	$\frac{10}{5}$	$\sqrt{2+3}$	$\sqrt{16} \times \sqrt{9}$	2	$\sqrt{4} \times \sqrt{10}$	$\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{36}}$
12	$\sqrt{5} \times \sqrt{5}$	$\sqrt{5 \times 5}$	$\sqrt{4 \times 10}$	$\sqrt{2 \times 3}$	$\sqrt{16 \times 9}$	$\sqrt{144}$
$2 \times \sqrt{10}$	$10 \times \sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$2 \times \sqrt{7} + 8\ \sqrt{7}$			

Classer les résultats dans le tableau ci-dessous selon l'écriture « modèle » de l'expression, où a et b désignent des entiers positifs. L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

4. Sens procédural du signe égal

L'utilisation de la calculatrice renforce le sens procédural du signe égal

Le sens du signe « égal » et de l'égalité est une difficulté pour les élèves. La touche = de la calculatrice sert à mettre terme à un calcul en donnant le résultat attendu qui, au surplus, peut n'être qu'une valeur approchée de l'expression calculée. Ce sens de la touche =, qu'on peut appeler procédural puisqu'il lance une procédure, occulte le sens mathématique du signe égal qui indique que deux expressions d'écritures différentes désignent le même objet mathématique (ici un nombre). Et les fameuses « fausses égalités », contre lesquelles luttent sans grand succès les enseignants de mathématiques, de fleurir, confortées encore plus par l'utilisation de la machine : 3 + 5 = 8 x 6 = 48 – 5 = 43. Heureusement, les nouvelles machines à deux lignes d'affichage ne présentent plus cet inconvénient, puisque sur la première ligne

20 Adapté de *Profession Enseignant*, Legrand éd., Les maths en collège et en lycée, Hachette Education

21 Adapté de *Profession Enseignant*, Legrand éd.. Les maths en collège et en lycée, Hachette Education

reste affichée la suite d'opérations et sur la deuxième ligne le résultat (malheureusement toujours obtenu en pressant sur la touche =). Cependant, les « fausses égalités » étant préexistantes à l'introduction des calculatrices en classe, on peut douter de la probabilité qu'elles disparaissent des copies des élèves, même avec les calculatrices à deux lignes. Pour lutter conte ces mauvaises habitudes qui généralisent l'utilisation du signe égal à toutes sortes d'usages (on le voit utilisé pour les correspondances dans les situations proportionnelles comme 3 kg = 18 F, alors 1kg = 6 F, ou même entre équations équivalentes $3x = 12 = x = 4$!), on peut proposer des tâches à erreurs, à partir de photocopies de travaux d'élèves incorrects, où l'on propose la traque de tous les signes = mal utilisés.

5. Pour une utilisation de la calculatrice à bon escient

Après avoir exemplifié ces quatre situations où l'utilisation de la calculatrice doit demander de la part de l'enseignant un peu de méfiance, illustrons maintenant nos thèses avec des activités pour les élèves.

a) Un usage parcimonieux *(thèses 1 à 3 et thèse 7)*

Nous ne ferons pas de commentaires sur la *thèse 1* prônant l'interdiction de la calculatrice dans certaines situations, sauf pour insister sur l'importance du calcul mental, mémorisé ou réfléchi, même, s'il le faut, au détriment de l'entraînement des algorithmes de calcul écrit. Il nous semble essentiel qu'un élève-futur citoyen sache estimer le résultat de 37,2 x 97 en calculant 37 x 100 mentalement. On voit souvent, chez des élèves en difficulté, la pose en colonnes de calculs comme 9 x 7, comme si la pose en colonnes pouvait suppléer à la méconnaissance des tables mémorisées ! De même, on ne répètera jamais assez que proposer l'utilisation de l'algorithme de la multiplication pour des calculs tels 17 x 1000, c'est faire fi des propriétés de la base 10.

Sur la *thèse 2* (travail auto-correctif), il n'y a pas non plus à discourir, sauf à rappeler ce qui a été affirmé ci-dessus sur les problèmes d'une utilisation laissée complètement à la charge des élèves : l'utilisation de la calculatrice doit être enseignée pour qu'elle soit pertinente et efficace. De toute façon, la majorité des élèves l'utilise à la maison, pour les devoirs, alors autant qu'ils le fassent correctement.

La thèse 3 : « *La calculatrice est utile pour différencier l'enseignement* » nous semble aussi dans l'air du temps. Elle peut être mise en lien avec l*a thèse 7* : *La calculatrice est indispensable avec des élèves en grande difficulté pour qu'ils ne renoncent pas d'avance à résoudre un problème à cause du calcul* qui se préoccupe des élèves persuadés d'avance que les calculs associés à la tâche de résolution mathématique seront au dessus de leurs capacités. La calculatrice peut alors jouer un rôle important pour les rassurer et leur permettre de rentrer dans la recherche d'une solution. Si on se demande à partir de quel degré on doit autoriser cet instrument, on répondra que cela dépend des élèves. Certainement que jusque vers 13-14 ans il faut essayer d'exercer et renforcer la connaissance du répertoire mémorisé et du calcul réfléchi, parce que ce savoir est nécessaire pour saisir l'organisation des nombres selon des structures liées à leurs propriétés. Cet objectif nécessite une limitation de l'usage de l'instrument. Avant cet âge, on peut jouer sur la différenciation et l'autoriser pour certains élèves à certains moments comme appui.

b) L'objectif principal d'une activité de mathématiques *(thèse 4)*

Pour illustrer *la thèse 4* : *La calculatrice est utile quand on veut que les élèves réussissent à résoudre des problèmes, faisant appel par exemple à la modélisation d'une situation* », on peut l'énoncer sous une autre forme :
Les élèves devraient être déchargés du poids du calcul quand c'est le choix de la procédure et l'interprétation du résultat qui sont les buts premiers de l'exercice proposé.

Cela ne veut pas dire qu'on ne doit pas profiter de la résolution de certains problèmes pour exercer les algorithmes de calcul écrit, mais qu'il faut déterminer ce qui prime dans l'activité proposée aux élèves.
On peut mettre systématiquement à disposition la calculatrice dans des cas où le problème est d'abord axé sur le choix de l'opération et de l'interprétation du résultat. Voici deux exercices qui prennent en compte cette problématique, concernant la division, opération qui reste difficile pour de nombreux élèves, encore en 7e et 8e année.

Un grand âge[22]
Noémie a fêté ses 10000 jours. Combien soufflera-t-elle de bougies sur le gâteau de son prochain anniversaire ?

Ici la calculatrice devrait encourager les élèves à procéder directement par division, sans y renoncer à cause de la difficulté de l'opération, au lieu de tenter plusieurs multiplications par 365 jusqu'à obtenir un nombre proche de 10000. Ensuite, il s'agit encore d'interpréter la partie décimale du quotient et de l'arrondir à l'unité supérieure.

Bénéfice liquide
Lors d'une fête on vend 1256 bouteilles à 2.- la bouteille. Ces bouteilles ont été achetées par packs de 12 au prix de 8.- le pack. On peut rendre tous les packs non entamés. Quel est le bénéfice sur les boissons ?

De même que ci-dessus, il s'agit de savoir combien de packs ont dû être payés au fournisseur par la division de 1256 : 12, dont le quotient est arrondi à l'unité supérieure pour avoir la réponse. Pour poursuivre le même but, **les transformations des unités de temps**, par exemple des secondes en heures, minutes et secondes, font appel à des divisions euclidiennes dont les restes sont à interpréter correctement. La calculatrice se révèle alors un faux ami, ou plutôt un instrument qui ne dispense pas les élèves de la réflexion sur le résultat obtenu.

c) Le sens des opérations *(thèse 5)*
Nous ne sommes pas loin des activités en cohérence avec le but poursuivi par la *thèse 5: La calculatrice est utile quand on veut introduire ou stabiliser de nouvelles opérations que les élèves ne maîtrisent pas sur le plan technique, ou pour travailler le sens d'une notion sans le confondre avec les techniques qui lui sont associées* ».
Très intéressés par la lecture d'un article de JM Favre[23] portant sur l'introduction de la multiplication pour des enfants avec un retard mental, nous avons retrouvé dans le DVD tourné à l'occasion de la semaine de la géométrie[24] une situation similaire. La scène concerne des élèves de 2e année et montre comment certains d'entre eux trouvent le nombre de carrés nécessaires pour paver un grand carré. L'enfant qui s'exprime saisit, en temps réel devant le spectateur, un des sens de la multiplication: il « voit » dans sa tête et l'exprime avec ses mots, ces lignes de carrés de même longueur se répétant autant de fois que le pavé entre dans la hauteur du grand carré. Comme les nombres ne sont pas trop grands, il trouve facilement le résultat.
Pour stabiliser ce sens de la multiplication, on pourrait proposer de tels exercices avec des nombres plus grands, mais aussi avec la calculatrice, puisqu'à cet âge-là les élèves ne connaissent pas encore le répertoire mémorisé de la multiplication (les tables de multiplication). Dans un autre article publié par *Math-Ecole*[25], JM Favre raconte comment une enfant de moins de 10 ans s'intéresse au

22 Adapté d'un problème proposé pour l'épreuve cantonale genevoise de 6e primaire de mai 2004.
23 voir *Math-Ecole* n° 156
24 La « semaine de la géométrie » a été lancée par la Commision de l'Enseignement des Mathématiques (CEM) genevoise pour tous les enseignants de mathématiques du canton de Genève, des classes enfantines à l'Université, pendant la période du 29 mars au 3 avril 2004. Il leur a été proposé de travailler avec leurs élèves sur des problèmes de pavages. Un DVD a été tourné dans quelques classes, des tous petits de 4 ans aux étudiants universitaires, montrant comment ils résolvaient les problèmes proposés. Le DVD peut-être emprunté auprès de la CEM, collège Sismondi, av. de France 30, cp 110, CIC 1211 Genève 20.
25 voir *Math-école* n° 191

symbole √ de la calculatrice et va progressivement en construire le sens.
Des activités avec la calculatrice sont encore à promouvoir et à tester en classe pour les opérations avec les fractions, car ce n'est pas tant le temps accordé au drill qui manque pour ce type d'apprentissage, mais bien un travail sur le sens qui rendrait ce drill profitable. Voici une proposition d'activité.

Tant que ça ?[26]
Dans une classe, le calcul du pourcentage de filles, arrondi à un chiffre après la virgule est de 65,2% Peut-on déterminer le nombre de filles et de garçons de la classe ?

Très ouvert, ce problème fait appel à un grand nombre de divisions, qui peuvent être placées dans un tableau comportant en colonne le nombre total des élèves de la classe et en ligne le nombre de filles. Tout l'intérêt est d'approcher le résultat avant de se lancer dans tous les calculs possibles à partir d'un choix raisonnable du nombre d'élèves dans la classe.
De nombreuses notions se prêtent ainsi à cette introduction à l'aide de l'instrument. Tout d'abord les opérations dont il est important de travailler le sens avant de passer aux algorithmes, mais aussi de nouveaux types de nombres, comme les fractions ou les nombres irrationnels. Et les grands nombres qui sont amenés presque naturellement dans des situations où l'usage de la calculatrice permet de les faire apparaître comme d'un coup de baguette magique.

d) Les grands nombres *(thèse 5 et 8)*
Des résultats obtenus à l'aide de la calculatrice permettent de faire découvrir aux élèves les grands nombres.

Si tout le monde connaît une version ou une autre de l'histoire des grains de blés sur un échiquier, d'autres calculs permettent aux élèves de toucher aux grands nombres qui décrivent, à leur manière, le monde naturel.

L'étoile la plus proche
Calcule la distance du système solaire à Proxima du Centaure en sachant qu'un rayon lumineux met environ 4 ans pour nous parvenir de cette étoile et que la vitesse de la lumière vaut approximativement 300000 km/s.

Il ne s'agit que de calcul, mais il fait appel au concept de vitesse qui est difficile pour les élèves ; en outre, les distances en jeu sont impressionnantes ! Dans le même style on peut calculer la vitesse avec laquelle on se déplace simplement en vivant sur notre Terre, à cause de sa rotation (un point sur l'équateur parcourt 40000 km en 24h) ou de son déplacement autour du Soleil (on parcourt ainsi la distance de l'orbite terrestre en une année).

Un développement éclair
Calcule le nombre de bactéries qu'on aura dans un bouillon de culture à partir d'une seule bactérie après un jour de travail en laboratoire (8 heures) en sachant que les bactéries se reproduisent par mitose (une bactérie-mère donnant naissance à deux bactéries-filles par séparation en deux) toutes les 20 minutes approximativement.

Ici il s'agit d'une fonction exponentielle ! Lors de ces calculs, les élèves qui ne la connaissent pas, peuvent découvrir *l'écriture scientifique des nombres*. Il s'agit alors à nouveau de prendre le temps de l'expliquer et l'exercer avec la calculatrice. Combien avons-nous rencontré de collégiens qui ne comprenaient pas pourquoi leurs résultats étaient toujours trop grands d'un facteur 10, alors que pour tiper 5000 en écriture scientifique, ils entraient 5 x 10 EE3, ce qui leur donnait 50×10^3 au lieu du 5×10^3 désiré !

26 Problème tiré du *Rapport d'étape*, Annexe sur le calcul, smf.emath.fr/enseignement/CommissionKahane ou www.apmep.asso.fr, février 2002. Il provient d'un problème traité par Laplace dans *L'essai philosophique sur les probabilités*, dans lequel Laplace s'intéresse aux rapports « nombre de garçons au nombre de filles à la naissance en France ».

L'humanité en boîte[27]

a) Si on voulait placer toute l'humanité dans un gigantesque terrain carré à raison de 1 m^2 par individu, combien mesurerait le côté de ce carré ?

b) Pour estimer la dimension d'un cube qui contiendrait toute l'humanité, estimer d'abord l'espace nécessaire à une personne. Quel serait alors l'ordre de grandeur de l'arête du cube contenant toute l'humanité ? 100 m ? 1 km ? 10 km ? 100 km ? 1000 km ?

c) Et si enfin on répartissait également toute l'humanité sur l'espace des terres émergées, soit environ 510 millions de km^2, de quel espace disposerait chaque individu ?

Un grand cahier[28]

Combien de fois faut-il plier une très grande feuille de papier pour obtenir un cahier d'au moins 500 pages ?

On devine d'abord, puis on calcule, et on est déçu : 8 pliages suffisent car $2^8 = 512$!

Dans le domaine des grands nombres, il est aussi important de savoir estimer en utilisant s'il y a lieu la correspondance approchée $2^{10} = 1024 = 10^3$.

Jusqu'à la Lune en échelle de papier

On fait des pliages d'une grande feuille de papier de 0,1 mm d'épaisseur. Combien faudrait-il de pliages pour atteindre la hauteur de la tour Eiffel (300m) ? Et la distance Terre-Lune (384 000 km) ?

27 Tiré du *Rapport d'étape*, Annexe sur le calcul, smf.emath.fr/enseignement/CommissionKahane ou www.apmep.asso.fr, février 2002.

28 CREM, Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans. Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques, CREM, 1995.

Même principe que ci-dessus mais s'adressant à des élèves plus âgés : 300 m = 300 000 mm = 3 000 000 feuilles, et 3 000 000 < 2^{22}, seulement 22 pliages ; et pour la Lune 3 840 000 000 000 < 2^{42} ce qui fait 42 pliages !

Et nous ne résistons pas à parler d'un autre infini, plus modeste peut-être, mais découvert avec grand d'enthousiasme par Gregory qui, à 15 ans, avait tellement de difficultés en maths et partout ailleurs à l'école :

Le périmètre maximal

On donne un rectangle d'aire 24 cm^2. Quelles doivent être ses dimensions pour que son périmètre soit le plus grand possible ?

Après avoir trouvé 4 et 6, 3 et 8, 2 et 12, 1 et 24 et constaté que chaque fois le périmètre était plus grand, toute la classe était bloquée. Et tout d'un coup Gregory s'est levé et a crié 0,5 et 58. Bon, le double de 24 n'est pas vraiment 58, mais Gregory avait passé le cap et, pour une fois, ces nombres à virgule, inférieurs à 1 qui ne se comportaient jamais comme il fallait, lui venaient en aide pour agrandir encore son périmètre. Toute la classe était en ébullition, l'un proposait 0,1 et 240, l'autre un millième et 24000, le troisième voulait inscrire au tableau un nombre tellement petit qu'il faisait littéralement exploser l'autre dimension, d'autres encore faisaient appel aux fractions (enfin, après les avoir tant travaillées en classe !).

e) Faire ressentir le besoin de preuve et promouvoir l'outil algébrique *(thèse 6)*

La thèse 6 affirme *que la calculatrice est nécessaire pour que les élèves s'interrogent sur des phénomènes mathématiques, telles certaines régularités et aient envie d'en connaître la raison, allant si possible jusqu'à une démarche de preuve. Ils entrent alors dans des démarches de mathématiques expérimentales où de nombreux essais permettent de poser une conjecture.*

En mathématiques, il est parfois nécessaire de montrer l'utilité d'un outil comme dans cette activité-jeu, le calcul réfléchi :

La course à 10

A partir d'un nombre compris entre 100 et 1000, il faut afficher 10 comme résultat en un maximum de 4 opérations, mais en n'opérant qu'avec des nombres compris entre 1 et 9.

Exemple : On part de 456. $456 + 3 = 459$ $459 : 9 = 51$ $51 + 9 = 60$ $60 : 6 = 10$

Pour faire décroître rapidement le nombre initial, il est intéressant de diviser par 9, ce qui peut bien sûr se faire en tâtonnant avec la calculatrice, mais la connaissance de certaines propriétés des nombres (multiples et diviseurs, critères de divisibilité par 9) permet de gagner beaucoup de temps.

Ce jeu existe sous d'autres formes, par exemple « La descente à zéro » où, avec les mêmes règles, il s'agit d'atteindre zéro en un minimum d'étapes. Dans une classe genevoise de 8eB (élèves non prégymnasiaux) les élèves se sont pris au jeu et ont voulu trouver tous les nombres de deux chiffres qui permettaient d'arriver à zéro en trois étapes ou moins. Après de nombreux essais désorganisés, ils ont constaté qu'en dessous de 89 c'est gagné, parce qu'il est possible de construire en une étape un multiple de 9 dont le quotient par 9 est strictement inférieur à 10 (on peut alors atteindre 0 avec une soustraction). Au dessus, les multiples de 9 conviennent mais aussi 96 qui est un multiple de 8, etc[29]. Malgré l'usage de la calculatrice, ils ont beaucoup travaillé les répertoires mémorisés et le calcul réfléchi.

L'utilisation de la calculatrice peut permettre de développer le besoin de preuve.

Il s'agit ici de mettre les élèves en situation de se demander pourquoi c'est comme ça que cela fonctionne. Des jeux avec les nombres peuvent donner lieu à cette question. Un peu moins banal que la preuve que la somme de trois nombres consécutifs est divisible par trois[30], voici une autre situation qui rend nécessaire l'outil algébrique pour comprendre comment cela fonctionne.

Des résultats inattendus

Choisir deux nombres a et b tels que $a + b = 1$. Calculer $a^2 + b$ et $a + b^2$. Que constate-t-on ? Est-ce toujours le cas ? si oui pourquoi ?

On constate qu'on obtient toujours le même résultat. Pour le prouver, on prend $b = 1 - a$. Le calcul littéral permet ici de comprendre l'égalité.

Critère de divisibilité

On apprend que pour qu'un nombre naturel soit divisible par 3, il faut que la somme de ses chiffres soit divisible par 3. Pourquoi ?

On peut se poser la même question pour le critère de divisibilité par 11, mais aussi par 5, 4, 2 etc. et les résoudre avec un peu d'algèbre élémentaire.

Comparaison n'est pas raison[31]

Compare les trois nombres suivants :

$A = 999\,999\,999\,999 \times 999\,999\,999\,999$

$B = 999\,999 \times 999\,999 \times 999\,999 \times 999\,999$

$C = 999\,999\,999\,999\,999\,999 \times 999\,999$

Des élèves sachant utiliser la notation scientifique (9e année ou début du collège) peuvent estimer aisément l'ordre de grandeur 10^{24} des trois nombres, mais ensuite ? Selon le modèle, la calculatrice ne peut pas venir en aide. Pour se déterminer, il faut passer par une écriture exacte en utilisant les puissances, par exemple $A = (10^{12} - 1)^2$ ou intro-

29 En fait, on arrive en trois étapes avec les nombres 89, 90, 91, 96, 98 et 99.

30 On demande de calculer la somme de trois nombres consécutifs et de vérifier qu'elle est divisible par 3. Est-ce toujours le cas ? Si oui pourquoi ?

31 Activité conçue par l'IREM de Strasbourg, Des activités pour un enseignement modulaire en seconde.

duire une notation algébrique $x = 999\,999$ et évaluer algébriquement A, B et C en fonction de x. Malheureusement (ou heureusement) la calculatrice distribuée aux élèves genevois détourne la difficulté en donnant la bonne réponse.

Comparaison est encore moins raison[32]
Parmi ces deux nombres, lequel est le plus grand ?
A = 999 999 999 999 x 999 999 999 999
ou B = 999 999 x 1 000 001 x 999 999 x 1 000 001

Dans cette même thèse, nous postulons que : *Les mathématiques ne sont pas seulement une discipline où pour chaque problème une méthode « experte » amène directement à la solution. C'est aussi une branche d'étude qui s'est construite et se construit par l'essai et l'expérimentation.*
Pour faire entrer les élèves dans ces mathématiques-là où le nombre d'essais permet petit à petit de voir apparaître des tendances, de dessiner des lois, il n'est plus raisonnable de leur demander de calculer à la main. Pour trouver le dernier chiffre de 2^{2004}, on doit calculer beaucoup de puissances de 2, avant de réaliser qu'au bout d'un moment le dernier chiffre des puissances se répète selon une régularité[33] !

Carré ou pas carré
Rafael a trouvé 408'423 pour l'aire d'un carré dont la mesure du côté s'exprime par nombre entier, mais Blerina prétend qu'il s'est trompé. Comment l'a-t-elle su, alors qu'elle n'a pas utilisé la calculatrice ?
L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Sur le même principe que l'exercice précédent, il s'agit de constater que les carrés d'entiers ont comme dernier chiffre 1 ; 4 ; 9 ; 6 ; 5 ou 0. Pour les cubes, en revanche, tous les chiffres sont possibles.

Maximiser le produit
Chercher parmi les décompositions additives d'un nombre naturel en somme de nombres naturels, celle(s) dont le produit des termes est le plus grand.

Même avec le choix d'un nombre relativement petit, il y a de nombreuses décompositions additives : pour 10, il y a 11 possibilités en excluant les décompositions comportant des 0 et des 1 que les élèves comprennent rapidement être peu intéressantes. Cette recherche demande organisation et réflexion. La solution générale est la maximalisation du nombre de termes égaux à 3.[34]

La basse-cour
Dans une basse-cour, il y a des poules et des lapins. On voit 45 têtes et 108 pattes. Combien y voit-on d'oreilles ?

Si tel qu'il est présenté il convient bien au dernier cours avant les vacances de Pâques, puisqu'on peut ensuite distribuer des lapins en chocolat, ce problème ancien et classique existe en une multitude de versions. Il est relativement facile à résoudre dès la 8e ou la 9e avec des équations. Avant, les élèves doivent faire des essais, mais par un raisonnement arithmétique, comme on le faisait jusqu'au Moyen-Age[35], ils peuvent s'orienter vers la solution. Pour pousser à une recherche systématique, il peut être intéressant de prendre des nombres beaucoup plus grands

32 Activité conçue par Ruhal Floris pour les calculatrices comme la TI34 qui donnent la réponse à l'activité précédente.
33 Dans une classe d'élèves en grande difficulté, on a posé tout d'abord le problème du dernier chiffre de 5^{2004}, pour qu'ils découvrent par eux-mêmes que cela ne pouvait pas être autre chose que 5. Ensuite ceux qui avaient compris se sont vus proposer 9^{2004} et deux seulement sur les dix élèves ont fini par trouver tout seuls la solution de 2^{2004} !
34 Ce problème figure dans le manuel romand *Mathématiques, Sixième année,* avec le passage du nombre 24 de l'édition 1985 au nombre 25 de l'édition de 2002, pour envisager les cas où le nombre choisi n'est pas un multiple de 3.
35 Voir l'article de M. Ballieu & M.-F. Guissard : *Les problèmes du premier degré: des méthodes de fausse position à la résolution algébrique* (pages 54 à 61 de ce numéro)

tels 2142 têtes et 4978 pattes, qui forcent à construire une démarche au lieu de tâtonner [36].

Somme de nombres naturels consécutifs
Quels sont tous les nombres impairs qui peuvent s'écrire comme somme d'au moins 3 nombres naturels consécutifs ? Trouver la caractéristique des nombres pour lesquels cette règle fonctionne.
Essayer d'établir une preuve de la conjecture.
Conseil : réfléchir au nombre de termes de la décomposition, est-il pair ou impair ? Faire le lien avec les diviseurs du nombre.

Les élèves peuvent constater par des essais (avec calculatrice pour explorer aussi de grands nombres) que ce sont les nombres impairs non premiers qui conviennent. Pour établir une justification de cette conjecture, on peut montrer que les sommes d'un nombre pair de nombres consécutifs sont des nombres pairs et qu'elles ne peuvent pas être prises en compte, puis que les sommes de 3, 5, 7, 9, ... nombres consécutifs sont, respectivement, des multiples de 3, 5, 7, 9 ... On peut ainsi se convaincre que les nombres premiers ne peuvent pas figurer dans la liste.
Il existe de très nombreux problèmes de ce type, présentés aussi dans les manuels de mathématiques romands, qui jouent avec les nombres entiers ou des situations de combinatoire. Ce qui est important, c'est que l'apport de la calculatrice est essentiel pour ce type de mathématiques.

Somme de nombres naturels consécutifs
Quels sont les nombres naturels qui sont la somme d'au moins deux nombres naturels consécutifs ?

La réponse est que tous les nombres naturels conviennent, excepté les puissances de 2. Si les élèves font suffisamment d'essais, ils peuvent parvenir à ce résultat. En revanche, la preuve mathématique est un peu plus délicate.

f) Pour remplacer les tables numériques *(thèse 8)*

La thèse 8 affirme que *la calculatrice est indispensable quand on travaille une notion pour laquelle la connaissance technique n'est pas au programme ou qui nécessiterait le recours aux tables numériques*. On peut profiter de l'utilisation de la calculatrice pour faire réfléchir les élèves sur ce que signifient les nombres obtenus en pressant la touche √. Voici par exemple une activité qui doit faire prendre conscience de l'existence de nombres au développement décimal infini non périodique, de la difficulté pour la calculatrice de traiter ce type de nombres et pour nous de les concevoir, quand on ne pense qu'en termes d'écriture décimale, alors que le calcul algébrique s'avère un outil particulièrement puissant pour les manipuler.

La calcul de $\sqrt{8}$ [37]

a) Calculer $\sqrt{8}$ avec votre machine et noter le résultat sur une feuille. Appelons x ce nombre.
b) Calculer x^2 avec la calculatrice. Le résultat vous inspire-t-il des remarques ?
c) 2 est-il égal à $\sqrt{8}$? Justifier.
d) Et 3 est-il une meilleure approximation de $\sqrt{8}$?
e) Trouver un encadrement de $\sqrt{8}$ au millième près à l'aide de votre calculatrice.
f) Quel est l'encadrement le plus précis possible que fournit votre machine ?
g) Calculer avec votre machine $\sqrt{8} - \sqrt{7}$, puis $\dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$ [38].
h) Quelle fiabilité ont ces résultats ?
i) Quelle conjecture peut-on tirer de ces calculs ?
j) Peut-on démontrer cette conjecture ?
k) Généraliser la conjecture établie en g) et la démontrer.

En revenant à des exemples plus terre à terre, notons qu'il est bien agréable de pouvoir demander aux élèves de trouver l'hypoténuse d'un triangle rectangle, l'aire d'un disque ou le sinus d'un angle sans avoir recours aux tables numériques qui nécessitaient aussi un apprentissage spécifique pour une utilisation adéquate. C'est la raison pour laquelle nous sommes parfois choqués par la réponse de collègues qui trouvent qu'enseigner l'utilisation de la calculatrice est une perte de temps par rapport à leur enseignement de mathématiques.

Conclusion

Dès le moment où nos élèves ont à disposition une calculatrice, qui leur a été la plupart du temps fournie par l'école, il nous semble de notre devoir de lui accorder un espace dans notre enseignement. Pour penser cette place, nous avons tenté une catégorisation des fonctions et rôles de la calculatrice à l'école, qui nous ont permis d'argumenter au sujet de sa pertinence en classe de mathématiques. Ensuite, à travers des activités à proposer aux élèves, nous avons essayé d'illustrer un certain nombre d'éléments qui nous tiennent à cœur à propos de son utilisation.

En tant qu'enseignants de mathématiques, nous ne sommes d'ailleurs pas les seuls utilisateurs scolaires de cet instrument. Dans tout cours faisant appel à des données numériques (mathématiques, sciences, économie, etc.) elle a son rôle à jouer car

1. Elle permet de calculer à partir de données réelles, provenant par exemple de mesures expérimentales, tout en gardant une bonne précision au résultat.
2. Elle permet d'éviter des résultats entachés d'erreurs de calcul.
3. Elle remplace les tables numériques.
4. Elle permet de faire du calcul d'erreur sur des données mesurées (estimation de la précision du résultat, recherche d'une pente par la méthode des moindres carrés, etc.).
5. Elle permet de multiplier les essais pour aboutir à une modélisation ou à une conjecture, faisant ainsi faire aux élèves des mathématiques expérimentales.
6. Elle permet la résolution de la vaste classe de problèmes pour lesquels il n'y a pas de solution exacte.

Si ce n'est donc pas uniquement pour un meilleur apprentissage des mathématiques, à une époque où l'on parle beaucoup d'interdisciplinarité, il nous semble essentiel de dire que le cours de mathématiques doit armer les élèves, et tout d'abord les plus faibles, en leur offrant en prime de l'instrument la capacité de l'utiliser correctement.

36 Dans une 9e prégymnasiale genevoise un élève a expliqué que puisque chaque animal avait en tout cas deux pattes, il suffisait de soustraire du nombre total de pattes le double du nombre de têtes et on obtenait directement le nombre d'oreilles. Drôle d'anatomie mais démarche identique à celle qui peut se faire avec le système d'équations décrivant le problème. A parier que l'outil algébrique passera d'autant mieux.

37 Activité proposée par J.-M. Delley dans le cadre d'un groupe de travail de la Commission de l'Enseignement des Mathématiques (CEM) genevoise pour des élèves de 1re année du collège

38 On notera que ces écritures ne sont pas du tout évidentes pour les élèves du début du collège et leur introduction dans la calculatrice, surtout si elle a été peu travaillée dans les classes précédentes peut se révéler un problème en soi..