13E RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN

Les problèmes de la finale[1]

1. LES CONFITURES (Cat. 3)

Une paysanne du village de Forêt Verte prépare cinq confitures différentes : aux châtaignes, aux abricots, aux figues, aux melons, aux tomates vertes. Elle les met dans des pots et les vend aux touristes.
Un client achète deux pots de confitures différentes.

Quelles confitures peut-il avoir achetées ?
Indiquez toutes les façons possibles d'acheter deux confitures différentes.

2. ADDITIONS CODÉES (Cat. 3, 4)

Dans ce tableau, il y a des additions dans les lignes et dans les colonnes.
Chacune des figures (le rond, le carré, l'étoile, le triangle et le losange) remplace toujours un même nombre.

●	+	★	+	▲	+	★	=	9
+		+		+		+		
●	+	●	+	■	+	●	=	9
+		+		+		+		
■	+	★	+	◆	+	▲	=	13
=		=		=		=		
6		5		12		8		

Trouvez par quels nombres il faut remplacer ces dessins pour que toutes les additions soient justes.
Montrez comment vous avez fait pour trouver ces nombres.

1 La finale du 13e RMT s'est déroulée de mai à juillet dans les différentes sections de l'Association du Rallye mathématique transalpin. Pour la Suisse romande c'est encore une fois l'Ecole française de Berne qui a accueilli les 24 classes. Les résultats régionaux de cette finale peuvent être consultés sur le site www.rmt-sr.ch/.

3. les boîtes de crayons (cat. 3, 4)

Cinq boîtes de crayons sont exposées dans la vitrine d'une papeterie.
Leurs prix sont :

5 € 8 € 10 € 12 € 13 €

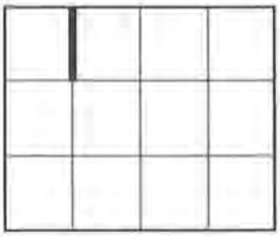
Après quelques jours, le papetier en a vendu quatre : une à Alex, une à Brice, une à Carla et une à David.

- Alex a payé uniquement avec des pièces de 2 euros et on ne lui a rien rendu.
- Brice a dépensé 3 euros de plus que Carla.
- David a payé avec deux billets de 5 euros et le marchand lui a rendu de la monnaie.

Quel est le prix de la boîte achetée par Alex ?
Expliquez votre réponse.

4. PAS DE JALOUX (CAT. 3, 4, 5)

Amandine veut partager ce rectangle en deux parties ayant chacune le même nombre de carreaux, mais pas forcément la même forme. Tous les carreaux doivent rester entiers et le découpage doit donc suivre les lignes du quadrillage.
Amandine a commencé le partage, en traçant un premier trait (plus large sur la figure) :



Continuez le partage commencé par Amandine.
Trouvez toutes les façons de continuer le partage d'Amandine pour obtenir deux parties ayant le même nombre de carreaux.

5. BILLES (CAT. 3, 4, 5)

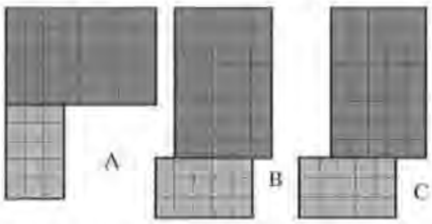
Anne, Béatrice et Charles ont joué aux billes avec d'autres camarades.

À eux trois, ils ont gagné 20 billes en tout.
Charles a gagné deux fois plus de billes que Béatrice.
Anne n'a pas gagné plus de billes que Béatrice.

Combien de billes peut avoir gagné chacun des trois enfants ?
Expliquez votre raisonnement.

6. LES DEUX RECTANGLES (CAT. 4, 5, 6)

On découpe deux rectangles dans une feuille de papier quadrillé, en suivant les lignes du quadrillage. Les dimensions du premier rectangle sont 5 et 8, celles du second sont 5 et 3 (unité : le côté d'un carré du quadrillage).
On place ces deux rectangles l'un contre l'autre, sans les superposer, de façon à ce qu'ils se touchent par un ou plusieurs côtés entiers de carreaux. (Un carreau d'un rectangle ne peut en toucher qu'un seul de l'autre rectangle, par un côté entier.) On peut obtenir ainsi de nombreuses figures. (Exemples : Les figures A et B sont correctes. La figure C est incorrecte car il y a des carreaux d'un rectangle qui touchent deux carreaux de l'autre rectangle.)

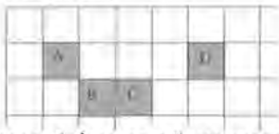


Les figures obtenues n'ont pas toutes le même périmètre. Par exemple, le périmètre de A mesure 36 unités, celui de B en mesure 34.

Quel est le plus petit périmètre que peut avoir une figure obtenue en assemblant ces deux rectangles en respectant les règles d'assemblage ?
Et quel est le plus grand périmètre qu'on peut obtenir ?
Expliquez comment vous avez trouvé et montrez vos solutions.

7. CARTES CARRÉES (CAT. 4, 5, 6)

Grégory a 81 cartes carrées, de même dimension, avec une face blanche et l'autre face grisée.
Il les dispose toutes, les unes contre les autres, pour obtenir un grand carré entièrement blanc.
Thomas lui propose un défi : *Essaie de retourner le plus possible de cartes pour faire apparaître leur face grisée. Mais attention, à la fin, chaque face grise devra avoir au moins 7 faces voisines blanches.*
Deux cartes sont voisines si elles ont un sommet ou un côté commun.
(Dans cet exemple, les cartes A et C avec les faces grises ont 7 voisines avec des faces blanches, et D en a 8, mais B n'en a que 6 !)



Combien de cartes Grégory peut-il retourner au maximum ?
Expliquez votre raisonnement et dessinez une de vos solutions.

8. UNE CROISSANCE EXTRAORDINAIRE (Cat. 5, 6, 7)

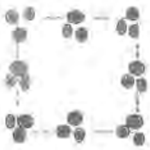
Quand ils vivaient dans notre pays, Hugues mesurait 115 cm, Léo 130 cm, Sara 135 cm, Eddy 145 cm.
Depuis quelques années ils vivent dans un autre pays nommé «Biengrandir», où l'unité de mesure est le gra.
Aujourd'hui, ils se mesurent et ils voient que Hugues a grandi de 7 *gra*, Léo de 6 *gra*, Sara et Eddy ont grandi chacun de 3 *gra*.
Sara s'aperçoit d'une chose étrange : maintenant ils n'ont plus quatre tailles différentes, mais deux enfants ont la même taille et les deux autres aussi.

Trouvez à combien de cm correspond le gra.
Expliquez votre raisonnement.

9. UN ŒIL SUR LES PIERRES ! (CAT. 5, 6, 7)

Julien est en vacances à la mer. Sur la plage, il ramasse des pierres et les dispose par petits tas de trois, en forme de carré, comme sur ce dessin :

Selon cette disposition, il y a 9 pierres par côté.
Julien ramasse encore 4 autres pierres et, avec les premières, forme une nouvelle disposition :



- il y a de nouveau 8 tas, disposés en carré ;
- il y a de nouveau 9 pierres par côté ;
- il y a le même nombre de pierres dans tous les tas situés au milieu des côtés du carré.

Combien peut-il y avoir de pierres dans les tas de la nouvelle disposition ?
Montrez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.

10. LA PLUS PETITE DIFFÉRENCE (Cat. 5, 6, 7)

Cette grille est partagée en deux régions par une ligne continue, épaisse, qui suit le quadrillage.
Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 39.

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

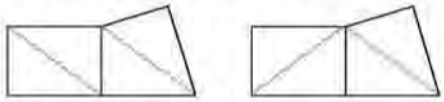
Il est possible de trouver une différence plus petite en découpant la grille en deux parties seulement, selon d'autres lignes.

Dessinez la ligne de partage qui donne la plus petite différence possible et notez vos calculs.

11. QUADRITRIANGLES (CAT. 6, 7, 8, 9)

Avec quatre triangles rectangles égaux, de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm, disposés de manière à ce que chaque triangle ait au moins un côté commun avec un autre triangle, on peut obtenir différentes figures que nous appellerons « quadritriangles ».

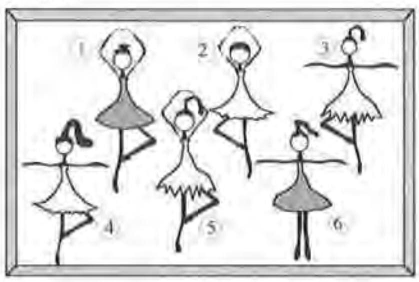
Deux quadritriangles sont différents s'ils ont au moins un côté ou un angle différent (on ne tient pas compte de la disposition des triangles à l'intérieur). Par exemple, ces deux quadritriangles, de 22 cm de périmètre, ne sont pas considérés comme différents.



Parmi tous les quadritriangles, quels sont ceux qui ont le plus petit périmètre ?
Dessinez-les et expliquez comment vous les avez trouvés.

12. LES DANSEUSES (CAT. 6, 7, 8, 9)

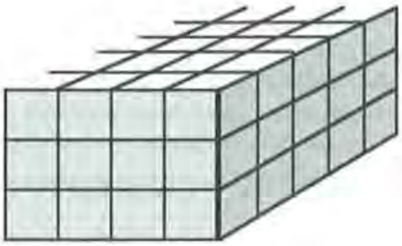
Chiara a envoyé cette photo à Stéphanie, sa correspondante française.
Elle a pensé qu'elle pourrait se faire reconnaître de sa nouvelle amie par les indices qu'elle lui donnerait et, dans le même temps, lui présenter les camarades de son groupe de danse. Elle lui a donc écrit ceci :
Chère Stéphanie,
Je t'envoie une de mes photos préférées car j'y danse avec mes amies.
C'est Francesca qui a les bras au-dessus de la tête, qui lève la même jambe que moi et qui a le même tutu qu'Elena ;
Elena lève la même jambe que Giorgia ;
Giorgia a le même tutu que Paola ;
le tutu de Paola est différent de celui d'Ilaria ;
mon tutu est le même que celui d'Ilaria et tu vois que mes bras ne sont pas dans la même position que ceux de Paola !
J'espère recevoir ta réponse au plus vite, avec les noms correspondant à chaque numéro, pour savoir si tu m'as reconnue.
Chiara



Aidez Stéphanie à identifier Chiara et ses amies. Expliquez votre raisonnement.

13. LES GOURMANDS (CAT. 7, 8, 9)

Madame Caramel, la prof. de maths, a fait un pavé au chocolat. Après avoir fait cuire une pâte à biscuit ordinaire dans un moule, elle l'a trempée dans du chocolat liquide pour recouvrir les six faces d'une épaisse couche délicieuse. Pour expliquer la formule du volume du parallélépipède rectangle, elle découpe son pavé en cubes de mêmes dimensions: 3 dans la hauteur, 4 dans la largeur et 5 dans la longueur.
À la fin de la leçon, elle met les cubes sur un plateau et chacun des 30 élèves a le droit de choisir deux cubes.
Pour éviter que ses élèves, tous très gourmands, ne se ruent sur les cubes ayant le plus de chocolat, Madame Caramel organise le partage ainsi, après avoir donné un numéro à chaque élève:



- *pour commencer, chacun ira choisir un cube, dans l'ordre des numéros, le numéro 1 en premier, puis le numéro 2 ... et enfin le numéro 30.*
- *lorsque chacun aura mangé son premier cube, chacun ira en chercher un second, mais dans l'ordre inverse : le numéro 30 en premier, puis le numéro 29 ... et enfin le numéro 1.*

Quelques élèves ont un grand sourire car ils savent qu'ils auront plus de chocolat que les autres.
Quels sont les élèves qui auront plus de chocolat que les autres ?
Indiquez leurs numéros, expliquez ce qu'ils ont eu de plus et comment vous les avez trouvés.

14. À TABLE ENSEMBLE (CAT. 7, 8, 9)

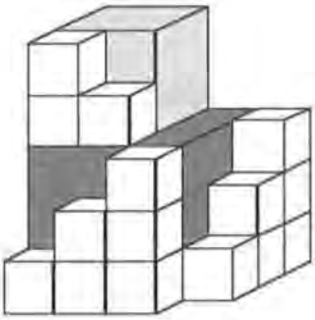
Tymer, Sejko et Annòvic travaillent pour la même entreprise FUSEAURAIR qui a des filiales dans le monde entier. Tymer travaille à Anchorage, Sejko travaille à Tokyo et Annòvic travaille à Moscou.
Un jour à midi, heure locale au siège central de l'entreprise FUSEAURAIR, le président-directeur général, Monsieur Clock, demande à ses trois collaborateurs de participer à une vidéo conférence.
Monsieur Clock découvre avec surprise que ses trois collaborateurs sont tous en train de manger, selon le fuseau horaire de la ville où chacun se trouve, l'un prenant son petit-déjeuner à 8 h, l'autre son déjeuner à 14h et le troisième son dîner à 20 h.
M. Clock a devant lui une carte du monde avec les fuseaux horaires et y lit:

– 11.00	Samoa	– 10.00	Tahiti	– 9.00	Anchorage
– 8.00	San Francisco	– 7.00	Denver	– 6.00	Mexico-City, Chicago
– 5.00	Havana, New York	– 4.00	Caracas	– 3.00	Buenos Aires, San Paolo
– 2.00	South Georgia	– 1.00	Azores	0.00	London
+ 1.00	Paris	+ 2.00	Cape Town	+ 3.00	Moscow
+ 4.00	Dubai	+ 5.30	New Delhi	+ 6.00	Dacca
+ 7.00	Bangkok	+ 8.00	Beijing	+ 9.00	Tokyo
+10.00	Sydney	+ 11.00	Vanuatu Island	+ 12.00	Auckland

Où se trouve, selon vous, le siège central de l'entreprise FUSEAURAIR ?
Expliquez votre raisonnement.

15. LA TOUR DE TRANSALPIE (CAT. 8, 9)

Le roi de Transalpie aime beaucoup les cubes. Il a fait ériger cette tour, dans laquelle on reconnaît facilement 17 cubes.
Pour construire la tour, les maçons ont empilé et cimenté exactement 50000 briques cubiques avant de peindre les parties visibles : en noir pour le grand cube, en gris pour le moyen et en blanc pour les 15 petits, avec le dessin de toutes les arêtes.



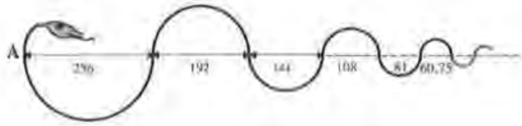
La hauteur totale de la tour, du sol à la face supérieure du cube moyen, est de 20 mètres.
Un des courtisans a trouvé cette tour si belle qu'il en a fait construire une dans son jardin, tout à fait semblable mais de dimensions réduites.
Son modèle réduit n'a que 8 mètres de hauteur. Il est construit avec les mêmes briques que celles utilisées pour la tour royale.

Combien de briques le courtisan a-t-il utilisées pour construire sa tour ?
Expliquez votre solution.

16. LE SERPENT MYOPE (CAT. 8, 9)

Monsieur Python est en train de s'admirer.
Il constate que son corps forme des demi-cercles, dont les diamètres décroissent régulièrement, toujours dans le même rapport :
256 ; 192 ; 144 ; 108 ; 81 ; 60,75 ; ... (en mm)

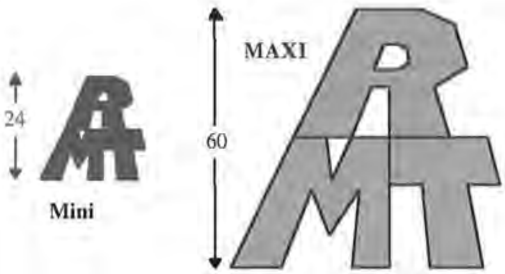
Mais il est myope et, à partir des 5 à 6 premiers demi-cercles, il ne voit plus rien et n'aperçoit donc pas le bout de sa queue.



Selon vous, quelle est la distance, en mm, entre son cou, au point A, et le bout de sa queue ?
Estimer la longueur de son corps, du point A jusqu'au bout de sa queue.
Combien y a-t-il de demi-cercles que le serpent myope n'arrive pas à voir ?
Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

17. LOGOS (CAT. 8, 9)

Une grande entreprise internationale de loisirs a créé un logo autocollant pour sa publicité.
Le modèle « Mini » a 24 cm de hauteur.
Le modèle « MAXI » a 60 cm de hauteur.
Les deux modèles sont imprimés sur des mêmes feuilles de plastique aux couleurs chatoyantes et aux reflets métallisés, puis découpés à la presse et livrés par lots



de 10, 20, 40, 50 ou 100 modèles.
Un lot de 100 modèles « Mini » pèse 450 g.

Combien pèse un lot de 40 modèles « MAXI » ?
Expliquez votre solution.