

# SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT ET CREATION D'UNE GRILLE D'OBSERVATION DURANT LE CYCLE ELEMENTAIRE (1 E – 2 P)<sup>1</sup> « LE PAVAGE DU CARRE »

Michèle Vernex<sup>2</sup>, Françoise Muller<sup>3</sup>, Genève

## 1.- INTRODUCTION

En mars 2004, la CEM a proposé aux enseignants genevois une semaine consacrée à la géométrie. Cela concernait les élèves des classes enfantines à ceux de l'université. Le thème était le pavage du plan avec des figures géométriques posées côte à côte sans trou ni chevauchement. Pour cela une série d'activités était à disposition et nous en avons choisi deux qui correspondaient au niveau de nos élèves et concernaient le pavage d'un carré. Il s'agit des activités « *Recouvrir un carré* » et « *Paver un carré* » qui ont été conduites au cycle élémentaire<sup>4</sup> de l'école François Chavaz. Les enseignants ont proposé à leurs élèves de trouver différentes manières de paver un carré avec les pièces de la boîte A.S.E.N.<sup>5</sup> Ce matériel est constitué de disques, ovales, carrés, rectangles, triangles rectangles et triangles équilatéraux de différentes tailles. Les pièces ont des grandeurs proportionnelles. Le choix de ces activités s'explique par la possibilité d'être conduite de la 1 E (1<sup>re</sup> enfantine) à la 2 P (2<sup>e</sup> primaire). Elles montrent la capacité

d'un élève à décomposer une surface en surfaces élémentaires et la recomposer. Une activité artistique de pavage d'une feuille de 50 x 70 cm a également été conduite. Elle comprend une partie mathématique sur la recherche du nombre total de chaque pièce nécessaire avant de paver réellement la feuille. La séquence d'enseignement ne sera cependant pas détaillée dans cet article, mais peut être demandée aux auteurs.

Les exemples présentés dans cet article sont ceux effectués dans deux classes (2 E et 2 P), car ils illustrent les deux extrêmes. Les auteurs ont établi une grille d'observation à partir de leur analyse des séquences d'enseignement montrant ainsi la progression des élèves sur quatre ans.

Cet article est composé de quatre parties. Tout d'abord nous présentons les deux problèmes proposés par la CEM accompagnés de notre analyse a priori et des modifications que nous y avons apporté. Notre conception de l'apprentissage étant basée sur les notions du socio-constructivisme, nous y détaillons le rôle du maître en phase d'enseignement et surtout les relances possibles qu'il peut proposer. Ensuite nous reprenons les points de l'analyse a priori et les agrémentons d'exemples observés dans une classe de 2 E et une de 2 P et les analysons. Nous montrons ainsi l'importance de l'analyse a priori ainsi que l'attitude de l'enseignant qui conduit l'élève à trouver par lui-même une solution au problème posé sans lui donner ni solutions, ni stratégies. Nous terminons par la présentation d'une grille d'observation, utilisable pour chaque élève de la 1 E à la 2 P. Nous avons pu la créer sur la base de l'analyse a priori ainsi que ce celle de la conduite de l'activité en classe et de son analyse.

## 2.- ANALYSE A PRIORI : AJOUTS ET MODIFICATIONS DES AUTEURS

Ci-dessous, ont été retranscrites les deux activités « *Recouvrir un carré* » et « *Paver un carré* »

1 Dans le canton de Genève, la classe de 1 E (première enfantine) regroupe les élèves de 4-5 ans, la classe de 2 P (deuxième primaire) ceux de 7-8 ans.

2 Enseignante en division moyenne à Genève

3 Enseignante en division enfantine à Genève

4 Dans le canton de Genève, l'école élémentaire couvre les quatre degrés 1 E, 2 E, 1 P et 2 P

5 Chaque classe enfantine est dotée d'une boîte qui comprend des figures géométriques en carton de couleur.

telles qu'elles étaient proposées par la CEM (colonne 1 et 2). Nous avons ajouté une colonne dans laquelle se trouve l'analyse a priori telle que nous la proposons. Les ajouts et modifications des auteurs sont notés en italique.

Nous avons ajouté ce qui pour nous est le but de chaque activité, car il est nécessaire pour la création de la grille de progression (voir chapitre 4).

Pour faciliter la lecture de cet article, nous appellerons « activité A », l'activité « *Recouvrir un carré* », « activité B », le prolongement proposé à cette activité et « activité C », l'activité « *Paver un carré* ».

L'analyse préalable, telle que nous la proposons, comprend non seulement une partie concernant le milieu, mais également une partie « procédures des élèves » et une autre « relances du maître ».

Tout d'abord, le fait que les activités proposées sont auto-validantes selon Brousseau (1986), permet de savoir que l'enseignant ne doit pas intervenir s'il juge que les dessins ne sont pas reproductibles, ou qu'il peut renvoyer l'élève à la consigne si elle n'est pas suivie sans évaluer son travail.

En ce qui concerne l'anticipation des procédures attendues des élèves pour le pavage et le dessin, elle permet de pouvoir prévoir les relances possibles de l'enseignant, ainsi que créer la grille de progression.

(tableau - voir page 24 et 25)

Nous avons également proposé l'activité A aux élèves de 1 E car nous voulons montrer l'évolution des élèves sur tout le cycle élémentaire. De plus, l'activité est réalisable pour des enfants de 4 ans sans trop d'ajustement. Seule la demande de dessiner les productions obtenues est supprimée pour des raisons liées au développement de l'enfant.

La consigne des activités a été reprise car elle nous semblait trop difficile pour des élèves du

cycle élémentaire. Nous avons donc expliqué le mot « chevauchement » et changé la construction des phrases sans modifier le contenu et surtout sans donner de stratégies.

Pour plus de clarté, le déroulement des activités est présenté avec leur découpage: ce qui se fait en groupe ou individuellement, puis en collectif avec la durée prévue. En 1 E et en 2 E, il est conseillé d'effectuer l'activité sur 3 moments distincts pour éviter la diminution de concentration des enfants de jeune âge: la première mise en commun terminant la première partie et le deuxième travail individuel la seconde. Lors de la reprise, les élèves reformulent ce qui a été fait préalablement, afin de réactiver le problème.

Bien que les interactions entre élèves ne soient pas essentielles pour ces activités, car la confection des pavages ne nécessite pas de discussion, les élèves sont répartis par 4 ou 5 pour des questions de matériel. De plus, cette disposition peut provoquer des échanges entre les enfants sans que cela ne nuise à l'accomplissement de l'activité.

Le développement proposé par la CEM (activité B) peut être effectué par les élèves de 1 E et 2 E, car il propose une introduction à la comparaison des formes géométriques. Cette activité n'est par contre pas utile en 1 P et 2 P, car les élèves ont déjà effectué ce genre d'exercices qui se trouvent dans les moyens d'enseignement. En revanche, nous proposons d'effectuer l'activité « *recouvrir un carré 1 P - 2 P - 3 P - 4 P* » proposée également par la CEM (activité C) qui permet d'introduire la notion d'aire lorsque l'enseignant propose de répertorier le nombre de pièces nécessaires pour recouvrir le carré de 20 x 20 cm ainsi que la notion de proportionnalité lorsque des pièces étant la moitié, le tiers ou le quart des autres sont proposées. Ceci est le prolongement que nous avons noté dans notre analyse a priori.

(tableau - voir page 26)

## Activité « Recouvrir un carré 2 E – 1 P – 2 P »

	CEM	CEM	AUTEURS	
Titre de l'activité	Recouvrir un carré			
Type d'activité	Découverte			
But			Recouvrir un carré avec des pièces données. Dès la 2 E : Dessiner les pavages obtenus.	
Degrés scolaires indicatifs	2 E – 1 P – 2 P		2 E – 1 P – 2 P + 1 E	
Énoncé destiné aux élèves	Recouvrez exactement votre carré – sans trou ni chevauchement – avec des pièces de la boîte. Cherchez chaque fois une autre façon de recouvrir le carré (on ne tient pas compte des différences de couleurs). Dessinez les solutions nouvelles.		<b>Activité A</b> <b>A1</b> : Vous allez devoir recouvrir exactement un carré de 10 x 10 cm avec les pièces de la boîte, sans trou et sans chevauchement, c'est-à-dire que les pièces peuvent se toucher mais pas être l'une sur l'autre. Vous devrez trouver le plus de manières possibles. Vous ne devez pas avoir deux fois le même pavage. Il ne faut pas tenir compte des couleurs des pièces. Dès la 2 E, on ajoute : <b>A2</b> : Dessinez les solutions.	
Matériel	Une boîte de surfaces ASEN complète Un carré de 10 x 10 cm, en mi-carton par élève Des feuilles carrées de 15 x 15 cm, comportant un carré dessiné de 10 x 10 cm		Une boîte de surfaces ASEN complète par groupe de 4 à 5 élèves Un carré de 10 x 10 cm, en mi-carton par élève Des feuilles carrées de 15 x 15 cm, comportant un carré dessiné de 10 x 10 cm Crayon, règle	
Durée	30 – 45 minutes		2 x 45 minutes	
Propositions de déroulement	Recherche collective (en groupe de 4 à 6 élèves) : lorsqu'un élève pense avoir trouvé une nouvelle solution, il la compare aux solutions déjà trouvées, et la dessine si elle est réellement nouvelle.		1 E	2 E
			<b>Consigne A1</b> Reformulation par les élèves Travail individuel (5 minutes)  Mise en commun collective pour s'assurer de la bonne compréhension du problème et comparer les productions (10 minutes)  Reformulation par les élèves de la consigne A1 Travail individuel (15 minutes)  Mise en commun collective (15 minutes) Elle permet de s'assurer que les élèves ont bien suivi la consigne	<b>Consigne A1</b> Reformulation par les élèves Travail individuel (5 minutes)  Mise en commun collective pour s'assurer de la bonne compréhension du problème (10 minutes)  <b>Consigne A2</b> Travail individuel (30 minutes)  Mise en commun collective (30 minutes) Elle permet de comparer les productions des élèves, d'enlever les dessins non reproductibles, de retirer les doubles
				<b>Consignes A1 et A2</b> Reformulation par les élèves Travail individuel (35 minutes)  Avant la mise en commun les élèves de chaque groupe se mettent d'accord pour enlever les doubles (10 minutes)  Mise en commun collective (45 minutes) Elle permet de comparer les productions des élèves d'enlever les doubles encore présents...
Référence aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Reconnaître, décrire et nommer des surfaces selon leur forme. Reproduire des figures géométriques.		Reconnaître, décrire et nommer des figures géométriques planes. Reproduire des figures géométriques.	
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Au départ, il est fréquent que les élèves estiment comme différents des recouvrements identiques, soit parce que les couleurs sont différentes (appeler la consigne), ou parce que leur carré est orienté différemment (proposer de comparer leur carré avec les autres en le faisant tourner sur lui-même). Il est normal que les plus jeunes élèves représentent leur solution en dessinant séparément le contour de chaque pièce. Peu à peu, certains dessinent – avec plus ou moins de précision – le partage du carré correspondant à leur recouvrement. L'enseignant n'intervient que si le dessin ne permet pas de reconnaître la solution représentée.		<b>Validation de l'activité :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La validation des solutions se fait grâce au recouvrement</li> <li>- Celle des dessins par leur reproductibilité.</li> <li>- L'éviction des doubles par rotation des productions des élèves</li> </ul> <b>Procédures attendues :</b> <b>Recouvrement</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les élèves recouvrent le carré par tâtonnements successifs.</li> <li>- Pour effectuer leur pavage, les élèves comparent les grandeurs des figures de la boîte qui sont la moitié, le tiers, le quart d'une autre (ces notions sont abordées dans le programme)</li> </ul> <b>Dessin</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dessin du bon nombre de pièces mais ne permettant de reproduire le pavage</li> <li>- dessin en contournant les pièces</li> <li>- dessin à la règle</li> </ul>	

		<p><i>Relances du maître :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si les élèves estiment comme différents des recouvrements identiques parce que les couleurs sont différentes, le maître demandera à l'élève de reformuler la consigne.</li> <li>- Si les élèves ne suivent pas la consigne on peut la leur faire reformuler, puis leur demander s'ils ont bien fait ce qu'on leur demandait et leur faire formuler ce qui ne correspond pas.</li> <li>- Si les dessins ne sont pas reproductibles, ne pas intervenir. En effet, la validation du dessin sera effectuée lors de la mise en commun : les élèves ne pourront pas reproduire les pavages et devront par conséquent éliminer ces productions.</li> <li>- Lors de la mise en commun, le maître peut affirmer que deux solutions sont identiques et demander aux élèves de trouver pourquoi imitation des dessins).</li> </ul>				
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Figures géométriques (similitudes et particularités)	Figures géométriques (similitudes et particularités)				
Développements possibles	Chercher toutes les façons de recouvrir un carré, en utilisant chaque fois exactement 5 pièces.	<p><u>En 1 E et 2 E uniquement</u></p> <p>Avec ce développement, le contenu de l'activité, en plus des points relevés ci-dessus, comprend la comparaison des grandeurs (aires) par manipulation de surface-pièces.</p> <p><b>Activité B</b></p> <p><b>B1 :</b> Chercher toutes les façons de recouvrir un carré, en utilisant chaque fois exactement 5 pièces. Dans la consigne on ajoute en 2 E</p> <p><b>B2 :</b> Dessinez les solutions.</p> <p>Durée : 2 x 15 minutes en 1 E 2 x 30 minutes en 2 E</p> <p><u>Déroulement :</u></p> <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">1 E</th> <th style="width: 50%;">2 E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <p><b>Consigne B1</b></p> <p>Reformulation par les élèves Travail individuel (15 minutes)</p> <p>Mise en commun collective (15 minutes) Elle permet de s'assurer que les élèves ont bien suivi la consigne</p> </td> <td> <p><b>Consigne B1 + B2</b></p> <p>Reformulation par les élèves Travail individuel (30 minutes)</p> <p>Mise en commun collective (30 minutes). Elle permet de comparer les productions des élèves, d'enlever les dessins non reproductibles et de parler de la correspondance entre les pièces de la boîte</p> </td> </tr> </tbody> </table> <p><i>Procédures des élèves :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- procédures identiques que pour l'activité A</li> </ul> <p><i>Relances du maître :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les relances données pour l'activité A</li> <li>- Face à un élève bloqué, le maître peut demander à l'élève de compter le nombre de pièces qu'il a déjà utilisées, puis le nombre manquant et lui demander de chercher les pièces qui permettent de compléter son pavage (voir analyse).</li> </ul>	1 E	2 E	<p><b>Consigne B1</b></p> <p>Reformulation par les élèves Travail individuel (15 minutes)</p> <p>Mise en commun collective (15 minutes) Elle permet de s'assurer que les élèves ont bien suivi la consigne</p>	<p><b>Consigne B1 + B2</b></p> <p>Reformulation par les élèves Travail individuel (30 minutes)</p> <p>Mise en commun collective (30 minutes). Elle permet de comparer les productions des élèves, d'enlever les dessins non reproductibles et de parler de la correspondance entre les pièces de la boîte</p>
1 E	2 E					
<p><b>Consigne B1</b></p> <p>Reformulation par les élèves Travail individuel (15 minutes)</p> <p>Mise en commun collective (15 minutes) Elle permet de s'assurer que les élèves ont bien suivi la consigne</p>	<p><b>Consigne B1 + B2</b></p> <p>Reformulation par les élèves Travail individuel (30 minutes)</p> <p>Mise en commun collective (30 minutes). Elle permet de comparer les productions des élèves, d'enlever les dessins non reproductibles et de parler de la correspondance entre les pièces de la boîte</p>					
Lien interdisciplinaire:						

Activité « Paver un carré 1 P – 2 P – 3 P – 4 P »

CEM	CEM	AUTEURS
Titre de l'activité	Paver un carré	
Type d'activité	Découverte – Déduction	
But		<p>Trouver une unité de pavage                      Recouvrir un carré avec les pièces données.                      Dessiner les pavages obtenus                      Extrapoler une solution</p>
Degrés scolaires indicatifs	1 P – 2 P – 3 P – 4 P	1P + 2P <sup>6</sup>
Énoncé destiné aux élèves	Quelles sont les pièces qui permettent de paver exactement le carré – sans trou ni chevauchement – en utilisant toujours la même pièce ? Dessinez vos solutions.	<p><b>Activité C</b>  <b>C :</b> Cherchez quelles sont les pièces de la boîte qui permettent de paver un carré de 20 x 20 cm. Utilisez toujours la même pièce sans trou ni chevauchement. Dessinez chaque solution différente.</p>
Matériel	Une boîte de surfaces ASEN complète Un carré de 20 x 20 cm, en mi-carton, par élève Des feuilles de 20 x 20 cm	Une boîte de surfaces ASEN complète Un carré de 20 x 20 cm, en mi-carton, par élève Des feuilles carrées de 25 x 25 cm, comportant un carré dessiné de 20 x 20 cm
Durée	30 – 45 minutes	90 minutes
Propositions de déroulement	Recherche collective (en groupe de 3 élèves).	Consigne C Travail individuel Comparaison dans les groupes pour enlever les doubles ( 60 minutes)  Mise en commun collective (30 minutes)
Référence aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Reconnaître, décrire et nommer des surfaces selon leur forme. Décomposer une surface en surfaces élémentaires. Reproduire des figures géométriques Comparer des grandeurs par manipulation des surfaces.	Reconnaître, décrire et nommer des surfaces selon leur forme. Décomposer une surface en surfaces élémentaires. Reproduire des figures géométriques Comparer des grandeurs par manipulation des surfaces.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Certaines pièces ne se trouvent pas en nombre suffisant pour paver effectivement le carré. Les élèves devront donc extrapoler. 10 pièces permettent de paver le carré de 20 x 20 : 2 carrés (10 x 10 et 5 x 5 ), 2 rectangles (10 x 5 et 5 x 2,5), les 4 triangles isocèles rectangles et 2 triangles rectangles non-isocèles (les moitiés des rectangles ci-dessus).	10 sortes de pièces permettent de paver le carré de 20 x 20 : 2 sortes de carrés (10 x 10 et 5 x 5 ), 2 sortes de rectangles (10 x 5 et 5 x 2,5), des triangles isocèles rectangles (demi carrés de 10 x 10 ou de 5 x 5 ainsi que demi rectangles de 10 x 5 et 5 x 2,5) et des triangles rectangles non-isocèles (les moitiés des rectangles ci-dessus) Procédures attendues : Pavage - procédures identiques que pour l'activité A - Se rendre compte que la grandeur d'une figure est proportionnelle à une autre et en déduire qu'elle pave donc également le carré Dessin - procédures identiques que pour l'activité A  Relances du maître : - Les relances données pour l'activité A - Faire retourner l'élève à la consigne s'il propose deux pavages différents avec la même pièce. - Le maître peut affirmer qu'une solution est possible et demander à l'élève de trouver comment il faut procéder pour y arriver (voir analyse) - Il peut demander d'utiliser les petites pièces (en nombre insuffisant) pour contraindre l'élève à imaginer la solution.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Figures géométriques (similitudes et particularités)	Figures géométriques (similitudes et particularités)
Développements possibles	Mesure d'aire	Mesure d'aire
Liens interdisciplinaire		Calcul du nombre de pièces nécessaires pour recouvrir la figure

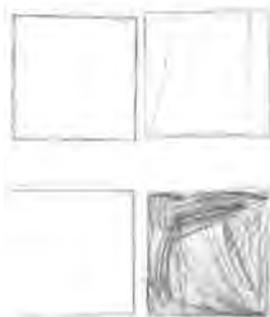
<sup>6</sup> Notre article parle du cycle élémentaire seulement, mais il serait intéressant de conduire cette activité dans les degrés supérieurs.  
 LEPAVAGE.DOC



Ainsi nos élèves de 2 P ont pu se rendre compte que, en pavant le carré de  $20 \times 20$  avec des carrés de  $5 \times 5$  cm, il faut 16 pièces, comme avec les triangles rectangles (demi rectangle de  $5 \times 10$ ). En revanche, avec les grands carrés ( $10 \times 10$ ) 4 pièces seulement sont nécessaires. On réunit donc ici tous les ingrédients pour une approche de la mesure, tout en restant dans l'espace des grandeurs physiques et de leurs manipulations, nécessaires pour de jeunes élèves.

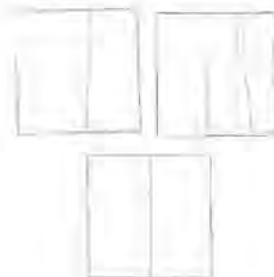
### 3.3 Les dessins

En 2 E, aucun élève n'utilise la règle. Nous n'avons observé aucun élève en train de chablonner<sup>7</sup>. Tous les dessins sont effectués à main levée et plus ou moins précis. Au contraire, en 2 P, les représentations ne se font plus à main levée, mais soit par chablonnage des pièces, soit à l'aide de la règle en mesurant la grandeur des différentes pièces. La majorité des solutions proposées sont relativement précises :



Recouvrement du carré de  $10 \times 10$  avec un carré de  $10 \times 10$ : le troisième est proposé par un élève de 2 P, les trois autres par des élèves de 2 E

<sup>7</sup> C'est-à-dire reproduire une figure en suivant, avec la pointe du crayon, le bord de la pièce correspondante placée sur la feuille



Recouvrement du carré de  $10 \times 10$  avec deux rectangles de  $10 \times 5$ : les deux premiers sont proposés par des élèves de 2 E, le dernier par un élève de 2 P



Deux recouvrements identiques: le premier proposé par un élève de 2P, le second par un de 2E

Bien que l'activité ne porte pas sur la reproduction précise des pavages, le dessin ne servant que de mémoire, il serait judicieux d'aborder lors de la mise en commun les moyens qui sont à disposition des élèves pour effectuer des représentations précises: le contour des pièces, un dessin « qui ressemblerait plus en grandeur », ceci pour autant que le manque de précision ait posé problème.

### 3.4 Relances du maître

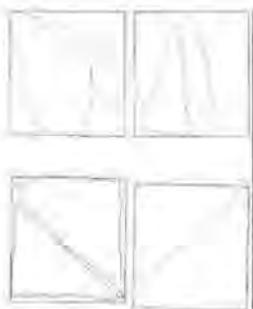
Nous proposons de reprendre les relances proposées dans l'analyse a priori avec des exemples observés lors de l'enseignement des activités.

Les activités étant auto-validantes, il n'a pas fallu relancer les élèves au niveau du pavage.

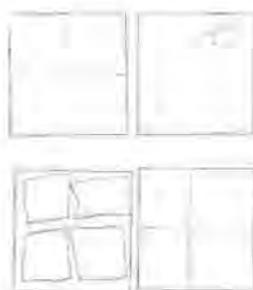
Dans l'activité A, lors de la mise en commun, le maître peut se rendre compte si une solution dessinée est correcte ou non. Il est alors en mesure de demander aux élèves quel

moyen ils ont pour vérifier la justesse de la production de leur camarade et laisser à un élève le soin de reproduire le pavage dessiné. La non-réussite sera la preuve qu'il n'est pas correct. Le dessin pourra alors être éliminé.

Pour ce qui est de la précision des productions des élèves, une discussion devrait être conduite lors de la mise en commun sur leur validité. En proposant de refaire les pavages dessinés, ceux qui ne peuvent pas être réalisés sur la base des schémas proposés sont enlevés. Cela permet de souligner l'importance de la représentation : elle doit être précise pour qu'on puisse se souvenir de ce qu'on a trouvé.

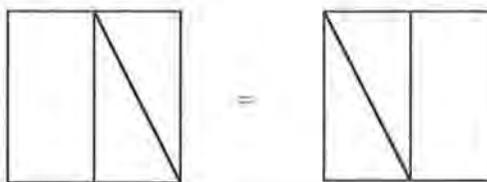


Toutes ces représentations ont été proposées par des élèves de 2E  
Les deux premières représentations ont été mises de côté par manque de précision.



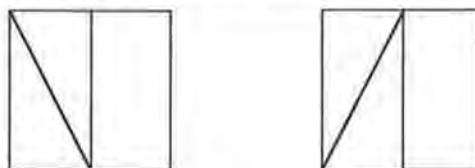
La première représentation a été proposée par un élève de 2P, les autres par ceux de 2E  
Seule la deuxième représentation a été mise de côté.

Toujours lors de la mise en commun, le maître peut affirmer que deux productions sont identiques, par exemple :



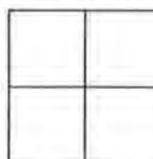
Les élèves devant trouver la justification en tournant les productions.

Une question peut être soulevée lorsque deux pavages comprennent les mêmes pièces mais disposées de façon différente.



Les élèves même en essayant de tourner les représentations n'arrivent pas au même résultat. On peut en conclure que les deux pavages sont différents, mais dans certains cas, comme celui-ci – on pourrait aussi dire qu'ils sont les mêmes si l'on accepte la possibilité de les « retourner » (par symétrie axiale ou réflexion dans un miroir).

Dans l'activité B, le rôle du maître est important. En effet, les élèves peuvent avoir tendance à détruire leur recouvrement lorsqu'ils obtiennent plus ou moins de 5 pièces. S'il se rend compte de cela, l'enseignant peut proposer soit d'enlever une pièce et de compter le nombre de pièces restant sur le carré, soit de répertorier le nombre de pièces déjà présent sur le pavage. Ensuite, il demande de trouver le nombre de pièces manquant pour satisfaire la consigne. Il n'a plus qu'à encourager les élèves à chercher les pièces manquantes. Prenons deux exemples :

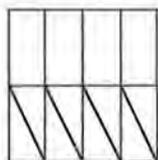


Dans ce cas, l'enseignant peut proposer à l'élève d'enlever un carré, ensuite lui demander combien de pièces recouvrent le carré. Puis il propose à l'élève de répertorier le nombre manquant de pièces (soit 2). Si l'élève est toujours bloqué, probablement parce qu'il souhaite recouvrir le carré avec des pièces identiques, il peut lui annoncer que deux pièces différentes peuvent être utilisées pour terminer le recouvrement. Un autre élève peut s'arrêter après avoir utilisé 4 rectangles de 2,5 x 5 cm.



L'enseignant par des demandes adéquates peut également le conduire à terminer son recouvrement au lieu de le détruire. Il serait bon de reprendre ces procédures lors de la mise en commun. Cela permet d'aborder la correspondance qu'il y a entre les pièces (1 carré correspond à 2 rectangles ou 4 petits rectangles correspondent à un grand rectangle si l'on reprend les deux exemples ci-dessus).

Dans l'activité C, avec l'utilisation des petites pièces, les élèves rencontrent des difficultés dues au manque de précision des pièces de la boîte: un rectangle peut être recouvert par deux triangles rectangles, mais le carré ne peut pas être pavé avec 16 triangles rectangles: il y a une différence effective de 8 mm.



Si un élève demande de l'aide et explique la contradiction qu'il observe, l'enseignant peut lui faire remarquer qu'il y a un petit espace entre les pièces. Il peut alors conduire l'élève à conclure qu'un petit espace reproduit plusieurs fois fait « un grand espace » et que cela

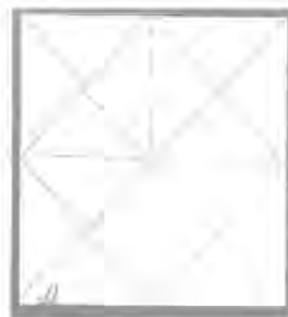
l'empêche de recouvrir le carré correctement, mais qu'avec le dessin qui est plus précis on peut obtenir le pavage. Cela devrait être repris lors la mise en commun finale, car les élèves qui en sont restés à la méthode empirique, n'accepteront pas la pièce proposée.

Un groupe étant plus avancé dans sa recherche que les autres, l'enseignant a proposé de chercher le nombre de pièces nécessaires pour couvrir le carré.

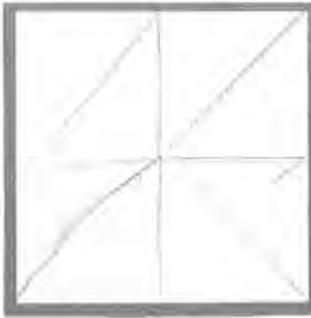
- Un élève a procédé par multiplication.
- Un autre a compté les pièces contenues sur le carré puis a continué le dénombrement en imaginant les autres.
- Un autre a imaginé les pièces manquantes et leur nombre, puis a répertorié les pièces placées et a effectué l'addition des deux nombres trouvés.
- Un dernier connaissait le nombre de pièces qui avaient une grandeur double et a simplement doublé ce nombre pour obtenir le nombre total de petites pièces contenues sur le carré.

Ceci devrait également être repris lors de la mise en commun.

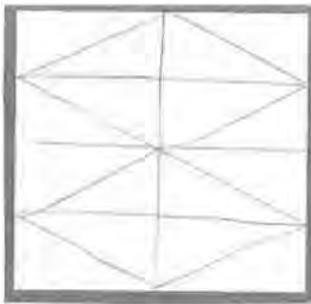
De la mise en commun finale, l'enseignant a demandé combien il fallait de petits triangles pour paver le carré et surtout comment l'on trouvait le résultat. La discussion a eu lieu avec les bons élèves de la classe, mais a totalement échappé aux autres.



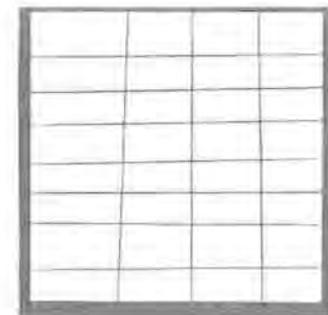
Chablonnage



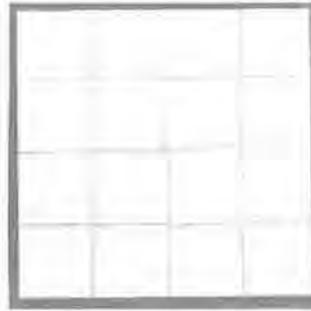
Chablonnage



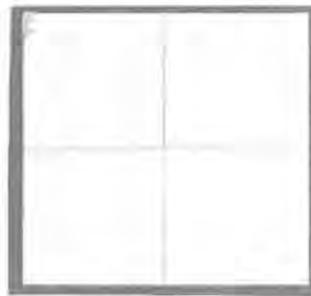
A main levée



A la règle mais sans mesurage



Chablonnage



Mesurage

En conclusion, l'analyse a posteriori montre que les deux activités « Recouvrir un carré » et « Paver un carré » ainsi que leurs prolongements sont de bons problèmes qui permettent d'établir une progression de la 1 E à la 2 P.

#### **4.- PROPOSITION D'UNE GRILLE D'OBSERVATION PERMETTANT D'EVALUER LES PRODUCTIONS DES ELEVES EN COURS D'ACTIVITE**

L'analyse a priori ainsi que les observations effectuées lors de l'enseignement et l'analyse a posteriori permettent de proposer une grille de progression pour les élèves de la 1 E à la 2 P. Elle sera remplie par l'enseignant.

Prénom : \_\_\_\_\_

## GRILLE D'OBSERVATIONS PAVAGE DU CARRE

Objectif : résoudre des problèmes mathématiques du domaine de la géométrie  
Décomposition d'une surface en surfaces élémentaires et recombinaison.  
Notion de surface

DATE			1 E	2 E	1 P	2 P
		Indicateurs				
S'APPROPRIER LE PROBLEME	Tient compte de la consigne	L'élève propose un pavage : qui recouvre exactement le carré sans trous sans chevauchements				
TRAITER LE PROBLEME	Essaie Se constitue un stock de résultats Y met de l'ordre Constitue une trace écrite Dédit une information nouvelle	L'élève propose plusieurs pavages différents  L'élève propose un dessin : non reproductible Reproductible plus ou moins à l'échelle relativement précis mais à main levée précis en contournant les pièces  peu précis mais à la règle précis, à la règle				
COMMUNIQUER LES RESULTATS	Choisit une représentation adéquate Produit des arguments sur la validité d'une solution					

Remarques :

TRAITER LE PROBLEME	Dédit une information nouvelle	L'élève est capable de donner le nombre de pièces nécessaires pour paver le carré sans avoir toutes les pièces à disposition : par comparaison avec un pavage avec des pièces plus grandes par imagination de leur place sur le carré par multiplication  L'élève est capable de donner le nombre de pièces nécessaires si on double le nombre de pièces.				
COMMUNIQUER LES RESULTATS	Produit des arguments sur la validité d'une solution					

Il suffit ensuite de remplir la grille soit avec des « + », « +/- », « - » soit uniquement avec des «  $\sqrt{\quad}$  » en fonction de ce qui a été observé lors du travail des élèves.

En fin de 2 P, on peut s'attendre à ce que les élèves soient capables de remplir les critères notés dans les deux rubriques « s'approprier le problème » et « communiquer les résultats ». Sous la rubrique « traiter le problème », l'élève devait au minimum reproduire son dessin soit en chablonnant, soit à la règle, mais de manière pas forcément précise.

## 5.- CONCLUSION

Ces deux activités « *Recouvrir un carré* » et « *Paver un carré* », peuvent tout à fait être menées par les élèves de tout un cycle moyennant quelques ajustements au niveau des consignes comme des attentes. De plus, si elles sont reprises lors du cycle, elle permet de montrer l'évolution des connaissances des élèves.

En effet, on a pu observer une évolution au niveau des dessins : au début ils étaient effectués à main levée, puis certains ont utilisé le chablonnage pour arriver à une reproduction minutieuse du pavage. Au niveau des procé-

dures également une évolution a été observée : en 2 E les élèves essaient des pavages artistiques ou utilisent les pièces courbes, petit à petit ils utilisent des pièces semblables ou des pièces qui permettent de terminer leur pavage. Certains arrivent même à découvrir la correspondance qui existe entre les pièces.

Les relances prévues lors de l'analyse a priori ont toutes été utilisées : le retour à la consigne, le fait d'utiliser plus ou moins de pièces, d'utiliser les petites ou les grandes pièces. Cela montre une fois de plus l'importance de ces analyses a priori. Tout enseignant se doit donc de prendre le temps nécessaire à ces analyses a priori.

## Références :

CEM

- Brousseau G., (1986), *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage Editions  
Gagnebin A., Guignard N., Jaquet F. (1997), *Apprentissage et enseignement des mathématiques, commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés à 4 de l'école primaire* (La mesure et le mesurage, pp. 140 – 145) COROME  
Rouche N. (1992), *Le sens de la mesure, des grandeurs aux nombres rationnels*, Bruxelles : Didier - Hatier

## Jeux 7

Nous avons reçu la dernière brochure « Jeux 7 » de l'APMEP et l'avons lue avec beaucoup d'intérêt. Le format et la présentation des deux brochures précédentes, « Jeux 5 » et « Jeux 6 », ont été conservés. Il s'agit de fiches de format A4, sur 172 pages, rangées en 9 rubriques :

Puzzles et mathématiques – Autour des pentaminos – Dessins codés – Mots croisés – Photomaton et télégrilles – Neuf pour un – Alignements numériques – Opérations, diviseurs, multiples – Un peu de logique.

Un tableau synoptique permet de se retrouver rapidement dans ces fiches. Il précise :

- leurs domaines (calcul littéral, géométrique, numérique, logique ...) plus précisément que ne l'indiquent les noms des rubriques ;
- les notions abordées (aires, périmètre, multiplication, ...);
- le degré scolaire à partir duquel ces fiches peuvent être présentées aux élèves (de la 4<sup>e</sup> primaire au niveau 8 de l'école secondaire);
- le matériel nécessaire ;
- des indications sur la gestion (en travail individuel, par groupes, par classe entière, comme découverte, entraînement, réinvestissement, recherche.

Prix : 14 € + frais de port

Commandes : APMEP, 26 rue Duméril, F – 75013 Paris