

EVALUATION : LIEUX GÉOMÉTRIQUES

Michel Brêchet

Dans le domaine de la géométrie, les polygones, les solides, les similitudes (isométries, homothéties, composées de ces applications), les théorèmes métriques et les lieux géométriques sont les principaux sujets étudiés par les élèves au cours des derniers degrés de la scolarité obligatoire. Ils nécessitent d'être abordés globalement et non de façon segmentée, isolés les uns des autres, car ils tissent d'étroits liens entre eux.

Ainsi, les diagonales d'un losange sont ses axes de symétries, l'intersection des médianes d'un triangle équilatéral est son centre de rotation, les bissectrices des angles d'un hexagone sont ses diagonales, un triangle rectangle est inscriptible dans un demi-cercle, les paraboles d'équation $y = ax^2$ sont des figures semblables...

Certains lieux géométriques sont « omniprésents » en géométrie plane, en constante interaction avec d'autres sujets d'étude. Parmi eux, la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle, le cercle et la droite – comme ensembles de points situés à une distance fixée d'un point donné respectivement d'une droite donnée – se taillent la part du lion.

Il est donc indispensable de bien les connaître pour progresser, c'est-à-dire de pouvoir les identifier dans des figures complexes, de mettre en exergue leurs propriétés, de les utiliser comme outils de résolution de problèmes et enfin de savoir les construire, selon une méthode ou une autre.

Notons au passage que la construction formelle de ces objets avec la règle, l'équerre et

le compas est parfois susceptible d'occulter quelques-unes de leurs propriétés et d'affaiblir par là même la portée de ces concepts. Elle n'est donc pas d'une importance primordiale. Par exemple, en construisant de façon traditionnelle la médiatrice d'un segment (compas et règle sans utiliser la graduation), on perçoit bien que cette droite sera constituée des points équidistants des extrémités du segment.

Par contre, cette construction voile deux caractéristiques essentielles de la médiatrice : celle de droite perpendiculaire à un segment et passant par son milieu, et celle de droite qui partage le plan en deux demi-plans, chacun étant constitué de points spécifiquement plus proches d'une extrémité du segment que de l'autre.

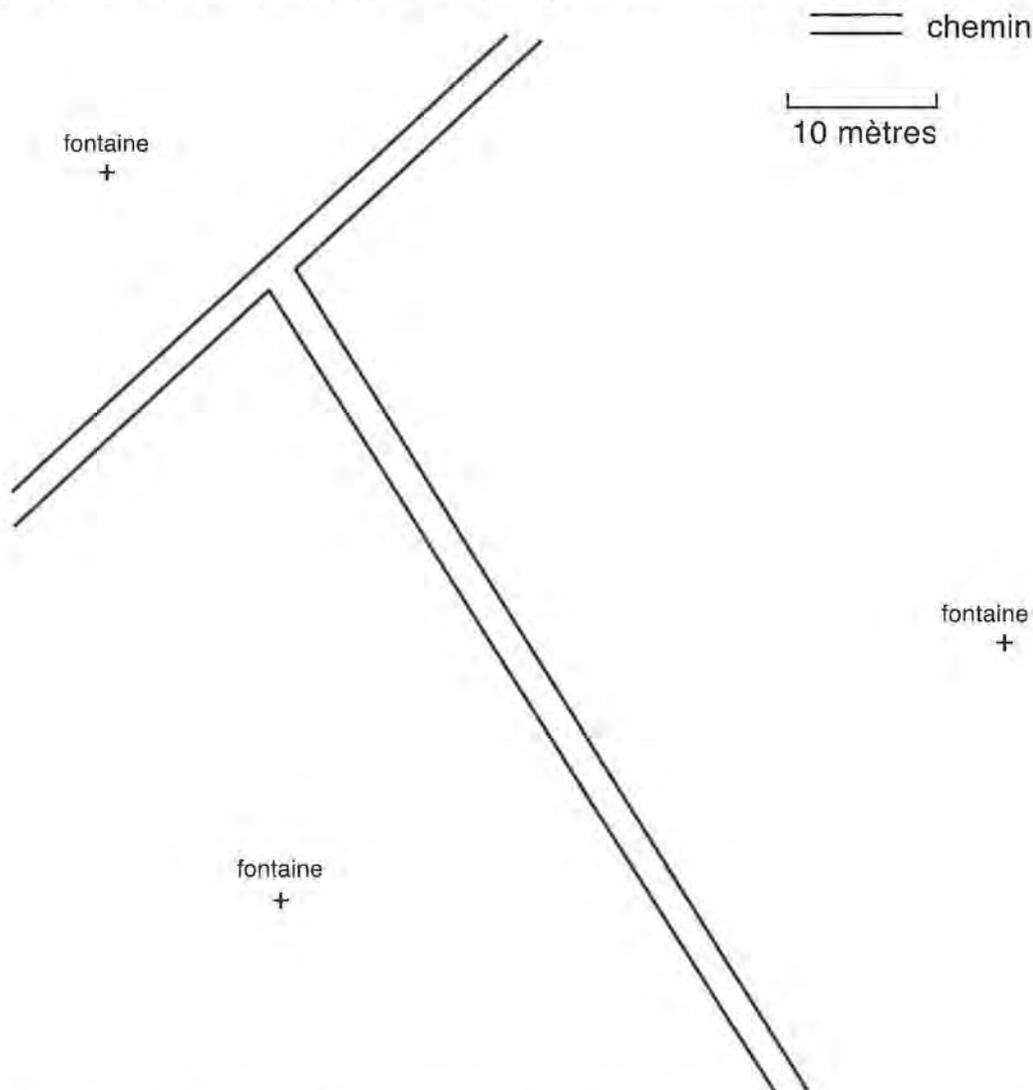
Dans le même ordre d'idées, la construction à la règle et au compas de la bissectrice d'un angle n'indique en rien que cette demi-droite est axe de symétrie de l'angle, qu'elle le partage en deux angles isométriques et qu'elle est constituée des points équidistants de ses côtés. A bien y regarder, la construction habituelle cache toutes ces propriétés !

On peut dès lors se demander s'il est judicieux de l'apprendre aux élèves en amont d'un travail approfondi sur l'isométrie des triangles, sur la distance d'un point à une droite et sur la notion de « hauteur extérieure à un triangle ». On éviterait ainsi qu'elle devienne un « truc », une « recette » maniée sans compréhension et donc aléatoirement.

Venons-en maintenant à l'évaluation au travers du problème « Camping », présenté ci-après. Comme sa résolution demande une bonne maîtrise des lieux géométriques abordés, il est destiné prioritairement aux élèves de fin de scolarité. Le travail sur deux plans ou plus est recommandé, car il permet de mieux distinguer les constructions réalisées.

Le problème : Camping

Voici un extrait du plan d'un camping, sur lequel figurent deux chemins et trois fontaines.



- André voudrait installer sa tente à moins de 10 mètres d'une fontaine et à moins de 10 mètres d'un chemin. Détermine tous les emplacements possibles pour la tente d'André.
- La tente de Basile est à égale distance des trois fontaines. Où est-elle ?
- Christian souhaite installer sa tente à égale distance des deux chemins et à 12 mètres d'une fontaine. Détermine tous les emplacements possibles pour la tente de Christian.
- Denis souhaite installer sa tente à plus de 25 mètres de chaque chemin et à 10 mètres d'une fontaine. Détermine tous les emplacements possibles pour la tente de Denis.

Les critères d'évaluation

Le souhait de valoriser la réussite de chaque tâche m'a conduit à prendre en compte les critères suivants, qui n'ont pas été communiqués aux élèves avant le test :

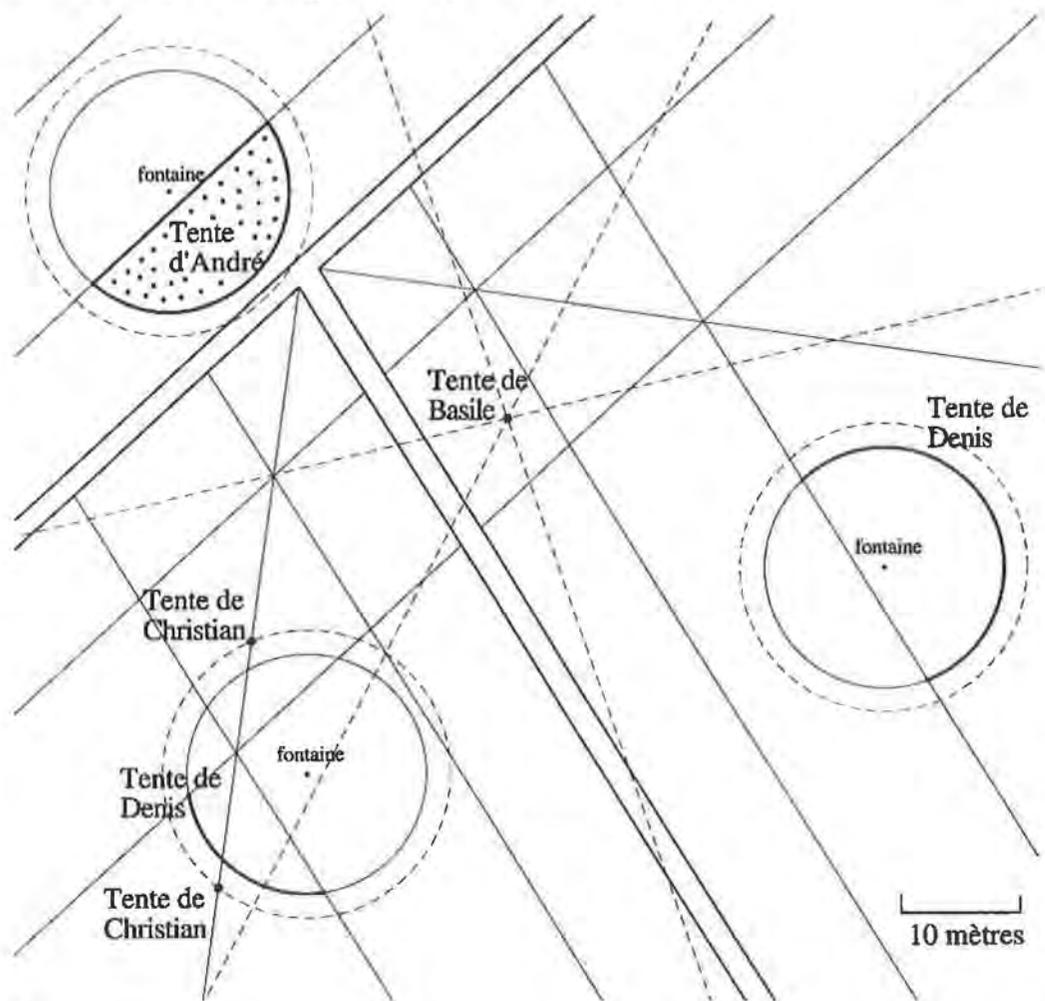
- 1) Lieu géométrique des points équidistants :
 - d'un point donné : 1 point
 - d'une droite donnée : 1 point
 - de deux ou trois points donnés : 1 point
 - de deux droites données : 1 point
- 2) Utilisation de l'échelle : 1 point
- 3) Construction géométrique :
 - de la parallèle à une droite : 1 point
 - de la médiatrice d'un segment : 1 point

- de la bissectrice d'un angle : 1 point
- 4) Compréhension :
- des expressions « est à moins de » et « est à plus de » : 1 point
 - de l'expression « est à » : 1 point
- 5) Exhaustivité des solutions
- de la partie c) : 1 point
 - de la partie d) : 1 point

Total : 12 points

Les solutions

(Le plan est ici réduit à 80% de ses dimensions)



Commentaires à propos de l'évaluation

1) Lieux géométriques (4 points)

- Le lieu géométrique des points du plan situés à une distance fixée d'un point donné est un cercle. Ce lieu géométrique intervient dans les questions a), c) et d). L'élève obtient 1 point s'il construit au moins deux cercles (1/2 point par cercle).
- Le lieu géométrique des points du plan situés à une distance fixée d'une droite donnée est constitué d'une paire de droites parallèles à la droite donnée. Ce lieu géométrique intervient aux questions a) et d). L'élève obtient 1 point si deux droites figurent sur sa feuille (1/2 point par droite). La méthode utilisée pour tracer les droites n'est pas prise en compte à ce stade.
- Le point du plan situé à égale distance de trois points donnés est l'intersection des médiatrices des segments déterminés par ces points (question b). L'élève obtient 1 point si ce point figure sur sa feuille (même approximativement). La méthode utilisée pour placer ce point n'est pas prise en compte à ce stade.
- Le lieu géométrique des points du plan situés à égale distance de deux droites données est la bissectrice de l'angle formé par ces droites (question c). L'élève obtient 1 point si une droite ou un point satisfaisant aux conditions de l'énoncé figure(nt) sur sa feuille. La méthode utilisée n'est pas prise en compte à ce stade.

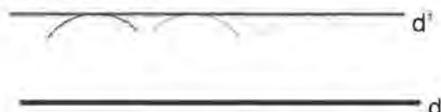
2) Echelle (1 point)

L'élève doit utiliser l'échelle pour représenter sur le plan des segments de longueurs réelles égales à 10 m, 12 m et 25 m. Il obtient 1 point s'il utilise correctement l'échelle dans deux de ces cas (1/2 point par cas). Sur le plan, les segments mesureront respectivement 2 cm, 2,4 cm et 5 cm.

3) Constructions géométriques (3 points)

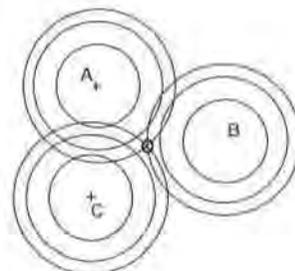
L'élève obtient 1 point pour chacune des trois constructions (parallèle, médiatrice, bissectrice) réalisées selon une procédure correcte. Par exemple, je n'ai attribué aucun point aux constructions suivantes:

Parallèle à la droite d :



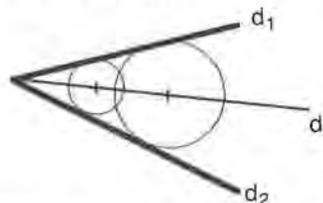
Description : L'élève trace tout d'abord des arcs de cercle dont les centres sont des points de la droite d. Il trace ensuite la droite d', « tangente » aux arcs de cercle, sans construire les points de tangence.

Point équidistant à trois points donnés :



Description : L'élève trace tout d'abord trois cercles de même rayon dont les centres sont les points A, B et C. Il procède de la même manière en ajustant pas à pas le rayon des cercles, de sorte que les cercles aient une intersection commune.

Points équidistants à deux droites données :



Description : L'élève cherche par tâtonnement le centre d'un cercle tangent aux droites d_1 et d_2 . Il procède ensuite de la même manière pour trouver la position d'un deuxième centre. Il trace enfin la « bissectrice » d' de l'angle.

4) Compréhension des expressions (2 points)

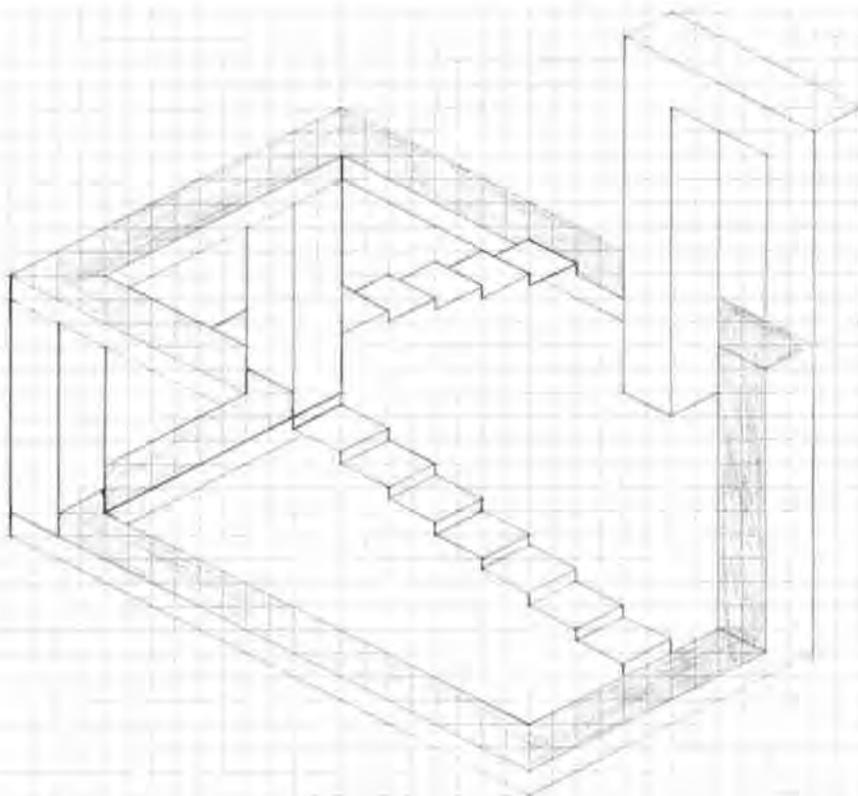
- L'élève obtient 1/2 point pour la compréhension de l'expression « est à moins de » (question a) et 1/2 point pour la compréhension de l'expression « est à plus de » (question d).
- L'élève obtient 1 point pour la compréhension de l'expression « est à » (questions c et d).

5) Exhaustivité des solutions (2 points)

- L'élève obtient 1/2 point par emplacement trouvé à la partie c.
- L'élève obtient 1/2 point par ensemble de points trouvé à la partie d.

Ainsi pratiquée, la correction d'une vingtaine de travaux demande environ deux heures. Les premières copies prennent passablement de temps. L'évaluation des autres est plus rapide, eu égard aux familles de procédures mises en œuvre par les élèves. L'établissement d'un seuil de suffisance étant une opération délicate, dépendant de nombreux paramètres (degré, filière, contexte, plan d'études, habitudes...), je laisse le soin à chaque lecteur de l'établir.

Pour terminer, voici une autre activité dans laquelle il est nécessaire d'utiliser le cercle et la droite comme outils pour résoudre un problème. Elle est moins globale et certainement moins difficile que la précédente. Pour des raisons de mise en page, le plan a été réduit à 80 % de ses dimensions.



« Dessin d'un objet impossible, réalisé par Sébastien (14 ans) »

Pétanque

A ce jeu de pétanque, le but doit être à au moins 2 mètres de tout obstacle (mur, arbre...) et entre 6 et 10 mètres du joueur qui l'a lancé.

Sur le plan ci-dessous, détermine la zone dans laquelle le joueur A doit lancer le but.

