QUALIFICATION RÉGIONALE VALAISANNE POUR LE 20E CHAMPIONNAT DES JEUX MATHÉMATIQUES ET LOGIQUES

Augustin Genoud et François Jaquet

[ndlr] Une fois de plus, *Math-Ecole* publie avec plaisir les problèmes de l'épreuve valaisanne de qualification pour le championnat de la FFJM.On trouve les origines de certains de ces problèmes dans *PanoraMath I à 3*[1], *Express Magazine, Annales de la FFJM, Sciences et Vie Juniors, Récrémaths,* mais ils ont été souvent adaptés par notre collègue, A. Genoud, qui fournit un travail considérable de préparation et de création.
En Valais, la participation au concours de la FFJM est toujours aussi importante : 2712 participants le 16 novembre 2005 ont résolu les problèmes présentés ici, dans différents établissements scolaires du canton. Ils étaient 530 à Sion le 18 mars 2006 pour les finales régionales, dont 99 promus pour la finale suisse. Ce succès ne tombe pas du ciel, il est le fruit du travail d'organisateurs qu'il faut féliciter et remercier de leur dévouement pour la promotion des mathématiques.
Pour plus d'informations, voir le site http://gvjm.ecolevs.ch

Répartition des problèmes par catégories :

1 à 7 pour les élèves de 4e et 5e primaires : Cat. CM
2 à 8 en 6e primaire et 1re CO (degrés 6 et 7) : Cat. C1
4 à 11 en 2e et 3e CO et 1re Lycée (degrés 8 et 9) : Cat. C2
7 à 14 dès le 10e degré, jusqu'à la maturité : Cat. L1
Pour le classement, chaque réponse exacte vaut 1 point. Les coefficients indiqués en regard des titres des problèmes servent à départager les élèves ayant le même nombre de points. Finalement, en cas d'égalité des points et coefficients, c'est la durée de résolution qui est prise en compte.

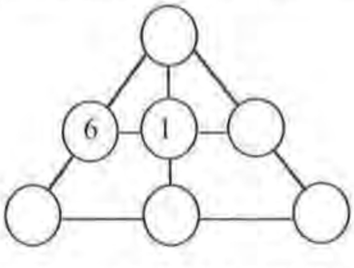
A. Les énoncés

1. La lettre (CM) (coef. 1)
J'xibe les vhxbpionnxts de bxthébxtique.
Dans la phrase précédente 3 lettres ont été remplacées par d'autres. Tous les m ont été remplacés par des b et les a par des x.
Quelle lettre a été remplacée par v ?

2. La suite logique (CM, C1) (coef. 2)
Sophie a construit une suite logique :
1, 3, 6, 10, 15, 21, □, □, 45
Puis elle a malicieusement effacé deux nombres. Paul tente de compléter les trous. Aide-le à retrouver les deux nombres manquants.

3. Les pièces de 2 francs (CM, C1) (coef. 3)
J'achète un objet de 23 fr. en payant uniquement avec des pièces de 2 fr. Le vendeur n'a que des pièces de 5 fr.
Combien dois-je lui donner de pièces de 2 fr. au minimum pour qu'il puisse me rendre la monnaie exactement ?

4. Les nombres (CM, C1, C2) (coef. 4)



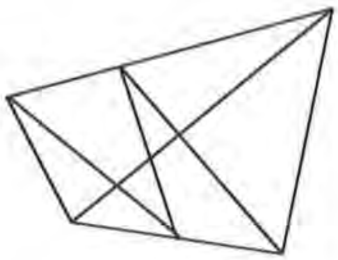
Tous les nombres de 0 à 6 doivent être placés dans les sept cercles de cette figure (le 1 et le

1 Le quatrième ouvrage de la collection : ***PanoraMath 4****. Panorama 2006 des compétitions mathématiques,* Comité International des jeux Mathématiques, éditeurs POLE et CIJM (Paris 2006) vient de paraître, en coédition avec l'ADIREM et l'APMEP. On peut l'obtenir chez ces éditeurs directement ou par l'intermédiaire de *Math-Ecole* (v. p. 3 de couverture)

6 sont déjà placés). De plus, lorsque l'on additionne trois nombres situés sur la même droite, on doit toujours trouver la même somme.
Écris au bon endroit les nombres manquants.

5. Les pommes (CM, C1, C2) (coef. 5)
Deux paniers, A et B, contiennent des pommes. Il y a 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B. Un voleur prend 18 pommes et pourtant il reste encore 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B.
Combien de pommes ont été volées dans le panier A ?

6. Les triangles (CM, C1, C2) (coef. 6)
Combien y a-t-il de triangles dans la figure suivante ?



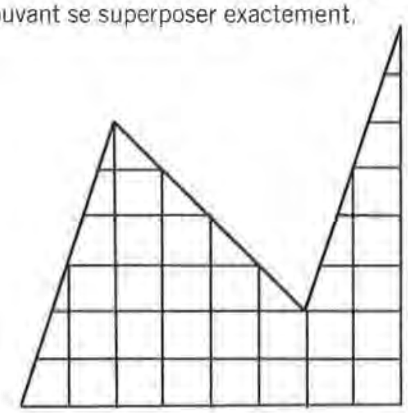
7. Les années (CM, C1, C2, L1) (coef. 7)
Arnaud, Benoît, Carine, Dorothée et Élodie ont écrit leur année de naissance sur un bout de papier. Ces papiers ont été mis côte à côte selon la disposition indiquée ci-dessous.

1995	1993	1994	1997	1998

Les années d'Arnaud et d'Élodie sont côte à côte. Benoît est né une année impaire. Carine est plus jeune que Dorothée. Dorothée et Élodie ont une année d'écart. Arnaud est né entre 1993 et 1996.
Quelles sont les années de naissance d'Arnaud, de Benoît, de Carine et de Dorothée ?

8. Les ambulances (C1, C2, L1) (coef. 8)
Dans un certain pays, les ambulances ont un numéro de plaques de voiture à trois chiffres. Le premier chiffre est toujours supérieur à la somme des deux autres.
Combien y a-t-il d'ambulances, au maximum, dans ce pays, sachant que toutes les plaques ont un numéro différent ?

9. Le partage (C2, L1) (coef. 9)
Tiens, se dit Martin, cette figure dessinée par le maître peut être partagée en deux parties pouvant se superposer exactement.



Dessine les traits du partage.

10. Les âges (C2, L1) (coef. 10)
Un père accompagné de son épouse et de son fils unique leur dit : « La somme de nos âges fait exactement 60 ans et je suis 6 fois plus âgé que toi, mon fils. Quand je ne serai plus que deux fois plus âgé que toi, mon fils, nos trois âges feront un total double de ce qu'il est actuellement ».
Quels sont les âges du père et de la mère ?

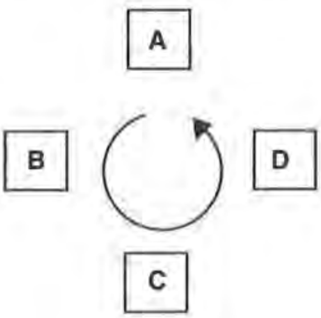
11. Les nombres (C2, L1) (coef. 11)
Alain a écrit à la suite les uns des autres les nombres entiers de 1 à 60 de la façon suivante :
123456789101112131415161718192021...

Puis il a barré cent des chiffres de façon que le nombre formé des chiffres restants, sans modifier leur ordre, soit le plus grand possible.
Quel est ce nombre ?

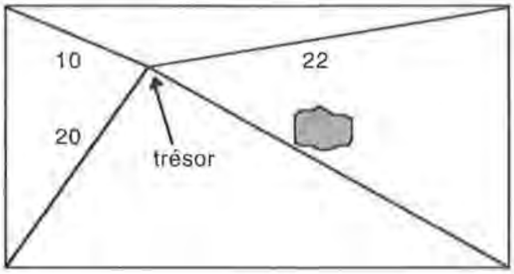
12. Les trous (L1) (coef. 12)
Benoît est occupé avec ses amis à creuser dans un champ un certain nombre de trous identiques. Lorsque Benoît fait équipe avec Maxime, ils creusent 1 trou en 4 jours.
Lorsque Benoît fait équipe avec Florian, ils creusent 1 trou en 3 jours.
Lorsque Maxime fait équipe avec Florian, ils creusent 1 trou en 2 jours. Chacun travaille avec une parfaite régularité.
Combien de jours sont nécessaires à Benoît pour creuser 1 trou tout seul ?

13. Le Petit Poucet (L1) (coef. 13)
Le Petit Poucet s'entraîne avant de sortir en forêt Il a devant lui 4 boîtes disposées en croix et contenant de nombreux cailloux (plus de 20 dans chaque boîte).

Il prend les cailloux de la boîte A et les sème un par un dans les boîtes B, C, D, A, B, ... jusqu'à ce qu'il ait tout semé. Il retire alors tous les cailloux qui se trouvent dans la boîte A et les jette.
Il prend alors les cailloux de la boîte B et les sème un par un dans les boîtes C, D, A, B, C, ... jusqu'à ce qu'il ait tout semé. Il retire alors tous les cailloux qui se trouvent dans la boîte B et les jette.
Il recommence ensuite, toujours de la même façon, à partir des boîtes C, D, A, B, ...
Il arrête de jouer lorsqu'à la suite d'un semis, il n'a plus rien à jeter.
Combien reste-t-il de cailloux, au maximum et au total, dans les boîtes, lorsqu'il arrête de jouer ?



14. Le parchemin (L1) (coef. 14)
Un parchemin de forme rectangulaire indique l'emplacement d'un trésor et les distances du trésor aux quatre sommets du rectangle ont été écrites en mètres. Sur le croquis, une de ces distances est devenue illisible.
Quelle est donc cette distance manquante ?



B. Quelques commentaires et pistes pour la résolution

Les taux de réussite qui suivent ont été calculés sur la base des réponses de 154 élèves de catégorie CM (4^e et 5^e primaire), 91 en C1 (degrés 6 et 7), 91 en C2 (degrés 7 et 8) et 76 en catégorie L1 (Lycée).

1. La lettre (CM)
Dans un contexte de concours de mathématiques, il n'était pas très difficile de trouver les mots « J'aime » et « mathématiques ».
Avec les indices : a remplacé par x, on arrive aisément à trouver la lettre remplacée par v : c. 71 % des élèves y sont arrivés.

2. La suite logique (CM, C1)
Les deux nombres manquants de la « suite logique » 1, 3, 6, 10, 15, 21, □, □, 45 sont 28 et 36. Ils ont été découverts par 75 % des élèves de C1 et 80 % de C2. (On relève quelques « non-réponses » et les erreurs sont en général dues à des fautes de calcul, le plus souvent 35 ou 37 à la place de 36 pour le second nombre cherché).
Dans les concours où seule la réponse correcte compte, on peut se contenter de « 28 et 36 » . En classe ou dans une confrontation où l'on exige une justification, l'objectif est d'ex-

primer la règle de construction de la suite des « nombres triangulaires », dont le n^e est la somme des n premiers nombres naturels : 1, 3 = 1 + 2, 6 = 1 + 2 + 3, 10 = 1 + 2 + 3 + 4,... et de la vérifier sur le nombre « 45 ».
Mais il faut bien être conscient que, dans un cas purement numérique comme celui-ci, sans un contexte concret comme support, il y a d'autres manières de compléter cette suite, de manière tout aussi « logique ». (On peut par exemple envisager une fonction du sixième degré dont les images des nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8 sont, respectivement, les sept nombres de l'énoncé.) Compléter une suite de ce genre revient à faire un choix d'une règle de passage d'un élément au suivant, à l'expliciter et à montrer qu'elle est en cohérence avec les termes donnés. Mais il faut savoir qu'il y a d'autres choix possibles, même s'ils sont moins évidents.
Lorsque la suite repose sur un support, géométrique ou matériel qui définit la règle de passage d'un élément au suivant, on peut arriver à l'unicité ou à la certitude, même si l'on doit renoncer à la solution la plus « attirante ». Un exemple célèbre est celui de l'activité « La région perdue[2] » consistant à dénombrer les régions d'un cercle déterminées par toutes les cordes menées de n points de la circonférence. On trouve respectivement, lors des premières constructions, 1, 2, 4, 8, 16 régions pour 1, 2, 3, 4, 5 points du cercle. La grande majorité des élèves (et des adultes aussi) s'attend alors à trouver 32 régions pour 6 points, mais il n'y en a 31 ! La « suite logique » des puissances de 2 ne fonctionne que pour les cinq premiers termes dans cette situation.

3. Les pièces de 2 francs (CM, C1)
Ce problème ne fait appel qu'aux différences entre multiples de 5 et de 2. En le posant sous la forme « Quel est le plus petit nombre pair qui vaut 23 et un multiple de 5 ? » il aurait été vraisemblablement mieux résolu en catégorie CM où 51 % seulement des élèves ont donné la réponse « 14 ». Il y a de nombreuses réponses « Nombre de pièces : 28 », « 12 pièces », « 18 », ... (La réussite est de 71 % en catégorie C1.)
Un bel exemple qui montre l'importance de la « décontextualisation » dans un problème pour arriver à passer dans le cadre numérique.

4. Les nombres (CM, C1, C2)
Ce triangle est complété correctement par une grande majorité d'élèves (70 % en CM, 85 % en C1 et 92 % en C2). Repris en classe, par exemple dans le prolongement de l'activité « Triangle magique[3] », le problème peut conduire à une recherche intéressante sur les différentes possibilités de disposer les nombres de 0 à 6 dans le triangle.
Dans ce cas, la solution est unique et a certainement été trouvée par essais successifs, organisés ou au hasard. Mais on peut aussi résoudre ce problème par une succession de déductions à portée d'élèves des catégories C1 et C2.

5. Les pommes (CM, C1, C2)
Ce problème est d'un grand intérêt didactique en raison de la variation des taux de réussite : 5 % en catégorie CM, 26 % en C1 et 75 % en catégorie C2. On serait tenté d'expliquer l'ampleur de ces écarts – exceptionnels – par les effets des programmes, mais une analyse de la tâche de résolution montre que les savoirs mis en oeuvre sont assez éloignés des matières étudiées en classe.
Une première investigation consiste à relever les différentes réponses des élèves de catégories CM et C1 qui ont échoué dans leur résolution. Elles se répartissent approximativement ainsi :

- « 9 » (40 %) qui correspond à un partage des pommes volées entre les deux paniers, pour la moitié ;
- « 18 » (20 %) où toutes les pommes seraient volées dans le panier A ;

2 Voir *Math-Ecole* n° 131 (D. Berney) et 139 (A. Calame)

3 1[er] RMT 1993, 5[e] RMT 1998 ou « Mathématiques 3P. COROME 1998 »

- « 0 » (10%) où toutes les pommes seraient volées dans le panier B
- « 6 » (10 %) où la moitié des pommes volées le seraient dans le panier A
- « 12 » (10 %) où la moitié des pommes volées le seraient dans le panier B
- autres réponses, de « 2 » à « 36 » (la plus fréquente) ou non-réponse (10 %).

En deuxième analyse, il vaut la peine d'imaginer la tâche de résolution du point de vue des élèves et chercher à dresser l'inventaire des stratégies possibles. Nous en voyons au moins six, à la manière dont sont conduites les « analyses a priori » des problèmes du RMT:

1 Après lecture de l'énoncé, se rendre compte que ni les nombres initiaux, ni les nombres finaux de pommes dans chacun des paniers ne sont connus et que les seules indications numériques sont les « 18 pommes » volées ou « deux fois plus » mais sans pouvoir les relier, (indépendamment de l'ambiguïté de l'expression multiplicative-additive « deux fois plus » qui signifie « le double » ou parfois « une fois plus » !). Devant cette situation déconcertante, qui ne permet pas d'essayer différentes répartitions des 18 pommes, ne prendre en compte qu'une des deux données et arriver à l'une des réponses précédentes.

2 Se donner un couple de valeurs pour la situation initiale et procéder à des essais successifs de répartition des 18 pommes volées. Par exemple, avec 20 et 10 au départ, si l'on retirait 9 pommes de chaque panier, il en resterait 11 et 1, ce qui ne conviendrait pas; si l'on retirait 10 et 8, les restes seraient 10 et 2, ce qui serait plus proche de la solution, mais ne conviendrait toujours pas, et arriver finalement à 12 et 6 et avoir constaté que les restes de 8 et 4 conviennent. Donner la réponse « 12 » en fonction de ce cas particulier.

3 Après un premier choix de valeurs initiales et la découverte de la réponse « 12 » pour ce cas, faire un ou plusieurs autres choix et constater que, pour chacun d'eux, on arrive à 12 pommes retirées du panier A. Donner la réponse « 12 » en fonction de ces cas particuliers ou en étant « à peu près convaincu qu'elle est valable pour tous les couples de départ ».

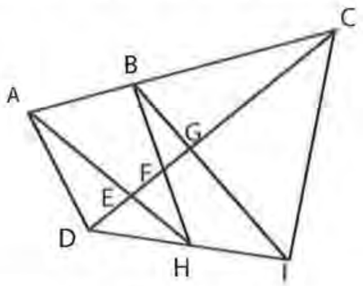
4 Passer à une généralisation en utilisant des écritures algébriques ou des raisonnements de type rhétorique. Par exemple : le nombre de pommes total au départ est le triple de celui du panier B ($3b$), après le vol, il reste le triple moins 18 ($3b - 18$). Dans le panier B, il y aura donc le tiers de ce reste, c'est-à-dire le nombre du panier B au départ moins 6 ($(3b - 18) / 3 = b - 6$). Si on a retiré 6 pommes de B, on en aura retiré 12 de A.

5 Résoudre le problème par un système d'équations avec, par exemple : a et b pommes au départ, tels que $a = 2b$, v pommes volées dans le panier A et $18 - v$ dans le panier B, ce qui conduirait à $a - v$ et $b - (18 - v)$ pommes à l'arrivée et, pour respecter le rapport, à l'équation : $a - v = 2[b - (18 - v)]$ ou $2b - v = 2[b - (18 - v)]$ qui se réduit à $v = 12$ et à l'indétermination de b.

6 Faire appel à une connaissance sur la proportionnalité selon laquelle, si le rapport entre deux couples est 2, la différence entre les éléments respectifs de ces couples doit aussi être 2. Il suffit donc de décomposer 18 en une somme de deux termes de rapport 2.

Il est compréhensible que les plus jeunes des élèves n'ont pas pu franchir l'obstacle de l'indétermination des nombres initiaux. (Procédure 1 ci-dessus). Leurs aînés auront sans doute franchi le premier pas en choisissant un couple initial (2). Il serait intéressant de savoir combien d'entre eux ont essayé avec d'autres couples (3), ont généralisé (4), ont utilisé des équations (5) ou ont des connaissances assez sûres sur la proportionnalité pour se limiter à la décomposition de 18. Pour le savoir plus, il suffit de proposer le problème à ses élèves et de leur demander d'expliquer comment ils ont procédé. On aura alors une bonne évaluation de leur maîtrise des différents connaissances mobilisées dans les différentes procédures exposées précédemment. Avec de jeunes élèves, il est toutefois nécessaire de prévoir une mise en commun après les cinq premières minutes de recherche pour faire émerger l'idée d'un choix de couple initial ou pour valider les premières réponses erronées comme « 9 », « 18 » ou « 0 ».

6. Les triangles (CM, C1, C2)
Cette recherche exige une très grande rigueur (2 % en CM, 5 % en C1, 27 % en C2).



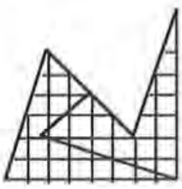
Pour désigner les 16 triangles, il faut une notation et beaucoup de rigueur : ABH, ACD, ACE, ADE, ADH, BCF, BCG, BCI, BFG, BHI, CDI, CGI, DEH, DFH, DGI et EFH. Le coloriage est peu efficace dans ce type d'inventaire car les superpositions empêchent un repérage précis.
Pour les compter on peut utiliser la partition de la figure comme si on la découpait avec des ciseaux, ce qui est l'image la plus prégnante chez les élèves. On constate qu'on obtient ainsi 6 triangles et 2 quadrilatères. Selon ce modèle, la réponse est « 6 » et a été donnée par 36 % des élèves de catégorie CM, 28 % de C1, alors qu'elle n'apparaît presque plus chez leurs aînés (5 % de C2) qui se sont déjà « fait prendre » plus d'une fois dans ce genre de problème. On pourrait relever ici que l'énoncé « combien y a-t-il de triangles » peut prêter à confusion ; on lui préfère aujourd'hui « combien peut-on distinguer de triangles » ou « combien de triangles sont entièrement dessinés ».
En prenant en compte les triangles formés de deux parties du découpage précédent, on arrive successivement à la réponse « 8 » (15 % en CM, 9 % en C1, 2 % en C2), puis « 10 » (10 % en CM et 6 % en C1) et à la réponse « 12 » (6 % en CM, 14 % en C1, 5 % en C2).
Lorsqu'on a dépassé ces représentations limitées, il faut encore vérifier minutieusement ses comptages. Les réponses proches de « 16 », comme « 14 », « 15 », « 17 » et « 18 » sont nombreuses chez les élèves les plus âgés (3 % en CM, 16 % en C1, 41 % en C2).

7. Les années (CM, C1, C2, L1)
Les taux de réussite augmentent d'une catégorie à l'autre : 16 % en catégorie CM, 34 % en C1, 48 % en C2, 54 % chez les lycéens (L1), mais les écarts sont moins grands que dans les problèmes précédents.
La résolution exige des hypothèses et vérifications, encore très difficiles à conduire chez les plus jeunes élèves et qui le restent jusqu'à l'âge adulte.
Par exemple : organisons les affirmations dans l'ordre suivant :
a) Arnaud (A) est né entre 1993 et 1996
b) Arnaud et Élodie (E) sont côte à côte
c) Dorothée (D) et Élodie ont une année d'écart
d) Carine (C) est plus jeune que Dorothée
e) Benoît (B) est né une année impaire
A est né en 94 ou 95. Si A est né en 94, E est née en 93 ou 97. Si E est née en 93, D est née en 92, ce qui est impossible. Si E est née en 97, D est née en 98 et C conduit à une impossibilité.
A né en 95 donne les solutions : Benoît en 97, Carine en 98, Dorothée en 94.

8. Les ambulances (C1, C2, L1)
C'est un très joli problème d'organisation d'un inventaire, suivi de la reconnaissance de l'inévitable suite des nombres triangulaires (inévitable car la probabilité de la voir apparaître au moins une fois dans une épreuve de concours est proche de 1 !).
Voici une organisation des numéros possibles dans l'ordre croissant :
100, 200, 201, 210, 300, 301, 302, 310, 311, 320… soit 1 ambulance dont le numéro commence par 1, 3 ambulances

dont le numéro commence par 2, ...soit $1 + 3 + 6 + 10 + ... + 45 = 165$ ambulances.
On retrouve ici la problématique des suites logiques abordée dans les commentaires du problème 2 : combien d'élèves se sont contentés de voir apparaître 1, 3, 6 et 10, voire 15 pour passer à la somme ci-dessus, sans se soucier d'une démonstration ou d'une justification de la loi permettant de passer de l'un des termes au suivant ?
C'est le type de problème à reprendre en classe pour s'assurer de la validité de la réponse, mais pas avant les degrés 8 à 9 au vu des résultats : 5 % en catégorie C1, 23 % en C2, 53 % en L1.

9. Le partage (C2, L1) (coef. 9)
8 carreaux sur le bas et 8 carreaux sur la droite, cela peut aider... Mais, dans ce genre de problème, certains « voient » tout de suite et d'autres jamais. Réussite : 27 % en C2 et 55 % en L1.



10. Les âges (C2, L1)
Ce problème facile, par rapport aux précédents (76 % en C2 et 87 % en L1) peut se résoudre par tâtonnements ou par équations :
x = âge du père y = âge de la mère
t = âge du fils

Le total des âges passant de 60 à 120, chacun aura 20 ans de plus. Les trois équations :
$x + y + t = 60$ $x = 6t$ $x + 20 = 2(t + 20)$
conduisent à la solution : $x = 30$, $y = 25$, $t = 5$ et à la réponse : les âges du père et de la mère sont respectivement 30 et 25 ans.

11. Les nombres (C2, L1)
Problème très difficile pour les élèves de catégorie C2 (7 %) de réussite. (Il avait été donné sous le titre « Nombre amputé » lors du 11e RMT et n'avait pas obtenu un plus grand succès chez les élèves du même âge, malgré le travail de groupe et le temps plus long à disposition). En catégorie L1, on atteint 41 %.
La stratégie est de conserver les « 9 » et de compter avec précision les chiffres : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, **9**, 10, 11, 12, 13, ...1**9**, 20, 21, 22, 23, ... 2**9**, 30,... 3**9**, 40, ... 4**9**, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 5**7**, 5**8**, **59**, **60**.
Nombre de chiffres : $10 \times 2 \times 5 + 11 = 111$.
Il faut laisser 11 chiffres. Ils sont donnés en gras.

12. Les trous (L1)
Il s'agit d'un problème de débit. Débit de Benoît + débit de Maxime = 1 trou en 4 jours...
dB + dM = 1t/4j ou B + M = 1/4
dF + dB = 1t/3j ou F + B = 1/3
dM + dF = 1t/2j ou M + F = 1/2
Ces 3 équations à 3 inconnues conduisent à la solution : Il faudrait 24 jours à Benoît seul.
Réussite : 32 %.

13. Le Petit Poucet (L1)
Dans la question du problème, le mot maximum ajoute de la difficulté à la recherche.
En fait, il restera toujours 6 cailloux. La meilleure façon de s'en convaincre est d'essayer quelques parties.
Voici le début d'une partie. Après le 3e semis, on aura toujours D > A > B > C.
On remarquera aussi que lorsque le jeu s'arrête, la boîte qui a servi à distribuer les cailloux contenait exactement 3 cailloux.

	A	B	C	D
Départ	**41**	93	25	67
Semis 1	10	11	10	10
Reste	0	**104**	35	77
Semis 2	26	26	26	26
Reste	26	0	**61**	103
Semis 3	16	16	15	16
Reste	42	16	0	**119**

Réussite : 50 %.

14. Le parchemin (L1)

Un beau problème de géométrie où apparaît un théorème bien connu des amateurs de concours de mathématiques : la somme des carrés de deux distances « opposées » est égale à celle des deux autres. Connaissant trois distances du point aux sommets, on en déduit immédiatement la quatrième.

Mais, pour ceux qui ne connaissent pas cette propriété, il faut la découvrir, par une utilisation intensive du théorème de Pythagore.

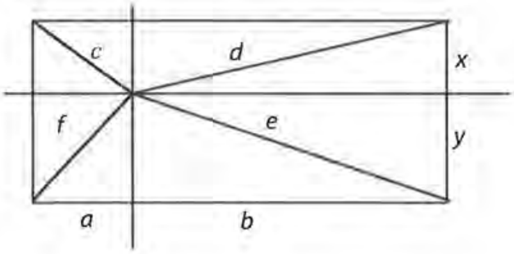
$x^2 + a^2 = c^2 \qquad y^2 + a^2 = f^2$

$x^2 + b^2 = d^2 \qquad y^2 + b^2 = e^2$

$y^2 + a^2 + x^2 + b^2 = x^2 + a^2 + y^2 + b^2$

$f^2 + d^2 = c^2 + e^2$, donc $20^2 + 22^2 = 10^2 + e^2$, alors

$e = 28$



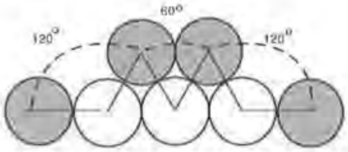
La réussite est de 32 % chez les lycéens, mais le problème peut être proposé aussi dans des classes de degré 8 et 9, sous forme de recherche. Il est alors intéressant de constater que, les distances aux sommets étant connues, les côtés du rectangle sont indéterminés. On peut l'illustrer avec un système de quatre tiges articulées de longueurs 10, 22, 28 et 20 ou, sur l'écran, avec un programme comme « Cabrigéomètre ».

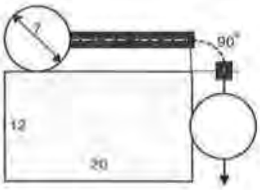
6. Il s'agit du problème 14 du concours. Les euros ont un rayon r. Le centre de la pièce qui est en mouvement se déplace sur des arcs de cercle de rayon 2r et de 300 degrés.

   $d = 2\pi(2r) \times 300/360$, $p = 2\pi r$,

   $n = 2 \times 300 / 360 =$ **5/3 tours**

   ou 1 tour et 2/3 de tour





7 $d = 2(20 + 12) + 7\pi = 64 + 7\pi$

   $\approx 64 + 7(22/7) = 86$

   $p = 7\pi \approx 22$

   $n = (64 + 7\pi) / 7\pi \approx$ **43 / 11 tours**

   ou 3 tours et 10/11 de tour

8 $d = 3 \times 25 + 7\pi = 75 + 7\pi \approx 97$, $\quad p = 7\pi \approx 22$,

   $n = (75 + 7\pi) / 7\pi \approx$ **97/22 tours** ou 4 tours et 9/22 de tour.

9. $d = 40 + 30 + 35 + 2\pi 3{,}5 \times 150/360 - 2 \times 3{,}5(1 + \sqrt{2}) = 105 + 7\pi \times 150/360 - 7(1 + \sqrt{2})$,

   $p = 7\pi \approx 22$,

   $n = 105 + 7\pi \times 150/360 - 7(1 + \sqrt{2}) / 7\pi \approx$ **4,4 tours**

   (la figure de droite ci-dessous montre que Pythagore suffit pour déterminer les deux distances à retrancher puisque le disque ne peut pas atteindre le point C.)