roulant sur d'autres objets » proposé dans Math-Ecole 215[12] et dont des solutions se trouvent dans l'encadré ci-dessous et en page 34.

Mais d'autres variantes sont possibles et vraisemblablement mieux adaptées aux objectifs de la fin de la scolarité obligatoire qui permettraient d'insérer cette situation dans d'autres « espaces de problèmes ». Une version plus sérieuse de ce jeu des variations serait, en se limitant à un cadre scolaire précis, de voir comment ce tissage a priori peut se transformer en une carte de connaissance chez les élèves.

À l'heure où l'on discute des résultats des récentes évaluations de l'enseignement mathématique, cet article n'a pas d'autre ambition que de faire partager quelques réflexions didactiques agrémentées de touches historiques. On aurait tort en effet d'oublier que l'amélioration de l'enseignement des mathématiques a une longue histoire. « L'éducation mathématique n'est rien d'autre que le développement de l'activité mathématique de l'élève et il n'y a pas d'activité sans problèmes » proclamait déjà Anna Zofia Krygowska[13] lors de la 28[e] rencontre de la CIEAEM[14]. Depuis lors des progrès théoriques ont été accomplis, mais c'est chez ces pionniers que l'on retrouve souvent l'essence et la force des propositions.

12 Genoud, A. & Jaquet, F. (2005). Qualifications régionales valaisannes: commentaires et développements de quelques problèmes. Math-Ecole, 215, 42-47.

13 L'exposé de Anna Zofia Krygowska reprend des thèses présentées en 1966 à Moscou lors du Congrès international des mathématiciens. Il se base sur des thèses de G. Polya qui, lui, ajoute: « La résolution des problèmes a été la charpente de l'enseignement des mathématiques depuis l'époque du papyrus RHIND ».

14 Vanhamme, W. & J. (Eds) (1976). *La problématique et l'enseignement des mathématiques.* Compte rendus de la XXVIII[e] Rencontre organisée par la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques – CIEAEM, 5-12 août 1976, Louvain-La-Neuve.

LES ROTATIONS DE DISQUES ROULANT SUR D'AUTRES OBJETS

Solutions des problèmes du numéro 215 (p. 47)

Augustin Genoud

La recherche des solutions m'a permis de trouver une stratégie permettant de résoudre facilement ce type de problèmes. Il s'agit de faire le rapport entre la distance parcourue par le centre de la pièce en mouvement et le périmètre de la pièce en mouvement.

$$\text{nombre de tours } (n) = \frac{\text{distance parcourue par le centre de la pièce en mouvement } (d)}{\text{périmètre de la pièce en mouvement } (p)}$$

Les distances sont donnée ici en cm. L'approximation de π utilisée ici est 22/7.

1. $d = 50$, $p = 7\pi$, $n = 50 / 7\pi \approx 50 / (7 \times (22/7))$ = **25/11 tours**, ou 2 tours et 3/11 d'un tour
2. $d = 2(3{,}5+3{,}5)\pi = 14\pi$ $\quad p = 7\pi \approx 22$ $\quad n = 14\pi / 7\pi$ = **2 tours**
   (Nos élèves qui préfèrent les approximations trouvent aussi 2 tours ! une bonne occasion de discuter des « mérites » des valeurs approchées par rapport aux vraies valeurs des nombres non décimaux. Cette remarque est valable aussi pour la plupart des exemples suivants)
3. $d = 2\pi(7 + 3{,}5) = 21\pi$, $p = 7\pi \approx 7 = 22$, $n = 21\pi / 7\pi$ = **3 tours**
   (Par approximations, pour entraîner le calcul sur les fractions :
   $(21 \times 22/7 = 66,\ 7 \times 22/7 = 22$ et $66 : 22 = 3)$
4. $d = 2\pi(7 + 3{,}5) = 21\pi$, $p = 14\pi$, $n = 21\pi : 14\pi$ = **1,5 tours**
5. $d = 2\pi(6 + 3{,}5) = 19\pi$, $p = 7\pi$, $n = 19\pi / 7\pi$ = **19/7 tours**, ou 2 tours et 5/7 de tour

Suite en page 34

14. Le parchemin (L1)

Un beau problème de géométrie où apparaît un théorème bien connu des amateurs de concours de mathématiques : la somme des carrés de deux distances « opposées » est égale à celle des deux autres. Connaissant trois distances du point aux sommets, on en déduit immédiatement la quatrième.

Mais, pour ceux qui ne connaissent pas cette propriété, il faut la découvrir, par une utilisation intensive du théorème de Pythagore.

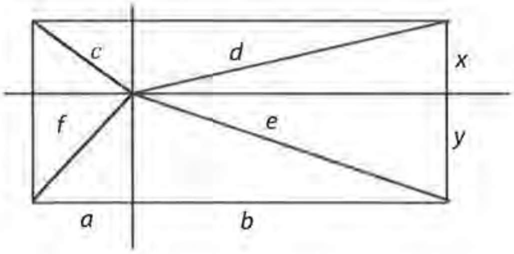
$x^2 + a^2 = c^2 \qquad y^2 + a^2 = f^2$

$x^2 + b^2 = d^2 \qquad y^2 + b^2 = e^2$

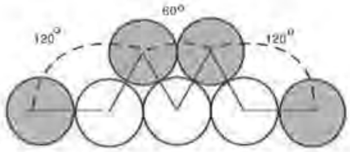
$y^2 + a^2 + x^2 + b^2 = x^2 + a^2 + y^2 + b^2$

$f^2 + d^2 = c^2 + e^2$, donc $20^2 + 22^2 = 10^2 + e^2$, alors

$e = 28$



La réussite est de 32 % chez les lycéens, mais le problème peut être proposé aussi dans des classes de degré 8 et 9, sous forme de recherche. Il est alors intéressant de constater que, les distances aux sommets étant connues, les côtés du rectangle sont indéterminés. On peut l'illustrer avec un système de quatre tiges articulées de longueurs 10, 22, 28 et 20 ou, sur l'écran, avec un programme comme « Cabrigéomètre ».

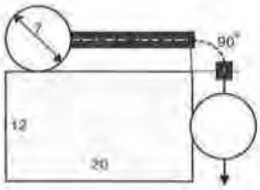


6. Il s'agit du problème 14 du concours. Les euros ont un rayon r. Le centre de la pièce qui est en mouvement se déplace sur des arcs de cercle de rayon 2r et de 300 degrés.

   $d = 2\pi(2r) \times 300/360$, $p = 2\pi r$,

   $n = 2 \times 300 / 360 =$ **5/3 tours**

   ou 1 tour et 2/3 de tour



7 $d = 2(20 + 12) + 7\pi = 64 + 7\pi$

   $\approx 64 + 7(22/7) = 86$

   $p = 7\pi \approx 22$

   $n = (64 + 7\pi) / 7\pi \approx$ **43 / 11 tours**

   ou 3 tours et 10/11 de tour

8 $d = 3 \times 25 + 7\pi = 75 + 7\pi \approx 97$, $\qquad p = 7\pi \approx 22$,

   $n = (75 + 7\pi) / 7\pi \approx$ **97/22 tours** ou 4 tours et 9/22 de tour.

9. $d = 40 + 30 + 35 + 2\pi 3{,}5 \times 150/360 - 2 \times 3{,}5(1 + \sqrt{2}) = 105 + 7\pi \times 150/360 - 7(1 + \sqrt{2})$,

   $p = 7\pi \approx 22$,

   $n = 105 + 7\pi \times 150/360 - 7(1 + \sqrt{2}) / 7\pi \approx$ **4,4 tours**

   (la figure de droite ci-dessous montre que Pythagore suffit pour déterminer les deux distances à retrancher puisque le disque ne peut pas atteindre le point C.)