

RESSOURCES TECHNOLOGIQUES EN MATHÉMATIQUES : LES GRANDS NOMBRES AU CM1

Caroline Poisard, Ghislaine Gueudet, Rozenn Robin

CREAD, ESPE de Bretagne, Université de Brest – Académie de Rennes

Nous nous intéressons dans cet article à l'usage de technologies par les professeurs du premier degré¹ en mathématiques, et à l'impact de celles-ci sur l'activité mathématique de leurs élèves. Nous présentons tout d'abord le point de vue retenu pour l'étude de ces usages. Nous nous appuyons ensuite sur l'exemple d'une séquence menée en France en CM1 (9-10 ans) avec le boulier chinois virtuel. Nous présentons en particulier l'analyse de travaux d'élèves sur les grands nombres. Nous soulignons les points qui nous paraissent essentiels : sous certaines conditions, les technologies peuvent enrichir l'enseignement des mathématiques. Cet enrichissement est lié à l'emploi d'un ensemble de ressources dont font partie ces technologies.

DESTÉCHNOLOGIESAUXRESSOURCES

L'emploi de technologies dans l'enseignement des mathématiques au premier degré fait l'objet de recherches depuis de nombreuses années. Ces recherches ont concerné au fil des années diverses technologies : de la calculatrice (Del Notaro & Floris, 2005) à des logiciels spécifiques (Athias, 2015), elles peuvent également étudier le tableau numérique interactif (Miller et al., 2005), ou plus récemment les tablettes tactiles (Sinclair & Heyd-Metzuyagin, 2014). En France, des travaux ont mis en évidence la faible intégration des technologies (Assude, 2007). Cette faible intégration peut provenir de divers facteurs, selon les technologies concernées. Certains auteurs (Briand, 2002)

montrent qu'un obstacle peut résider dans le manque de situations de classe mobilisant ces technologies, susceptibles d'engendrer une riche activité mathématique des élèves et disponibles pour les professeurs. Le point de vue que nous retenons et développons ici rejoint celui de Briand. Dans de précédents travaux, nous avons souligné la nécessité de ne pas considérer les technologies comme isolées, mais de les voir comme faisant partie d'un ensemble de ressources disponibles pour les professeurs et les élèves (Poisard et al., 2011). C'est pourquoi nous faisons le choix de parler de ressources technologiques, plutôt que de technologies, de manière à garder toujours à l'esprit que celles-ci font partie d'un ensemble de ressources. Nous nous référons à la perspective développée par l'approche documentaire (Gueudet & Trouche, 2008), et considérons que les professeurs interagissent avec des ensembles de ressources pour concevoir leur enseignement. Nous nous intéressons particulièrement à la conception, par les professeurs, de ressources pour leur enseignement intégrant des ressources technologiques. Nous développons dans la suite de cet article l'exemple d'un tel travail, concernant le boulier et l'apprentissage des grands nombres.

BOULIER VIRTUEL ET GRANDS NOMBRES EN CM1

Nous développons depuis plusieurs années des recherches concernant le boulier matériel et virtuel et ses usages à l'école (Poisard, 2016). La séquence présentée ici a été développée au sein d'un groupe de recherche et production de ressources de l'ESPE de Bretagne. Nous présentons tout d'abord le boulier chinois (matériel et virtuel). Nous nous intéressons ensuite au choix du professeur pour cette séquence, puis nous analysons des travaux d'élèves portant sur les grands nombres.

LEBOULIERCHINOIS(MATÉRIELETVIRTUEL)

La ressource technologique principale que nous considérons ici est le logiciel nommé « boulier chinois virtuel² » ; nous en présen-

¹ Premier degré en France : pour des élèves de 2-3 ans à 10-11 ans.

² Boulier virtuel Sésamath, en « utilisation libre », http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/boulier.swf.

tons brièvement les principes de fonctionnement. Pour inscrire un nombre sur le boulier chinois, on déplace des boules vers la barre centrale que nous appelons barre de lecture. Un boulier affiche zéro si les boules de la partie haute sont vers le haut et celles de la partie basse en bas. Aucune boule n'est donc activée. Prenons l'exemple du nombre 903 726 (figure 1). Sur le boulier chinois, chaque tige correspond à un rang de la numération. Sur cet exemple, la tige des unités (en rouge sur le boulier virtuel) est la première tige en partant de la droite. Les boules de la partie haute marquent cinq (les quinaires) et celles de la partie basse un (les unaires). Notre choix s'est porté sur le boulier chinois, car les marqueurs de cinq permettent une lecture rapide des nombres. En effet, notre œil ne peut discerner rapidement que jusqu'à cinq éléments. Un boulier compteur à dix boules par tige ne permet pas une lecture rapide pour les chiffres au-delà de cinq (sauf par complément à dix). Un autre intérêt de ce quinaire est le recours à cinq et l'appui possible sur la sous-base 5 très utile en calcul réfléchi.

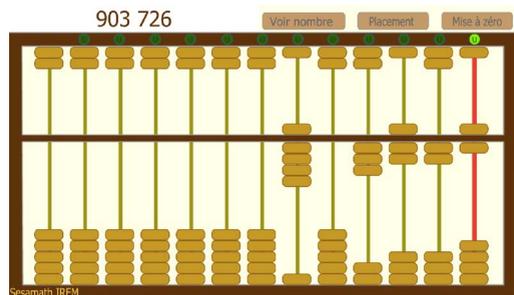


Figure 1 : Le boulier virtuel de Sésamath

Le boulier virtuel possède trois icônes : « voir nombre » qui permet d'avoir l'inscription en chiffres du nombre inscrit sur le boulier (ou bien de la masquer), « mise à zéro » et également « placement ». L'icône « placement » permet de transformer une inscription quelconque en une inscription économique qui déplace le moins de boules possible. En effet, pour inscrire cinq, deux techniques sont possibles : soit un quinaire activé, soit cinq unaires activées. L'inscription économique de cinq est la première qui n'active qu'une seule boule. Sur le boulier chinois, un nombre peut donc avoir plu-

sieurs inscriptions, ce qui permet de travailler sur la notion d'échange, notion centrale pour la numération de position.

Le boulier permet également d'effectuer des opérations (Poisard, 2009). Dans la séquence que nous décrivons ici, c'est l'inscription et la lecture des grands nombres qui est l'enjeu de savoir.

UNE SÉQUENCE AU CM1 : ANALYSE DE TRAVAUX D'ÉLÈVES

La séquence a été mise en place en classe de CM1 (9-10 ans) en France pendant l'année scolaire 2015/16. Pour Rose, le professeur, l'objectif d'apprentissage est de « mieux comprendre le système d'échanges en numération ». Rose possède dans sa salle de classe un ordinateur avec un vidéoprojecteur, un visualiseur (une caméra, utilisée ici pour filmer puis vidéoprojeter un boulier matériel), ainsi que 15 ordinateurs portables pour les élèves. Elle utilise également le boulier matériel traditionnel, des fiches papier/crayon, l'ardoise et d'autres supports habituellement présents en classe pour l'apprentissage du nombre. Comment s'articulent ces ressources ? Rose utilise les ressources technologiques à sa disposition qui viennent compléter les ressources qu'elle utilise depuis longtemps : l'ardoise, des fiches plastifiées, des affiches (figures 2, 3, 4 et 5). Le vidéoprojecteur, le visualiseur et les affiches au tableau sont des ressources importantes qui permettent aux élèves de discuter des propositions d'inscription et de lecture des nombres pour valider ou non les propositions. Pour Rose, le boulier (matériel et virtuel) est intéressant parce qu'il permet de « varier les supports » et en particulier pour « les élèves qui ont besoin de bouger, de toucher ». Les séances mises en place étaient des séances de travail en groupes, Rose déclare que celles-ci sont « très motivantes pour les élèves, [...] et le boulier virtuel, alors là, indéniablement, à manipuler, s'ils doivent choisir entre le virtuel ou le réel, ils préfèrent le boulier virtuel ! Avec ses couleurs, afficher le nombre, pouvoir aller chercher le plus grand nombre possible, ça ils ont bien aimé. » La motivation, l'intérêt pour les

3 Il s'agit d'un visualiseur numérique, <https://fr.wikipedia.org/wiki/Visualiseur>.

enfants à manipuler les bouliers constituent un atout pour la dévolution des tâches aux élèves et donc la mise au travail.

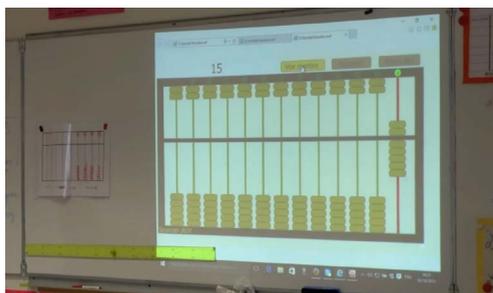


Figure 2 : L'affichage vidéoprojecteur et une affiche papier au tableau



Figure 3 : Travail sur le boulier matériel et une fiche papier/crayon



Figure 4 : Le visualiseur avec le boulier matériel pour projeter au tableau

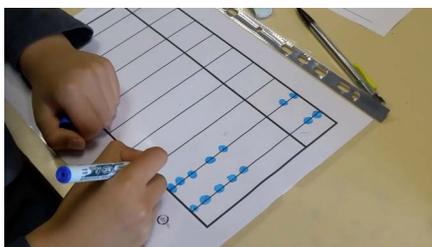


Figure 5 : Fiche plastifiée du boulier

Afin d'évaluer le niveau de ses élèves, Rose a proposé des fiches papier/crayon individuelles. Nous analysons ici deux erreurs repérées sur des fiches d'exercices papier/crayon de type évaluation soumises aux élèves en fin de séquence. Nous montrons également comment le boulier virtuel permet aux élèves de repérer une erreur et éventuellement de la corriger.

Sur le boulier proposé à Arnold, le nombre inscrit est 910 735 c'est-à-dire en toutes lettres : « neuf-cent-dix-mille-sept-cent-trente-cinq ». Arnold écrit ce qu'il entend en le lisant : 900 10 000 700 35 (figure 6). Le lien entre la signification orale et chiffrée des nombres est à retravailler ici.

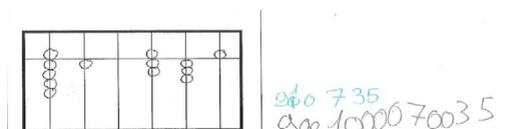


Figure 6 : Production d'Arnold pour écrire en chiffres un nombre inscrit sur le boulier

Pour Yann, le nombre à inscrire sur le boulier est 91 605, mais il inscrit 9 165 car il ne prend pas en compte l'inscription du zéro sur le boulier (figure 7). Il ne laisse pas la tige des dizaines à zéro. La signification des zéros intercalés dans un nombre est à revoir.

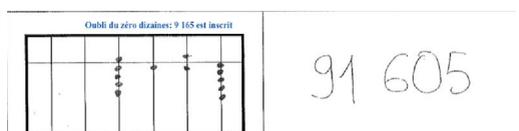


Figure 7 : Production de Yann pour inscrire sur le boulier un nombre écrit en chiffres

Comment est-il possible de mettre au travail les élèves sur ce type d'erreur ? Lors d'entretiens avec les élèves, nous avons proposé d'inscrire des nombres (par exemple 903 726) d'abord sur le boulier matériel, puis sur le boulier virtuel. (figure 8). La plupart des élèves ont été capables d'identifier une erreur, et pour certains de la corriger sur le boulier virtuel (avec les nombres inscrits en chiffres révélés en appuyant sur l'icône « voir nombre »).

Le milieu mis en place ici permet donc des rétroactions pour l'élève : les élèves peuvent identifier une erreur et se corriger d'eux-mêmes. Nous considérons que cette

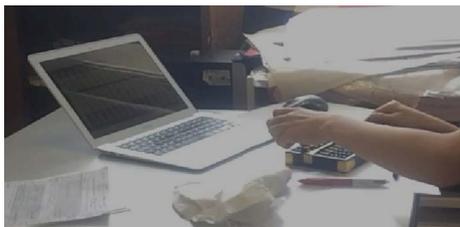


Figure 8 : Utilisation du boulier matériel puis virtuel lors d'entretiens avec des élèves

activité relève de l'investigation (Artigue & Blomhøj, 2013) ; différents travaux ont montré que l'emploi simultané de ressources matérielles et virtuelles est propice à l'investigation et l'exploration en mathématiques (Maschietto & Soury-Lavergne, 2013). Le boulier virtuel permet par sa fonction « voir nombre » de laisser l'élève travailler en autonomie, dans une démarche de type investigation en repérant et traitant ses erreurs (en particulier par essais/erreurs, formulation d'hypothèses, etc.). De plus, la vidéoprojection (vidéoprojecteur, visualiseur) favorise également les phases d'investigation : le professeur met en place des phases de discussion entre les élèves pour valider ou invalider les propositions formulées.

CONCLUSION

Les travaux menés durant plusieurs années dans notre groupe de recherche (Besnier & al., 2013, Poisard & al., 2015) ont produit différents types de résultats concernant les usages des ressources technologiques à l'école. Tout d'abord, nous avons montré que certaines utilisations en classe de logiciels pouvaient favoriser les apprentissages des élèves. Nous avons illustré ci-dessus ce premier résultat dans le cas du boulier chinois virtuel pour les grands nombres. Nous avons souligné le fait que ces utilisations propices n'étaient pas centrées sur un logiciel seul, mais s'appuyaient sur un ensemble de ressources incluant une ou plusieurs ressources technologiques. Ces mises en œuvre peuvent représenter pour le professeur une certaine complexité ; c'est pourquoi nous avons travaillé à développer des ressources à l'intention des professeurs. Nous avons ainsi conçu deux mallettes de ressources disponibles en ligne⁴.

4 http://groupes-recherche.espe-bretagne.fr/?page_

Cependant, nous avons aussi observé que l'appropriation de ressources disponibles en ligne n'était pas immédiate pour les professeurs. Il nous paraît donc essentiel de proposer des formations continues pour l'appropriation des ressources. Cet enjeu de la formation continue des professeurs nous semble crucial, dans un moment où dans de nombreux pays les institutions incitent à un usage toujours plus important des technologies à l'école.

Remerciements

Nous remercions les élèves et les professeurs des écoles avec lesquels nous avons travaillé.

Références

- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 797-810.
- Assude, T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement mathématique au primaire. *Information Sciences for Decision Making*, 29.
- Athias, F. (2015). La géométrie dynamique pour soutenir l'usage du compas. *Education & Didactique*, 9(3), 109-126.
- Besnier, S., Gueudet, G., Bueno-Ravel, L. & Poisard, C. (2013). Conception et diffusion de ressources pour la classe issues de la recherche. L'exemple des apprentissages numériques à l'école. In D. Butlen & al. (Ed.), *Actes de la 17e école d'été de didactique des mathématiques*, Nantes, France.
- Briand, J. (2002). Conception, expérimentation de logiciels d'enseignement et théorie didactique. In COPIRELEM (Ed.), *XXIXème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, nouveaux enjeux de la formation: professionnalisation, dispositifs, contenus* (pp. 125-136). La Roche sur Yon: IREM des Pays de Loire.
- Del Notaro, L. & Floris, R. (2005). L'utilisation de la calculette à l'école élémentaire : une nouvelle approche didactique pour l'enseignement de la numération. *MathEcole*, 215, 4-18.
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : Genèses, collectifs, communautés, le cas des mathématiques. *Education Et Didactique*, 2(3), 7-33.
- Maschietto, M. & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45, 959-971.

id=201

Miller, D., Glover, D. & Averis, D. (2005). Presentation and pedagogy: The effective use of interactive whiteboards in mathematics lessons. In D. Hewitt & A. Noyes (Eds.), *Proceedings of the sixth British congress of mathematics education*, (pp. 105-112).

Poisard, C. (Ed.) (2016). Les ressources virtuelles et matérielles en mathématiques : des instruments pour travailler en classe sur le nombre, la numération et le calcul. *Mathématique 51*. Repéré à <http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique135>.

Poisard, C. (2009). Boulier chinois et algorithmes de calcul. *Plot*, 27, 22-25.

Poisard, C., Gueudet, G., Bueno-Ravel, L. & Besnier, S. (2015). Le plaisir de manipuler en

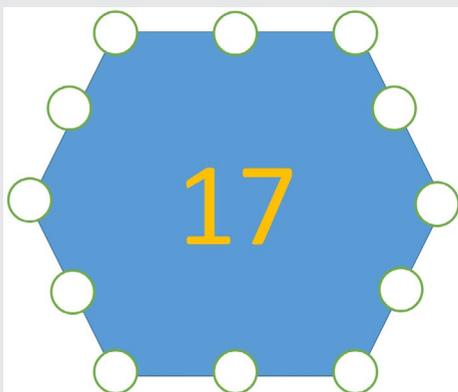
mathématiques à l'école : ressources matérielles et virtuelles. *Notes du CREAD n°1*. Repéré à <http://cread.espe-bretagne.fr/ressources/les-notes-du-cread>

Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 151-189.

Sinclair, N. & Heyd-Metzuyanin, E. (2014). Learning Number with Touch Counts: The Role of Emotions and the Body in Mathematical Communication. *Technology, Knowledge and Learning*, 19(1-2), 81-99.

TREILLIS MAGIQUE

Placer tous les jetons afin que leur somme soit 17 sur chaque côté de l'hexagone.



Réponse ici :

