

MATH ECOLE

NOVEMBRE 1983
22^e ANNÉE

Numéro 109 consacré à Léonard Euler

En réponse à diverses demandes, la rédaction de Math-Ecole informe ses abonnés qu'elle peut offrir le numéro spécial consacré au bicentenaire de la mort d'Euler au prix de Fr. 6.- l'exemplaire (Fr. 4.- l'exemplaire pour commande groupée de 5 exemplaires ou plus).

Adresser la commande à la Rédaction de Math-Ecole
Rue Sillem 11, 1207 Genève (Tél. 35 15 59)

Editorial

Contraste ou contradiction

Entendu à la radio: «La France veut devenir le troisième pays mondial de l'informatique; cent mille micro-ordinateurs seront installés dans les écoles».

Ouvert par hasard le même jour un fascicule d'exercices tout récemment édité dans un de nos cantons romands pour y lire: «On achète 15 poussines à 5 francs pièce, 33 canetons à 2 francs pièce, 57 poussins à 1 franc pièce, 2 lapins à 20 francs pièce et 3 coqs à 10 francs pièce. Il s'agit de payer uniquement en pièces de 1 franc.»

Il ne s'agit pas de gloser sur la formulation d'un problème que ses auteurs ont certainement emprunté à un manuel du siècle passé et dont la relation directe avec la vie quotidienne de nos élèves n'échappera à personne, mais bien de s'intéresser à la distance qui peut exister entre les diverses conceptions de l'enseignement.

Notre école a rejeté longtemps la plume sergent-major, l'audio-visuel, la calculatrice de poche. Il n'y a pas de raison pour qu'elle ne nie pas, bien au-delà du raisonnable, le changement de société lié à l'informatique.

On aurait pourtant tort d'imputer cet immobilisme aux seuls enseignants. Qui, finalement, décide de ce que sera l'école des prochaines années?

Entre l'acquisition d'une culture historique, le maintien de certaines valeurs du passé, le développement de l'expression, du raisonnement et la technologie d'aujourd'hui, y a-t-il contradiction, antinomie? Ne faut-il pas y voir un simple contraste, une de ces oppositions de couleurs qui font les plus belles images?

La Suisse saura-t-elle à temps prendre les mesures utiles?

Raymond Hutin

Léonard Euler, un mathématicien dans son temps

Complément critique

par Alfred Berchtold

Noblesse oblige. **Math-Ecole** engage. Qui y collabore ne saurait se permettre d'à-peu-près et, encore moins, d'inexactitudes reconnues! Or notre article **Léonard Euler, un mathématicien dans son temps** (septembre 1983) exige des précisions, des rectifications sur au moins quatre points:

- 1) Il n'est pas sûr que dans tous les exemplaires du N° 109 ait été corrigée la savoureuse coquille de la page 5 transformant Euler, défenseur de la Révélation, en combattant de la Révolution. Au XVIII^e siècle on ne parlait pas encore de «Théologie de la révolution».
- 2) La demeure du mathématicien qui eut à souffrir de l'occupation russe en 1760 (p. 7) n'était pas le logis berlinois mais une ferme achetée près de Charlottenbourg, «placement» de capital, source de produits alimentaires et «résidence secondaire» ménageant entre autres à la maison de ville la place nécessaire à l'accueil de pensionnaires-élèves russes.
- 3) A partir de 1783, tous les biographes d'Euler ont mentionné son **accessit** parisien obtenu de Bâle encore (p. 3) pour son mémoire sur la mâture la plus avantageuse des navires. Depuis la parution, cet été, du volume **Léonard Euler** publié par le canton de Bâle-Ville (dont j'ai pris connaissance trop tard), il faut reléguer cette affirmation au rayon des légendes pieusement colportées. Le mémoire en question n'a pas été primé. La gloire d'Euler n'en souffre pas. Son biographe actuel, le professeur E.O. Fellmann, confirme qu'on est en droit de compter, parmi les prix qu'il remporta, non seulement les douze qui lui furent attribués personnellement, mais encore les huit que reçurent ses fils – téléguidés par lui. A noter que ces prix décernés par les grandes Académies représentaient pour les lauréats un apport pécuniaire considérable.
- 4) La question des lunettes achromatiques soulevée p. 4 est plus complexe qu'il n'apparaît ici, où l'on s'est pourtant appuyé sur les études les plus sérieuses (ainsi Fueter, p. 11 et Du Pasquier, p. 99-100).¹ Il faudrait relire attentivement le texte de E.O. Fellmann (p. 67-68, 303-323).

Questions de détail? – Il ne s'agissait pas seulement ici de soulager ma conscience. Ces rectifications me sont surtout l'occasion bienvenue de saluer le bel et durable hommage rendu par Bâle au plus génial de ses fils, sous la forme d'un recueil aussi intelligemment illustré que riche de substance:

Leonhard Euler. Beiträge zu Leben und Werk. Gedenkband des Kantons Basel-Stadt. Edit. Birkhäuser 1983. – 555 p. Trente contributions en trois langues (allemand, français, anglais). 62 illustrations. Prix: 58 francs.

¹ Voir notre brève bibliographie, N° 109, p. 8 et 9.

La «couilletta» ou le jeu du 51

par Edda Gasser

Au cours du mois d'avril, Mireille, élève de 2P d'une école de la périphérie, m'invite à partir dans sa classe, la maîtresse ayant ramené de Corse des règles de jeu de cartes peu connues.

*on a jouer au jeu du 51 Patricia a donner trois
quarte a chacun. Et lilihana la première a mi la dame
et après ovidio a mi le roi et après patricia a mi l'as
et après erve a mi l'as et après lilihana a mi le
10 et après ovidio a mi l'as et patricia a perdu
et car on père ces tri noms.*

En arrivant dans la classe, plusieurs groupes de joueurs sont déjà constitués. J'entends fréquemment ces exclamations:

– «Je vais faire une bonne sieste» ou «Chè bella siesta»!

Intriguée par ces remarques, les explications écrites de Mireille, pourtant exactes, paraissant succinctes de prime abord, je m'assieds autour de la table occupée par Patricia, Marjorie, Serge et Roberto, afin d'observer leur jeu et tenter d'en comprendre les règles.

Roberto vient de perdre la partie et, dépité, s'empare de toutes les cartes afin de prendre sa revanche.

– Serge, en se tournant vers moi: «Il faut mélanger comme les vrais joueurs» et «surtout pas oublier de couper» poursuit Roberto.

Chacun a déjà reçu 3 cartes, contemple son jeu avec sérieux et veille à ne pas laisser paraître un indice révélateur quant aux bonnes ou mauvaises cartes en sa possession. Seule, Marjorie lorgne avidement vers le tas constituant «la pioche» laissant présager un jeu peu engageant.

– Patricia commence à jouer et pose le valet de pique en annonçant: «2».

– Marjorie place le 7 de trèfle et additionne: «7 + 2, 9».

– Serge pose le 9 de pique et radieux annonce: «9 + 9, 18».

– Roberto met l'as de trèfle et crie: «18 + 11, 29».

– Patricia, en plaçant la dame de cœur, enchaîne: «32».

– Marjorie, en jetant le 10 de carreau: «32 + 10, 42».

– Serge réfléchit, pose l'as de carreau et déclare: «42 + 1, 43».

Il m'explique que s'il avait donné à l'as les 11 points de son autre valeur, comme Roberto tout à l'heure, il aurait perdu puisque cela aurait fait 53, le 51 était ainsi dépassé. Donc, l'as comporte deux possibilités, au joueur de choisir à bon escient.

- Roberto: «47 avec mon roi de cœur».
- Patricia: «Je suis si fatiguée et je ne peux pas faire ma siesta». Elle n'a donc pas de 9. Mais elle poursuit: «Heureusement un 10 de pique; $47 - 10$ ça fait 37».
- Devant mon étonnement, elle ajoute qu'avec le 10 la possibilité est laissée soit d'additionner, soit de soustraire, au choix du joueur.
- Marjorie à Serge: «Tu triches, tu ne dois pas prendre dans la pioche avant moi, ça fausse le jeu».

Avant de poser une carte, chacun additionne mentalement d'avance les points correspondant à telle ou telle carte qu'il désire placer afin de savoir laquelle offre les meilleures chances de prendre les partenaires de court.

- Serge met l'as de cœur: « $37 + 11$, 48».
- Roberto: «Oh quelle belle siesta»! Il pose négligemment le 9 de carreau, émet un petit ronflement, fait mine de s'endormir en renonçant à jouer et laisse ainsi supposer que son jeu pourrait bien compter encore un autre 9.
- Patricia pose le valet de cœur en disant: « $48 + 2$, 50».
- Marjorie, en mettant la dame de trèfle: «Je ne peux pas passer mon tour, je n'ai pas de 9. Les cartes ont été mal mélangées; $50 + 3$, 53, j'ai perdu».
- Je comprends alors que le 9 donne soit la possibilité d'additionner, soit de renoncer à jouer, en posant toutefois la carte.

Un: «Ne perds pas, je t'en supplie» me déplace vers un autre groupe. Là, 2 filles font équipe contre 2 garçons. Avant de jouer, on se consulte d'un geste de la tête, on essaie de feindre de mauvaises cartes afin de prendre les adversaires par surprise.

Devant l'enthousiasme et le plaisir manifesté au cours des diverses parties, par les différents joueurs, je me joins à un groupe, la partie s'anime. Vais-je me laisser piéger?

Les enfants additionnent ou soustraient avec une certaine aisance. En cas de doute, un des joueurs vérifie par écrit les totaux au fur et à mesure du déroulement du jeu.

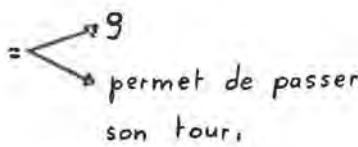
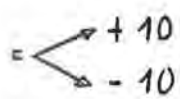
La stratégie déployée tout au long des parties est intéressante. Celles-ci peuvent être courtes ou longues selon l'habileté des joueurs. Il faut faire preuve d'esprit d'initiative, de décision, d'anticipation et de déduction, afin de tout mettre en œuvre pour ne pas arriver le premier au fatidique 51.

En conclusion, pour tous ceux ayant l'envie de tenter l'expérience avec leurs élèves, voici les règles complètes:

JEU pour 2 à 4 joueurs -

Un jeu de 32 cartes ou

un jeu de bridge auquel on ôte les cartes 2, 3, 4, 5, 6,

<u>Valeur des cartes</u>	
As	= = 1 ou 11
Valet	= 2
Dame	= 3
Roi	= 4
7	= 7
8	= 8
9	= 
10	= 

Distribuez 1 carte à chaque joueur
3 x de suite.

Les cartes qui restent sont retournées et placées
au centre de la table en un tas = la RESERVE.

Le JOUEUR qui commence est celui qui se trouve
à gauche de celui qui a distribué les cartes.

(dans le sens des aiguilles d'une montre.)

Chaque joueur, l'un après l'autre pose 1 carte de son choix sur la table en annonçant la valeur cumulée avec les cartes précédentes.

EXEMPLE:

Supposons que les deux premiers joueurs

ont posé $\boxed{8}$ + $\boxed{\text{valet}}$ = sur la table il y a 10
(2)

si le troisième joueur pose un $\boxed{\text{roi}}$

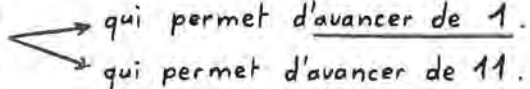
sur la table il y aura 14

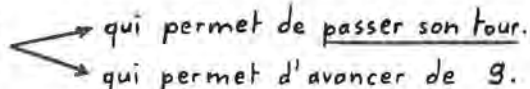
Une fois la carte posée, le joueur s'approvisionne d'une carte prélevée sur le dessus de la RESERVE. Ainsi chaque joueur a constamment 3 cartes en main.

Le jeu se poursuit ainsi, mais il ne faut pas arriver à 51 ou plus.

La partie est courte, mais elle peut être prolongée par une utilisation judicieuse des cartes.

Notamment avec le $\boxed{10}$ $\begin{cases} \rightarrow \text{qui permet de reculer de 10.} \\ \rightarrow \text{qui permet d'avancer de 10.} \end{cases}$

avec l' **As**  qui permet d'avancer de 1.
qui permet d'avancer de 11.

avec le **9**  qui permet de passer son tour.
qui permet d'avancer de 9.

Ces cartes sont précieuses lorsqu'on se trouve dans la 4^e dizaine.

La partie se termine par un perdant, celui qui atteint 51 ou plus.

Les gagnants sont ceux qui ont perdu le moins souvent.

Bonne chance! ... et surtout que ce ne soit pas toujours les meilleurs qui gagnent!

Erratum

Dans le numéro 109, page 31, 13^e ligne, il fallait lire:

«trouver promptement la route qu'il faut suivre. D'ailleurs une telle recherche ne mérite...»

Nos lecteurs voudront bien excuser cette omission.

Enseigner avec LOGO

par Anat Ben-Zvi

LOGO est un langage d'ordinateur particulièrement adapté aux enfants. Il pourvoit un environnement qui s'inscrit dans une philosophie où «l'enfant est considéré comme le bâtisseur actif de ses propres structures intellectuelles» (S. Pappert, inventeur de LOGO).

L'introduction de LOGO dans l'enseignement pourrait apporter de nouvelles expériences enrichissantes pour l'enseignement traditionnel. Dans cet article nous allons développer l'idée de base d'après laquelle LOGO est surtout un moyen qui est susceptible d'apporter à l'enfant des occasions de réaliser ses possibilités et de prendre conscience de son processus d'apprentissage.

I. Qu'apporte l'apprentissage de la programmation à l'enfant

La raison essentielle d'initier les enfants à la programmation réside surtout dans le bénéfice de l'expérience elle-même et non pas dans la perspective de faire de l'enfant un programmeur.

Autrement dit, à travers cette activité, notre but essentiel n'est pas de lui faire acquérir un savoir faire, mais de lui permettre de:

1) Avoir un contrôle de la machine:

Dès que les enfants ont acquis une certaine connaissance de la programmation ils éprouvent un sentiment d'accomplissement et de pouvoir face à l'ordinateur. Ainsi ils acquièrent une confiance en eux-mêmes qui provient de leur action sur ces «mystérieuses» machines.

2) Adopter une stratégie de «Problem Solving»:

Les domaines que l'enfant peut aborder à travers la programmation sont très variés, ce sont de vrais problèmes qui sont des conséquences réelles, telles que: la programmation de la musique, la création de films d'animation, les jeux. Il peut aussi utiliser l'ordinateur comme aide pratique pour ses devoirs. Ainsi l'enfant se sent engagé et concerné par cet outil qui intervient utilement dans de nombreuses situations de sa vie.

En programmant, l'enfant développe des habiletés intellectuelles: il est forcé de planifier son programme avant de le faire exécuter. Cette démarche encourage le sens de l'organisation, la prise de conscience de la nécessité (dans un langage technique) d'une communication précise, la rigueur dans le raisonnement, l'aptitude à prévoir tous les cas qui pourraient se présenter dans le traitement d'un problème, la capacité d'analyser les situations et de les modéliser. De plus cet «exercice intellectuel» va faciliter l'extériorisation des pensées et des attentes intuitives sous forme de programmes. Ceci les rend plus accessibles à la réflexion tout en sollicitant une attitude créative de la pensée.

Dans la mise au point des programmes (debugging), il s'agit de comparer constamment les réponses obtenues par l'ordinateur aux intentions qu'on avait au départ. Si l'exécution de l'ordinateur ne correspond pas aux attentes du programmeur, c'est à celui-ci de s'interroger et de vérifier les ordres qu'il a donnés puisque l'ordinateur ne réalise que ce qu'on lui ordonne de faire.

On ne peut dire que l'exécution de l'ordinateur est « juste » ou « fautive », c'est à l'utilisateur de décider si la procédure est satisfaisante pour le but qu'il s'est fixé, qu'elle corresponde ou non à ses intentions de départ. Dans cette situation le rôle de l'enseignant est de guider l'élève en lui suggérant des projets et en l'aidant à accomplir les tâches qui vont l'amener à atteindre l'objectif qu'il s'est fixé lui-même.

3) Approfondir son sujet d'étude;

Une certaine connaissance de la programmation permet aux élèves d'approfondir leur sujet d'étude.

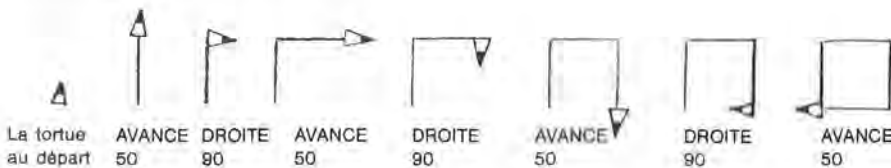
Par exemple un enfant peut utiliser l'ordinateur pour composer de la musique: non pas pour programmer simplement une mélodie et l'écouter en retour, mais pour composer en utilisant les possibilités de l'ordinateur à effectuer des variations, des transformations et des combinaisons. Utiliser un tel système permet d'apprendre la musique d'une autre manière et d'avoir une nouvelle approche dans la matière.

II. En quoi LOGO serait-il un environnement informatique approprié pour l'enfant

a) Le langage LOGO

Il a été conçu et développé par le laboratoire de l'Intelligence Artificielle du M.I.T. Un de ses promoteurs, Seymour Papert, ancien collaborateur de J. Piaget au centre d'épistémologie génétique, a défini un environnement dans lequel des enfants peuvent élaborer par eux-mêmes leurs connaissances (apprendre sans instructions) en recourant aux services d'un ordinateur qui pilote des robots. Ces robots ne sont capables de faire qu'un acte à la fois; avancer puis tourner. Ils ne peuvent pas, comme les animaux avancer en tournant.

Sur un écran évolue une « tortue » qui est représentée par un triangle isocèle. Si l'on écrit l'instruction « AVANCE 50 », la tortue avance de 50 positions en ligne droite, dessinant ainsi un segment. Si l'on écrit maintenant, « DROITE 90 », elle s'oriente à droite de 90 degrés. Ainsi en répétant ces séquences de commande on obtient un carré.



Pour effectuer de réels progrès il faut enseigner à l'ordinateur quelques mots nouveaux. Si on veut lui enseigner le mot carré il faudrait que les séquences de commande précédentes soient écrites sous forme de procédure:

```

Pour CARRÉ:
  AVANCE 30
  DROITE 90
  AV      50
  DR      90
  AV      50
  DR      90
  AV      50
  FIN
  
```

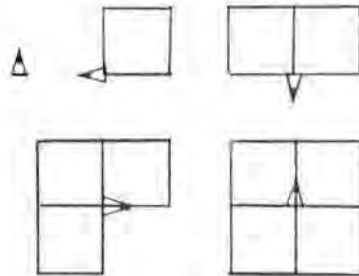
Ainsi, une fois que le carré a été défini il fait partie du vocabulaire de travail de LOGO et chaque fois qu'on va écrire la commande CARRÉ, la tortue va dessiner un carré.

Par la suite le programmeur pourra utiliser cette nouvelle procédure pour créer un nouveau dessin et une nouvelle procédure:

Pour carreau:

```

CARRÉ
CARRÉ
CARRÉ
CARRÉ
FIN
  
```



Il est possible de modifier la procédure du carré de sorte qu'il puisse accepter divers input qui détermineront la dimension du carré et permettront de faire apparaître des figures complexes.

Exemple:



Pour obtenir un cercle il suffit d'écrire la procédure:

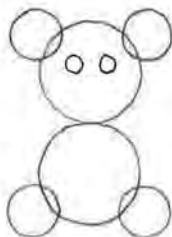
Pour cercle:

```
Répète 360 [AVANCE 1 DROIT 1]  
FIN
```

Et pour pouvoir faire un dessin avec des cercles de diverses dimensions:

Pour cercle: Dimension: Angle

```
Répète 360 [AVANCE: Dimension DROITE: Angle]  
FIN
```



Un ours effectué par
une fillette de 11 ans.

b) Les exemples qui précèdent nous permettent de constater que la programmation avec la tortue géométrique est très accessible à l'utilisation, même pour les jeunes enfants. A partir de quelques instructions de base, constituées par un vocabulaire familier à l'enfant, un débutant peut créer presque immédiatement des formes intéressantes. Cela n'empêche que le programmeur plus expérimenté pourrait réaliser de nouveaux projets, bien plus complexes. Grâce à l'extensibilité de ce langage l'utilisateur peut étendre le vocabulaire de base en créant un nouveau vocabulaire et en définissant de nouvelles fonctions. Ainsi les possibilités de création avec LOGO sont très vastes grâce à l'ouverture de ce langage avec lequel même des systèmes très sophistiqués peuvent être écrits.

Quelques caractéristiques de certains langages informatiques sont particulièrement développées dans le langage LOGO. Cet aspect de LOGO encourage l'enfant et lui sert de support dans diverses constructions;

- LOGO est procédural. Un projet de programmation n'est pas obligatoirement écrit comme un seul et vaste programme. Au contraire le programme peut être subdivisé en sous-programmes ce qui permet d'appliquer une stratégie de «problem-solving» consistant à subdiviser un problème en «sous-problèmes».
- LOGO est un langage fortement interactif, ce qui permet à l'enfant de construire son projet global en procédant de proche en proche et en vérifiant immédiatement chacune des étapes constituant la production finale.

L'ouverture de LOGO et sa flexibilité permettent à chacun d'adopter son style d'apprentissage et sa démarche. Certains enfants procéderont plutôt par tâtonnements sans avoir au départ un projet précis. D'autres adopteront une démarche globale en fonction d'un projet et vont utiliser des procédures qu'ils ont déjà choisies au préalable.

Avec LOGO l'ordinateur devient l'élève et c'est l'enfant qui joue le rôle de l'instructeur. Par opposition à «l'enseignement assisté par ordinateur» où l'ordinateur est programmé pour enseigner à l'enfant.

«En s'efforçant d'apprendre à penser à l'ordinateur l'enfant se lance dans une exploration: il lui faut trouver comment il pense lui. Cette expérience peut l'amener très loin. Penser sur sa pensée c'est devenir épistémologue» (Pappert).

En effet, d'après quelques expériences, les enfants qui ont eu accès à «LOGO» pendant une certaine durée, ont pu généraliser cette démarche dans d'autres situations. Ainsi lors d'une activité ils ont eu davantage recours à une démarche qui incite à analyser l'activité et à expliciter les difficultés. Ceci les a aidés à mieux comprendre la problématique.

L'idée qui a toujours accompagné les efforts de travail des inventeurs de ce langage a été la manière dont un enfant apprend à parler: «programmer un ordinateur revient tout simplement, plus ou moins, à communiquer avec lui dans un langage «intelligible» pour la machine comme pour le programmeur. Or apprendre une langue est l'une des choses que les enfants font le mieux. Tout enfant normal apprend à parler. Pourquoi, en ce cas, un enfant ne pourrait-il pas apprendre à «parler» avec un ordinateur... Lorsque cette communication passe, les enfants apprennent les mathématiques comme une langue vivante. De plus la communication mathématique et la communication alphabétique perdent ainsi leur caractère de démarches étrangères et donc difficiles aux yeux de la plupart des enfants; elles deviennent au contraire des choses naturelles et faciles. L'idée de «parler mathématique» avec un ordinateur peut être élargie à celle d'apprendre les mathématiques en «Mathématique», tout comme on apprendrait l'italien en Italie» (Pappert).

Il faudrait souligner que LOGO ne se restreint pas à la tortue géométrique. C'est un langage de programmation très puissant. Il permet d'effectuer également l'étude du langage (écrire des textes, combiner des textes et des images) de la musique, des lois physiques et mathématiques.

De nombreuses recherches dans plusieurs pays ont été effectuées avec LOGO, des enfants de niveau pré-scolaire au niveau secondaire ont pu l'exploiter, aussi bien ceux qui sont sévèrement handicapés (physiquement, mentalement ou affectivement) que des enfants particulièrement doués. (Une de ces recherches est décrite plus loin).

III. Initier les enfants à LOGO

D'après l'expérience de Cythiy Solomon (la vice-présidente du «LOGO Computer System», qui a participé au développement du projet «Appelle LOGO»), et d'après notre propre expérience (bien plus modeste), il serait faux de parler d'une méthode pour enseigner LOGO. En effet, on a vu des enfants qui ont enseigné à d'autres le langage LOGO de manière spontanée sans appliquer de méthode et qui ont très bien réussi à partager les uns avec les autres une façon de penser et de parler des ordinateurs.

L'enseignant qui initie les enfants à LOGO devrait se contenter au début de leur présenter quelques instructions de base et les laisser explorer librement les possibilités de LOGO. A partir de cette introduction l'enseignant va encourager les enfants à choisir leurs projets. En fait, vouloir donner des indications précises sur la façon de procéder pour enseigner LOGO serait en contradiction avec la philosophie de base qui a inspiré ses inventeurs.

Pour rester le plus fidèle possible à cette philosophie lorsqu'on initie les enfants à LOGO il faudrait que l'enseignant soit attentif à certains aspects:

- Tout d'abord il est d'une importance capitale de ne pas perdre de vue l'objectif fondamental de l'«environnement» LOGO. Il s'agit d'aborder ce langage ordinateur non en tant qu'une finalité en soi qui se donne comme but de produire un code, mais d'introduire les enfants au «monde»LOGO de sorte qu'ils puissent y réaliser leurs projets et ainsi les aider à construire progressivement leur connaissance.
- Etre sensible et attentif à la résistance qui retient les enfants à expérimenter les notions mathématiques. Pour débloquer une telle situation il faudrait profiter de chaque occasion pour encourager les échanges d'idées entre les enfants. LOGO s'y prête particulièrement bien, étant donné que c'est un langage de haut niveau d'interaction. En effet, on observe que le travail avec LOGO incite les enfants à des échanges fort intéressants et d'une grande variété et complexité. Ces échanges ne font que stimuler davantage les élèves avancés et peuvent aider l'élève plus intimidé à entrer en matière. Celui-ci commencera peut-être par copier les exécutions des autres, mais finira de toute façon par réaliser ses projets propres.
- Faire comprendre à l'enfant que la programmation est un processus de communication particulier dans lequel il est engagé avec l'ordinateur. Lorsque l'enfant écrit un message pour l'ordinateur il doit s'accommoder à ce dernier et utiliser une syntaxe et un vocabulaire bien précis pour que celui-ci puisse déchiffrer et exécuter le programme. Mais il est également possible à l'enfant d'adapter l'ordinateur à ses propres besoins et objectifs.

L'expérience consistant à introduire LOGO aux enfants est très enrichissante pour l'enseignant. Dans ce contexte l'enseignant peut observer davantage le travail de ses élèves et leurs démarches spontanées, ceci va lui permettre de développer une approche plus profonde et une meilleure compréhension du processus d'apprentissage en général et de celui de chaque élève en particulier.

IV. L'exploration des problèmes mathématiques avec LOGO et son influence sur la manière dont les élèves font et discutent la mathématique (Récit d'une recherche)

Dans les 15 dernières années LOGO a été étudié dans diverses recherches et projets éducatifs. Voici le récit d'une des recherches menées par le laboratoire de l'Intelligence Artificielle de l'Université d'Edinburgh. L'objectif de cette recherche a été d'étudier dans quelle mesure l'exploration des problèmes mathématiques à travers la programmation avec LOGO, va influencer et modifier l'habileté des élèves à faire de la mathématique et à discuter de leur mathématique.

Le groupe expérimental a été constitué de 11 garçons dont l'âge moyen est douze ans. Ils étaient sélectionnés parmi les élèves les plus faibles en mathématique, dans leur groupe classe. Durant deux ans ces élèves travaillaient au «laboratoire» LOGO de l'université. La première année a été consacrée à l'apprentissage des éléments de base de LOGO tandis que pendant la deuxième année ils ont effectué des exercices spécifiques, sélectionnés parmi les problèmes abordés en mathématique dans la classe, (par exemple des problèmes de surfaces, les nombres positifs et négatifs et la notion de coordonnées).

La recherche et son plan expérimental ont été très attentivement menés (les élèves devaient passer des tests standardisés en mathématique avant et après la recherche). Les résultats publiés à la fin de la recherche concernant les performances des élèves en mathématique, n'ont pas été très révélateurs. Après ces deux années la différence entre les élèves qui ont travaillé avec LOGO et les autres n'était pas significative. Par contre, les enseignants ont observé certains faits forts intéressants. Ils ont constaté que les élèves qui ont participé aux classes LOGO ont été plus attentifs et plus sensibles aux diverses démarches mathématiques et ont été capables d'exprimer clairement leurs difficultés dans la matière.

Cette recherche est un exemple intéressant de travail avec LOGO qui n'a pas comme but essentiel d'enseigner des notions précises, mais plutôt de solliciter l'élève à une réflexion sur son action, une réflexion qu'il pourra généraliser à d'autres situations d'apprentissage.

Conclusion

Enseigner avec LOGO nous fait prendre conscience que même les jeunes enfants ont déjà des «théories» et sont capables de prendre en charge leur apprentissage en se fixant un projet et en s'y engageant pour le réaliser.

Par ailleurs, le travail sur ordinateur change le rapport adulte-enfant. Elève et enseignant peuvent se trouver engagés dans une vraie collaboration intellectuelle. En travaillant avec l'ordinateur on voit surgir des situations nouvelles (que l'on n'a pas rencontrées auparavant, ni l'adulte, ni l'enfant). Les deux partenaires vivent ensemble le problème qui se présente, et la recherche de sa solution.

A propos de l'application des mathématiques à la réalité

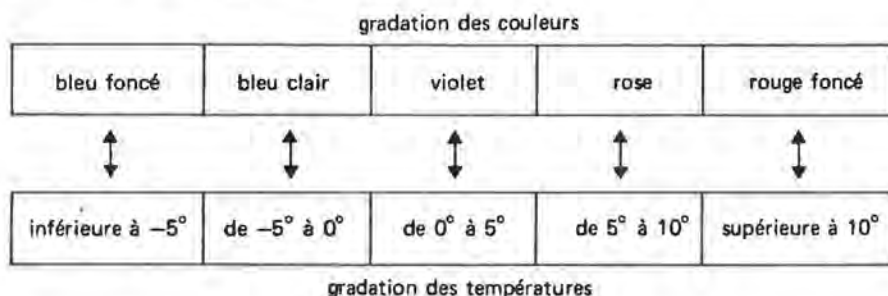
par Théo Bernet

Codages

Considérons une carte représentant les régions linguistiques de la Suisse. Chacune de ces régions y est représentée par une plage colorée, et une légende indique que le rose, par exemple, signifie «français», le bleu, «allemand», etc. Nous avons là un codage des langues par des couleurs. Ce codage est arbitraire, car on aurait pu choisir des hachures ou tout autre procédé. Plus; on a toute liberté dans le choix des couleurs, pour autant qu'elles soient différentes, car il n'y a pas de raison particulière de prendre telle couleur plutôt qu'une autre pour une langue donnée.

Si maintenant nous prenons une carte climatique présentant les températures moyennes dans le pays, nous y trouverons peut-être des plages colorées dans une série de tons allant du bleu foncé au rouge foncé, en passant par le bleu clair, le violet clair et le rose. Le choix de ces couleurs est également arbitraire (on aurait pu en choisir d'autres) mais tout de même, bleu étant une couleur réputée «froide», on comprend qu'on l'ait choisie pour les régions les plus froides, et qu'on ait pris pour des raisons analogues le rouge pour les régions les plus chaudes.

Plus important encore est le fait qu'on ait choisi une gradation des couleurs pour rendre une gradation des températures.



Dans cette première partie, notre but est d'observer un certain nombre de cas où, comme ci-dessus, **un codage est choisi de manière à obtenir une représentation de certains aspects de la réalité matérielle.**

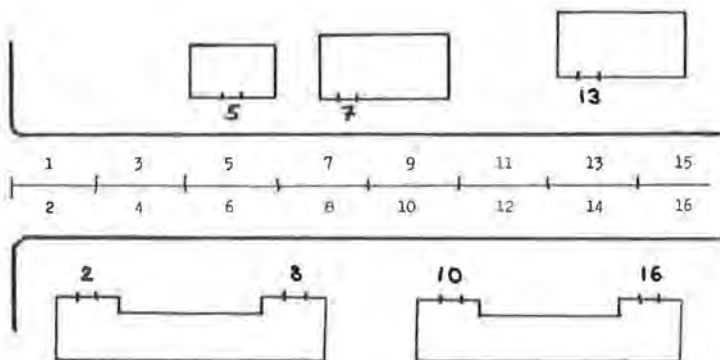
Considérons maintenant des codages par des nombres. Les propriétés des nombres, autrement plus nombreuses et mieux connues que celles des couleurs, permettent des codages bien plus efficaces.

Prenons l'exemple de la numérotation des maisons le long d'une rue. On a de bonnes raisons de ne pas les numéroter n'importe comment. Une formule généralement admise est d'assigner les numéros impairs aux maisons d'un des côtés de la rue et les numéros pairs à celles de l'autre. Cette simple convention permet déjà d'obtenir, à partir de leurs numéros, des renseignements sur la situation des maisons: les maisons N^{os} 8 et 15, par exemple, ne sont pas du même côté de la rue. Mais en plus, on s'arrange pour que l'ordre des numéros impairs (ou pairs) traduise l'ordre des bâtiments le long de la rue, dans un sens choisi préalablement. De $8 < 12$ on peut déduire que la maison N^o 8 vient avant la maison N^o 12; de $7 < 13 < 15$ on peut déduire que la maison N^o 13 se trouve entre les maisons portant les numéros 7 et 15, etc.

Précisons quelque peu: nous avons là **deux domaines**, d'une part les maisons d'une rue, d'autre part les numéros de ces maisons, qui sont des nombres de \mathbb{N}^* . Dans chacun de ces domaines, nous pouvons utiliser un vocabulaire qui lui est propre. Le codage choisi apparaît judicieux, parce qu'il est possible d'établir le « dictionnaire » ci-dessous et qu'il permet ainsi de **raisonner dans le domaine des nombres pour obtenir des renseignements concernant le domaine des maisons**.

Domaine des maisons.	\mathbb{N}^*
... est du même côté de la rue que...	...est de même parité ¹ que...
... n'est pas du même côté de la rue que...	... n'est pas de même parité que...
... vient avant...	... < ...

Il existe des communes où le codage des maisons est encore plus perfectionné: comme partout ailleurs, les numéros pairs et impairs correspondent aux deux côtés d'une rue; en revanche, on attribue les numéros, non pas en suivant la succession des maisons, mais à des portions de rue. On décide, par exemple, que chaque paire de numéros correspond à un tronçon de 10 m. Les maisons reçoivent alors leur numéro selon l'endroit où se trouve leur entrée.



¹ On dit que deux nombres sont de même parité lorsqu'ils sont tous deux pairs ou tous deux impairs.

De cette manière, tous les numéros ne sont pas utilisés: il se peut que la première maison de la rue ait le N° 5, ou que la numérotation saute du 10 au 16. Mais ce codage **donne de nouveaux renseignements**. Par exemple: lorsqu'on cherche le 8 et qu'on a trouvé le 7, il reste à changer de trottoir; ou, du 4 au 14, la distance est à peu près la même que du 14 au 24; on peut même savoir que le N° 60 est à 300 m environ du début de la rue.

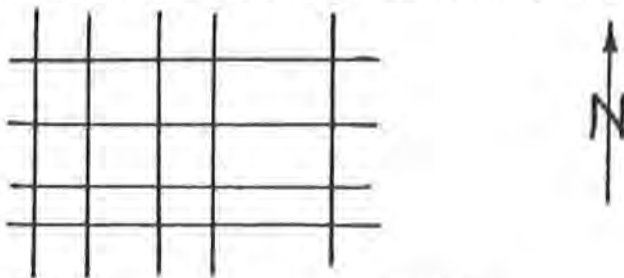
Un codage n'est que très rarement fait au hasard, et c'est encore plus rare qu'il n'ait aucune signification. Lors d'une course sportive, on peut tirer au sort les numéros de dossards, mais ceux-ci renseignent ensuite sur l'ordre des départs.

Les numéros AVS (Assurances sociales) correspondent chacun à une personne bien déterminée. C'est déjà une fonction importante de ce codage. Mais il est possible d'en tirer d'autres renseignements: les premières lettres du nom de famille, la date de naissance exacte (année, mois et jour) et le sexe de la personne désignée.

Les «numéros postaux» servent également à des fins d'identification: ils permettent de distinguer, par exemple, entre «1470 Lully», «1232 Lully» et «1111 Lully». Mais de plus ils donnent des renseignements sur la manière dont le courrier est acheminé. Les bureaux de poste «1093» et «1602», quoique situés sur la même commune, ont des numéros très différents. Le «1093» reçoit le courrier par camion directement de Lausanne, comme le «1094» ou le «1095», alors que le «1602», comme les bureaux dont le numéro commence par «16», est desservi par la ligne Lausanne-Berne (du moins c'était vrai à l'époque où les numéros ont été choisis).

Je voudrais montrer encore d'autres codages dont vous allez voir qu'on peut les exploiter beaucoup plus loin que les précédents.

Prenons par exemple des rues deux à deux perpendiculaires ou parallèles.



Nous avons d'une part:

l'ensemble des rues N-S,

l'ensemble des rues E-W,

ces deux ensembles déterminent
un ensemble de carrefours.

Et d'autre part:

le nombre de ces rues, ici 5,

le nombre de ces rues, ici 4,

le nombre des carrefours, ici 20.

Or les trois nombres ci-dessus ont ceci de particulier que le troisième est le produit des deux premiers:

$$4 \cdot 5 = 20.$$

Il en est ainsi dans tous les cas, pour n'importe quel nombre de rues dans une direction et dans l'autre. Ce codage, particulièrement judicieux, permet donc de calculer le nombre des carrefours à partir des nombres de rues.

En fait, **toute application de la mathématique à la réalité matérielle exploite un ou plusieurs codages.**

On se trouve chaque fois en présence de deux domaines, dont la bonne correspondance, l'adéquation, est **suggérée, puis confirmée par l'expérience.** Dans le public on observe une tendance à les confondre. Je voudrais suggérer qu'au contraire on cherche à les distinguer, à les concevoir séparés l'un de l'autre. Par exemple, il serait bon d'employer un langage différent pour chacun des deux domaines.

La situation décrite par la figure ci-contre comprend un «domaine des pommes» codé par le «domaine des nombres». A propos des pommes, on dira: «on les rassemble», «on les verse dans un même plat», mais pas: «on les additionne». Ce sont les nombres qui peuvent être additionnés.

Voici d'autres exemples bien connus.

Il s'agit de réglettes Cuisenaire:

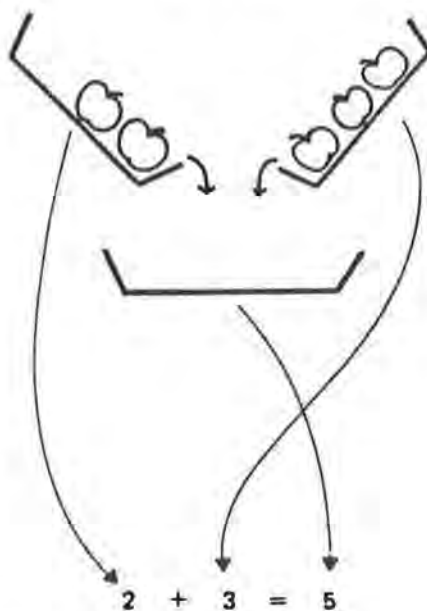
d'une part, les réglettes;

d'une part, on met les réglettes bout à bout;

Il s'agit d'achats:

d'une part, divers objets mis en vente dans un magasin;

d'une part, on met certains objets dans un cabas;



d'autre part, les nombres naturels attachés aux réglettes;

d'autre part, on additionne les nombres correspondants.

d'autre part, les nombres indiquant les prix de ces objets,

d'autre part, on additionne des nombres pour obtenir le prix à payer.

En conclusion, toutes les applications des mathématiques à la réalité concrète, même les théories physiques les plus compliquées, se présentent comme des codages bien choisis, de telle manière que des «opérations» faites sur les codes (par exemple des calculs, ou des constructions géométriques) permettent de prévoir ce qui va se passer dans le domaine réel, sans être obligé de mener à bien l'expérimentation correspondante.

Dans un prochain article, j'essaierai de faire apparaître d'autres aspects de ces codages.

Numéro 109 consacré à Léonard Euler

En réponse à diverses demandes, la rédaction de Math-Ecole informe ses abonnés qu'elle peut offrir le numéro spécial consacré au bicentenaire de la mort d'Euler au prix de Fr. 6.– l'exemplaire (Fr. 4.– l'exemplaire pour commande groupée de 5 exemplaires ou plus).

Adresser la commande à la Rédaction de Math-Ecole
Rue Sillem 11, 1207 Genève (Tél. 35 15 59)

Parution récente:

Finalités de l'enseignement des mathématiques pendant la scolarité obligatoire

Le secrétariat de la Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique vient de publier le compte-rendu de son 8^e Forum organisé à Ittingen en décembre 1982*.

Dans son essai de synthèse des résultats du Forum, Werner Heller voit se préciser deux thèses:

- plus un objectif déterminé de l'enseignement des mathématiques est important, plus sa spécificité mathématique est minime;
- qui dit réforme de l'enseignement des mathématiques dit réforme scolaire.

Les différents groupes de travail ont énuméré un certain nombre d'objectifs généraux, considérés comme les plus importants, auxquels devrait plutôt se subordonner l'acquisition d'aptitudes mathématiques. En voici la liste:

Domaine socio-affectif:

- développer une personnalité indépendante
- acquérir une confiance en soi
- conserver sa disponibilité à apprendre
- pouvoir développer sa sensibilité
- apprendre à être sûr de soi et plein de tact dans ses rapports avec les autres
- favoriser la coopération
- pouvoir développer des motivations intrinsèques

Domaine cognitif:

- développer des perspectives, pouvoir faire des projets
- savoir argumenter et détecter des arguments spécieux
- savoir développer la faculté de penser et la créativité
- savoir abstraire
- être capable d'exploiter les connaissances acquises dans de nouvelles situations
- apprendre à examiner le bien-fondé de procédés de résolution et de solutions.

Pour atteindre ces objectifs, diverses conditions sont requises, notamment:

- il faut éviter d'avoir recours à une méthodologie à sens unique, la même situation ne se prêtant pas nécessairement à un apprentissage optimum pour tous les élèves;
- l'enseignement des mathématiques ne doit pas échapper à la responsabilité qui consiste à préparer les élèves en fonction de leur formation future, de leur profession et de leur vie de tous les jours où la mathématique est partout en usage.

* Bulletin d'information 39b Août 1983

Secrétariat de la Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique

Palais Wilson 1211 Genève 14

MATH-ECOLE PRATIQUE

Pour répondre à de nombreuses demandes provenant d'abonnés récents, la rédaction a édité son premier MATH-ECOLE PRATIQUE qui, en 148 pages, reprend 14 articles, directement utilisables dans les classes, parus dans les numéros 52 à 75 (1972-1976).

TABLE DES MATIERES

1. Etude de la construction de la suite des premiers nombres
 2. Enseignement renouvelé de la mathématique et pédagogie Freinet
 3. A propos de la mesure d'aire
 4. Les approches de la soustraction: sources de problèmes ?
 5. A propos de «machines»
 6. Du produit cartésien à la table de multiplication
 7. La division
 8. De l'idée d'échange à la notion de division
 9. Deux bonnes douzaines de problèmes de mathématique
 10. Autour d'un échiquier
 11. Planches à trous et planches à clous
 12. Planchettes à clous et géométrie spontanée d'enfants de 9 à 11 ans
 13. Quelques noisettes pour se faire les dents
 14. A propos de la proportionnalité
-

Pour obtenir cet ouvrage, il suffit de verser la somme de Fr. 16.— au CCP 12 - 4983, MATH-ECOLE, GENEVE.

