

152

# MATH E C O L E

Les enjeux  
d'un jeu

Nouvelle approche  
des apprentissages  
numériques

Télématique  
et  
géographie



# Informations

---

## Exposition itinérante

Le succès! Après le Jura et le canton de Neuchâtel, c'est au tour des collèges secondaires vaudois d'accueillir notre exposition-atelier *JEU et MATHEMATIQUE*, qui suscite toujours le même intérêt.

C'est complet jusqu'à l'été, il reste quelques semaines disponibles pour cet automne. (Réservation chez M. Chastellain, Chenalettaz 89, 1807 Blonay, tél: 021/9433566)

La demande est si forte qu'on envisage la préparation de nouvelles expositions de ce genre, en plusieurs exemplaires, pour les degrés primaires également.

## Bourse aux anciens numéros

Si vous déménagez, si vous faites de la place sur les rayons de votre bibliothèque, ne jetez jamais un ancien numéro de *Math-Ecole* ou des *Nombres en couleurs*. La rédaction vous les rachète et les revend - sans prélever de bénéfices exagérés - à ceux qui souhaitent compléter leur collection. La cotation est ouverte, les cours seront publiés régulièrement dès le prochain numéro.

## Chronique des lecteurs

Un article vous a plu, vous ne partagez pas le point de vue d'un autre, vous souhaitez apporter une information ou une suggestion nouvelle, vous avez conduit une expérience intéressante, etc. Alors, écrivez-nous! La rédaction rêve d'une rubrique de lecteurs, animée, pleine d'idées nouvelles, où fleurit la controverse, avec des affrontements et des débats intenses, dans l'écoute et le respect de l'opinion des autres. L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques en seront les bénéficiaires.

## Campagne d'abonnements

Pour vivre et remplir son mandat, une revue a besoin de lecteurs. *Math-Ecole* n'échappe pas à la règle. Une campagne d'abonnements va débiter dès le numéro 153, mais vous pouvez commencer à prospecter dès maintenant. Pour ceux qui recruteront le plus grand nombre de nouveaux abonnés, il y aura des prix: jeux (*Bilgul*, *Quarto*, *Stupide Vautour*, *Labyrinthe*, etc.) des calculatrices, des bouquins, ... On cherche encore le sponsor qui offrira un voyage à Bora-Bora!

## Adresse

Rédaction de "Math-Ecole"  
Case postale 54  
CH - 2007 Neuchâtel 7

## Administration

Institut romand de Recherches  
et de Documentation Pédagogiques  
Fbg de l'Hôpital 43  
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54  
Tél. (038) 24 41 91  
Fax (038) 25 99 47

## Fondateur

Samuel Roller

## Rédacteur responsable

François Jaquet

## Comité de rédaction

Michel Brêchet  
André Calame  
Michel Chastellain  
Roger Délez  
Raymond Hutin  
Serge Lugon  
Yvan Michlig  
Frédéric Oberson  
Jean-François Perret  
Richard Schubauer

## Abonnement annuel (5 numéros)

Suisse: Fr. 17.- Etranger: Fr. 19.-  
CCP 12-4983-8  
(prix au numéro: Fr. 5.-)

## Imprimerie

Fiorina, rue de la Lombardie 4  
CH - 1950 Sion  
Tél. (027) 22 14 60

## Graphisme de couverture

François Bernasconi  
photographie de Robert Doisneau  
in "Les doigts pleins d'encre"  
Editions Hoëbeke, 1989

# Sommaire

---

## EDITORIAL

**Partager la pénurie**, Raymond Hutin **2**

**Les enjeux d'un jeu**, Richard Schubauer **4**

**Nouvelle approche des apprentissages numériques**, Isabelle Bieri **13**

**Tapez \* 4020 #**  
**Un réseau de télémathématique scolaire**, Totonmath **21**

**Les cartes de géographie: un terrain propice aux mathématiques**, Serge Lugon **31**

**Edito du 150e: remise des médailles**  
Michel Chastellain **38**

**Notes de lecture** **44**

**Utilisation didactique des machines à calculer**, Luc-Olivier Pochon **46**

## Partager la pénurie

La cigale ayant chanté des années ...  
Se trouva fort dépourvue quand récession fut venue.  
Elle alla crier famine...

...chez ce bon Jean de La Fontaine qui avait tout prévu ...

Haro sur le baudet, ce pelé, ce galeux...  
Haro sur l'écolier, qu'il est dispendieux!

Plusieurs de nos cantons ont des difficultés financières, c'est indéniable. Il faut faire quelque chose, apprendre à vivre plus modestement.

Dans ce pays de «y en a point comme nous», la solution est facile à trouver. Nous qui sommes capables de tout faire de manière plus luxueuse qu'ailleurs, nous qui nous glorifions de donner des leçons à l'ensemble de la planète, nous qui pouvons si bien adopter des lois qui renchérisse constamment nos produits, nous dont le principal souci est de rendre obligatoire tout ce qui n'est pas défendu, nous savons bien où le bât blesse: ce qui coûte trop cher, c'est l'enseignement.

Bien entendu, on ne le dit pas si crûment: on impute les difficultés de trésorerie aux conditions de travail des enseignants. Les classes sont bien assez grandes pour accueillir plus d'élèves, les manuels sont trop coûteux, la formation continue revient trop cher.

Et quelle rage pique tout ce jeune public qui tient absolument à acquérir une formation de longue durée? Et pourquoi faudrait-il se préoccuper de ceux qui ont des difficultés à suivre l'enseignement?

---

Or donc, les mesures d'économie les plus importantes toucheront l'éducation et la recherche. Et, dans le but louable de ne pas transmettre à nos descendants des dettes excessives, nous leur remettrons en toute bonne conscience un cadeau empoisonné: une jeunesse dont la plus grande partie n'aura pas eu le droit de se préparer efficacement à affronter les difficultés économiques qui les attendront dans une dizaine d'années.

Il est vrai que dans notre pays, les pauvres n'ont qu'à s'en prendre à eux-mêmes. Et que le chômage des jeunes n'empêche pas les politiciens de dormir.

Traquer le gaspillage, éviter les excès, revenir à plus de raison dans certains domaines, sont sans doute des mesures indispensables dans la période que nous traversons. S'interroger sur le rapport qualité-coût dans le domaine éducatif, même si le problème est difficile à résoudre, devrait faire partie des préoccupations de tous les formateurs et les décideurs.

Mais envisager les coupes avec désinvolture sans se préoccuper des effets qui s'en feront sentir dans une dizaine d'années serait suicidaire.

Dans les difficultés actuelles, essayons de réfléchir logiquement et sereinement. Mettons-nous ensemble à la recherche de solutions neuves qui, tout en économisant les deniers, conservent et même améliorent la qualité de la formation. Mais n'entreprenons pas cette forme de chasse aux sorcières qui est en train de ruiner le potentiel des pays qui ont cru, en s'attaquant au coût de leur système éducatif, trouver la solution à court terme des déficits des budgets publics.

Raymond Hutin

## Les enjeux d'un jeu

par Richard Schubauer, SRP (GE)

Dans les lignes qui suivent, notre intention est d'explicitier les choix qui, pour le didacticien que nous sommes, pourraient orienter l'introduction d'un jeu du commerce dans la classe. Il s'agit en l'occurrence de «STUPIDE VAUTOUR», édité par la maison Ravensburger, 1990.

Les règles du jeu figurent en pages 10 à 12.

### Questions de choix

Excluons d'emblée, pour cause de défaut de scientificité, tous critères perceptifs du style: les dessins sont marrants, le titre accrocheur, et tous critères financiers ou autres faisant appel à des opinions.

La première démarche serait de lire les quelques lignes explicatives, retenues par l'éditeur pour figurer sur l'emballage. Sous l'intitulé «Idée du jeu» se trouve un petit descriptif procédural accompagné du but du jeu: «Jouer des cartes-points à bon escient, collectionner des souris, éviter les vautours et bluffer ses partenaires de jeu. Celui qui aura le plus de points gagnera la partie.»

Cette description volontairement brève n'est bien sûr pas satisfaisante si vous envisagez d'insérer ce jeu dans le cadre scolaire. Le jeu de société «scolarisé» subit, de par son changement de contexte, une surdétermination qui va en modifier les objectifs initiaux. Il s'agit toujours de gagner le plus de points, mais cela s'accompagne d'attentes d'ordre cognitif et social de la part de l'enseignant, même s'il s'en défend.

### Une approche didactique

La prise de connaissances des règles du jeu est facilitée par un texte clair, illustré d'exemples adéquats et permet de jouer une pre-

mière partie sans accroc, puis d'en enchaîner quelques autres au cours desquelles, inévitablement, tous les cas de figures du règlement se produiront. Cet apprentissage se fait très rapidement (observé avec des élèves de huit ans). C'est une phase exploratoire, nécessaire à toute réflexion ultérieure.

Ce qui fait alors la spécificité de l'approche didactique, c'est la mise sur pied d'un dispositif d'observation et d'analyse fondé théoriquement. L'observation est préparée par une analyse a priori notionnelle et procédurale, qui sert de cadre sémantique et d'hypothèses à la prise d'informations proprement dite. Suivent le dépouillement des données, leur classement et leur traitement.

### L'analyse a priori

#### I) Le plan notionnel

Trois objets semblent se dégager :

1. la sériation des cartes-points (valeurs de 1 à 15)
  - la sériation des souris (gains de 1 à 10)
  - la sériation des vautours (pertes de 1 à 5)
2. l'addition et la soustraction dans Z
3. la comparaison de quantités numériques

#### II) Le plan procédural

A trois moments du jeu correspondent des procédures de nature différente. Au début, celles liées à l'arrangement des cartes-points, puis celles du jeu proprement dit, enfin celles de la comptabilisation des résultats.

### 1. Procédures d'arrangement des cartes

- 1.1. Aucun arrangement : les cartes sont «en désordre».
- 1.2. Arrangement partiel : grandes valeurs versus petites valeurs; une partie seulement est arrangée.
- 1.3. Arrangement complet : dans l'ordre croissant; dans l'ordre décroissant.

## 2. Stratégies du jeu proprement dit

Différentes catégories sembleraient exister, liées à la valeur des cartes souris et des cartes vautours retournées. C'est la raison qui nous pousse à définir arbitrairement une hiérarchie entre ces cartes.

### 2.1. Carte retournée: une «petite» souris (S1, S2, S3)

- Jeter une petite carte (valeur de 1 à 4) pour ne pas prendre (anticipation sur les «grosses» souris); pour s'en débarrasser (anticipation sur les «gros» vautours).
- Jeter une carte moyenne (valeur de 5 à 9) pour prendre en gardant les «grosses» pour des vautours ou des «grosses» souris (anticipation plus forte que 2.1.a.).
- Jeter une grosse carte (valeur de 10 à 15) pour prendre; «une souris, je prends» (anticipation plus faible que 2.1.b., le joueur ne prévoit pas les «grosses» souris).

### 2.2. Carte retournée: une souris «moyenne» (S4, S5, S6, S7)

- Identique à 2.1.a.
- Jeter une carte moyenne (5 à 9) pour prendre; pour se débarrasser de ces cartes; par défaut (prise).
- Identique à 2.1.c. (une anticipation sur de futurs vautours forts).

### 2.3. Carte retournée: une «grosse» souris (S8, S9, S10)

- Jeter une petite carte (1 à 4) par défaut.
- Jeter une carte moyenne (5 à 9) pour prendre (anticipation sur des souris encore plus «grosses» non abattues).
- Jeter une grosse carte (10 à 15) pour prendre.

### 2.4. Carte retournée: un «petit» vautour (V-1, V-2)

- Jeter une petite carte (1 à 4) pour prendre un petit vautour plutôt qu'un gros; par défaut; par oubli de la règle

(la plus petite carte du tour prend le vautour, c'est l'inverse des souris).

- Jeter une carte moyenne (5 à 9) pour ne pas prendre; par défaut.
- Jeter une grosse carte (10 à 15) pour ne pas prendre (anticipation < que 2.4.b. sur les «grosses» souris).

### 2.5. Carte retournée: un «gros» vautour (V-3, V-4, V-5)

- Jeter une petite carte (1 à 4) par défaut; par oubli de la règle (voir 2.4.a.).
- Jeter une carte moyenne (5 à 9) par défaut; pour ne pas prendre (anticipation sur les «grosses» souris à venir).
- Jeter une grosse carte (10 à 15) pour ne pas prendre (anticipation < que 2.5.b. sur les «grosses» souris).

Le cas peut se présenter (bien décrit dans les règles) où tous les joueurs abattent des cartes identiques impliquant une non-prise à ce tour; une nouvelle carte est retournée et «s'ajoute» à la précédente. Les procédures de jeu seront identiques mais adaptées à la nouvelle situation:

$$\begin{aligned} |\text{souris}| > |\text{vautour}| &= \text{gain} \\ |\text{souris}| < |\text{vautour}| &= \text{perte} \end{aligned}$$

Par contre, des procédures de comptabilisation des points apparaissent déjà ici, pour calculer la valeur du gain ou de la perte. (voir paragraphe 3)

Remarque: nous faisons l'hypothèse que les joueurs ne jeteront pas de cartes au hasard, car le schème «prendre» est prévalant.

## 3. Les procédures de fin de partie

Il s'agit pour les joueurs de calculer la valeur de leurs gains ou de leurs pertes. Les procédures qui suivent ne sont pas classées, ni ne sont exclusives entre elles.

- 3.1. Compter avec énonciation de la comptine (ex: souris 6, suivie de vautour -2: "1,2,3,4,5,6...5,4"; etc.)

- 3.2. Calculer carte après carte, addition avec les souris et soustraction avec les vautours.
  - 3.3. Calculer la somme des souris, en soustraire la somme des vautours.
  - 3.4. Regrouper les valeurs opposées pour les annuler (ex: souris 4 et vautour -4) puis 3.1. ou 3.2. avec les cartes restantes.
  - 3.5. Mêmes procédures que les quatre ci-dessus et impasse «sous le zéro»; résultat annoncé «zéro».
- A toutes ces procédures de calcul, non écrites, peut correspondre l'usage d'un compteur, en l'occurrence les doigts.

### **Le dispositif d'observation et d'analyse, la population observée**

Quatre parties ont été observées et protocolées. La toute première et la seconde, le 13 septembre; les suivantes le 27 septembre, pour permettre aux joueurs de pratiquer librement entre temps, misant sur l'évolution de leurs stratégies. Une troisième séquence, cette fois papier-crayon, consistant en une tâche de calcul de cartes gagnées par d'imaginaires joueurs, s'est déroulée le 19 novembre.

L'observation s'est faite à l'aide de grilles conçues pour y lire:

- a. les noms des joueurs par équipe
- b. leurs procédures d'arrangement des cartes-points
- c. les cartes-animaux retournées, tour après tour
- d. les cartes-points jouées par chacun
- e. les procédures de calcul de fin de partie

### **Le dépouillement des données**

Les grilles d'observation regroupant les joueurs d'une même équipe à une même partie ont été disséquées en tableaux regroupant un joueur à travers ses trois ou quatre parties. C'est sur ce matériel de travail que nous avons tenté une lecture de l'évolution des stratégies des joueurs.

Ces trois séquences se sont déroulées en début de 3<sup>e</sup> année primaire, dans une classe de quinze élèves d'une école de Versoix (Genève).

### **L'évolution des stratégies**

La lecture des tableaux nous permet de classer les joueurs en trois catégories selon leurs stratégies dominantes:

#### **1. Les joueurs sans stratégie apparente.**

Au vu des différentes parties, ces joueurs ne semblent pas avoir construit une stratégie globale; nous ne pouvons pas dire pour autant qu'ils jouent au hasard, car comme écrit plus haut, ils ont une stratégie de «prise» de souris et de «non-prise» de vautours, souvent contredite pour cette dernière par l'oubli de la règle (la plus petite carte-points prend), sans aucune anticipation; c'est le coup par coup qui prédomine. La plupart des joueurs se rangent dans cette catégorie à la première partie, six sur quatorze la conserveront sur les deux séquences (trois ou quatre parties).

#### **2. Les joueurs qui construisent une stratégie qui apparaît lors de la seconde observation.**

Dans cette catégorie se regroupent des joueurs qui, pendant les deux premières parties, sont dans la cat. 1. et qui, après une quinzaine de jours, laissent entrevoir une anticipation globale qui se manifeste par des cartes-points «retenues» dans l'intention d'une meilleure prise ultérieure, encore focalisée uniquement sur les grosses souris, sans prise en compte de la «dimension-vautours». Nous y trouvons aussi six sujets.

#### **3. Les joueurs qui ont une stratégie dès le départ, qui évolue en cours de jeu.**

Seuls deux joueurs, selon nos critères, appréhendent la double relation, inverse de surcroît, entre les valeurs des cartes-points et leurs conséquences sur la prise ou non des souris (grosses) et des vautours.

S'ils anticipent globalement dès la première partie sur les grosses souris à venir, ils vont affiner cette anticipation à la lecture des coups joués par leurs partenaires (de deux équipes différentes), se réjouissant par exemple au vu des cartes-points tombées en annonçant que la prochaine grosse souris est pour eux, ou bien en jouant systématiquement des cartes-points moyennes sur les vautours ou les souris moyennes. Les aléas des parties les piégeant parfois à cause des doubles cartes-points jetées simultanément par leurs partenaires. Nous pourrions ajouter que ces joueurs se sont construits des moyens de contrôle sur la situation, moyens qui se manifestent par des interventions du type : «celle-là, j'la veux» ou inversement : «j'la laisse», alors que leurs partenaires des deux autres catégories sembleraient attendre le verdict des cartes-points jetées et s'y résigner.

## Les fins de parties

Les participants se trouvent avec un certain nombre de cartes souris ou vautours dont il va falloir calculer les points totaux pour désigner le vainqueur... le jeu se «scolarise» ! A l'âge et au degré observés, les joueurs se représentent les nombres relatifs attribués aux vautours comme une opération à effectuer avec ce nombre, une soustraction en l'occurrence, cela se confirmera dans la tâche papier-crayon. Ils vont adapter leurs procédures aux différents cas qu'ils rencontrent :

1. **Que des souris**, c'est le cas le plus simple, ils additionnent directement ou trouvent la somme par sur-comptage répété autant de fois qu'ils ont de cartes. Ils annoncent leur résultat, toujours supérieur à zéro.
2. **La somme des souris est supérieure à celle des vautours**, nous nous trouvons devant deux cas. Les joueurs appariés les valeurs opposées, les éliminent : «ça fait zéro», additionnent et soustraient carte après carte le solde, soit directement soit

par sur-comptage (voir 1.) ou par décomptage selon les cartes. Second cas, les joueurs procèdent par regroupement : d'abord ils font la somme des souris puis enlèvent par soustraction ou décomptage les vautours carte après carte. Dans les deux cas, leurs résultats sont toujours supérieurs à zéro.

3. **La somme des souris est égale à celle des vautours**. Les cartes peuvent se compenser intégralement valeur par valeur, soit se compenser globalement. Les joueurs repèrent les cartes qui se compensent directement, dans aucun des cas observés ils ne font la somme des vautours qu'ils soustrairaient par la suite à celle des souris. Suite à la compensation, ils procèdent comme en 2. et annoncent «zéro».
4. **La somme des souris est inférieure à celle des vautours**. C'est la résolution la plus complexe. Les joueurs procèdent comme précédemment et annoncent comme résultat zéro. Devant la nécessité d'un classement et devant l'évidence que deux partenaires n'ont pas les mêmes valeurs négatives, quelques élèves ajoutent que tel camarade est «plus zéro» que tel autre, indiquant par là que si l'un a en mains la carte vautour -5 et un autre la carte vautour -3, ils ne sont pas égaux en classement, mais comme dit plus haut, ces joueurs ne conceptualisent pas les valeurs attribuées aux vautours comme des nombres relatifs, mais comme des entiers naturels dans le registre des pertes, il leur paraît évident qu'on ne peut plus rien enlever une fois le zéro atteint. C'est le fait de la quasi-totalité de la classe. Seuls deux sujets (différents des deux à stratégie anticipatrice), devant la situation où il n'y a qu'une ou deux cartes restantes après calcul, lisent la/les carte(s) et annoncent «moins 6» dans le premier cas (V-2 et V 4) et «moins 1» dans l'autre (S 1, S 4, V -1, 5; «un plus quatre cinq moins cinq reste un»). Ces deux élèves dans le test papier-crayon ne rééditeront pas dans un cas identique comme dans un cas plus complexe encore,

leur capacité à répondre par un nombre négatif. Nous insistons sur le fait qu'ils lisent un résultat, mais ne conceptualisent pas encore les relatifs, qu'il ne s'agit pas de leur «enseigner» pour l'occasion. Laissons-les confronter leurs points de vue...

### Quelques remarques à propos du jeu en classe

Nous tenons à préciser notre position sur la question des jeux de ce type qui pourraient, par le fait même de leur passage dans le cadre scolaire, dériver vers une exploitation «pédagogique» (restrictive de facto). Leur intérêt réside dans la dynamique qu'ils entraînent, tant cognitive que sociale et affective, et non dans des résultats. Il n'est pas du tout question d'y retrouver des notions à acquérir, à entraîner ou à consolider, la finalisation didactique à tous crins est une maladie endémique du système d'enseignement. Jouons pour jouer... en toute connaissance.

La suite de la recherche pourrait laisser croire une exploitation possible, mais ce n'est pas le cas. La tâche papier-crayon, si elle rappelle tant aux élèves qu'aux enseignants des activités quotidiennes, n'est ici qu'une quête d'informations supplémentaires sur les procédures de calcul mobilisées par les joueurs en fin de partie, avec des cas de «prises» contrôlés par nos soins, qui recouvrent une grande partie des cas de figures possibles.

### La tâche papier-crayon

Nous avons soumis aux élèves une épreuve qui comportait onze items représentant des cartes gagnées au cours de parties fictives par onze joueurs, avec comme consigne: «Cherche le nombre de points de chaque joueur, écris-le sous les cartes. Note chaque fois ce que tu as fait pour trouver la solution.» Les items ont été disposés en respectant une progression dans leur complexité. La tâche commence par une «plie» composée que de souris et se termine par une «plie» compor-



tant une souris et trois vautours, en passant par une grande partie des configurations possibles produites en jouant sur des variables numériques et d'ordre des cartes aisément imaginables. Nous ne retiendrons dans ces lignes que quelques exemples, qu'ils soient le fait d'un groupe important d'élèves ou qu'ils soient «significatifs» de certaines démarches.

Onze élèves écrivent des équations en ligne avec les nombres positifs toujours en début de ligne, suivis des «négatifs» par ordre décroissant, séparés du résultat par le signe de l'égalité. Ces onze élèves répondent sans exception «0» dès que les valeurs vautours dépassent celles des souris.

Ex:

- |                                    |                     |
|------------------------------------|---------------------|
| 1. plie (dans l'ordre) V-4, S3, S1 | $3 + 1 - 4 = 0$     |
| 2. V-3, V-4, S3, S4                | $4 + 3 - 4 - 3 = 0$ |
| 3. S6, V-3, V-1, V-4               | $6 - 4 - 3 - 1 = 0$ |

Nous avons interrogé un élève sur l'exemple 1: «Si tu écrivais les nombres dans l'ordre des cartes, trouverais-tu le même résultat?» Réponse pleine de sens pour nous: «Non ça ferait 8» ( $-4 + 3 + 1 ==> 4 + 3 + 1$ ). Cela confirme ce que nous supposions, à savoir

que «-4» n'est pas encore un nombre pour ces élèves, mais une opération sur un nombre.

A un autre élève, qui a répondu à l'item S1, S3, V-3, V-1, V-5 par l'équation  $3 + 1 - 5 - 3 - 1 = 0$ , nous avons proposé ceci : «Et s'il n'y avait pas la carte V-5, quel serait le résultat ?» Réponse immédiate : «Ca fait zéro», «Et avec le V-5 ?», «Ben ça fait encore plus zéro». Cet élève comme la plupart de ses camarades se représente les nombres comme des signifiants d'entités concrètes (physiques), des entiers naturels uniquement, dont on ne peut démentement plus rien «enlever» une fois le zéro atteint.

Deux élèves placent leurs calculs en colonne. L'un regroupe les «positifs» et en soustrait les «négatifs». Montre-t-il par là une certaine compréhension des relatifs, puisqu'il les additionne avant d'en soustraire la somme? Il répondra «0» aux trois items qui ont des solutions «négatives» ! Son camarade écrit verticalement ses équations comme ceux du groupe précédent, avec un seul signe opératoire de même type, ce qui nous confirme encore dans nos hypothèses.

Ex:  
S6, S3, V-1, V-

$$\begin{array}{r}
 6 \\
 + 3 \\
 - 1 \\
 4 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Un élève regroupe les cartes pour en compenser les valeurs, alors que plusieurs le faisaient «oralement», mais code avec des erreurs.

Ex:  
V-3, V-4, S3, S4  
S1, S3, V-3, V-1, V-5

$$\begin{array}{l}
 4 - 4 - 3 - 3 = 0 \\
 1 - 1 - 3 - 3 + 5 = 0
 \end{array}$$

Un autre encore écrit une suite de nombres séparés par des virgules avec le «résultat» placé en tête de liste.

Ex:  
S2, S9, V-1, V-3

$$7 \quad 2, 9, -1 - 3$$

Un seul élève produit des solutions correctes pour tous les items, trouvées à l'aide d'équations en ligne. Nous n'avons pas suffisamment d'informations pour nous prononcer sur sa compréhension des relatifs, d'autant plus qu'il n'avait pas manifesté de compétences dans ce sens lors des phases de jeu. En voici un exemple parmi les trois de la tâche qui ont des solutions «négatives».

Ex:  
S2, V-4, V-1, V-2

$$2 - 4 - 1 - 2 = - 5$$

Nous ne sommes aucunement étonné, des performances différentes des élèves-joueurs aux deux «tâches», le jeu et l'épreuve papier-crayon. Sont-elles encore de même nature malgré les apparences? Un observateur naïf pourrait le croire. En fait, elles fonctionnent dans deux, voire trois contrats différents, avec des attentes et des devoirs idoines, les acteurs «enfants» sont joueurs-élèves-«cobayes» dans un cas, élèves-«cobayes» dans l'autre. Nous avons aussi mis en évidence leurs procédures de calcul différentes, produisant des solutions plus diversifiées avec les cartes en mains qu'avec un crayon. Nous n'entrerons pas plus avant dans ce type d'analyse pour l'instant.

### Retour aux choix

Nous avons tenté dans cet article de mettre en exergue un certain nombre de critères qui pourraient nous permettre de fonder scientifiquement nos choix dans l'introduction ou non d'objets culturels dans le cadre scolaire, ici un jeu, là-bas une activité plus «traditionnelle». Ce jeu est intéressant par la diversité des conduites d'élèves qu'il suscite, à cause de l'intérêt de ces derniers qui ne se lassent pas après plusieurs semaines, bien plus que par un quelconque lien avec le programme!

## Règles du jeu

Attraper des souris c'est facile, mais attention au vautour ...

Jeu Ravensburger\* n°01 266 4

Auteur : A. Randolph

Illustrateur : W. Gebhard

Un jeu de cartes pour 2 à 5 joueurs  
à partir de 10 ans.

### Contenu

75 cartes-points (5 séries de cartes avec des valeurs allant de 1 à 15)

10 cartes-souris avec des valeurs allant de 1 à 10

5 cartes-vautours avec des valeurs allant de 1 à 5



### But du jeu

Qui réussira à rassembler le plus de cartes-souris et à laisser le plus de cartes-vautours à ses adversaires? Le gagnant est celui qui, à la fin du jeu, aura le plus de points.

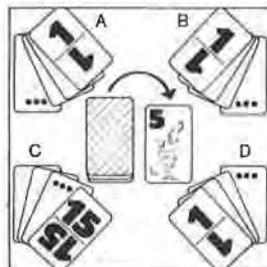
### Préparation du jeu

Triez les cartes avant de commencer à jouer.

Puis vous mélangez bien le tas des cartes-animaux (cartes-souris et cartes-vautours ensemble) et vous le posez, face cachée, au milieu de la table.

Puis vous triez les cartes-points par couleur et vous donnez à chaque joueur les 15 cartes de même couleur.

Voilà, tout est prêt! Vous retournez la première carte du tas des cartes-animaux (dans notre exemple, il s'agit de la souris n° 5).

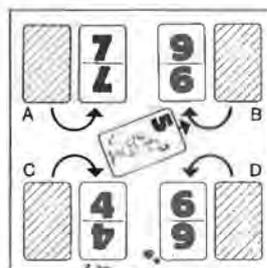


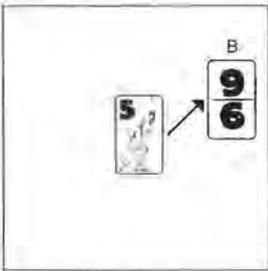
### La partie peut commencer

En jouant astucieusement ses cartes-points, chaque joueur essaie de rassembler le plus de cartes-souris. Chacun pose une carte-points de son choix, **face cachée**, sur la table.

Le gagnant sera celui qui aura la carte-points, dont la valeur sera la plus grande. Il gagnera la carte-souris.

Lorsque tous les joueurs auront posé leur carte-points, face cachée, ils la retourneront en **même temps**.





Le joueur qui a déposé la carte-points avec la valeur la plus grande, a le droit de prendre la carte-souris et la pose devant lui, face visible. Dans notre exemple, il a gagné 5 points. Sincères félicitations!

Toutes les cartes-points jouées dans ce tour sont rassemblées et mises de côté, faces cachées. Dans cette partie, il reste 14 tours de jeu, et déjà, c'est une routine:

- Découvrir la première carte du tas des cartes-animaux.
- Chacun choisit une de ses cartes-points et la pose, face cachée, sur la table.
- Chacun retourne en même temps cette carte.
- La carte-points, dont la valeur est la plus grande, gagne la carte - souris.
- Toutes les cartes-points jouées sont mises de côté, faces cachées.



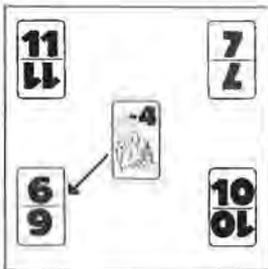
### Mais attention au vautour qui arrive!

Si la carte-animal découverte est une carte-vautour, il faut redoubler de prudence!

Les 5 cartes-vautours ont une valeur de -1 à -5 et réduisent les points des cartes-souris, qui ont été obtenus si difficilement.

Ainsi : évitez absolument d'avoir le vautour, d'ailleurs il n'est pas très beau!

Pour les cartes-vautours, il y a une nouvelle règle : celui qui a joué la carte-points dont la valeur est la plus basse, devra prendre la carte-vautour.



Donc:

- Déposez les cartes-points, faces cachées sur la table.
- Retournez en même temps les cartes-points et maintenant, la carte-points dont la valeur est la plus basse doit prendre la carte-vautour.
- Les cartes-points jouées sont mises de côté, faces cachées.

### Fin du jeu

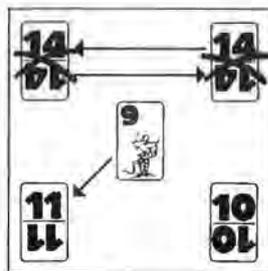
Le jeu se termine lorsqu'il n'y a plus de cartes-animaux.

Chaque joueur additionne les points de ses cartes-souris et déduit ceux de ses cartes-vautours pour obtenir son score final. Le joueur qui a le plus de points est déclaré vainqueur.

Vous avez certainement encore un peu de temps pour faire une deuxième partie?

Mais avant de recommencer, nous vous précisons:

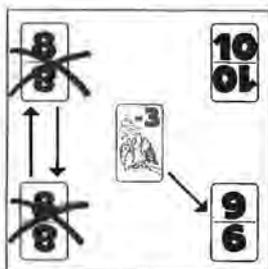




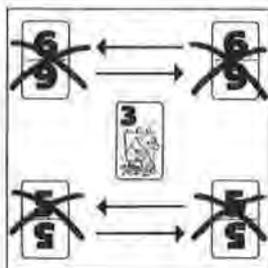
## Les particularités du jeu

- 1) Si pendant un tour de jeu, deux ou plusieurs joueurs déposent une carte-points de même valeur, ces cartes s'annulent.

Si les deux ou plusieurs cartes-points de même valeur ont également la valeur la plus grande, elles s'annulent aussi et la carte-souris sera ramassée par celui qui a posé la carte-points dont la valeur se trouve en deuxième position.



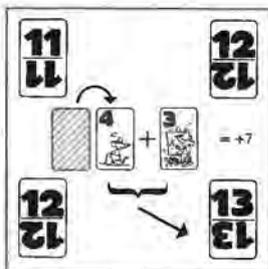
Si la partie se joue pour une carte-vautour et que les deux ou plusieurs cartes-points de même valeur ont également la valeur la plus petite, elles s'annulent. La carte-vautour sera ramassée par le joueur qui a déposé la carte-points dont la valeur est un peu plus grande.



- 2) Il peut arriver une situation tout à fait particulière:

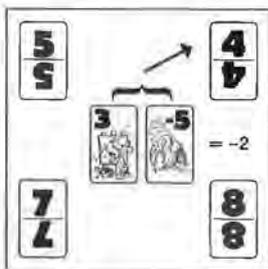
Toutes les cartes-points peuvent s'annuler mutuellement. Dans ce cas, on retire toutes les cartes-points et on pose une nouvelle carte-animal à côté de celle non gagnée.

Maintenant, le jeu se joue pour gagner les deux cartes-points.



Si la somme de ces deux cartes est égale ou supérieure à zéro, on joue d'après la règle pour les cartes-souris: le joueur, avec la carte-points dont la valeur est la plus grande, reçoit les deux cartes.

Si la somme de ceux deux cartes est inférieure à zéro, on joue d'après la règle pour les cartes-vautours: le joueur, avec la carte-points dont la valeur est la plus basse, doit prendre les deux cartes.



- 3) Dans le cas, certes très rare, où lors du 15e tour de jeu, toutes les valeurs des cartes-points devaient s'annuler, personne ne pourra prétendre à cette carte-animal. Le gagnant sera donc déterminé d'après les autres 14 cartes-animaux.

Maintenant, nous vous souhaitons beaucoup de plaisir et de suspense dans cette rude bataille entre souris et vautours.

**Remarque importante:** Le jeu «Stupide vautour» n'est plus au catalogue de Ravensburger. Math-Ecole a pu en obtenir quelques centaines d'exemplaires pour ses lecteurs, au prix avantageux de **Fr. 15.- le jeu**. Le reste du stock est en vente à la boutique SHOP IN SHOP de COOP-CITY, Lausanne, aux mêmes conditions.

# Nouvelle approche des apprentissages numériques (1ère partie)

par Isabelle Bieri

Extraits d'un travail de recherche élaboré dans le cadre de la "Formation des Enseignants Spécialisés" 1989-1991, Ecole normale de Neuchâtel

## INTRODUCTION

Voici, brièvement énumérées, les raisons qui m'ont conduite à modifier mon enseignement de la mathématique, de même que le contexte dans lequel je travaille.

Je suis institutrice au Crêt-du-Loche, dans une classe de campagne à deux ordres: cinq enfants en première année et quatre en deuxième année.

Parallèlement, je suis la formation pour l'enseignement spécialisé (FES), à Neuchâtel. En fin de cours, chaque étudiant doit présenter un travail personnel de recherche. Le thème est libre, mais il doit être traité de manière à établir un lien entre théorie et pratique.

Je décide alors d'entreprendre mon travail dans le domaine de la mathématique, car j'ai le sentiment, depuis de nombreuses années, que la méthodologie, actuellement en vigueur en Suisse romande, n'est pas très bien adaptée au processus d'apprentissage des enfants.

En effet, dans ma pratique, j'observe souvent un décalage important entre les opérations que les enfants sont capables d'effectuer dans une situation habituelle et leur difficulté à réinvestir ces connaissances dans des situations plus ouvertes.

A la question «pourquoi fait-on des mathématiques à l'école?», j'obtiens presque toujours la même réponse: «pour faire des fiches!».

Comment vais-je remédier à cette situation?

Comment trouver des situations, des activités, qui correspondent aux besoins, aux préoccupations des enfants, et qui soient en

résonance avec leur vécu, condition indispensable pour susciter l'intérêt tout en apprenant?

Bien heureusement, je découvre que de nombreux spécialistes, théoriciens, praticiens, mathématiciens, pédagogues, psychologues, se penchent depuis fort longtemps sur la question.

Après maintes lectures, je décide de m'appuyer principalement sur les travaux de l'équipe d'E.R.M.E.L. qui ont l'avantage d'établir un lien entre théorie et pratique.

En effet, de nombreux exercices proposés sont applicables tels quels dans les classes. Ou presque, car je me rends très vite compte que si je veux garder l'esprit dans lequel ils ont été créés, je suis contrainte de modifier mon comportement d'enseignante: je dois passer du statut d'animatrice à celui d'accompagnante des enfants en situation d'apprentissage.

En cours de route, je découvre aussi que de multiples situations de la vie de la classe peuvent être exploitées:

- mesurer les enfants;
- comparer les tailles;
- partager équitablement un gâteau d'anniversaire;
- calculer le nombre de jours jusqu'aux vacances;
- etc.

Les pages suivantes sont extraites de mon travail de recherche. Elles décrivent quelques activités qui correspondent bien à mon objectif de départ.

## A) INTRODUCTION DE LA BANDE NUMERIQUE

Cette activité est tirée des travaux effectués par l'équipe de didactique des mathématiques de l'Institut national français de recherches pédagogiques (I.N.R.P.).

(Voir *Math-Ecole* 151, p.32, Notes de lecture)

### **Premier jour: Introduction de la bande numérique collective**

#### **Objectifs**

- Disposer d'un instrument permettant de lire et d'écrire les nombres dont on ne connaît pas encore l'écriture chiffrée, sorte d'outil de références comparable à un dictionnaire.
- Commencer à imaginer que la suite des nombres peut se prolonger autant qu'on veut.

La situation est présentée dans un but d'observation, de maîtrise et d'élargissement des connaissances numériques.

Les phases de verbalisation et de formulation sont prévues.

Il s'agit d'un travail collectif et, quelquefois, individuel.

#### **Présentation de l'activité**

*Matériel:* Le journal régional, une bande de papier assez grande pour être affichée, portant les nombres jusqu'à 30, des bandes de papier plus petites pour chaque enfant.

*Situation:* L'activité se déroule sur plusieurs jours. Il s'agit en fait de permettre aux enfants de «pratiquer» les nombres le plus possible, sorte de «bain numérique», pour emprunter une expression chère aux linguistes.

#### **Hypothèses de départ**

- Selon les auteurs de références, les enfants sont généralement fascinés par les

nombres; ils ont du plaisir à les réciter le plus loin possible. Suivant ces remarques, cette activité a donc toutes les chances de susciter l'intérêt des enfants.

- Grâce à l'observation du journal, ils sentent bien la nécessité d'apprendre à maîtriser les nombres. C'est l'occasion d'établir des liens avec ces activités extrascolaires: on n'apprend pas seulement à l'école pour l'école!
- La zone proximale de chacun peut facilement être respectée.

Pour introduire la bande numérique et faire sentir aux enfants l'utilité de connaître les nombres, je décide de leur apporter le journal régional et de le parcourir avec eux.

Je leur demande d'être attentifs chaque fois qu'ils observent des nombres, d'essayer de les lire et de comprendre leur signification.

Tout de suite, ils relèvent:

- les numéros des pages;
- les prix dans la publicité;
- les résultats sportifs;
- l'heure des programmes de la T.V.

Quant à leur utilité, leur signification, ils ne font aucune remarque.

Lorsque les nombres sont trop grands, ils m'utilisent comme référence et je les leur lis. Je leur signale qu'il est donc bien utile de savoir écrire et surtout lire et comprendre la signification de ces nombres dans toutes sortes d'occasions et qu'ainsi, chacun va essayer d'augmenter ses connaissances dans ce domaine.

J'ai la nette impression que ces remarques ont passé complètement à côté du but visé. Je crois avoir été la seule à me comprendre!

Puis, je colle la bande numérique collective sous le tableau.

Exclamation: «*Ah, comme c'est long, jusqu'où ça ira quand ça sera 100, comment on va faire, puisqu'elle prend déjà tout le tableau?*»

Certains enfants se lèvent et viennent compter en pointant avec le doigt, d'autres remarquent qu'ils savent déjà compter jusque-là et qu'il faudra mettre le plus vite possible la suite...

### Remarques

- La première hypothèse est confirmée, les nombres exercent bien un effet magique sur les enfants. Ils se sont sentis tous concernés. Il y avait même une certaine effervescence lorsque j'ai sorti la bande.
- En revanche, je suis plus réservée sur la seconde hypothèse. J'ai le sentiment que ma tentative de leur faire comprendre un lien avec la réalité a échoué. Peut-être, parce qu'il ne s'agit pas de leur réalité, de leur vécu, mais du mien.

Cette phase n'a certainement joué aucun rôle dans l'intérêt qu'ils ont manifesté dans la deuxième partie de l'activité.

Malgré ces remarques négatives, je ne vais pas renoncer complètement à relever les liens pouvant exister entre plusieurs activités. Peut-être qu'à la longue, ils seront encouragés à les chercher et à les établir seuls.

Je verrai au fil des jours.

La troisième hypothèse est tout à fait confirmée.

### **Deuxième jour: Introduction de la bande numérique individuelle**

#### Objectifs

Ils sont les mêmes que pour la bande collective, mais l'accès est plus aisé et permet à chacun de saisir jusqu'où il sait lire et écrire les nombres.

#### Présentation de l'activité

*Matériel pour les élèves de 1ère:* Bandes jusqu'à 20, déjà préparées.

*Matériel pour les élèves de 2ème:* Bandes de 10 carrés sur lesquels ils devront écrire les nombres, scotch.

*Situation:* L'activité est présentée collectivement, mais chacun travaille individuellement.

### Hypothèses

En arrivant à l'école, presque tous les enfants connaissent un bout de la comptine numérique, et sont très fiers de la réciter. Donc, en parallèle, il y a lieu de penser qu'ils ont la même envie d'apprendre à lire, à écrire et d'aller plus loin que leurs compétences actuelles.

### Déroulement de l'activité

Consignes pour les élèves de 1ère: coloriez les cases jusqu'où vous savez compter.

Consignes pour les élèves de 2ème: préparez la bande jusqu'où vous savez écrire les nombres.

À ce moment, je rappelle les exigences du programme: en 1ère, on doit apprendre à réciter, à lire, à écrire les nombres jusqu'à 20, et, en 2ème, jusqu'à 100.

Je précise bien qu'ils peuvent aller plus loin s'ils le désirent.

Ils sont tout excités, comme hier, lors de la présentation de la bande collective: «Mais alors, jusqu'où on ira en 3ème, en 4ème, etc.?»

Je réponds: «Jusqu'à 1000 en 3ème, 10.000 en 4ème, etc.»

J'ai l'impression qu'ils commencent à ressentir la notion d'infini.

Je distribue le matériel.

Rapidement, deux enfants de 2ème dépassent 30, fin momentanée de la bande collective, et réclament la suite.

Un des élèves arrive à 100; il est fasciné par la longueur de sa bande; tous les autres viennent observer et ne ménagent pas leurs exclamations.

On arrête l'activité lorsque chacun est arrivé au bout de ses possibilités.

### Troisième et quatrième jours

Trois enfants continuent d'allonger leur bande jusqu'où ils pensent pouvoir augmenter leurs compétences.

### Remarques après quelques jours de travail

L'hypothèse de départ est confirmée, les enfants manifestent beaucoup d'intérêt et d'enthousiasme pour cette activité.

Malheureusement, un des objectifs n'est pas atteint. En effet, après quelques jours de pratique, je me rends compte qu'ils utilisent peu leur bande individuelle. Contrairement à mon idée, elle n'est pas d'un accès aisé. Celle des 2ème est si longue qu'elle se décolle; de plus, ils ont souvent de la peine à la retrouver dans leurs affaires. De ce fait, ils recourent plus volontiers à la bande collective.

Je décide de la laisser momentanément de côté et de privilégier l'utilisation de la bande collective.

Consciente qu'il ne suffit pas d'introduire la bande numérique dans la classe pour qu'elle devienne utilisable, je vais, tout au long de l'année, proposer différentes activités aux enfants, afin qu'elle prenne du sens pour eux et qu'ils y recourent spontanément.

Car, en plus de son utilisation comme dictionnaire, la bande numérique est un outil précieux qui permet:

- d'observer des régularités;
- de s'imprégner de l'aspect algorithmique de la suite des nombres;
- de faciliter le surcomptage;
- de visualiser des écarts et d'élaborer des procédures de calculs;
- de rechercher et de mémoriser les multiples.

Après réflexion, je comprends que la bande numérique présente plus un moyen qu'une

situation, mais vu son importance dans la pratique, je décide de la maintenir.

## B) LE CALENDRIER

### Objectifs

- Ressentir l'utilité des nombres pour qu'ils prennent peu à peu du sens.
- Apprendre à lire et à écrire ces nombres.
- Se situer de mieux en mieux dans le temps.

La situation est présentée dans un but d'observation, de maîtrise, d'élargissement des connaissances numériques.

Il s'agit d'un travail quotidien, mené en deux étapes, l'une collective, l'autre individuelle.

### Présentation de l'activité

#### Matériel:

- Un calendrier individuel avec le nom des jours:

lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche

- La bande numérique collective.
- Des pincettes de couleurs différentes.

Situation: Il s'agit d'une situation rituelle, où les élèves apprennent également la suite des jours, des mois, de leur nombre dans l'année, dans la semaine, etc.

### Hypothèses de départ

- Les observations, les échanges, les confrontations de différents points de vue ont surtout lieu lors de la phase collective.
- Au fil des jours, les enfants maîtrisent de mieux en mieux l'écriture, la lecture de la signification des nombres.

Ils sont intéressés par cette activité pour deux raisons:

- Le plaisir de travailler et d'utiliser les nombres.
- Le fait de mettre en évidence un événement important (anniversaire, fête du village) en fixant une pincette de couleur sur la bande numérique.

### Déroulement de l'activité

#### Le 29 août 1990

Alan, le responsable du calendrier, énonce à haute voix le nom du jour ainsi que son «numéro», puis, il se lève et va fixer sur la bande numérique la pincette verte réservée au calendrier.

Remarque immédiate de Terry (2ème année), qui, l'année passée, ne s'est pas souvent intéressé à ce genre d'activité: «*Alors, demain, on devra mettre là.*» Il se lève pour montrer «et après là».

Chacun s'occupe ensuite de son calendrier personnel, en écrivant le «numéro» du jour dans la bonne case.

Je me réjouis déjà du 31 et du 1er septembre, et j'espère de nombreux commentaires.

#### Le 31 août 1990

Bastian énonce le nom du jour et son «numéro», puis il va fixer la pincette à la bande numérique collective. «*Mais alors comment on va faire demain?*»

Moi: «*On commencera et la fixera sur le 1.*»

Eux: «*Ah non, ça va pas, on doit continuer, mais c'est 32. Il faut faire autrement, il faut une autre bande.*»

Ils sont visiblement troublés; on ne recommence pas le temps, il continue de s'écouler.

Je décide donc de préparer pour le 3, (le 1er étant un samedi) un calendrier collectif sans nomination des jours, contrairement à leur calendrier individuel.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	12	16	17	18

etc.

Je souhaite de cette manière les rendre attentifs au fait que «1» du mois n'est pas forcément le premier jour de la semaine.

#### Le 3 septembre 1990

Je présente le calendrier collectif. Fabrice, le responsable du jour, énonce 1, 2, 3, et fixe la pincette sur la bande numérique. Cela ne pose plus de problème. Ils paraissent satisfaits.

Alan demande: «*Combien y reste encore de jours au mois de septembre?*»

Moi: «*Est-ce que quelqu'un a une idée?*»

Alan répond: 27.

Julie répond: 26.

Moi: «*Comment savoir qui a raison?*»

Alan et Julie: «*Ben, y faut compter.*»

Ils se lèvent et vont compter en pointant avec leur doigt sur la bande numérique.

Le fait de dire «1» en pointant le «4» n'est pas évident pour chacun.

Les autres sont perturbés et en font la remarque.

Julie et Alan essaient d'expliquer, mais le message ne passe pas.

#### Remarques après plusieurs jours

Toutes les hypothèses de départ sont confirmées et les objectifs en voie de réalisation.

En questionnant ainsi les enfants régulièrement, je constate qu'ils se sont pris au jeu et qu'ils posent de nombreuses questions, par exemple: «*Lundi prochain, ce sera ma fête...*»; «*On sera le combien?*» On se réfère au calendrier collectif pour trouver la réponse: «*Ce sera le 18.*»

«Il me reste alors combien de nuits à dormir?»  
On se réfère à la bande numérique ou au calendrier: «Aujourd'hui, on est le 11, donc il me reste 7 nuits.» Etc.

L'enfant concerné cherche, mais souvent les autres s'y mettent aussi. Ils sont tout naturellement attirés, soit parce qu'ils sont invités, soit parce qu'ils ont du plaisir à trouver la réponse comme s'il s'agissait d'une devinette.

Ceci confirme donc l'observation du mathématicien et pédagogue Saweyer, qui prétend que les devinettes possèdent une attirance presque universelle pour les enfants entre cinq et douze ans.

Je pense que si cette activité suscite l'intérêt de tous les élèves, c'est qu'elle est en résonance avec leurs préoccupations, leur vécu, leur quotidien.

Je suis tout de même étonnée qu'une activité aussi banale puisse nous conduire à de si nombreuses et intéressantes observations. Pour toutes ces raisons, je poursuivrai probablement cette activité au cours de l'année.

### C) POIDS ET TAILLE

En début d'année, les parents doivent remplir, pour le service médical, une fiche indiquant le poids et la taille de leur enfant à la naissance.

Chaque année, en recevant ces fiches, je les commente et j'énonce les poids et tailles de chacun, à haute voix.

Vu l'intérêt de tous, il me vient l'idée d'exploiter, cette année, la situation, en apportant le lendemain une balance et une toise.

#### Objectifs

- Ressentir l'utilité des nombres comme mémoire des quantités et comme outil privilégié pour la comparaison.
- S'entraîner à lire et à écrire ces nombres.

La situation de verbalisation et de formation est prévue.

L'activité s'étend sur plusieurs jours.

Il s'agit d'un travail collectif, les résultats sont écrits sur une feuille affichée au tableau.

#### Présentation de l'activité

##### Matériel:

- Une balance à affichage digital.
- Une grande feuille de papier pouvant être affichée:

	poids de naissance	estimation du poids actuel	poids actuel
Emilie			
Anouk			
...			

*Situation:* Chacun essaie d'estimer son poids actuel puis vient se peser, lit son poids, si nécessaire en s'aidant de la bande numérique collective. Puis, l'élève me le dicte, afin que je puisse le noter sur la grande feuille.

#### Hypothèses de départ

L'activité a toutes les chances de susciter l'intérêt car elle les concerne directement.

Elle leur permettra de maîtriser de mieux en mieux l'écriture, la lecture et la signification des nombres.

#### Déroulement de l'activité

##### Premier jour

Au départ, je demande à chacun d'estimer son poids actuel. Je suis très surprise car trois enfants de 2ème année pensent très sérieusement peser un ou deux kilos. Ce terme de

kilo ne représente visiblement rien pour eux. J'irai chercher ultérieurement les poids étonnés dans la grande classe. Les autres enfants sont assez proches de leur poids réel. Je note au tableau toutes les estimations.

Puis on procède à la pesée. Ils sont si motivés qu'ils restent tous autour de la balance. Ils me dictent leur poids que j'écris sur le tableau collectif; ceux qui hésitent dans leur lecture sont immédiatement aidés par les autres; ils n'ont pas le temps de recourir à la bande numérique.

Remarque de Kathy: «*Qui c'est qui pèse le plus?*»

C'est seulement à cet instant que je pense au lien possible avec un autre point du programme: les relations d'ordre.

Moi: «*Je vous propose de vous placer dans l'ordre, du plus lourd au plus léger, on verra ainsi bien le rang de chacun.*»

Il y a un peu de confusion. Les enfants sont très excités. Je leur donne alors une carte avec leur poids respectif. Cela va mieux; ils parviennent à se placer et font des commentaires.

## Deuxième jour

Suite au travail d'hier, je leur propose une activité individuelle, imprévue au départ, afin de formaliser un peu cette notion d'ordre.

Anouk 26 kg.	Emilie J. 22 kg.	Emile W. 24 kg.	Kathy 21 kg.
Alan 22 kg.	Julie 23 kg.	Bostran 28 kg.	Terry 26 kg.

1. entoure les poids en rouge.

2. découpe chaque case et colle-les dans l'ordre croissant: du plus léger au plus lourd.

## Troisième jour

On revient au tableau collectif. Rires chez les 2ème année lorsqu'ils comparent leur estimation et leur poids actuel.

Je note les poids de naissance des 1ère année, les 2ème ne les connaissent pas.

Moi: «*Est-ce qu'on pourrait trouver combien de kilos chacun a pris depuis sa naissance?*»

Je les laisse réfléchir. Je les vois pointer avec le doigt en direction de la bande numérique.

Une première réponse est donnée par Alan à un kilo près. Il a trouvé une procédure pour parvenir au résultat.

A ce moment, j'interviens (malencontreusement) pour expliquer sa démarche aux autres: je mets une pincette à son poids de naissance et une autre à son poids actuel, et on compte.

J'ai la nette impression que ces explications leur sont passées complètement à côté.

Je m'en veux d'être intervenue si tôt, il y avait encore bien des démarches qu'ils auraient certainement pu découvrir seuls.

J'aurais au moins pu laisser Alan expliquer lui-même sa démarche!

## Remarques

Les hypothèses sont confirmées et les objectifs sont en voie de réalisation.

Je pourrais m'en tenir à ces observations et être satisfaite.

Malheureusement, ou heureusement, suite à quelques interventions malencontreuses, je suis en train de prendre conscience, avec acuité, du changement d'attitude que je dois opérer si je veux vraiment permettre aux enfants de construire leurs connaissances.

Afin de mesurer mon évaluation, je décide de me préparer une grille d'observation personnelle. (voir tableau, page suivante)

Je relève tout de même un point positif: au départ, je n'avais pas l'intention d'aborder la relation d'ordre. C'est en laissant les enfants

s'exprimer et en les écoutant que j'ai été mise sur cette piste.

Cette notion ne leur a pas été parachutée; elle correspondait à leurs préoccupations du moment. Il y avait donc des chances pour qu'ils s'intéressent à son approfondissement.

En rédigeant ces quelques lignes, je me rends compte que j'ai négligé la phase de représentation qui aurait certainement été très enrichissante et intéressante.

Les jours suivants, je vais aborder de la même manière la comparaison de leur taille.

(suite dans *Math-Ecole* 153)

MON COMPORTEMENT LORS DES ACTIVITES			
	souvent	parfois	rarement
Valoriser et encourager les initiatives.			
Provoquer la recherche des enfants quand elle est possible au lieu de répondre moi-même.			
Eviter l'enlèvement du tâtonnement en apportant une information, une aide matérielle au moment opportun.			
Mettre en valeur la méthode utilisée et les progrès réalisés même s'ils n'ont pas débouché sur une réussite.			
Laisser le temps aux critiques, confrontations de s'exercer.			
Encourager la critique et la confrontation (orale et écrite).			
Se faire remplacer par un meneur de jeu.			
Placer l'enfant qui a la parole de manière à ce qu'il s'adresse à la classe et non à moi-même.			
Intervenir pour faire passer au niveau de la classe ce qui a été exprimé au niveau individuel ou d'un petit groupe.			
Demander aux enfants de compléter, de préciser ce qui a été dit par eux-mêmes ou par d'autres.			
Susciter l'utilisation des éléments mathématiques dans les autres disciplines ou dans la réalité quotidienne.			
Etre attentive à ne pas mettre les enfants dans des situations où ils pourraient perdre confiance en leurs possibilités.			
Ne pas intervenir malencontreusement et empêcher l'investigation des enfants dans une voie que je n'avais pas prévue.			

Le réseau EDUTEX<sup>2</sup> relie depuis bientôt deux ans, par Vidéotex et fax, une vingtaine de classes primaires et secondaires romandes, suisses alémaniques et tessinoises, en collaboration avec les PTT (pour l'infrastructure technique), les communes et les cantons, et l'IRD (pour l'organisation générale et l'observation).

Les objectifs du projet sont d'ordre pédagogique, socio-culturel, technique:

- Créer des situations de communication écrite réelles.
- Permettre des échanges individuels ou en groupes, en langue seconde parfois.
- Favoriser le décloisonnement de l'école.
- Développer les relations entre culture et régions différentes.
- Tester des matériels de la télématique et observer leur adéquation au milieu scolaire.

Produire des textes, envoyer des messages, consulter des banques de données externes, rédiger un journal commun, il y a là toute une gamme d'activités dont l'intérêt apparaît immédiatement pour des disciplines comme la langue première ou seconde, la géographie. Mais y a-t-il un espace pour les mathématiques dans ce réseau télématique de communications?

### **Les problèmes du mois**

Puisque les élèves répondent aux messages qui leurs sont adressés, en toute autonomie et indépendance, pourquoi ne répondraient-ils

pas à une rubrique de problèmes plaisants et attrayants, sous forme d'énigmes, de cassettes ou de questions récréatives?

C'est ainsi que les «problèmes du mois» sont venus compléter l'offre EDUTEX dès novembre 1991, sans autre ambition que de proposer aux partenaires du réseau des occasions de se faire plaisir, d'exercer leur sagacité et leur raisonnement, de relever quelques défis, librement, sur un fond de mathématiques.

Fort heureusement, le projet EDUTEX est expérimental et s'achèvera bientôt, car Tontonmath - c'est le pseudonyme qu'on a collé au pourvoyeur-auteur de problèmes et correspondant de la rubrique - commence à crouler sous les questions et réponses.

A titre d'exemple, voici l'engagement d'une classe de 6e sur les premiers problèmes proposés, en novembre 1991: il y a peu de commentaires à faire, les copies de la correspondance entretenue à leur propos parlent d'elles-mêmes.

Voici les problèmes, les réponses des élèves, les remarques et questions éventuelles de Tontonmath avec quelques explications et commentaires.

---

<sup>1</sup> Les animateurs du réseau sont des personnages semi-fictifs avec lesquels on correspond, certes, mais qui doivent rester indépendants de la personne qui se glisse dans leur rôle. La recherche des identités de *Tontonmath*, la *Vache-qui-lit*, *Super-G*, etc. est tout aussi vaine que celle du sexe des anges.

<sup>2</sup> Pour de plus amples renseignements: EDUTEX, IRDP, case postale 54, 2007 Neuchâtel 7 (tél. 038/24 41 91) ou VIDEOTEX \* 4020 #.

### Problème 1: La famille Dupont

Dominique et Claude sont des enfants de M. Dupont. Dominique a autant de frères que de sœurs et Claude a deux fois plus de sœurs que de frères. Pourriez-vous dire combien d'enfants a M. Dupont?

**Réponse** (fax) combinée avec un exercice de dactylographie, avec les commentaires de Tontonmath. On remarquera la rigueur logique dans l'utilisation des «donc», «ce qui nous prouve que», etc.

Pour Tonton Math,

Les deux enfants sont forcément de sexe opposé.

Monsieur Dupont a de toute façon un nombre impair d'enfants. Parlons du principe que Dominique est une fille et que Claude est un garçon. Alors Dominique a un frère et une sœur, donc Claude a deux sœurs, mais pas de frère, c'est ce qui nous prouve que notre réflexion est fautive. Dominique a deux sœurs et deux frères. Claude a un frère et trois sœurs, alors Claude n'a pas deux fois plus de sœurs que de frères, cette solution ne va donc pas. Essayons avec sept. Dominique a trois sœurs et trois frères. Claude a quatre sœurs et deux frères. Donc Claude a deux fois plus de sœurs que de frères. Notre solution est donc juste.

C'est très bien. Et la réponse à la question "Combien d'enfants a M. Dupont" ?

François, Pierre et Tobias

Amicalement TTM

Juste. Et bien le hasard ?  
Dommage pour une fille !

### Problème 2 : Nombres croisés

- A est multiple de 2.
- B est multiple de 3.
- C est multiple de 4.
- D est multiple de 5.

	C	D
A		
B		

De combien de façons différentes peut-on remplir cette grille de "nombres croisés" ? (A, B, C, D sont des nombres de deux chiffres; aucun ne commence par 0.)

**Remarque** : Sur l'écran Vidéotex, le tableau n'apparaissait pas aussi clairement.

**Première réponse**, «à côté de la plaque». Il faut dire que l'énoncé contient beaucoup d'«implicites».

fax du 27.11.91:

*Pour Tonton Math,*

*Il y a 6 façons de le remplir. Voici notre suggestion.*

*Pour remplir la case de A et de C, il faut établir la liste des multiples de 4, car les multiples de 4 sont inclus dans les M. de 2.*

*Pour la case A et D, il faut faire la liste des M. de 10; parce que l'intersection des M. de 2 et des M. de 5 = M. de 10.*

*Pour la case C et B, il faut établir la liste des M. de 12, car l'intersection des M. de 3 et des M. de 4 = M. de 12.*

*Pour la case B et D il faut faire la liste des M. de 15, car l'intersection des M. de 3 et des M. 5 = M. de 15.*

*Il n'y a que 6 multiples de 15 jusqu'à 99, donc il n'y a que 6 possibilités.*

*Catherine, Martine et Cindy*

**Complément d'énoncé** pour lever les ambiguïtés de la question.

Bonjour,

J'ai bien reçu votre réponse du problème 2, mais nous nous sommes mal compris. Il s'agit d'un «nombres croisés» (qui ressemble à un mots croisés).

Il faut trouver quatre nombres de deux chiffres, A et B horizontalement, C et D verticalement, avec un chiffre par case.

Exemple:

A (32) est un multiple de 2,  
C (36) est un multiple de 4,  
D (25) est un multiple de 5,  
mais B (65) n'est pas un multiple de 3!

	C	D
A	3	2
B	6	5

Cette solution ne convient donc pas! Bonne chance, continuez!

Tonton Math

## Deuxième réponse

fax du 29. 11. 91:

Pour Tonton Math,

Nouvelle solution

Il faut chercher les M. de 5 (ils se terminent tous par 0 ou par 5) ensuite, on a cherché les M. de 15 à cause du croisement de B et de D. (M. de 3 M. de 5 = { 15; 30; 45; 60; 75; 90 }

B ne peut être égal qu'à 45 ou 60 car, sinon, on ne peut pas croiser avec C (C=M. de 4).

Si on sait que C se termine par 4, voici les solutions:

{2; 4; 6; 8}. Comme A est un nombre paire il doit obligatoirement se terminer par {2; 4; 6; 8}, donc il y a avec 4:  $4 \times 4 = 16$  solutions. Si on sait que C se termine par 6 voici les solutions { 1 ; 3; 5; 7; 9}. Comme A est un nombre paire il doit obligatoirement se terminer par {2; 4; 6; 8} donc il y a avec 6:  $5 \times 4 = 20$  solutions. En tout:  $20 + 16 = 36$  solutions. Mais on croit que c'est plus simple de vous donner les solutions.

Voici les solutions qu'on a trouvé:

$$\frac{22}{45} \quad \frac{42}{45} \quad \frac{62}{45} \quad \frac{82}{45}$$

$$\frac{12}{60} \quad \frac{32}{60} \quad \frac{52}{60} \quad \frac{72}{60} \quad \frac{92}{60}$$

$$\frac{24}{45} \quad \frac{44}{45} \quad \frac{64}{45} \quad \frac{84}{45}$$

$$\frac{14}{60} \quad \frac{34}{60} \quad \frac{54}{60} \quad \frac{74}{60} \quad \frac{94}{60}$$

$$\frac{26}{45} \quad \frac{46}{45} \quad \frac{66}{45} \quad \frac{86}{45}$$

$$\frac{16}{60} \quad \frac{36}{60} \quad \frac{56}{60} \quad \frac{76}{60} \quad \frac{96}{60}$$

$$\frac{28}{45} \quad \frac{48}{45} \quad \frac{68}{45} \quad \frac{88}{45}$$

$$\frac{18}{60} \quad \frac{38}{60} \quad \frac{58}{60} \quad \frac{78}{60} \quad \frac{98}{60}$$

Tout y est, et remarquablement ordonné.

### Problème 3: Milliardaires

Connaissez-vous des gens de votre famille qui ont déjà vécu plus d'un milliard de secondes, et qui vivent encore?

#### Réponse et commentaires

fax 28.11.91:

*Pour Tonton Math,*

*Pour trouver la réponse à votre problème, nous avons fait:  
1'000'000'000 de secondes : 3600 pour trouver le nombre  
d'heures. Ensuite nous avons fait  $277'777 : 24 = 11574$  trouver  
le nombre de jours. Puis nous avons fait  $11574 : 365 = 31$   
années et 259 jours pour trouver le nombre d'années.  
la réponse est 31 années et 259 jours.*

*et les années bissextiles ?*

*Louis, Murielle et Emmanuel*

*C'est bien ! Juste un peu trop précis ! (à cause des  
années bissextiles)*

*Et la réponse à la question "Connaissez-vous des gens qui  
ont déjà vécu 1 000 000 000 de secondes" ?*

*Avec les bonnes salutations TTM  
de*

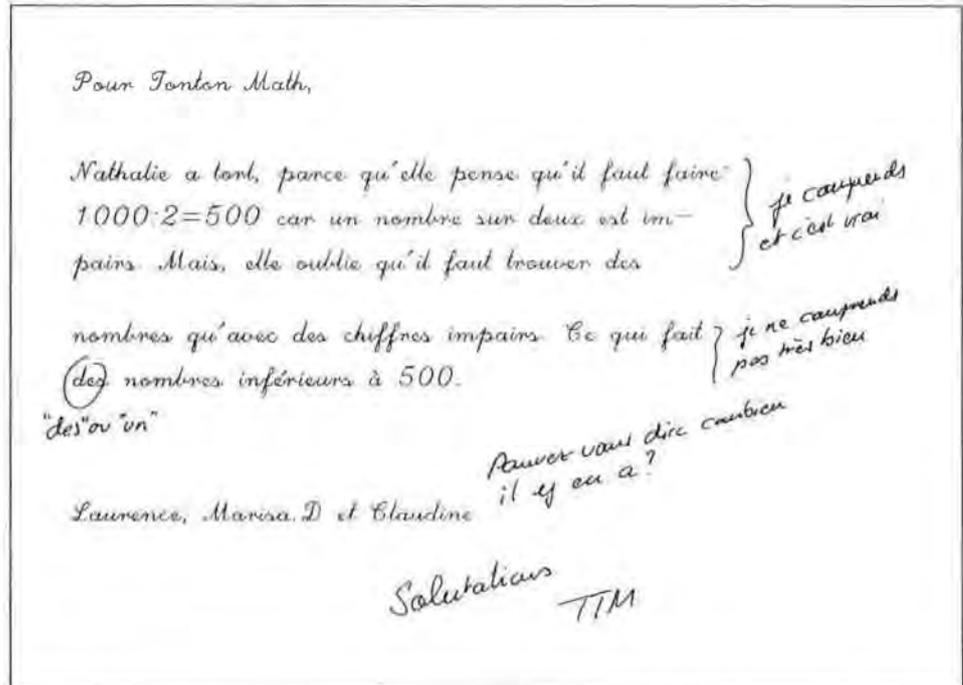
### Problème 4: Chiffres impairs

Nathalie pense qu'il y a 500 nombres naturels inférieurs à 1000, qui ne s'écrivent qu'avec des chiffres impairs. (Par exemple : 133, 777, 95, 319.)

Et vous, qu'en pensez-vous?

## Réponse

fax du 27.11.91:



**Remarque:** Il y aurait encore des questions à élucider. Tontonmath espérait qu'on lui donne le nombre exact :  $5 \times 5 \times 5 = 125$ , en pensant aux puissances de 5, à un arbre de classement... et toutes ses belles inventions de matheux. Mais... !

### Problème 5: De 91 à 0

- Jeu à deux joueurs, avec une calculatrice.
- On commence par afficher 91 sur l'écran de la calculatrice.
- A tour de rôle, chaque joueur soustrait un nombre naturel inférieur à 10 et différent de 0.

Le nombre affiché diminue, diminue,...

- Le joueur qui atteint 0 gagne la partie.

Celui qui commence est-il avantageé?

(Jeu de Nim, tout à fait isomorphe à «La course à vingt» et autres jeux d'allumettes du genre «Marienbad»)

**Réponse:** l' une des réponses les plus complètes reçue pour ce problème.

fax du 26.11.91:

Pour Fonten Math,  
Réponse du problème numéro 5:  
il y a un truc pour gagner. Si celui qui commence l'a compris, il réussit à tout les coups. Par exemple, le premier fait:  $91 - 1 = 90$  Comme pour gagner nous devons arriver à chaque fois sur un nombre se terminant par zéro, et comme le deuxième joueur ne pourra pas faire  $-10$  il devra enlever des nombres plus petits. Par exemple,  $90 - 5 = 85$  Comme se l'autre peut faire  $-5$  et arrive à nouveau sur un nombre se terminant par zéro.  
Nous espérons que notre réponse sera juste. Vos espoirs ne saut pas de joie  
à très bientôt espérons-le! Sa revanche toujours

Laure Siboz, Lisa Rollinet et Fabella Müller Freyvaux

Bye bye  
To the next month  
TMM

**Remarques:**

- On «sent» bien que les élèves ont trouvé le truc. Mais la difficulté réside dans l'explication: les multiples de 10 sont des positions «gagnantes» pour celui qui les atteint.
- Au niveau 6, il serait tout à fait fâcheux d'exiger plus de formalisme. Un «multiple de 10» est bien «un nombre se terminant par 0»!

**Problème 6: Objectif 100**

La cible de Guillaume et de ses copains a un centre noir de 11 points, puis une partie rouge de 7 points et, enfin, tout autour, une dernière zone de 5 points.

Guillaume a envoyé ses 20 fléchettes dans la cible, mais il n'a obtenu que 100 points. Dans quelle zone sont-elles?

Diane a 100 points également, avec 10 fléchettes seulement. Combien en a-t-elle envoyé dans le noir?

Robin a mis la moitié de ses fléchettes dans le noir. Lui aussi a obtenu exactement 100 points. Combien a-t-il mis de fléchettes dans la cible?

**Remarque:** Il y a beaucoup d'additions et multiplications à effectuer pour trouver les dernières réponses. Ce qui nécessite une recherche ordonnée.

## Réponse

fax du 28.11.91:

Pour Tonton Math,

1) Guillaume a envoyé toutes ses flèches dans la zone 5, ce qui lui donne : 100 pts.  $100 : 5 = 20$  flèches. Elles sont dans la zone 5. ✓

2) Diane a mis 5 flèches dans la zone noire, ce qui lui donne 55 pts. Elle a aussi mis 9 flèches dans la zone 5. Ce qui lui donne 45 pts.  $45 + 55 \text{ pts} = 100 \text{ pts}$ . Elle a mis 5 flèches dans la zone noire. ✓

3) Robin a envoyé 6 flèches dans la zone noire, ce qui lui donne 66 pts. + 2 flèches dans la zone rouge, + 4 flèches dans la zone 5, ce qui lui donne :  $66 + 14 + 20 = 100 \text{ pts}$ . Il a mis 12 flèches dans la cible.

Marisa, Caroline et Marielle.

Très bien  
Bravo  
T'as travaillé la semaine  
Chère ma tante  
Tina

C'est bien!

### Remarques:

- Limites du fax (heureuses), on aimerait en savoir plus sur la démarche. Les feuilles de brouillon doivent être intéressantes ici.
- Possibilité d'exploiter ce problème, comme beaucoup d'autres dans les thèmes «multiples et diviseurs» et «opérations dans N».

**Problème** apparu dans la classe durant la même période (fax du 21.11.91).

Bonjour Monsieur,

En math, nous étudions les multiples et diviseurs.  
Nous voudrions savoir si 1 est un nombre premier.  
Voici l'affirmation suivante:  
Le carré d'un nombre ne possède que 3 diviseurs. VRAI ou FAUX ? La moitié de la classe pense que c'est VRAI, car ils ne considèrent pas 1 comme nombre premier. L'autre moitié pense que c'est FAUX car ils ne considèrent 1 comme nombre premier. Et vous, quand pensez-vous ?

Pour la classe de 6P,  
Marielle et Catherine

**Réponse** (fax du 25.11.91):

Chers Amis,

Avant vous, beaucoup de gens se sont aussi disputés sur le même sujet : **le nombre 1 est-il premier ?**

Pour mettre fin à ces querelles, les mathématiciens ont décidé, il n'y a pas très longtemps, de choisir la définition suivante :

**Un nombre premier est un nombre naturel qui a exactement deux diviseurs.**

C'est une convention qu'on ne discute pas. Il suffit de la connaître. Si vous avez un dictionnaire de mathématiques, vous la trouverez certainement à la rubrique «nombres premiers».

Ainsi 1 n'est pas premier car il n'a qu'un diviseur (1);

2, 3, 5, 7, 11, ... sont premiers car ils ont chacun exactement deux diviseurs (1 et eux-mêmes);

4 n'est pas premier car il a plus de deux diviseurs (1, 2, 4);

1991 n'est pas premier car il a ...

Au fait, combien 1991 a-t-il de diviseurs ?

*Cette nouvelle question n'a plus d'intérêt aujourd'hui. Mais, au fait, combien 1992 a-t-il de diviseurs ?*

Avec mes salutations amicales.

Tontonmath

Neuchâtel, le 25.11.1991

Réponse à la réponse (trouvée dans la boîte aux lettres du gestionnaire du service Edutex):

NOM Administration communale  
ADRESSE  
VILLE 1733 Treyvaux  
TEL. 037331549 26.11.1991

MESSAGE Message à Tonton Math:  
d'après nous, 1991 a 4 divi-  
seurs: 1;11;181;1991. Est-ce que notre  
réponse tient debout? Amicalement.

La classe de Treyvaux 6p

Elle est correcte.

#### En guise de conclusion

- Remarquable travail de la classe dans la présentation, l'analyse, la synthèse des résultats.
- Les thèmes «nombres» et «multiples, diviseurs» ont été largement abordés avec de nombreux entraînements au calcul (nécessaires pour trouver les solutions). Est-ce du temps gagné, perdu?
- On peut se parler avec un vocabulaire mathématique «élémentaire» (qui ferait peut-être se dresser sur les pattes de derrière quelques champions du formalisme) et se comprendre.

- Interdisciplinarité français-mathématique pour la rédaction des solutions?
- Un des objectifs de l'enseignement des mathématiques (qui ne figure toutefois pas dans les grilles !!) est le développement de la logique, des raisonnements, d'attitudes de recherche, etc. Ces problèmes y contribuent-ils?
- Mais, précisément, ces problèmes ne sont-ils pas trop difficiles? (Pour un élève seul, pour une épreuve écrite, pour une recherche autonome par groupe, pour une recherche collective avec participation (animation) du maître?)
- Une telle activité est-elle «gérable» dans d'autres classes? (Fréquence, durée, degré, motivation des élèves.)

Il y a donc plus de questions que d'affirmations dans ce survol de l'activité de la classe de Treyvaux en novembre 1991 sur les «problèmes du mois». Mais une certitude subsiste, du point de vue de Tontonmath : ces élèves semblent vraiment avoir «fait des maths»!

## PROBLEMES PROBLEMES PROBLEMES PROBLEMES PROBLEMES

### T'as pas cent balles?

Hector doit cent francs à Anatole. Il le paie avec cent pièces exactement, de 5 centimes, 1 franc et 5 francs. Est-ce possible?

### Quels sacs!

Est-il possible de répartir 39 billes dans 10 sacs : 3 rouges et 7 jaunes, de sorte que tous les sacs de même couleur contiennent le même nombre de billes?

# Les cartes de géographie: un terrain propice aux mathématiques

par Serge Lugon, SPES (VD)

## Présentation

Qui n'a pas déplié un jour ou l'autre une carte de géographie pour y rechercher un itinéraire, un lieu, une altitude ou une distance? Au-delà de ces informations, les cartes de géographie constituent un terrain rêvé pour mener une activité de recherche en ... mathématiques. Que peuvent calculer les élèves et quels renseignements intéressants, autres que ceux donnés directement par la carte, peuvent-ils tirer?

Ces deux questions m'ont amené à proposer à une classe scientifique de 8<sup>ème</sup> année une recherche basée sur l'étude de la carte d'un canton suisse. Originaire de Saillon, il m'était difficile de choisir un autre canton que le Valais, surtout que ce dernier présente des

particularités intéressantes, tant au plan de sa forme que de celui du profil de son terrain.

La question qui restait à régler concernait la manière de présenter l'activité: devais-je «ouvrir» complètement la situation en donnant par exemple une consigne du style «Posez-vous des questions à propos de cette carte et répondez-y dans la mesure de vos possibilités!» ou, au contraire, devais-je être plus directif en donnant aux élèves une liste de questions précises à traiter. Vu que cette classe n'en était qu'à l'une de ses premières activités de recherche, il m'est apparu plus sage de les guider quelque peu, sans toutefois «fermer» totalement le problème. Les élèves ont donc reçu une photocopie format A3 d'une carte, sur laquelle l'échelle avait été masquée, ainsi que les consignes suivantes:

Voici une carte du Valais:

1. Calculer la superficie de ce canton.
2. Calculer l'altitude moyenne de ce canton.
3. Donner une liste de questions que suggère cette carte et répondre à quelques-unes d'entre elles.

L'activité se fait par groupe de deux élèves.  
Elle porte sur quatre périodes.

Chaque groupe établit un rapport en privilégiant les explications sur les différentes démarches et méthodes utilisées, les éventuels problèmes rencontrés et toutes autres considérations jugées intéressantes (par exemple, être critique envers les solutions trouvées, estimer la précision des mesures, comment améliorer cette précision, etc.).

Voici les critères d'évaluation qui seront appliqués:

• résultats des points 1 et 2	3 pts
• démarches, méthodes, développements	8 pts
• nombre et pertinence des questions du point 3	3 pts
• réponses aux questions du point 3 et démarches.	2 pts
• présentation du rapport	3 pts
• appréciation personnelle du maître	2 pts

**Total: 20 pts**

Outre l'intérêt évident des deux premières questions, le fait de les imposer a certainement facilité l'évaluation, qui était au demeurant plus axée sur les démarches utilisées et les développements conduisant aux résultats, que sur les résultats eux-mêmes.

### Déroulement

Pour ne pas induire certaines méthodes de calculs ou idées de démarches, je n'avais pas apporté tout le matériel que je tenais à disposition des élèves (papier calque, papier cartonné, balance, photocopies supplémentaires de la carte, sagex, etc.). C'est en fait eux qui devaient me le demander en fonction de leurs besoins.

Cette activité suscita un engouement général, situé bien au-delà de mes espérances. Tout de suite les groupes s'organisèrent et commencèrent leur travail. Le premier problème ne tarda pas à apparaître: «Mais, on n'a pas l'échelle!» fut une remarque quasi-générale. Pour surmonter cette difficulté, certains groupes utilisèrent un atlas et appliquèrent la proportionnalité, d'autres procédèrent par estimation en fonction de distances plus ou moins connues (Martigny - Sion). Une élève me demanda même la permission de téléphoner aux renseignements pour connaître la longueur du tunnel du Simplon. Après tout, pourquoi pas ...

Les démarches utilisées pour calculer la superficie du canton restèrent classiques, les plus courantes étant le quadrillage de la surface et son recouvrement approximatif à l'aide de polygones connus. Aucun groupe n'a utilisé la méthode qui m'était venue spontanément à l'esprit : reproduire la surface sur du papier cartonné, la découper, la peser, puis peser une surface unité de carton et en déduire le résultat en utilisant la proportionnalité. Comme quoi, l'esprit des adultes est souvent plus «tortueux» que celui des enfants ...

Je ne saurais passer sous silence une anecdote

amusante qui reflète assez bien la tournure d'esprit dont font preuve beaucoup de nos élèves durant les cours de maths. Après avoir trouvé la réponse à la question n°1, une fille de la classe (Barbara) m'interpella: «Monsieur, c'est quoi un hectare valaisan?». Jusqu'à ce jour, je connaissais la pose vaudoise, mais alors là, je me retrouvais bouche bée et je fus bien obligé de reconnaître mon ignorance. Cette question ne cessa de me travailler durant les minutes qui suivirent. Imaginez, un Valaisan qui ne connaît même pas l'existence d'une unité de mesure régionale : quelle honte! En fait, je m'aperçus bientôt que Barbara avait tout simplement vérifié sa réponse dans le dictionnaire et avait pu lire sous Valais: canton suisse de 50'000 ha (valaisans). Conditionnée par la recherche, cela ne faisait aucun doute pour elle qu'il s'agissait d'«hectares valaisans», et il ne lui est pas venu à l'idée que «ha» pouvait être l'abréviation d'habitants et que «valaisans» était en fait le nom donné aux habitants de ce canton.

Au-delà de l'aspect cocasse de cette interprétation, cela montre à quel point les élèves modifient leur vision naturelle des choses lorsqu'ils sont dans une leçon de maths. Ils abordent ainsi les problèmes d'un oeil scientifique, en se raccrochant à des éléments connus au plan mathématique, et perdent alors une certaine logique par rapport au monde extérieur. Une remarque du même type pourrait être faite à propos de la «validité» d'un résultat. En effet, il n'est pas rare de rencontrer des réponses surprenantes pour le maître, mais qui ne font pas sourciller le moins du monde les élèves. A ce sujet, notre rôle est important et nous devons nous efforcer d'inculquer aux enfants ce regard critique, dont ils devraient faire preuve face au résultat d'un calcul ou à la solution d'un problème.

Deux questions que se sont posées les élèves ont également retenu mon attention:

- Peut-on calculer l'aire d'une région connaissant son périmètre?

- Comment calculer l'aire réelle d'une région, connaissant l'aire sur la carte et l'échelle? (En fait, une multiplication par l'échelle suffit-elle?)

Un dernier mot à propos du calcul de la superficie : une «relance» consisterait à se demander s'il est nécessaire de faire intervenir le profil du terrain dans le calcul de la superficie, et si oui, de quelle manière?

Les démarches utilisées pour répondre à la deuxième question furent diverses. Certains ont simplement additionné toutes les altitudes données par la carte. D'autres ont quadrillé le canton, choisi une altitude par carré et en ont fait la moyenne. La plupart des résultats se situent aux alentours de 2500 m, ce qui me paraît être bien au-dessus de la réalité. Comment expliquer cet écart si l'on admet que cette deuxième méthode, quoique relativement grossière, est tout-à-fait acceptable?

Le canton du Valais est montagneux. De ce fait, la plupart des altitudes mentionnées sur la carte sont celles de sommets et il ne s'y trouve que peu de «basses» altitudes. La moyenne est donc faussée très nettement vers le haut.

L'idéal serait de prendre, pour chaque carré, les altitudes inférieures et supérieures. Ceci est possible avec une carte qui comporte des courbes de niveaux, ce qui n'était pas le cas dans l'exemple choisi. Les conditions n'étaient donc pas réunies pour espérer obtenir un résultat plus proche de la réalité.

Voici enfin une liste de questions et de points pouvant faire l'objet d'une réflexion, qui sont apparus dans les rapports des élèves:

- Quelle partie de la Suisse la superficie du Valais représente-t-elle?
- Quelle est la densité d'habitants?
- Comparaison des superficies des deux parties divisées par le Rhône.

- Quelle est la plus longue distance en ligne droite entièrement à l'intérieur du canton?
- Quelle est la plus haute (basse) altitude?
- Quelle est l'altitude moyenne dans une certaine région du canton?
- Profil d'une partie (d'un point à un autre).
- Quelle est la longueur de la frontière (totale ou avec les autres cantons/pays)?
- Quelle est la pente moyenne d'une route (un ou deux exemples) ou d'une rivière?
- Quel est le nombre de sommets culminant à 4'000 m ou plus?
- Quel est le nombre de villages au-dessus de 1'000 m?
- Quelle est la longueur du Rhône (comparaison avec la longueur totale)?
- Estimation de la durée de certains trajets (en voiture, à pied).
- Où se trouve le «milieu» du canton?

Le temps consacré aux deux premières questions n'a pas permis de développer suffisamment le côté «ouvert» de la situation, notamment en ce qui concerne la problématique posée par certaines questions issues des élèves.

L'évaluation des rapports donna des résultats satisfaisants avec des notes allant de 6 à 10 et une moyenne de classe proche de 7,5.<sup>1</sup>

En pages suivantes, quelques extraits de travaux permettront au lecteur d'avoir un vague reflet des productions des groupes et de leur manière de présenter les résultats.

<sup>1</sup> Dans le canton de Vaud, la meilleure note, 10, vaut 4 de plus que dans les autres cantons mais est toutefois inférieure à l'altitude moyenne du Valais. (NDLR)

## Mathématique et géographie.

Barbara et Loelia

### 1. Calculer la superficie de ce canton :

Nous avons demandé une feuille blanche A3 et nous avons décalqué la forme du Valais sur la feuille. Dès que nous avons fini nous avons partagé le Valais sur la feuille blanche en 23 triangles quelconques et un rectangle. Nous avons essayé de tenir compte des courbes du Valais. Puis nous avons calculé l'aire des triangles et du rectangle. Puis nous les avons additionnées les unes aux autres. Nous avons trouvé environ 455 cm<sup>2</sup>.

Pour trouver l'échelle de la carte, nous avons cherché un tunnel ferroviaire assez droit et nous avons téléphoné :

- Aux renseignements (111) qui nous ont donné le numéro de téléphone des renseignements de Brigue. Puis, eux, ils nous ont donné le numéro de téléphone de la gare de Brigue. Tout ça pour savoir la longueur du tunnel ferroviaire partant de Brigue jusqu'à Jodelle. Il est long de 20 km. Puis nous l'avons mesuré avec une règle et nous avons découvert qu'il mesurait 5,5 cm. On en déduit que  $5,5 \text{ cm} = 20 \text{ km} \Rightarrow$

l'échelle de la carte est 1 cm = 3,6 km

Puis nous avons fait  $455 \cdot 3,6 = 1638 \text{ km}^2 \Rightarrow$   
la superficie du Valais est de  $1638 \text{ km}^2$ .

Pour comparer, nous avons cherché une autre méthode et nous avons quadrillé la carte en carrés de 2 cm de côté. Nous avons compté les carrés entièrement pleins et avons groupé les carrés à moitié vides ( $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , etc...). Nous avons obtenus 111 carrés et multipliés par  $4 \text{ cm}^2$ , nous avons  $444 \text{ cm}^2 = 1598 \text{ km}^2$ .  
Mais, nous n'avons pas tenu compte des altitudes, des dénivellations.

En refaisant le calcul avec 106 altitudes, nous avons trouvé  $\sim 2700 \text{ m}$ .

① Pour trouver la superficie du Valais, nous pensons qu'il faut d'abord trouver l'échelle de la carte. Malheureusement, après avoir cherché l'échelle au bas, au haut (enfin partout), nous remarquons qu'il n'y en a pas. Il faut donc la calculer.

Pour calculer cette échelle, nous avons cherché une distance connue. Nous en avons pastournée. Nous avons alors cherché dans le Petit Larousse Illustré, la carte de la Suisse. Ceci fait, avec une ficelle, nous avons suivi la route Lausanne-Genève qui est de 60 km\*. En mesurant la longueur de la ficelle, 3 cm, nous avons découvert que  $60 \text{ km} = 3 \text{ cm} \Rightarrow 20 \text{ km} = 1 \text{ cm}$ . Ensuite nous avons pris la distance à vol d'oiseau entre Vevey et Aigle, qui est de 1 cm  $\Rightarrow$  distance Vevey-Aigle = 20 km.

Retournons sur notre carte du Valais. Là, nous avons aussi pris la distance à vol d'oiseau entre Vevey et Aigle. Elle était de 5,5 cm. Comme nous savons que cette distance (Vevey-Aigle) est de 20 km, nous concluons que  $5,5 \text{ cm} = 20 \text{ km} \Rightarrow 1 \text{ cm} = 20 : 5,5 = 3,5 \text{ km}$ . Maintenant, nous avons tous les éléments pour trouver l'échelle de la carte du Valais. L'échelle est donc de  $\frac{1}{350'000}$ .

Maintenant que nous avons cette échelle, nous pouvons calculer l'aire d'un rectangle sur la carte.

Largeur d'un rectangle : 11,5 cm  $\Rightarrow 3,5 \cdot 11,5 = 40 \text{ km}$

Longueur " " : 16,5 cm  $\Rightarrow 3,5 \cdot 16,5 = 58 \text{ km}$

L'aire d'un rectangle est donc de :  $40 \cdot 58 = 2320 \text{ km}^2$

Ensuite, nous avons découpé une des cartes du Valais (car nous avons 2 cartes), et nous avons rempli les rectangles de la 2<sup>ème</sup> carte avec les bouts découpés de la 1<sup>ère</sup> carte. Nous avons réussi à remplir 2 rectangles et  $\frac{1}{3}$  de rectangle. Cela implique que la superficie du Valais  $= (2 \cdot 2320) + (\frac{1}{3} \cdot 2320) = 4640 + 765 = 5405 \text{ km}^2$

Cette réponse n'est pas très précise, car nous avons arrondi plusieurs mesures. Nous estimons que la réponse est de  $5405 \text{ km}^2 \pm 400$

\* car l'échelle n'était pas notée.

## Il y a d'autres façons

• • •

- Après avoir trouvé la distance réelle entre Sion et Siene, on peut facilement trouver l'échelle de la carte :

Sur notre carte, la distance Sion - Siene est de 5 cm  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  échelle de la carte =  $\frac{\text{dist. sur carte}}{\text{dist. horizontale réelle}} = \frac{5}{180000} = \frac{1}{36000} \Rightarrow$

échelle de la carte = 1:36000  $\Rightarrow$  1 cm sur la carte  $\approx$  3,6 km

(j'ai arrondi 3,6 km à 3,5 km. Pour mes calculs cela sera plus pratique et aussi parce que le chemin de fer qui relie Sion à Siene n'est pas droit et donc il y a une différence que j'élimine avec 3,5 km.)  $\Rightarrow$  un carré sur mon quadrillage de la carte (voir 1b) =  $3,5 \cdot 3,5 = 12,25 \text{ km}^2$

Après avoir trouvé l'échelle, les mesures deviennent simples.

### Les Questions :

- 1) Pour calculer la superficie horizontale du Valais, on peut utiliser plusieurs méthodes :

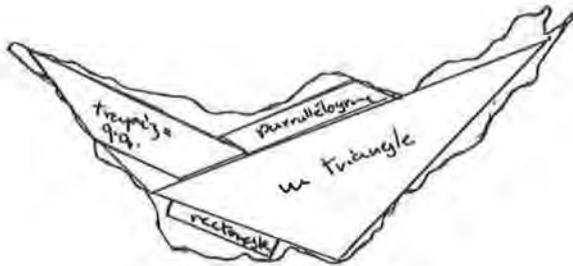
a) Nous avons la carte du Valais et on divise le Valais en plusieurs figures (triangles, rectangles, trapèzes, etc.).

Puis on calcule l'aire de chaque figure. Il y a des restes de terrains non calculés, aux bords du Valais.

On peut calculer approximativement les superficies de ces terrains qui restent : le plus facile est de prendre encore des figures, très petites, et calculer approximativement leur aire. La somme des aires de ces figures en  $\text{km}^2$  est la superficie approximative du Valais.

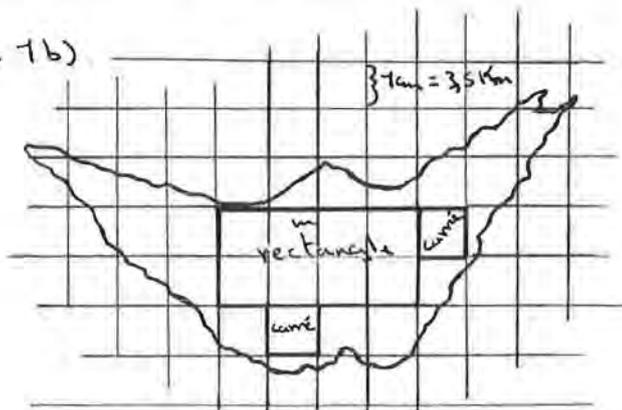
(Voir schéma page suivante)

schéma du 1a):



b) Nous quadrillons notre carte avec des carrés de 1 cm de côté (nous avons l'échelle 1 cm = 1 Km  $\Rightarrow$  1 cm<sup>2</sup> sur carte = 12,25 Km<sup>2</sup> en réalité). Puis nous dessinons, à l'intérieure du Valais, sur le quadrillage, plusieurs grands rectangles et carrés. Il nous reste comme en (1a) quelques restes sur les bords du Valais. On peut approximativement calculer ces mesures en se disant que chaque petit reste  $\cong$  1/2 un carré  $\Rightarrow$  2 restes = 1 carré. Pour avoir la superficie, on calcule les surfaces restantes et on les additionne à la somme des surfaces des grands rectangles et carrés calculées auparavant.

schéma 1b)



## Edito du 150<sup>e</sup> : remise des médailles

par Michel Chastellain, SPES (VD)

Les derniers hymnes ayant retenti aux jeux olympiques, il est temps de récompenser les courageux qui ont osé affronter plus de 30 pièges garnissant l'éditorial du numéro 150, c'est-à-dire les rois de la stratégie, les «fadas» du **SCRABBLE**, les batisseurs de **POLYDRON**, les intrépides du **DIX DE CHUTE**, ceux qui aiment le **RISK** et qui franchissent les **ECHECS** comme des **PASSE-MURAILLES**, les amoureux du **TANGRAM**, les fins limiers de **SCOTLAND YARD**, bref, les athlètes des jeux mathématiques.

Malheureusement, les temps sont difficiles. L'économie s'enrhume, les budgets se «ratatinent» et «l'algorithmes» des décisions politiques aberrantes, qui touchent au monde de l'éducation, s'apparente à une véritable machine infernale! Ceci aurait-il pour conséquence de tuer les derniers soubresauts de l'enthousiasme des enseignants? Tout porte à le croire, si l'on se réfère au nombre de résultats corrects qui sont parvenus, jusqu'à ce jour, à la rédaction de Math-Ecole.

Depuis Albertville, il y a mieux: aucune médaille d'or, aucune médaille d'argent et pas plus de bronze! Les méchantes langues argumenteront que les questions étaient particulièrement difficiles et que la consigne les autorisait à jouer jusqu'à la parution du 700e! D'accord! Qu'ils sautent alors allégrement cet article, mais qu'ils n'oublient pas de ranger soigneusement ce numéro 152 dans leur bibliothèque, histoire de pouvoir vérifier plus tard le bien-fondé de leurs découvertes.

Venons-en à la recherche elle-même qui, pour rappel, était libellée de la manière suivante:

$$a - (b + c + d) = x$$

*Cette équation vous livre une solution qui correspond à une étape charnière de l'existence de votre revue préférée.*

### Premier indice

*a est un nombre premier, inférieur à 300. La somme des chiffres qui le composent est égale au prix de l'abonnement annuel, pour la Suisse, de Math-Ecole.*

A cette époque, tout comme aujourd'hui, le prix de l'abonnement se montait à 17 fr. (ce qui, convenez-en, est trois fois rien). Cela signifie que quatre nombres premiers conviennent : 89 – 179 – 197 – 269. Mais, lequel faut-il prendre en considération?

### Deuxième indice

*a n'est pas égal à la somme des points de tous les jetons du SCRABBLE.*

Après une savante addition de produits, vous obtenez 197, pour autant que votre jeu soit complet. Sinon, allez vite vérifier sous le secrétaire Louis XIV de votre salon ou éventuellement derrière votre réfrigérateur si, d'aventure, vous vous adonnez à votre passion jusque dans la cuisine. Peut-être y retrouverez-vous le jeton manquant! Pour mémoire, le nombre 197 ne doit donc pas être pris en considération.

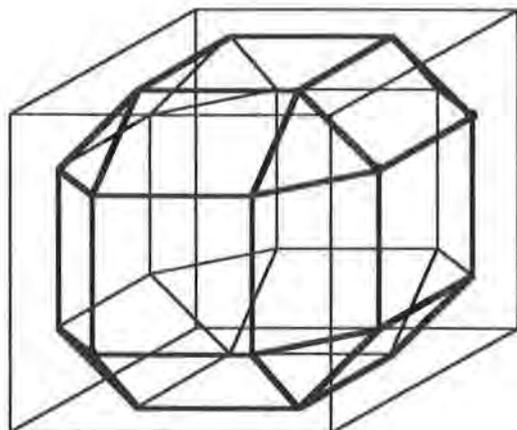
### Troisième indice

*Après avoir construit un rhombicuboctaèdre à l'aide de POLYDRON, vous additionnez son nombre de faces, d'arêtes et de sommets. En intervertissant alors le chiffre des dizaines et celui des unités, vous obtenez un nouveau nombre différent de a.*

Un cube, «passe» encore! Mais un rhombicuboctaèdre! Évidemment, il faut connaître l'allure de ce «machin». En cas de doute, faites comme moi, construisez-le. Vous découvrirez qu'il compte 26 faces, 48 arêtes

et 24 sommets, dont la somme donne 98. Autrement dit, le nombre 89 peut être, lui aussi éliminé.

Dès lors, la succession des étapes se présente ainsi:

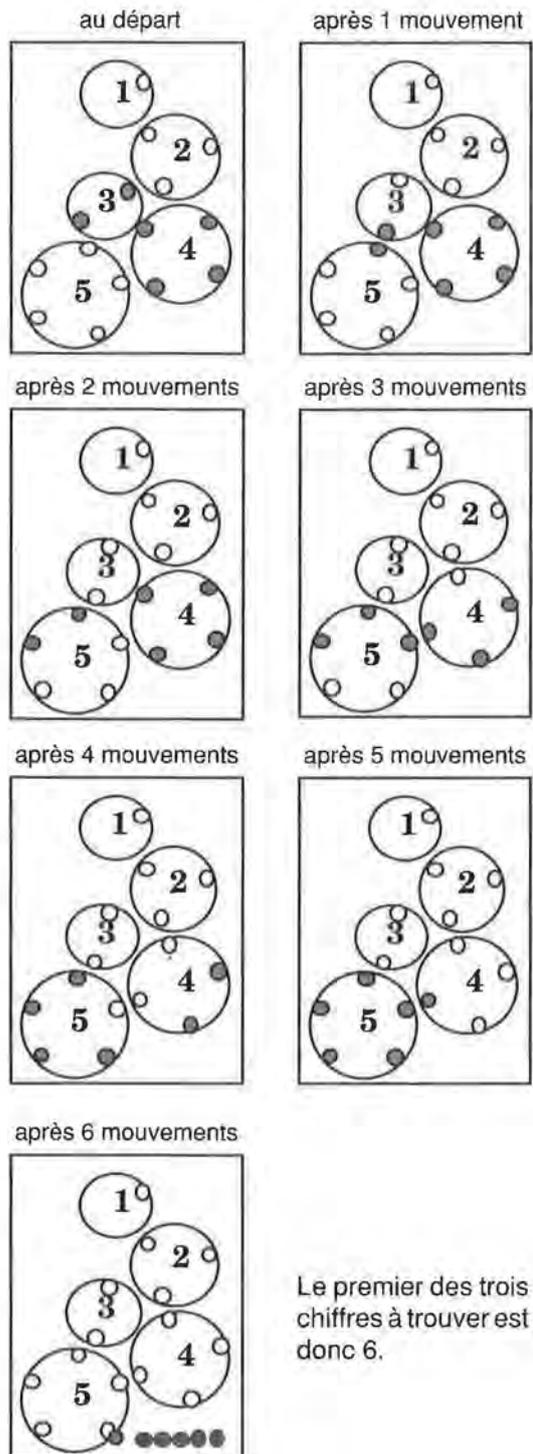


#### Quatrième indice

*a n'est pas non plus égal au nombre dont les trois chiffres des unités, des dizaines et des centaines sont définis, dans le désordre, de la manière suivante:*

*Les roues n° 3 et 4 de votre DIX DE CHUTE «portent» six jetons. La roue n° 5 vient d'être bougée par votre adversaire qui l'a positionnée, involontairement, de telle manière qu'une encoche corresponde exactement avec «le passage» en provenance de votre roue n° 3. Dans le meilleur des cas, combien de mouvements vous faudra-t-il pour parvenir à vous délester de ces six jetons? Un mouvement peut compter plusieurs aller et retour de la même roue.*

«Dans le meilleur des cas» sous-entend que votre adversaire ne viendra jamais vous perturber dans votre cheminement en bougeant, par exemple, la roue que vous souhaitiez justement déplacer. D'accord, c'est rare. Mais si vous prenez la peine de jouer avec votre maman, elle sera certainement tout heureuse de vous faire plaisir en vous laissant gagner, et puis ça lui évitera peut-être de passer le dimanche toute seule!

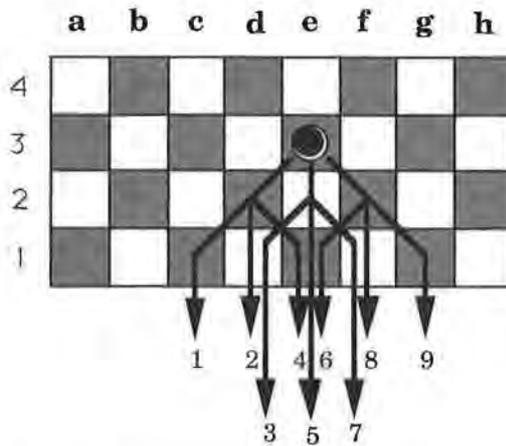


Le premier des trois chiffres à trouver est donc 6.

### Cinquième indice

Un pion du jeu d'ECHECS se trouve sur la case E3. Déterminer le nombre de cheminement possibles pour qu'il « devienne dame » sachant que l'un d'entre eux passe par la case F2.

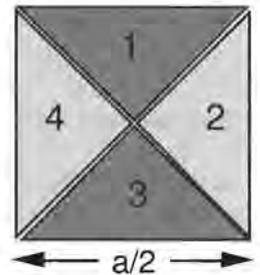
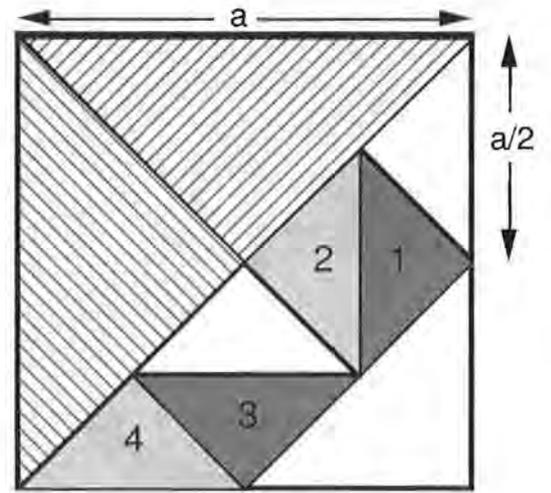
Evidemment, rien ne stipule, dans l'énoncé, que le pion va se faire manger par l'ennemi avant d'atteindre la première rangée horizontale ou qu'il est le dernier rescapé d'un monstrueux carnage ! De ce fait, et suivant la position qu'occupent les différentes pièces de l'adversaire, il existe exactement neuf cheminement envisageables.



Vu votre incommensurable sagacité, vous aurez probablement déjà « pigé » que le troisième intrus est le nombre 269. Pourtant, je sens bien que parmi vous il y a encore quelques tièdes qui se méfient. Voilà donc l'astuce pour déterminer le dernier chiffre, c'est-à-dire 2 :

### Sixième indice

Trouver le rapport que l'on obtient en divisant la somme des aires des deux plus grandes pièces triangulaires d'un **TANGRAM**, par celle que l'on obtient en additionnant l'aire des pièces en forme de carré et de parallélogramme, de ce même jeu.



Les deux grands triangles, judicieusement juxtaposés, forment un carré dont l'aire mesure la moitié de celle du carré de base, soit :  $fa^2/2$ . En procédant de même avec les pièces n° 1, 2, 3 et 4, on forme un nouveau carré de côté  $a/2$ , donc d'aire :  $a^2/4$ . Leur quotient vaut alors 2. Cette fois, la preuve est irréfutable et le nombre premier 269 subit le même sort que 197 et 89. Reste donc **179**, qui demeure seul valable pour remplacer **a**.

### Septième indice

Au **RISK** de vous perdre, vous devez conquérir en totalité l'Europe et l'Océanie, plus un troisième continent de votre choix. Vous êtes, vous-même, Roller 1er, le chef des armées noires, et vous choisissez la solution qui vous permettra d'occuper un nombre maximum de territoires n'appartenant qu'à trois continents. Celui-ci correspond au nombre **b**.

Sur le plan de jeu, l'Europe compte 7 territoires: l'Islande, la Scandinavie, l'Ukraine, la Grande Bretagne, l'Europe du Nord, l'Europe du Sud, et l'Europe occidentale. L'Océanie, elle, s'étend sur 4 autres territoires: l'Indonésie, la Nouvelle Guinée, l'Australie occidentale et l'Australie orientale. Reste à choisir parmi les autres continents celui qui couvre le plus de territoires, c'est-à-dire l'Asie, où l'on dénombre 12 états: l'Oural, la Yakoutie, le Kamchatka, le Tchita, la Sibérie, l'Afghanistan, la Mongolie, le Japon, la Chine, le Moyen Orient, l'Inde et le Siam.

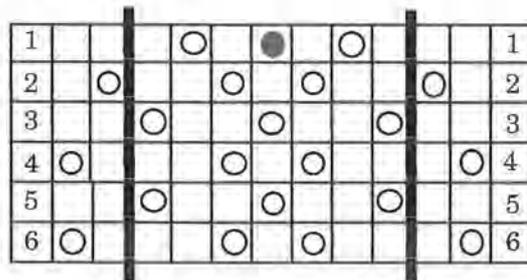
Si vous ne vous y retrouvez pas dans cette nouvelle configuration mondiale, c'est que vous ne suivez pas l'actualité. Toujours est-il que:

$$b = 7 + 4 + 12 = 23$$

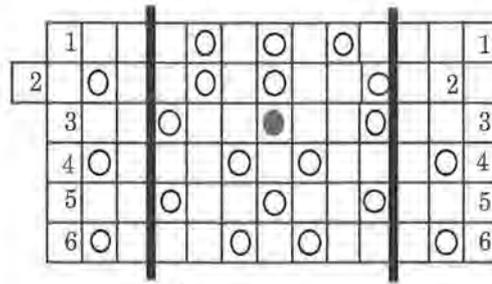
### Huitième indice

Après avoir déposé un jeton dans le trou du milieu de la coulisse supérieure de votre **PASSE-MURAILLES**, vous souhaitez atteindre en un minimum de mouvements l'une des deux cases à 50 points du plateau de base. Quel sera ce nombre  $c$ , sachant qu'un mouvement équivaut au déplacement d'une coulisse, de un ou plusieurs crans sur la droite ou sur la gauche?

Vous avez les jetons? Bon, alors on peut commencer pour autant que vous ayez pris la peine d'installer votre jeu dans la position de départ suivante:

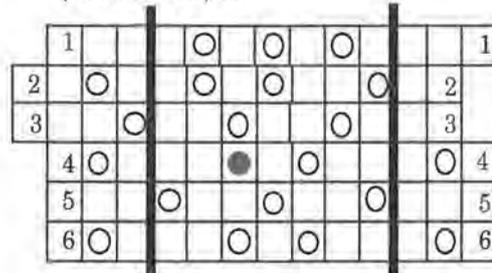


après une étape



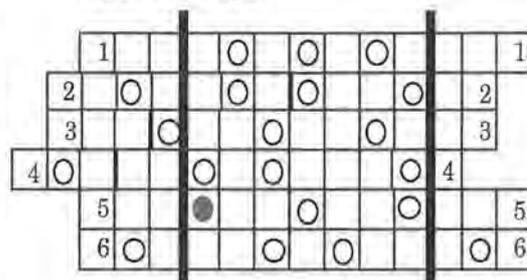
50

après deux étapes



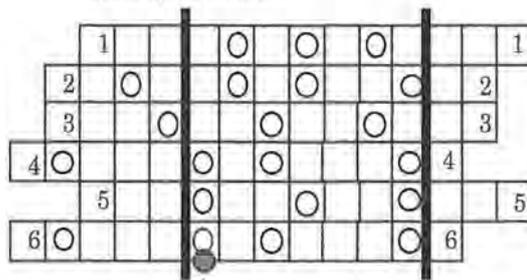
50

après trois étapes



50

après quatre étapes



Autrement dit, quatre manipulations suffisent, c'est-à-dire que:  $c = 4$ .



### Neuvième et dernier indice

L'inspecteur Hutin, de **SCOTLAND YARD**, a posté ses hommes aux abords de Victoria Station, afin de mettre définitivement la main sur "Mister X", le nouveau rédacteur responsable de Math-Ecole. L'appointé Calame se trouve au 193 de Chelsea Rpyal Hospital et aperçoit son collègue Oberson qui monte dans le taxi n° 181. Au même instant, le sergent Perret, ancien agent des

services secrets de l'IRDP, s'enfonce au niveau 153 de l'Underground, à l'ouest de Westminster Bridge, alors que le détective Michlig déguste une tasse de thé dans les salons du Queen's Club, au 197 de River Thames. Quant au stagiaire Lugon, fraîchement débarqué dans le service, il a pour mission de surveiller le carrefour 157, à l'entrée est de Lambeth Bridge.

"Mister X", alias Mister Jaquet, n'a plus de coups doubles! Il vient d'être repéré, entrant chez son tailleur du square 183, pour se procurer un nouveau complet de tweed, complet qu'il a payé le matin même à l'aide de tous ses black tickets.

Mister X, particulièrement fair-play, respecte les règles de **SCOTLAND YARD** et laisse les inspecteurs entamer la poursuite. Ceux-ci disposent d'un nombre suffisant de tickets de chaque sorte.

A votre avis, combien de déplacements (nombre **d**) Mister X pourra-t-il effectuer avant d'être définitivement «refait».

En fait, Mister X est refait (ne le lui dites surtout pas), car il est cerné. Sa liberté est à

ce point limitée qu'il sera attrapé au moment d'élaborer son second déplacement, comme on l'imagine sur le plan de la page 42. Donc **d = 2**.

#### Et alors?

Et bien, il ne vous suffit plus que de déterminer maintenant la valeur numérique de l'expression **a - (b + c + d)**, soit:  $179 - (23 + 4 + 2) = 150$ .

Cette solution correspond à une étape charnière de l'existence de votre revue préférée. Et surtout, ne me dites pas que cela ne vous rappelle rien du tout, sinon j'en déduirai que vous n'étiez pas au Musée suisse du Jeu à la Tour-de-Peilz, le samedi 16 novembre 1991!

## PROBLEMES PROBLEMES PROBLEMES PROBLEMES PROBLEMES

Après **La grenouille** des ateliers de *Mathématique 5e année*, voici **Le grimpeur fantasque** du *Jeune Archimède*

José est un peu fantaisiste et il trouve que grimper toujours une par une les 16 marches qui conduisent à sa chambre est un peu fastidieux. Il décide donc de changer chaque jour la façon de parvenir en haut de l'escalier. Pour ce faire, il peut, à son gré, monter une, deux ou même trois marches à la fois!

*Combien de montées différentes peut-il ainsi réaliser?*

(Deux montées sont différentes si, bien sûr, l'ordre dans lequel sont effectués les sauts sont différents).  
*Le Jeune Archimède n° 11*

### Carrés et triangles

Dessinez un carré et partagez-le en neuf morceaux: 5 carrés identiques et quatre triangles identiques.



*Le Jeune Archimède n° 10*

### Entre chats!

Sept chats mangent sept souris en sept minutes.

*Combien faut-il de chats, au minimum, pour manger cent souris en cent minutes?*

## DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

### Une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants

Michel Henri.

*IREM de Besançon, octobre 1991.*

(Adresse de l'IREM: La Bouloie, Route de Gray, F-25030 Besançon, tél. 81 66 61 91).

Cette brochure de 90 pages sur la didactique des mathématiques n'est certes pas l'équivalent d'un cours ni d'une formation de base. C'est pourtant une présentation fort utile des concepts les plus répandus et du vocabulaire correspondant, à l'intention des étudiants, formateurs et de tous les maîtres qui souhaitent en savoir plus sur le sujet.

On y parle de variables didactiques, d'épistémologie génétique, du rapport au savoir, de représentations, de transpositions, de situations didactiques, de situations-problèmes, de contrat didactique, de contextualisation, d'erreurs et d'obstacles, d'évaluation, etc.

Bref, un panorama et un guide nécessaires pour pénétrer dans le domaine, parfois ésotérique, de cette jeune science, riche en travaux et publications, qu'est la didactique des mathématiques, tendance française, placée sous le signe de la triade «savoir-élève-maître» (à ne pas confondre avec le triangle des Bermudes).

**Destinataires:** formateurs, chercheurs et maîtres de mathématiques.

**Mots-clés:** didactique des mathématiques, épistémologie, transposition, situations didactiques, contrat, erreur, évaluation.

---

## PROBLEME OUVERT ET SITUATION-PROBLEME

Gilbert ARSAC, Gilles GERMAIN, Michel MANTE

*IREM de Lyon, 1988.*

(Adresse de l'IREM: 43, Bd du 11 Novembre 1918, F-69622 Villeurbanne Cedex).

Paru en 1988, ce petit ouvrage est vite devenu un des classiques du genre et devrait figurer dans toute bibliothèque de maître de mathématique. Il ne vieillit pas et, à le lire, on y trouve toujours quelque chose qui vous renvoie à une pratique vécue.

Court (117 pages), d'un style alerte, clair et précis, riche en problèmes intéressants, observations et rapports d'expérimentation, on

peut le considérer comme un véritable instrument didactique pour le maître. Une seule interrogation à son propos : comment se fait-il qu'il n'ait pas encore figuré dans les notes de lecture de Math-Ecole?

Selon nos collègues de l'IREM de Lyon, un «**problème ouvert**» est caractérisé par un énoncé court, qui n'induit ni la méthode de résolution, ni la solution, permettant facile-

ment à l'élève de prendre possession de la situation, se s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution. Certaines activités pratiquées dans nos classes romandes, comme les «ateliers», le «coin mathématique», les questions de championnat, pourraient aisément se glisser dans cette catégorie de problèmes.

Les «**situations-problèmes**» veulent aussi amener l'élève à essayer - conjecturer - tester - prouver, mais leurs ambitions vont plus loin. Elles visent à faire acquérir de nouvelles connaissances. Les conditions à réunir sont ici plus rigoureuse: l'élève doit pouvoir s'engager sans toutefois percevoir que ses acquisitions antérieures sont encore insuffisantes, il doit être capable de juger si une solution trouvée est concevable ou pas et,

finalement, la connaissance que l'on désire voir acquérir doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève. Dans cette catégorie, pourraient figurer certaines activités que nous connaissons sous les appellations «point de départ» ou «chantiers mathématiques».

De nombreux exemples finement analysés permettent de se faire une idée très précise de ces deux types d'activités dans des classes du secondaire inférieur.

**Destinataires:** maîtres de mathématiques, formateurs.

**Mots-clés:** situation mathématique, problèmes, didactique des mathématiques, autonomie de l'élève.

---

## CONSTRUCTION DE SAVOIRS MATHÉMATIQUES AU COLLEGE

Rencontres Pédagogiques No 30 - 1991 Recherches/Pratiques, Collèges.  
*Institut National de Recherche Pédagogique (29, rue d'Ulm, 75230 Paris)*

Une centaine de pages, élaborées de 1986 à 1990 par une équipe de chercheurs et d'enseignants, selon deux lignes de force qui structurent les nouveaux programmes de 6e et 5e en France (6e et 7e en Suisse romande) et qui constituent une approche nouvelle de l'enseignement des mathématiques:

- **une orientation théorique** fondée sur les deux «champs conceptuels» des transformations géométriques et du quotient, qui envisage l'apprentissage sur le long terme d'un ensemble de notions étroitement liées et qui s'appuie sur des situations de classe soigneusement contrôlées,

- **une orientation pédagogique** qui présente l'approche constructiviste de la construction de savoirs (ou l'importance de l'activité de l'élève dans les processus d'apprentissage).

L'ouvrage est constitué de différents chapitres, courts et accessibles, illustrés par de

nombreux exemples tirés d'expérimentations dans les classes. On relèvera, en particulier, une comparaison intéressante des représentations du savoir, de l'enseignement, de l'apprentissage, du statut de l'erreur et de l'observation des productions d'élèves selon trois familles de référence: «platonicienne» (vérités mathématiques, apprentissage par imitation et imprégnation, ..), «logistique» (découpage du savoir en unités séquentielles de complexité croissante, objectifs, logiques de l'apprentissage et de l'enseignement homogènes, ..), «constructiviste» (sens des activités, l'élève construit ses connaissances, l'erreur comme voie d'accès à l'état de savoir de l'élève, ..)

**Destinataires:** maîtres de mathématiques du secondaire inférieur, formateurs.

**Mots-clés:** enseignement et didactique des mathématiques, école secondaire, quotient, transformations géométriques.

# Utilisation didactique des machines à calculer

par Luc-Olivier Pochon, IRDP (NE)

Texas Instruments a mis récemment sur le marché les calculatrices Galaxy 40 et 40x (une calculatrice solaire est sur le point d'être diffusée également, si ce n'est déjà le cas). Ces calculatrices scientifiques reprennent les fonctions de l'ancienne TI 30, largement diffusée dans nos écoles. Quelques caractéristiques originales élargissent les possibilités d'utilisation didactique de ces machines au niveau secondaire de l'enseignement obligatoire déjà.

## Division euclidienne

La touche **⌋** permet d'effectuer une division euclidienne, le quotient entier et le reste apparaissent simultanément à l'écran par exemple :

45	<b>⌋</b>		45
6			6
Q	<b>=</b>	7	3 Q R

Il est possible de poursuivre les calculs avec le quotient.

## Calcul avec les fractions

Toutes les opérations usuelles (+, -, STO, x<sup>2</sup>, 1/x), sont également réalisables avec les fractions. Une fraction est matérialisée par deux nombres entiers séparés par /. Le fait d'obtenir une fraction simplifiée est signalé par un indicateur N/D -> n/d. Les touches particulières aux fractions sont : SIMP, DIV, F->D, D->F, F->Ab/c. Nous les passons en revue.

**SIMP** permet de simplifier une fraction par

un diviseur commun que l'on introduit, ceci de la manière suivante:

<b>SIMP</b>	N/D -> n/d	2/4
2		2
<b>=</b>		1/2

La simplification peut aussi être automatique:

<b>SIMP</b>	N/D -> n/d	6/12
<b>=</b>	N/D -> n/d	3/6

**SIMP** utilise toujours le plus petit diviseur commun possible. Ce diviseur peut être affiché grâce à la touche **DIV**.

Les touches **F->D** et **D->F** permettent de passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire d'un nombre. Quant à la touche **F->Ab/c**, elle permet d'extraire la «partie entière» d'une fraction:

100	<b>/</b>	26		100/26
	<b>F-&gt;Ab/c</b>			3 u 22/26

C'est le seul cas où la Galaxy 40 fait usage d'une notation qui n'est guère utilisée en France et dans les cantons de Suisse romande. La Galaxy 40x, plutôt destinée aux pays anglo-saxons et à l'Allemagne, en fait un usage plus fréquent (il existe dans ce cas une touche u). En cas de problème, deux appuis successifs sur la touche **1/x** redonnent une écriture purement fractionnaire.

**1/x**  
**1/x**

3 u 1/10
10/31
31/10

### Les opérateurs

Les touches **OP<sub>1</sub>** et **OP<sub>2</sub>** permettent une programmation élémentaire en enregistrant deux opérations (c'est une amélioration de la fonction «facteur constant»). Si, par exemple, on veut évaluer l'expression  $0.4x + 3,5$  pour différentes valeurs de  $x$ , il est possible d'enregistrer l'opération de multiplication sous

OP1: **X** 0.4 **OP<sub>1</sub>** et l'addition sous  
OP2: **+** 0.4 **OP<sub>2</sub>**

### Quelques points de départ

Les potentialités pédagogiques de cet outil semblent évidentes. Mais il n'est pas toujours facile d'imaginer des activités qui exploitent ces possibilités nouvelles.

### Trouver l'écriture d'un nombre en base deux

Il suffit d'un peu de réflexion et de la touche **OP<sub>1</sub>**. On mémorise l'opérateur **÷** 2, on tape un nombre, par exemple 25, puis on tape plusieurs fois **OP<sub>1</sub>** en notant chaque fois le reste:

25	<b>OP<sub>1</sub></b>	12	Q	1	R
	<b>OP<sub>1</sub></b>	6	Q	0	R
	<b>OP<sub>1</sub></b>	3	Q	0	R
	<b>OP<sub>1</sub></b>	1	Q	1	R
	<b>OP<sub>1</sub></b>	1	Q	1	R
	<b>OP<sub>1</sub></b>	0	Q	0	R

C'est fini. Ainsi 1 1 0 0 1 est l'écriture de 25 en base deux.

Saurez-vous trouver une méthode pour effectuer l'opération inverse?

### Trouver les diviseurs d'un nombre

Par exemple 1 0 0 1.

Il suffit d'écrire la fraction 1001 / 1001 et de la simplifier:

<b>SIMP</b>	N/D -> n/d	1001/1001
<b>=</b>	N/D -> n/d	143/143
<b>DIV</b>		7
<b>x &lt;-&gt; y</b>	N/D -> n/d	143/143
<b>SIMP</b> <b>=</b>		13/13
<b>DIV</b>		11

Finalement les diviseurs de 1001 sont : 7, 11 et 13.

### Comment connaître le résultat d'une division dont le dividende est composé de plus de dix chiffres (par exemple 1 234 567 890 123 789 : 64)?

Observez et continuez ...

1234	<b>÷</b> 64	<b>=</b>	
18567	<b>÷</b> 64	<b>=</b>	
7890	<b>÷</b> 64	<b>=</b>	

### Les fractions égyptiennes

Les anciens Egyptiens ne «connaissaient» pour ainsi dire que des fractions dont le numérateur est 1.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

Lorsque le dénominateur ne pouvait pas tenir tout entier sous le signe de la «bouche», ils inscrivaient l'excédent à la suite, ainsi:



Pour exprimer, par exemple, l'équivalent de notre fraction 3/5, ils ne mettaient pas celle-ci sous la forme  $1/5 + 1/5 + 1/5$ ; ils la décomposaient plutôt en une somme de fractions ayant l'unité pour numérateur,  $3/5 = 1/2 + 1/10$ , ce qui s'écrivait:

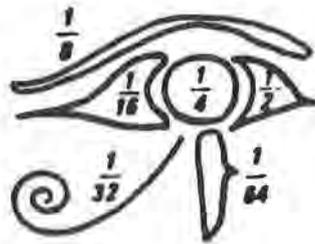


La fraction 47/60 se décomposait ainsi:



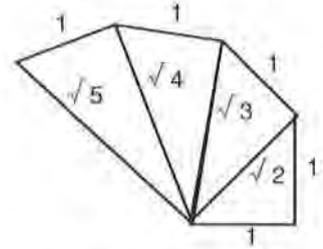
L'établissement d'une table de correspondance peut constituer une activité intéressante lorsqu'un outil de calcul est à disposition.

Pour les mesures de parties, les Egyptiens se servaient la plupart du temps d'une notation différente. Les fractions utilisées étaient  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ ,  $1/32$ ,  $1/64$ . Chacune d'elles était associée à une partie de l'oeil frontal du dieu-faucon Horus.

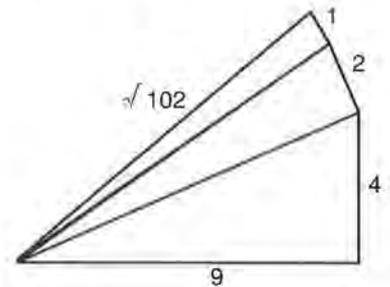


### L'escargot de Pythagore

Vous connaissez certainement «l'escargot» de Pythagore pour obtenir une construction de la racine d'un nombre.



Quelques manipulations numériques permettent de réduire la longueur de l'escargot. Par exemple:  $102 = 81 + 16 + 4 + 1$



Comment organiser ce travail à l'aide d'une calculatrice?

### Messages d'erreur

Il faut signaler encore que la calculatrice affiche divers messages d'erreur dont l'exploitation constitue également une source d'activité non dénuée d'intérêt, l'expérience le montre.

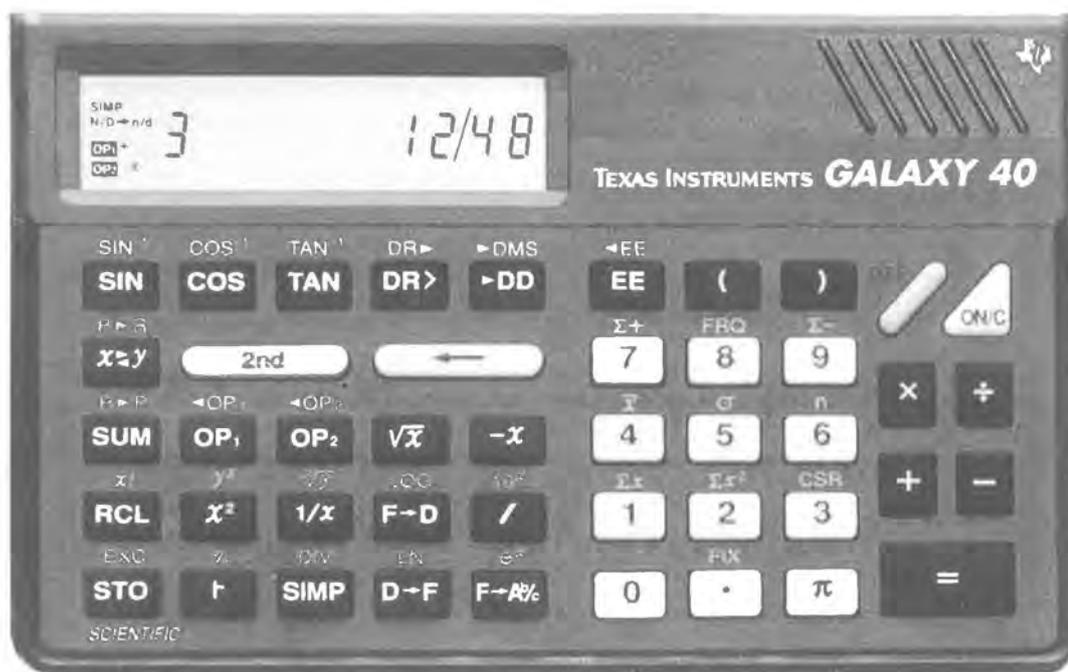
### Références bibliographiques

Fiches d'activités pédagogiques avec la Galaxy 40, Ed. Centre informatique et applications pédagogiques (CIAP), Grenoble, Université Joseph Fourier, 1991.

Fischer P., Häfliger E.J., Baier J., **Mehr Spasse mit Mathe**. Dietikon, Texas Instruments (éd.), 1991, 128 p.

Revue «**Maths et malices**», Editions du Choix, 25 bis boulevard Lénine, F-95100 Argenteuil.

Ibrah Georges, **Histoire universelle des chiffres**, Paris, Seghers (avec le concours du Centre national de la recherche scientifique), 1981.



## Abonnements 1992

## Offre spéciale

n°153-154-155

Suisse: Fr. 10.- Etranger: Fr. 12.-

Bulletin d'abonnement à photocopier et retourner à : **Math-Ecole**  
 case postale 54  
 CH 2007 Neuchâtel 7

Nom et prénom (ou institution): \_\_\_\_\_

Adresse (rue et numéro): \_\_\_\_\_

Code postal (avec pays): \_\_\_\_\_ Localité: \_\_\_\_\_

Je m'abonne à Math-Ecole pour les trois derniers numéros de 1992.

Date: \_\_\_\_\_ Signature: \_\_\_\_\_

Facture suivra.

NOUVEAU !

# Bilgul



## UN JEU PASSIONNANT

Simple et original, **Bilgul** est un jeu de réflexion et de patience qui développe la motricité, la logique et l'esprit d'anticipation.

Ce jeu d'adresse et de rapidité passionnera les enfants à partir de 5 ans.

En vente exclusive à : **INTERLUDE**  
Rue André-Piller 33 b      Tél. 037/26 71 10  
1762 Givisiez                      Fax 037/26 71 10

**Bilgul** sera présenté avec plus de détails dans Math-Ecole n° 153.