juin 1992

31e année

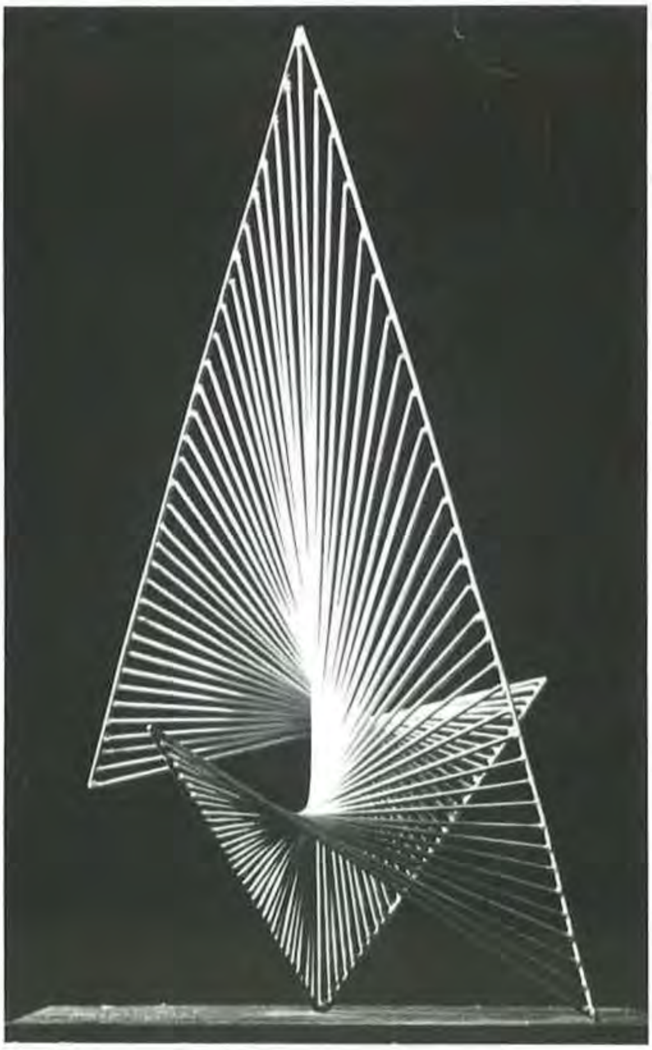
153

# MATH ECOLE

Entraînement et apprentissage par la découverte

Mathématiques sans frontières

Championnat de jeux mathématiques



# Informations

## Réimpression de π

Il y a longtemps que le numéro spécial «π» du *Petit Archimède*, (actuellement *Le Jeune Archimède*) est épuisé. Bonne nouvelle, cet ouvrage de référence sur le «nombre d'Archimède», sera disponible à nouveau dès juillet 1992, en tirage limité, au prix de 150 FF. On nous annonce cet ouvrage dans une présentation comparable à la première édition.

Quelques extraits de la table des matières: «à propos du papyrus Rhind», «Archimède», «Viète», «Descartes», «formules: Wallis, Stirling», «les séries de Fourier», «travaux d'Hermite et Lindemann», «π dans nos classes», «l'aiguille de Buffon», «les décimales de π et la statistique», et une foule de trésors rangés dans «le grenier», avec un bandeau des 50 premières décimales de π pour décorer votre bureau ou votre salle de classe.

*Math-Ecole* en a réservé 200 exemplaires à l'intention de ses lecteurs et de tous ceux qui, en Suisse romande, s'intéressent à π, au prix de 42 FS. Bulletin de commande en avant-dernière page.

## Bourse aux anciens numéros

Dans le numéro précédent, la rédaction annonçait l'ouverture d'une bourse aux anciens numéros. C'est parti! Au vu des stocks actuels, les numéros 100 à 150 s'échangent à 1 Fr. pièce, à quelques exceptions près, en voie d'épuisement, comme le 136. Pour les numéros antérieurs à 100, qui se font rares, les cours sont donnés «sur demande». Un index des anciens numéros est en préparation. Bulletin de commande en avant-dernière page.

## Campagne d'abonnements

Elle s'ouvre dès la parution du numéro 153, jusqu'au 31 décembre 1992. Les personnes qui recruteront le plus grand nombre de nouveaux abonnés, y compris eux-mêmes, recevront des prix: jeux, calculatrices, livres, ... .

Le prix de l'abonnement figure en page 1.

Des groupes d'enseignant(e)s d'un même collège ou d'une même région peuvent bénéficier des tarifs avantageux d'**abonnements collectifs** (livraison à une même adresse):

de 5 à 9: Fr. 15.- par abonnement, de 50 à 99: Fr. 13.- par abonnement,
de 10 à 49: Fr. 14.- par abonnement, dès 100: Fr. 12.- par abonnement.

Bulletin de commande en avant-dernière page.

## Jeux au banc d'essai

*Math-Ecole* présente régulièrement des jeux, expérimentés en classe. Les lecteurs qui le souhaitent peuvent participer, avec leurs élèves, aux essais et validations de ces nouveaux jeux, qu'ils pourront conserver ensuite. Prière de s'adresser à la rédaction.

# MATH-ECOLE

31e année 5 numéros par an

153

juin 1992



**Adresse**
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

**Administration**
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

**Fondateur**
Samuel Roller

**Rédacteur responsable**
François Jaquet

**Comité de rédaction**
Michel Brêchet
André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Raymond Hutin
Serge Lugon
Yvan Michlig
Frédéric Oberson
Jean-François Perret
Richard Schubauer

**Abonnement annuel** (5 numéros)
Suisse: Fr. 17.- Etranger: Fr. 19
CCP 12-4983-8
(prix au numéro: Fr. 5.-)

**Imprimerie**
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

**Graphisme de couverture**
François Bernasconi
Oeuvre d'Angel Duarte, peintre et sculpteur d'origine espagnole, établi à Sion depuis 1961.
Photographie de Rolf Schroeter (ZU)


## Sommaire

# Editorial

Nous en faut-il beaucoup, moyennement ou pas du tout ?
Ose-t-on dire beaucoup, modérément ou pas du tout ?
Clamons-le haut et fort
Ce n'est pas un effort
En un mot comme en deux
Des jeux !

En relisant le livre de Rózsa Péter *Jeux avec l'infini*, je suis resté ébahi devant la préface dont je ne puis m'empêcher de citer ces quelques extraits:

*"Ce livre s'adresse à des non-spécialistes (professeurs de lettres, artistes, écrivains, etc.) à qui je désire rendre ce petit service en échange de tous les bienfaits dont ils m'ont comblée. Aucun fossé ne sépare, en effet, "l'esprit de géométrie" et, pour ma part, la beauté intrinsèque des mathématiques me séduit plus que leurs applications pratiques. Reflet de l'esprit ludique de l'homme, les mathématiques lui ouvrent en même temps les perspectives de l'infini - tout en restant, par leur caractère inachevé, "humaines, trop humaines"... Ce livre paraîtra peut-être quelquefois naïf: tant mieux. Regarder les choses d'un oeil neuf, c'est se donner la joie de la découverte."*

*Budapest, 1943*

Joie de la découverte
Regarder les choses d'un oeil neuf, avide
Joie en nous très secrète
Qui nous livre nombres de trésors limpides.

Esprit ludique de l'homme
Esprit unique en somme
Permet de par le jeu
De créer des envieux.

Peu de chose s'apprend
Tant de chose se comprend
Soyons imaginatifs
Soyons créatifs
Soyons attentifs
Soyons inventifs.

La découverte très souvent nous attend
Dans la manipulation et le jeu s'entend
Alors de temps à autre laissons au jeu libre cours
Pour faire jaillir en nous l'intensité du jour.
Un jour peut-être ici bas
Entendra-t-on à nouveau "EUREKA !"...

Roger Délez, EPEP, Genève

# Entraînement et apprentissage par la découverte (2e partie)

par Elmar Hengartner et Gregor Wieland

(article paru dans la revue *Die neue Schulpraxis*, de juillet/août 1990, cahier 7/8)

**Traduction:** Pierre Luisoni et Frédéric Oberson

**En préambule à cette 2e partie:**

Tout d'abord, nous voudrions nous excuser auprès des lecteurs d'avoir, pour des raisons inhérentes au 30e anniversaire de *Math-Ecole*, publié la traduction de l'article de Hengartner et Wieland en deux parties, l'une dans le n°149 et l'autre dans le présent n°153, avec le handicap d'un intervalle de 8 mois entre la 1ère partie et la 2e. Les numéros 150, 151 et 152 ont en effet été consacrés pour l'essentiel à cet anniversaire.

D'autre part, un nouvel ouvrage propose souvent quelques néologismes. L'ouvrage des professeurs Wittmann et Müller n'y échappe pas. Cette terminologie peut alors poser quelques problèmes de traduction. Afin de rester le plus fidèle possible à l'esprit de l'ouvrage, nous avons conservé quelques termes en allemand. Il s'agit de termes qui désignent des matériels proposés aux élèves et représentés dans les pages qui suivent par les figures 1 à 6.

## Entraînement global: le «livret» (la table de multiplication)

Le fait de conduire un enseignement des mathématiques en se référant à un moyen d'enseignement n'exclut pas la possibilité de recourir à des exercices d'entraînement productifs tels que présentés dans la première partie de l'article. Ceux-ci offrent l'occasion de l'apprentissage par la découverte. L'ouvrage de Wittmann et Müller va toutefois au-delà en proposant des parties visant systématiquement la maîtrise de la table d'addition (jusqu'à 20) ou la table de multiplication (jusqu'à 100), de même que des sections comprenant des exercices d'appliclation liés à la vie pratique comme «la monnaie» ou «mesurer et peser».

Dans cette 2e partie, nous allons appréhender le sujet de la table de multiplication: la planification proposée est un bel exemple d'entraînement global opératoire.

Habituellement, les différents «livrets» sont plus ou moins acquis l'un après l'autre, même s'il est prévu de traiter les relations entre «livrets de même famille». Par contre ici, chaque livret est vu dès le début globalement. La démarche comprend en outre toutes les phases du processus d'apprentissage, pas seulement celles de l'entraînement au sens usuel du terme. On y verra l'utilisation de constellations de points, «Punktfeldern» (fig.1), d'un «Mal-Plan» répertoriant tous les «livrets» et d'un «Mal-Tafel» (fig.6) pour une étude approfondie des produits allant jusqu'à 10 x 10.

### 2.1 Exercices à l'aide d'arrangements de points (Punktfeldern)

Une fois maîtrisés les premiers exercices de représentation de produits à l'aide de constellations de jetons (fig.1), intervient le travail à l'aide du «Hunderterfeld» (10 x 10 cm) et d'un 1 x 1- Winkel (voir fig. 3, page 6).

Le 1 x 1- Winkel est constitué d'un carton en forme de «L», le carré manquant ayant les

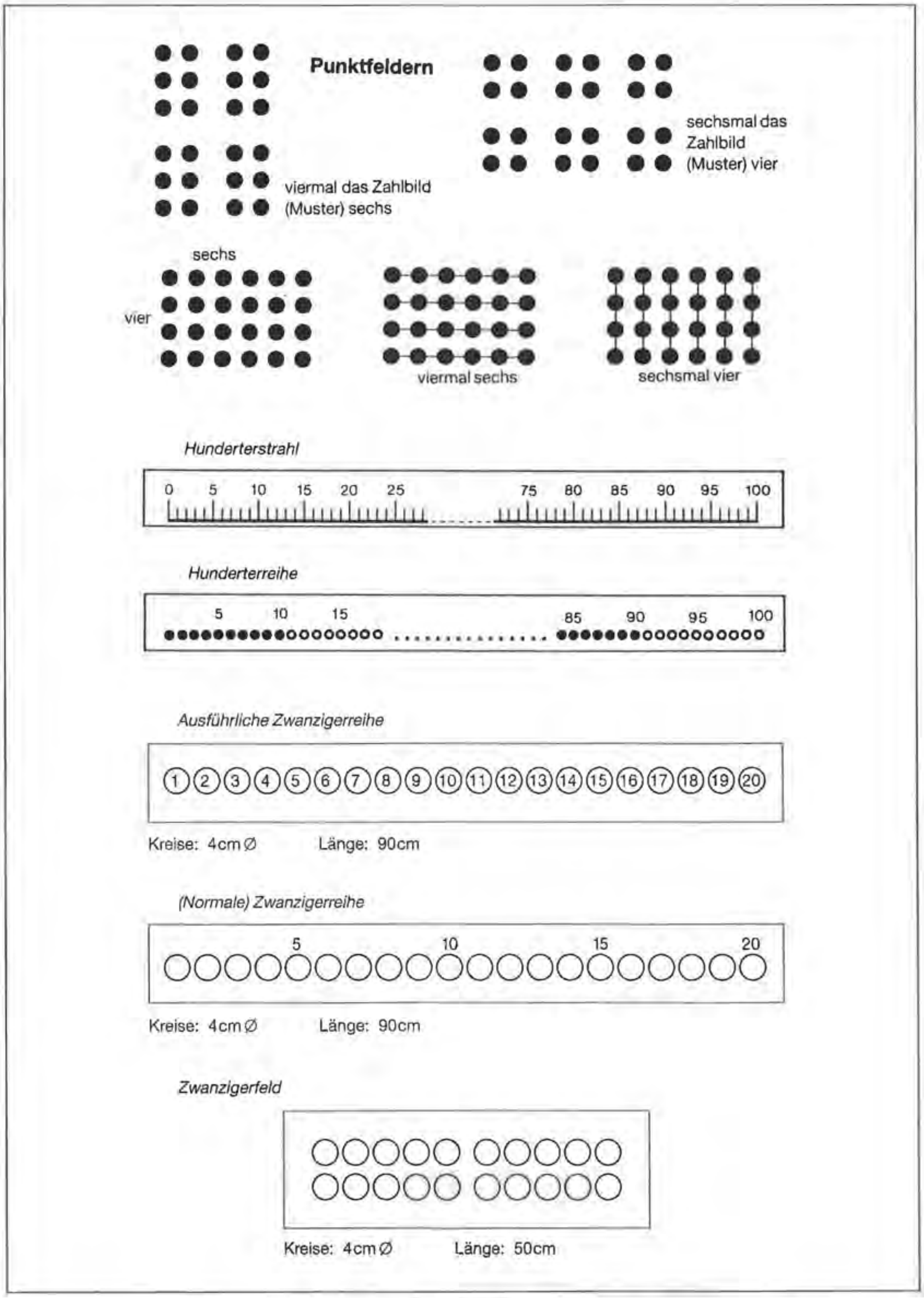
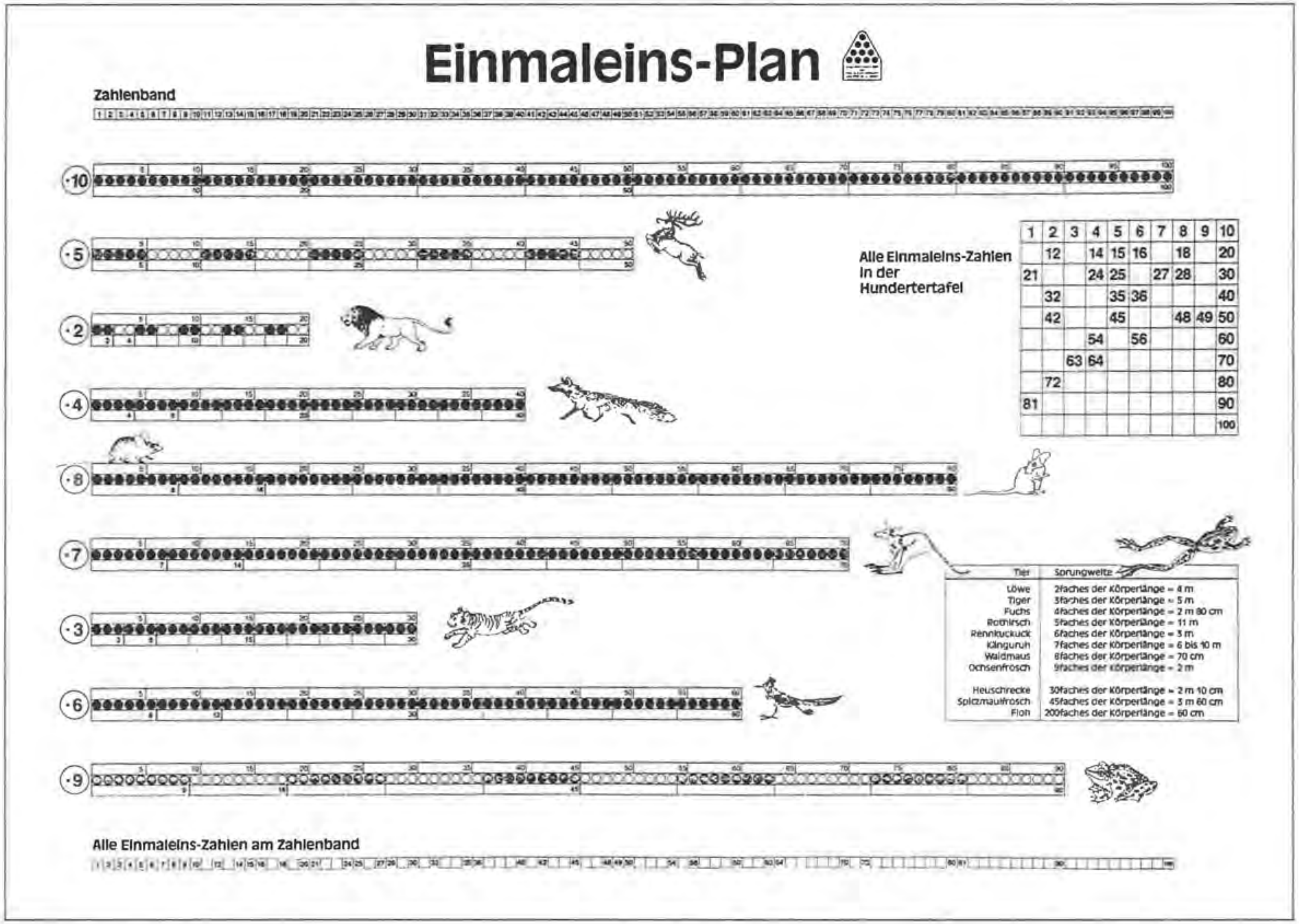

Punktfeldern
viermal das Zahlbild
(Muster) sechs
sechsmal das
Zahlbild
(Muster) vier
sechs
vier
viermal sechs
sechsmal vier
Hunderterstrahl
0 5 10 15 20 25 75 80 85 90 95 100
Hunderterreihe
5 10 15 85 90 95 100
Ausführliche Zwanzigerreihe
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Kreise: 4cm Ø
Länge: 90cm
(Normale) Zwanzigerreihe
5 10 15 20
Kreise: 4cm Ø
Länge: 90cm
Zwanzigerfeld
Kreise: 4cm Ø
Länge: 50cm

figure 1




| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | 12 | | 14 | 15 | 16 | | 18 | | 20 |
| 21 | | | 24 | 25 | | 27 | 28 | | 30 |
| | 32 | | | 35 | 36 | | | | 40 |
| | 42 | | | 45 | | | 48 | 49 | 50 |
| | | | 54 | | 56 | | | | 60 |
| | | 63 | 64 | | | | | | 70 |
| | 72 | | | | | | | | 80 |
| 81 | | | | | | | | | 90 |
| | | | | | | | | | 100 |

| Tier | Sprungweite |
|---|---|
| Löwe | 2faches der Körperlänge = 4 m |
| Tiger | 3faches der Körperlänge ≈ 5 m |
| Fuchs | 4faches der Körperlänge = 2 m 80 cm |
| Rothirsch | 5faches der Körperlänge = 11 m |
| Rennkuckuck | 6faches der Körperlänge = 3 m |
| Känguruh | 7faches der Körperlänge = 6 bis 10 m |
| Waldmaus | 8faches der Körperlänge = 70 cm |
| Ochsenfrosch | 9faches der Körperlänge = 2 m |
| Heuschrecke | 30faches der Körperlänge ≈ 2 m 10 cm |
| Spitzmaulfrosch | 45faches der Körperlänge = 3 m 60 cm |
| Floh | 200faches der Körperlänge = 60 cm |

figure 2

dimensions du « Hunderterfeld». En l'utilisant pour recouvrir une partie du «Hunderterfeld», les élèves découvrent tout d'abord des produits comme 5 x 5 = 25 ou 10 x 10 = 100. En variant la manière de placer le 1 x 1 - Winkel, ils mettent alors en évidence les autres produits. Aidés par la disposition des points («force du 5»), ils parviennent à calculer les résultats sans trop de difficultés (voir fig. 4).

Chaque exercice est ainsi décomposé additivement et résolu grâce à la «force du 5». A l'aide du 1 x 1- Winkel, il est donc possible de s'intéresser à de nombreux produits, chacun étant mis en évidence par une portion du «Hunderterfeld» et résolu par addition. Toutefois, à ce stade, ces exercices ne font pas encore l'objet d'une mémorisation.

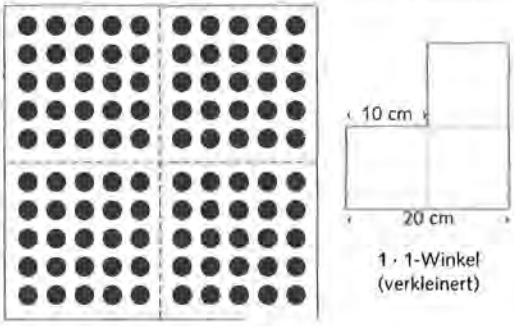


figure 3

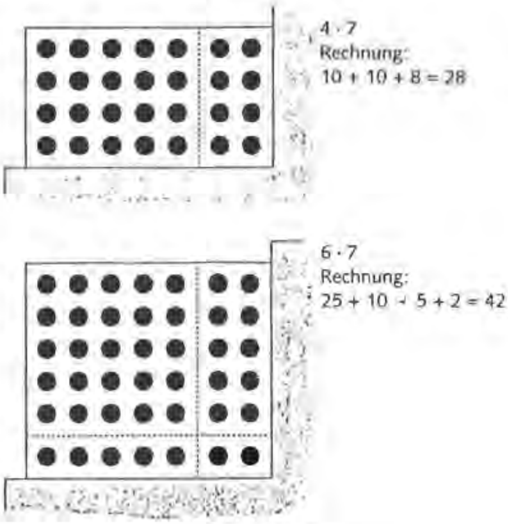


figure 4

## 2.2 Le «Mal-Plan»

Wittmann et Müller considèrent le «Einmaleinsplan» (en abrégé: le «Mal-Plan») comme le coeur du livret. Ce plan contient tous les «livrets», dans l'ordre (voir fig.2). Chaque «livret» est représenté par une triple bande (mieux visible sur la fig.5): en sa partie médiane, on voit les jetons groupés et coloriés suivant les couleurs des réglettes Cuisenaire, la partie supérieure mettant en évidence les multiples de 5 et 10 et la partie inférieure indiquant les nombres du livret considérés comme essentiels, son «noyau» par exemple, pour le livret de trois:

1 x 3 = 3
2 x 3 = 6
5 x 3 = 15 et
10 x 3 = 30

Ce «Mal-Plan» permet une lecture facile de tous les résultats de la table de multiplication:

3 x 9 = 27
(3 de moins que 30, 2 de plus que 25)

2 x 9 = 18 (2 de moins que 20) etc.

De plus, un animal est associé à chaque livret; celui-ci saute un multiple de sa longueur. Par exemple, le tigre saute 3 fois sa longueur. Il est donc associé au livret de trois. Le coucou, sautant 6 fois sa longueur, représente le livret de six. Partant de 0, quel animal peut atteindre 30 (24 ...)? Et en combien de sauts?

Ces points de rencontre, communs à plusieurs livrets, peuvent donc aussi faire l'objet de recherche en utilisant une règle que l'on fait glisser sur le plan (par exemple, pour 30, voir fig.5). Réciproquement, il est possible de mettre en évidence la division euclidienne:

30 = 5 x 6
30 = 3 x 9 + 3
30 = 7 x 4 + 2 etc.

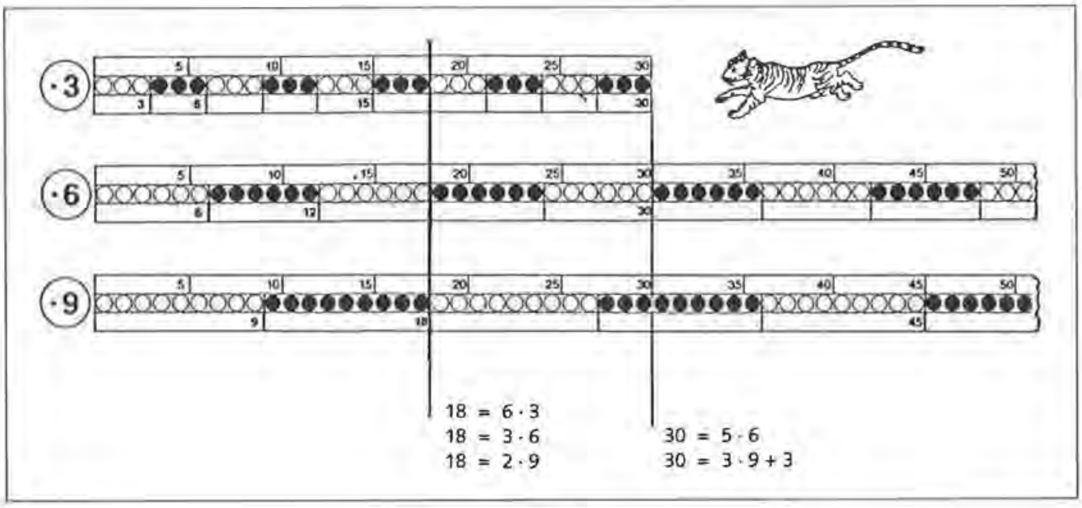



figure 5

Le travail avec la règle facilite une vue d'ensemble et l'orientation de chacune des séries par la mise en évidence, en haut (fig.6), de tous les nombres jusqu'à 100 et, en bas, de tous les résultats de la table de multiplication, résultats qu'on retrouve dans la «Hundertertafel» (table des nombres de 1 à 100 sur 10 lignes et 10 colonnes).

Pour chaque «livret», la mémorisation porte d'abord sur les éléments constituant son «noyau». Les autres résultats sont ensuite traités opérativement.

### 2.3 Le «Einmaleinstafel»

Selon Wittmann et Müller, le «Einmaleinstafel» (abrégé: Mal-Tafel) sert avant tout à exercer le «livret» de manière approfondie. Celui-ci est développé à partir du tableau, dans lequel ne sont inscrits que les produits explicités de deux facteurs et non les résultats (voir fig. 6, page 8). L'original se présente comme un poster d'environ 90 cm sur 120 cm dont les couleurs ont la signification suivante:

Les exercices constituant le bord du poster sont en général inscrits sur des cases vertes. Ce sont les produits les plus simples, du type «a x 1», «1 x a», «a x 10» et «10 x a».

Les exercices de multiplication dont un des facteurs est 2 sont proposés sur fond bleu. Effectuer le double «2 x a» et «a x 2» est une compétence de base qui servira à la découverte des autres résultats du tableau.

Les produits par 5 sont en général sur fond jaune. Ils constituent le noyau particulièrement important («force du 5» dans le «Hunderterfeld») du livret de 5: «5 x a» et «a x 5».

Les nombres-carrés sont en rouge. Ils correspondent aux multiplications du type «a x a» constituant aussi des éléments fondamentaux de la construction de la table de multiplication.

Les autres exercices ne sont pas colorés. Il n'en reste qu'une quinzaine si l'on prend en compte le fait que «a x b = b x a».

#### a) Premières découvertes

Lorsque les élèves ont déjà travaillé avec le «Hunderterfeld», avec le «Hundertertafel» et avec le «Einmaleins-Plan», on peut débuter avec l'exploration du «Mal-Tafel». Dans une première phase, les élèves peuvent découvrir, par leurs propres moyens, la signification des couleurs:

• Les exercices du bord (la plupart en vert) sont faciles.

Exemples: 8 x 1 = 8 1 x 6 = 6
7 x 10 = 70 10 x 9 = 90

• Avec les exercices en bleu, on double toujours. Les résultats de tels exercices sont déjà connus des élèves, car ils faisaient partie des exercices sur le double proposés par le «Zwanzigerfeld» (voir fig. 1). On peut repérer la loi de commutativité de la multiplication.

Exemples: 2 x 6 = 6 x 2 = 12
2 x 9 = 9 x 2 = 18

• Les exercices en jaune sont tous des produits par 5. Les résultats valent toujours la moitié du résultat de la multiplication par 10.

Exemples: 5 x 8 = 40 10 x 8 = 80
7 x 5 = 35 7 x 10 = 70

Pour ce type de constatation, il s'agira peut-être de tirer partie de l'expérience du «Malplan» (les résultats du livret de 5 sont toujours «au milieu» des résultats correspondants du livret de 10).

• Les nombres-carrés se trouvent horizontalement au milieu du tableau.

Le travail préalablement réalisé sur les arrangements de points aura déjà révélé le caractère spécial des nombres-carrés: ils apparaissent par déplacement du 1x1-Winkel sur la diagonale de la gauche en haut à la droite en bas (voir fig.3).

Lorsque ces résultats particuliers sont connus et bien exercés, on peut montrer aux élèves combien il est facile d'obtenir les autres résultats de la table.


figure 6

Si je connais 5 x 8, je peux facilement en déduire 4 x 8 ou 6 x 8

$4 \times 8 = 5 \times 8 - 8$

$6 \times 8 = 5 \times 8 + 8$.

Lorsque je connais 2 x 7, j'obtiens 3 x 7 de la même manière: $3 \times 7 = 2 \times 7 + 7$.

De même pour 6 x 7 à partir de 6 x 6 par exemple, ou 9 x 7 à partir du produit 10 x 7.

**b) Séries d'opérations**

De nombreuses séries d'opérations s'obtiennent à partir de différents mouvements sur le «Einmaleinstafel» (fig.6).

**Exemples:**

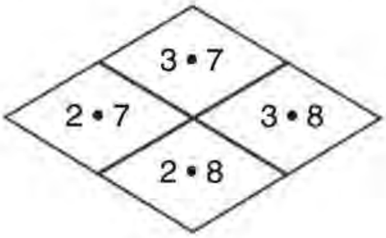
• Diagonales parallèles

Les élèves observent par exemple la ligne correspondant au livret de 2 et celle correspondant au livret de 4 et établissent des relations entre ces deux livrets:

| | | Relations |
|---|---|---|
| 1 x 2 = 2 | 1 x 4 = 4 | 1 x 2 + 1 x 4 = 6 |
| 2 x 2 = 4 | 2 x 4 = 8 | 2 x 2 + 2 x 4 = 12 |
| 3 x 2 = 6 | 3 x 4 = 12 | 3 x 2 + 3 x 4 = 18 |
| ... | ... | ... |
| 9 x 2 = 18 | 9 x 4 = 36 | 9 x 2 + 9 x 4 = 54 |
| 10 x 2 = 20 | 10 x 4 = 40 | 10 x 2 + 10 x 4 = 60 |

• Relations entre 4 cases contiguës du «Mal-Tafel»

Choisissons, au hasard sur le «Mal-Tafel», quatre cases contiguës. Par exemple:




Comparons la somme des cases horizontales et celle des cases verticales:

$2 \times 7 + 3 \times 8 = 38$ (somme horizontale)

$3 \times 7 + 2 \times 8 = 37$ (somme verticale)

Réalisons la même chose pour quatre autres cases; on peut faire une constatation intéressante:
La différence entre somme horizontale et somme verticale est toujours 1. Pourquoi?

**c) Le «Mal-Tafel» comme source d'exercices**

Le «Mal-Tafel» (fig.6) se révèle un bon outil d'entraînement du livret pour autant qu'on l'utilise comme source d'exercices. On commence par les exercices les plus simples du bord du tableau et ceux constituant le noyau de référence et on étend graduellement l'entraînement aux autres exercices. Ce qui est important, c'est que ce «Mal-Tafel» soit mis en relation étroite avec les autres moyens comme le «Hundertertafel», les arrangements de points et le «Einmaleinsplan». Différentes découvertes, comme par exemple celle citée plus haut, peuvent s'expliquer intelligemment par recours aux arrangements de points.

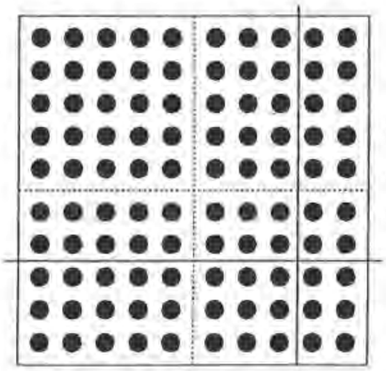
**2.4 Autres exemples d'exercices structurés: la «Mal-Kreuz»**

Comme exemple particulièrement intéressant d'exercices structurés tirés de l'ouvrage «Manuel d'exercices productifs de calcul», de Wittmann et Müller, on peut indiquer les exercices suivants:

Découpage de la centaine à l'aide d'une croix sur transparent.

On utilise pour cela un arrangement de points comme le «Hunderterfeld». A l'aide d'une croix sur transparent il est dès lors possible de partager les points en quatre zones.

A chacune de ces zones correspond un produit. On laissera naturellement aux élèves le soin de l'exprimer. Les résultats peuvent alors être reportés dans un tableau à double entrée (voir fig.7).



| · | 8 | 2 |
|---|---|---|
| 7 | | |
| 3 | | |

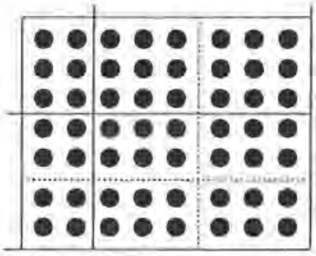
figure 7

En additionnant les résultats d'une colonne ou d'une ligne, on obtient toujours des multiples de dix. Par addition verticale ou horizontale de ces sommes, on obtient toujours 100, ce qui s'explique aisément en recourant à l'arrangement de points.

| · | 8 | 2 | |
|---|---|---|---|
| 7 | 56 | 14 | 70 |
| 3 | 24 | 6 | 30 |
| | 80 | 20 | 100 |

On peut pratiquer la même chose sur une partie seulement du «Hunderterfeld» On détermine l'exercice en positionnant le 1 x 1 - Winkel, par exemple en mettant en évidence l'arrangement de points, associé à 7 x 8 = 56. Le recours à la croix sur transparent permet un nouveau découpage en 4 zones (fig. 8). Les résultats correspondants peuvent à nouveau être reportés dans un tableau à double entrée.

Quelles propriétés ont les nombres qui constituent les termes des sommes d'une colonne ou d'une ligne?



| · | 2 | 6 | |
|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 18 | 24 |
| 4 | 8 | 24 | 32 |
| | 14 | 42 | 56 |

figure 8

Il est intéressant de constater que les élèves peuvent résoudre eux-mêmes ces exercices et également s'en poser d'autres en déplaçant le transparent portant la croix. Dans tous les cas, ils sont capables de contrôler leurs résultats, sans intervention du maître, car les sommes finales, calculées de deux manières différentes, doivent être égales. On peut naturellement proposer aux élèves des exercices de ce genre par écrit (voir fig.9 et 10).

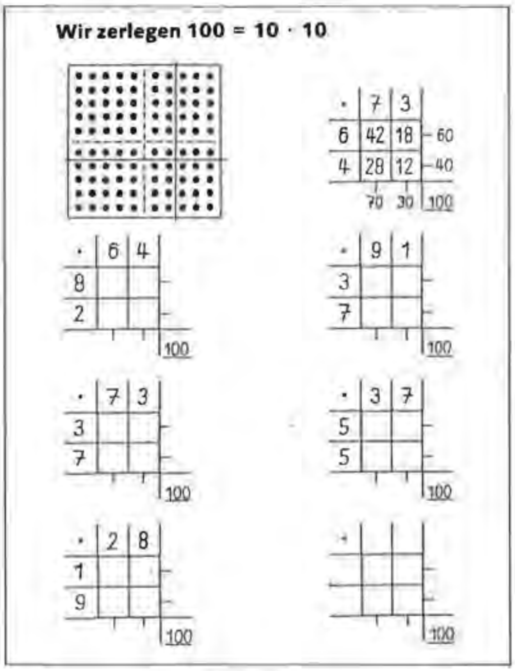



figure 9

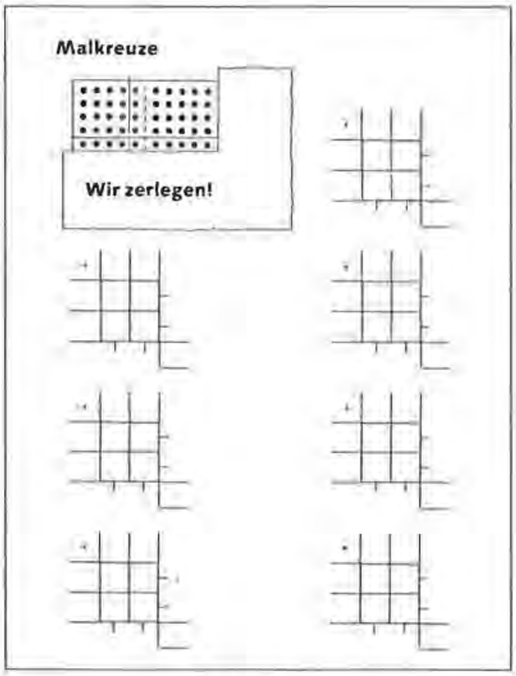



figure 10

### 3. Objections et considérations

Dans son premier contact avec les idées d'un entraînement global et opératoire, le praticien peut éprouver des sentiments mitigés. *Ne devrait-on pas progresser à petits pas? Les élèves ne seront-ils pas submergés par cette approche globale? Jusqu'à maintenant, j'ai atteint de bons résultats par ma pratique habituelle.* De fait, les enseignants émettent diverses réserves et une série d'objections de poids à l'encontre d'un enseignement qui postule un apprentissage actif par la découverte.

Dans l'introduction de son ouvrage, Wittmann aborde certaines de ces réflexions et il discute en détail deux des objections les plus importantes. Voici la première:

- *Beaucoup d'enfants ont une prédilection pour les "Bigeli-Aufgaben" et pour les "bunte Hunde" (chien multicolore).*

- *Rien n'est plus motivant que de petits succès permanents.*

Il est vrai que beaucoup d'enfants résolvent volontiers leurs "Bigeli-Aufgaben" et colorient une à une, avec un certain plaisir, les plages d'un dessin au fur et à mesure qu'ils trouvent les réponses aux calculs. Mais en définitive, cela dégoûte sans doute très vite de nombreux élèves. A-t-on conscience que l'unique motivation réside dans la décoration de ces "chiens multicolores" et que le coloriage est une activité exigeant contrôle de soi, beaucoup de temps aussi, tout en n'étant ni très sensée, ni productive? Le pédagogue américain John Dewey fait une distinction entre la *vraie* et la *fausse* motivation. Selon lui, le seul "enrobage attrayant" d'un exercice, de même que l'espoir d'un compliment récompensant une courageuse réalisation de l'exercice, sont de *fausses* motivations. Dans les deux cas, on sous-entend en effet que l'objet d'apprentissage est, pour l'enfant lui-même, inintéressant et qu'il nécessite des mesures particulières pour inciter l'enfant à l'étudier. Une telle motivation peut très bien faire illusion à court terme. Les enfants calculent mécaniquement, sans comprendre, et prétendent y trouver encore du plaisir (peut-être parce que subsiste l'espoir de trouver beaucoup de réponses justes). *Mais l'unique vraie motivation suppose que l'exercice lui-même soit intéressant pour l'enfant* et contribue de ce fait au développement de ses capacités. A long terme, seule la vraie motivation conduit à la réussite. Dans les exercices structurés relevant d'un apprentissage actif par la découverte, cette vraie motivation est d'autant plus possible que les exercices sont mieux adaptés au niveau et aux capacités personnelles des élèves.

Deuxième objection à laquelle répond Wittmann:

- *Des démarches actives de découverte conviennent aux bons élèves. Pour les élèves faibles, il ne reste que le laborieux chemin des petits pas, de la progression lente par des exercices intensifs et peu diversifiés.*

Avant tout, il y a derrière cette objection un immense malentendu. L'apprentissage actif par la découverte n'est pas à mettre sur le même pied que la créativité associée à un haut niveau de résolution de problèmes. Si la créativité joue un rôle, c'est plus dans le sens que lui donne K. Kiesswetter (dans "Glattfeld", 1977): "Nous ... mesurons pour cette raison la créativité de manière relative, par rapport à l'état respectif des connaissances: les élèves sont créatifs s'ils trouvent par eux-mêmes de nouvelles idées, que ces idées appartiennent déjà ou non, pour d'autres, particulièrement les enseignants, à des modes de pensée habituels et quotidiens". *L'accent mis sur l'appropriation et l'assimilation des connaissances* au sens de Kühnel (par opposition à une réception purement passive) est en fait bien plus important que la composante créative. Pour les élèves faibles, cette acquisition active est d'une signification particulière. Sans elle, ces élèves n'arrivent qu'à grand peine à un apprentissage réussi. Il est par conséquent particulièrement important, pour eux, de pouvoir apprendre en établissant des relations. L'élève doué voit les relations. Entre des éléments séparés, il établit des liens bien plus facilement que ses camarades plus faibles. Fractionner la matière en petites unités handicape donc plus l'élève faible qu'il ne l'aide. Wittmann écrit: "Cela n'a aucun sens de vouloir amener ces élèves à la réussite de l'apprentissage par une concentration d'instructions et d'exercices qu'ils n'ont pas la capacité de maîtriser. D'une part, cela est improductif parce que les mécanismes inculqués - dans le cas où ils subsistent un temps relativement long - sont de la connaissance morte! D'autre part, avec une telle démarche, les élèves perdent confiance en leurs capacités personnelles de penser, ce qui influence négativement l'enseignement d'année en année et finit par conduire aux "cas désespérés" (cf. page 160).

L'approche globale offre à chaque élève des possibilités personnelles adaptées à ses capacités. Les problèmes et les manières de les résoudre ne sont pas proposés comme des modèles. Le degré de difficulté, dans les divers exercices, n'est pas imposé; il peut être choisi. Ce qui laisse de grandes libertés à chaque élève. Il est important que les élèves aient la permission en tout temps, de retourner à des "intuitions" et à du matériel, aussi longtemps qu'ils en ont besoin. Un enseignement régissant l'entraînement selon ces principes permet également de mettre à jour les représentations erronées des élèves, si utiles à tout progrès individuel en apprentissage.

## 4. Conclusion

Une pratique pédagogique dans laquelle l'entraînement consiste à ressasser de façon monotone des "exercices-modèles" est improductive et n'apporte pas grand chose. Elle est typique d'un enseignement planifié pas à pas, dans lequel les objectifs parcellaires sont isolés les uns des autres. Ce que l'on apprend, c'est en fait des réactions limitées et relativement aveugles provoquées par l'exercice.

Si l'on pratique un *entraînement productif*, on obtient, au lieu d'une réaction plutôt passive, la production autonome d'*objet et de références mathématiques*. Le rôle de l'apprenant est accentué. Entraînement n'est plus synonyme de répétition mais devient *appropriation de connaissances*. L'entraînement doit utiliser et approfondir les jugements et différencier la compréhension. Il y a chaque fois une nouvelle occasion de faire de petites découvertes; les exemples décrits le montrent bien. Mais en définitive, qu'est-ce qui s'avère important pour une véritable pratique d'un entraînement productif?

**Que l'entraînement se situe toujours dans un contexte de résolution de problèmes.**

Les exercices ne doivent pas être envisagés comme une suite de calculs sans autre interchangeables. Même des exercices uniformes de calcul - comme dans l'exemple des nombres inversés (ex.3, cf. *Math-Ecole* n°149, p.18) - peuvent servir à la découverte et à la solution de problèmes mathématiques. En arrière-plan de la plupart des exercices proposés par Wittmann/Müller se trouvent donc des idées mathématiques fondamentales; cela permet de relier l'entraînement lui-même, par exemple des opérations, à des jugements et à des découvertes de faits mathématiques fondamentaux. On parle ici d'*exercices structurés par des problèmes*. Naturellement, promouvoir des idées aussi fondamentales pour la pratique de l'enseignement mathématique à l'école primaire est une des tâches de la didactique bien avant d'être celle de l'enseignant.

Une deuxième possibilité, de transformer des exercices en problèmes motivants, consiste à *modifier opératoirement* les exercices. Nous en avons vu des exemples à propos du Einmaleinstafel (fig.3): par une série de modifications particulières apportées à ce tableau, il est possible de varier systématiquement les exercices; on peut ainsi faire découvrir des lois et de nouvelles relations.

Une troisième possibilité de placer des exercices dans un contexte de résolution de problèmes consiste à les *orienter* résolument *vers des applications concrètes*: par exemple lorsque l'on cherche diverses possibilités de partager des sommes d'argent, lorsque toute la classe participe à la réalisation d'un calendrier ou encore lorsque des mesures de longueur (de son propre corps) sont utilisées pour comparer des proportions. Ce sont là des exemples d'exercices spécialement structurés, tels que Wittmann/Müller en proposent pour chaque année scolaire.

Ces trois possibilités de réunir entraînement et apprentissage actif par la découverte:

- orientation vers des problèmes et des idées mathématiques,
- modification opératoire et variations systématiques des exercices,
- travail sur des situations de la vie quotidienne,

ouvrent d'importantes voies à une pratique d'entraînement productif. (On peut comparer cela aux considérations de Winter, 1984, sur les quatre principes de l'entraînement par exercices: la mise en forme du problème, l'entraînement opératoire ainsi que l'orientation de l'entraînement vers la productivité et les applications concrètes.)

Bien sûr, des exercices qui visent à l'automatisme ont aussi leur valeur. On trouve dans le manuel de l'élève, à chaque niveau, des propositions de "Blitzrechnen" (calcul rapide). Mais ce type de calcul n'a de sens que si les élèves n'ont plus de problème de compréhension. De plus, il se limite aux opérations et relations réellement importantes.

Nous avons emprunté nos exemples d'exercices d'entraînement productif plutôt à l'enseignement mathématique du degré inférieur. Mais les conceptions directrices esquissées pour cet entraînement et les développements axés sur la compréhension d'un apprentissage actif par la découverte restent bien évidemment valables aussi pour les degrés moyen et supérieur. Nous en donnerons des exemples appropriés dans un prochain article.

**Gregor Wieland**, mathématicien de formation, est professeur à l'Ecole normale cantonale (section alémanique) de Fribourg. Il préside le groupe de travail "Didaktik der Mathematik" du CPS (Centre suisse pour le perfectionnement des professeurs de l'enseignement secondaire).

**Elmar Hengartner**, docteur en psychologie, est professeur au Séminaire pédagogique supérieur (Höhere Pedagogische Lehranstalt / HPL) de Zofingen (canton d'Argovie).

Nous remercions ces deux auteurs et la rédaction de *Die neue Schulpraxis* d'avoir permis à *Math-Ecole* de publier cet article.

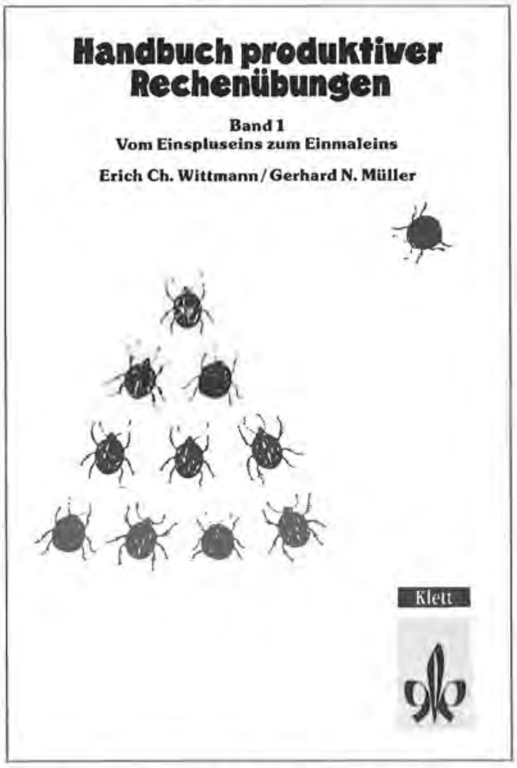
Rappelons encore la référence exacte de l'ouvrage:

*Handbuch produktiver Rechenübungen*, Erich Ch. Wittmann / Gerhard N. Müller

Band 1. *Vom Einspluseins zum Einmaleins*, Editions Klett Schulbuchverlag, Stuttgart, 1990

Nous signalons aussi que le tome 2 est sorti d'impression en mars 1992, avec le sous-titre *Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen.*

Merci encore à M. Pierre Luisoni, délégué aux relations internationales de la CDIP, de nous avoir prêté son concours pour la traduction de l'article.




## PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME

### Les suites de Kaprekar

Prenez un nombre, additionnez les chiffres qui le composent, ajoutez ce résultat au nombre initial; vous obtenez ainsi un nouveau nombre: recommencez l'opération avec ce nombre. On construit ainsi une suite de nombres. Le plus petit nombre naturel qui engendre cette suite est appelé le patriarche de la suite. Tout nombre de la suite est un fils du patriarche.

Par exemple, à partir du patriarche 31, on obtient 35 (35 = 31 + 3 + 1), puis 43 (43 = 35 + 3 + 5) et ainsi de suite.

**Quel est le plus petit fils engendré par deux patriarches différents ?**

1, 2, 4, 8, 16, 23, 28, 38, 49, 62, 70, 77, 91, 101, 103, 107, 115, 122, 127, 137, 148, 161, 169, 185, 199, 218, 229, 242, 250, 257, 271, 281, 292, ...

*Le Jeune Archimède n° 12*

# Nouvelle approche des apprentissages numériques (2e partie)

par Isabelle Bieri

(voir *Math-Ecole* n°152)

Extraits d'un travail de recherche élaboré dans le cadre de la "Formation des Enseignants Spécialisés" 1989-1991, Ecole normale de Neuchâtel

## D) LE JEU DU TRESOR

Cette activité est tirée des travaux effectués par l'équipe de didactique des mathématiques de l'Institut national français de recherches pédagogiques (I.N.R.P.).

### Objectif général

Elaborer, s'approprier, élargir ses connaissances numériques à travers des situations qui favorisent les résolutions de problèmes.

### Objectif spécifique

Considérer les nombres comme mémoire des quantités, maîtriser le pouvoir d'anticipation qu'ils donnent, élargir le champ numérique, fréquenter des situation additives.

La situation est présentée dans un but de maîtrise des connaissances en ce qui concerne le dénombrement, l'écriture des nombres, et de découverte en ce qui concerne les situations additives, le passage du dénombrement au calcul.

Les deux phases d'expression et de représentation sont prévues, ainsi que la troisième suivant le déroulement de l'activité.

### Présentation de l'activité

*Matériel:*

- Une grande boîte contenant une grande quantité d'objets en matière plastique pouvant s'emboîter pour réaliser de petits jouets.
- Une petite boîte par enfant, qui peut se fermer.
- Deux dés à jouer.

*Situation:*

L'activité se déroule sur plusieurs jours. A partir d'un jet de dés, chaque enfant gagne un certain nombre de pièces qu'il stocke dans une petite boîte, c'est son trésor. Quelquefois, un farceur fait disparaître la totalité ou une partie du trésor de chaque enfant; ces pièces, heureusement, ne sont pas cachées, mais toutes mélangées. Comment savoir ce qu'il manque à chacun?

Les auteurs relèvent quatre grandes étapes dans cette situation:

1. Chaque enfant constitue son trésor en lançant deux dés, et le trésor est échangé contre un reçu.
2. Les boîtes sont vides, il faut reconstituer le trésor de chacun.
3. Le nombre d'objets augmente par de nouveaux lancers.
4. Quelques objets ont disparu, il faut trouver ce qui manque.

Je décide d'ajouter une cinquième étape, car je m'adresse à des enfants un peu plus âgés que ceux des auteurs français.

5. Chaque enfant représente, dans un cahier, les étapes successives de l'activité.


figure 1

Il s'agit d'un travail collectif où chacun, à tour de rôle, doit participer activement.

### Situation d'action

Les enfant doivent atteindre un but et une situation de validation; ils doivent justifier leurs réponses ou expliquer leurs démarches.

### Hypothèses de départ

L'aspect ludique de l'activité suscite l'intérêt. Le déroulement et les consignes sont simples, ce qui facilite l'appropriation de la situation proposée par **tous**.

Les enfants ont une bonne maîtrise de dénombrement, et ceux d'entre eux qui pourraient rencontrer quelques difficultés dans la phase d'anticipation, peuvent toujours y recourir.

L'utilisation de deux dés, le premier jour, puis l'anticipation, le deuxième jour (l'enfant jette un dé et doit prévoir combien son trésor a de pièces, puis il doit vérifier sa réponse après avoir reçu son dû), font apparaître plusieurs démarches:

- Reconnaissance visuelle de chaque collection.
- Dénombrement de chaque collection.
- Surcomptage, qui peut se faire sur le dé, avec les doigts ou mentalement.
- Recours à un résultat mémorisé.

Le travail sur une collection d'objets personnalisés et évolutive devrait favoriser la prise de conscience du pouvoir d'anticipation que donnent les nombres.

### Déroulement de l'activité

#### *Premier jour*

J'expose la situation et je désigne un gestionnaire chargé de donner le nombre de pièces demandées.

La consigne est très vite comprise. Chaque enfant joue à tour de rôle. Toutes les démarches prévues dans les hypothèses de départ sont apparues.

Les élèves ont manifesté beaucoup d'intérêt. Tout de suite, ils ont comparé leur trésor: *«C'est Alan qui en a le plus (11)»; «C'est Bastian qui a le moins (5)»*; etc.

Je suis intervenue pour demander si quelqu'un aurait pu avoir plus d'objets qu'Alan.

Réponse immédiate: *«Bien sûr, le plus qu'on peut avoir, c'est 12 parce que 6 + 6 = 12.»*

Je n'ai malheureusement pas eu l'idée de demander si on aurait pu obtenir 12 d'une autre manière.

Les enfants se sont mis à emboîter leurs pièces pour créer un petit objet; ceux qui n'avaient pas beaucoup de pièces ont voulu rejouer tout de suite pour augmenter leur trésor.

J'ai refusé un peu malgré moi, car je ne veux pas passer trop vite d'une étape à l'autre.

A ce stade, je désirais qu'ils ressentent l'utilité du nombre comme mémoire de quantité et je ne voulais pas passer à l'étape suivante: augmentation du trésor, où, là, j'avais l'intention de les sensibiliser à l'utilité des nombres comme outil d'anticipation.

A contrecoeur, ils ont rangé leurs pièces dans leur boîte personnelle. Un enfant a proposé d'écrire le nombre de pièces sur l'étiquette de la boîte pour se souvenir *«si jamais on jouait et qu'on se prêtait des pièces»*.

Une nouvelle fois, les enfants ont précédé mon intervention, car sans cette remarque, je me serais arrangée pour inventer une histoire afin de les inciter à écrire ces nombres.

***Deuxième jour***

Je présente l'activité aux enfants:

«Cette fois, on va augmenter son trésor. Mais avant, chacun va noter, représenter dans son cahier, ce qu'on a fait hier; ainsi, les parents ou les grands (c'est une classe à plusieurs degrés) pourront facilement comprendre notre jeu du trésor.»

Les élèves ne sont pas ravis de devoir encore patienter, mais cela ne les empêche pas de réaliser la consigne (voir figure 2).

Enfin, ça y est! On se lève et on va jouer. J'énonce la consigne avec difficulté:

«Chaque enfant doit garder sa boîte bien fermée, en retenant dans sa tête le nombre

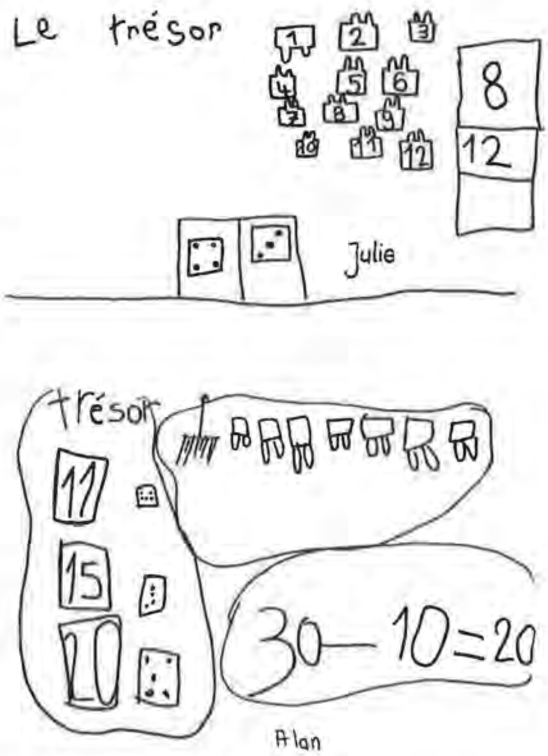



figure 2

de pièces qu'elle contient. Puis, à tour de rôle, chacun lance un dé et essaie de prévoir le nombre de pièces de son trésor ainsi augmenté. Seulement après, le gestionnaire remet le gain et le destinataire vérifie sa réponse.»

Malgré cette consigne un peu embrouillée, le jeu démarre.

Plusieurs stratégies apparaissent:

- Certains enfants ont le nombre en mémoire, puis hochent la tête à chaque point du dé (surcomptage).
- D'autres donnent des réponses immédiates, surtout lorsque le nombre d'objets dans la boîte correspond au nombre de points (5 + 5; 4 + 4) ou lorsque les nombres sont petits.

- D'autres enfants ont le nombre dans la tête et pointent avec le doigt les points du dé (surcomptage).

- D'autres encore ont le nombre de pièces dans la tête et lèvent un nombre de doigts correspondant au nombre de points, puis ils utilisent les doigts levés pour surcompter.

- Un seul enfant ne parvient pas à anticiper, il ouvre sa boîte, reçoit son gain et donne sa réponse.

Au cours de l'activité, j'ai été frappée de l'utilisation fréquente du terme «plus», aussi bien par les enfants de 1ère que par ceux de 2ème: *«J'ai cinq pièces plus cinq points, ça va me faire combien de pièces?»*

Chacun retourne à sa place. Je demande aux enfants de représenter ce qu'on vient de jouer.

Ils veulent effacer le nombre pour le remplacer par le nouveau.

J'interviens: *«Je vous demande de ne pas effacer, car j'aimerais bien qu'on puisse observer de combien votre trésor a augmenté au fil des jour.»*

Ils sont d'accord.

Julie, 2ème année, a l'idée de représenter le nombre de points qu'elle a obtenu. Je communique cela à toute la classe. Aussitôt, chacun ajoute cette information.

(Voir la figure 2.)

***Troisième jour***

L'envie d'augmenter le trésor est si forte que je propose la même activité que le deuxième jour.

***Quatrième jour***

Disparition partielle du trésor.

*Matériel:*

- Les boîtes des enfants dans lesquelles j'ai prélevé quelques pièces.

- Une boîte commune dans laquelle se trouvent, en vrac, la totalité des pièces prélevées.

*Consigne:* Chaque enfant doit retrouver combien il lui manque de pièces pour reconstituer son trésor. Puis, lorsque chacun aura reconstitué son trésor, on représentera ce qui s'est passé dans le cahier prévu à cet effet.

**Déroulement de l'activité**

Je réunis les boîtes au «coin jeu». Rapidement, j'enlève quelques pièces, puis j'appelle les enfants; on va pouvoir commencer.

Chacun ouvre sa boîte et se met à compter ses pièces; puis, par différents moyens, trouve le nombre de pièces manquantes et le demande à Bastian qui est le gestionnaire de la corbeille réunissant toutes les pièces «volées».

A la fin, il ne reste plus de pièces dans la corbeille.

J'interviens: *«S'il n'y a plus de pièces, cela veut dire que chacun a pu reconstituer son trésor.»*

Anouk: *«Non, pas du tout, ça pourrait qu'un ait deux pièces de trop et un autre deux pièces de pas assez.»*

Je relève la remarque d'Anouk et j'en fais part à tous. Certains enfants ont l'air de comprendre le raisonnement, d'autres pas. Mais tous confirment, après une nouvelle validation, qu'ils ont bien retrouvé leur trésor initial.

Je suis étonnée de la pertinence du raisonnement d'Anouk qui a su relever l'inexactitude de la déduction!

Puis chaque élève retourne à sa place pour la phase de représentation.


figure 3

Les réalisations des enfants paraissent si intéressantes que je demande à chacun d'observer les représentations des autres. L'attention de tous est très grande; ils comparent, évaluent, les différents schémas. Bastian critique même son travail personnel en disant: *«J'aurais dû faire comme Terry, mettre ça en premier, on aurait mieux compris.»*

**Remarques**

Quelques élèves ont représenté la corbeille avec un nombre de pièces ne correspondant pas à la réalité.

Voir la représentation d'Emilie (figure 3).

Ceci me donne l'idée de préparer une question pour le lendemain.

***Cinquième jour***

Je pose aux enfants la question suivante, en précisant qu'ils peuvent chercher ensemble, en s'aidant de tout ce qu'ils veulent.

Kathy intervient: *«Je pourrai même faire des sauts.»*

Je dis: *«Bien sûr, si cela peut t'aider à trouver la réponse.»*

Voici la question:

Hier, j'ai enlevé à chaque trésor quelques pièces. J'ai mis toutes ces pièces dans la corbeille. Pouvez-vous m'indiquer le nombre de pièces contenues dans la corbeille?

**Déroulement de l'activité**

Les enfants se lèvent. Bastian sort son cahier «de représentation» et il me regarde, interrogateur: *«Est-ce que je peux le prendre?»*

Je lui réponds: *«Bien sûr, si tu penses que cela peut t'aider.»*

Ils forment trois groupes.

Un groupe (ou plus précisément un duo, puisqu'il y a deux enfants seulement, Emilie et Anouk) prend un crayon et une feuille et remplit la feuille de nombres et de signes qui ressemblent aux signes conventionnels + ou x. Les fillettes parviennent à un résultat de 26, pour Emilie, et 27, pour Anouk.

Les trois autres élèves de 1ère se plaignent parce que Anouk et Emilie veulent travailler seules; ils se sentent un peu perdus et pendant un moment, ils tournent dans la classe sans bien savoir que faire.

Je leur suggère d'essayer de trouver une réponse de leur côté. Alan s'y met. Kathy et Emilie J. (il y a deux Emilie dans la classe) restent en dehors, elles trouvent «trop difficile».

De leur côté, les élèves de 2ème cherchent à connaître ce qui manque à chacun. Il y a désaccord sur le nombre de pièces qui manquent à Bastian; comme il a son cahier, il leur prouve que le nombre qu'il indique est le bon; les autres sont satisfaits. L'activité peut se constituer. Ils essaient d'additionner tous ces nombres et parviennent à un résultat de 41 pièces.

Je note ces réponses différentes au tableau. Vu l'heure, je leur propose de valider ces réponses lundi.

Vive opposition: *«Non, maintenant, ditesnous laquelle est juste.»*

Moi: *«Je n'ai pas de réponse, je dois d'abord calculer comme vous venez de le faire.»*

Eux: *«Alors, on fait maintenant, on regarde si c'est juste.»*

J'ai toutes les peines du monde à les envoyer à la maison. En effet, il n'y pas moyen de prolonger, car beaucoup d'enfants sont attendus par leurs parents et doivent rentrer chez eux.

Dommage! J'espère que l'intérêt sera aussi vif lundi.

**Remarque**
Avant d'entreprendre cette nouvelle approche des mathématiques, je n'avais jamais observé un tel enthousiasme lors d'une leçon.

***Sixième jour***

Lundi, en arrivant en classe, Alan demande si c'est maintenant qu'on va vérifier les réponses.

Je suis contente, l'intérêt ne semble pas perdu.

On s'y met après la récréation.

Je rappelle brièvement ce qui s'est passé vendredi; je n'allonge pas, cela semble clair pour chacun.

Je demande aux enfants de réfléchir à la manière dont on pourrait procéder pour valider les réponses trouvées vendredi.

Kathy: *«On pourrait écrire toutes les pièces qu'on a enlevées puis compter.»*

Moi: *«Est-ce que la proposition de Kathy vous convient?»*

Les enfants: *«Pas du tout.»*

Anouk: *«On pourrait prendre toutes les pièces que vous avez enlevées, les mettre dans la corbeille, puis les compter.»*

Kathy: *«Ben, c'est ce que j'ai dit.»*

Moi: *«Est-ce qu'il y a une différence entre ces deux propositions?»*

Les enfants: *«Oui.»*

Moi: *«Laquelle?»*

Pas moyen de les amener à pousser le raisonnement; on passe à une autre proposition.

Julie: *«Moi, j'ai une autre idée: on pourrait écrire toutes les pièces que vous avez enlevées, puis on mettrait ces pièces dans la corbeille et vous (la maîtresse) les compteriez.»*

Kathy: *«Ben, c'est toujours la même chose que j'ai dite.»*

Julie: *«Non, parce que c'est la maîtresse qui compterait.»*

Moi: *«Je ne suis pas d'accord de compter, même si je trouve l'idée intéressante.»*

Julie: *«Alors, on va faire comme ça, je prends une feuille et vous passez tous, l'un après* *l'autre, vers moi pour me dire combien de pièces la maîtresse vous a enlevées. Moi, je note puis après, on compte.»*

Tout le monde est d'accord de suivre cette proposition, mais au moment de passer à l'action, tous, sauf Terry et Bastian, désirent une feuille.

Julie n'est pas contente, elle essaie de s'y opposer, mais en vain.

Chacun va demander à ses camarades le nombres de pièces et le note sur sa feuille.

Julie et Anouk comptent. Pour vérifier leur réponse (elles ont travaillé ensemble), elles prennent des jetons.

D'autres enfants utilisent le même procédé de validation.

Kathy et Emilie ne parviennent pas au même résultat de 36 pièces, comme la plupart des autres. Quelques-uns s'approchent pour essayer de comprendre pourquoi; elles arrivent l'une à 31 et l'autre à 30.

Les élèves constatent qu'Emilie a oublié un nombre, alors que Kathy a sûrement dû s'embrouiller en comptant sur ses doigts.

Je demande à Bastian et à Terry de valider leur réponse. Bastian s'y met. Quant à Terry, il préfère attendre le résultat des autres enfants.

Je pense que l'importante quantité de pièces à compter l'a effrayé; en effet, il ne maîtrise pas encore bien la comptine numérique jusqu'à 40.

Pour éviter qu'il se décourage et renonce à toute recherche, je m'aproche de lui pour l'aider à valider la réponse de 36 qu'il a copiée sur Julie.

A cet instant, je n'ai pas d'autre ambition que de lui faire répéter la comptine numérique jusqu'à 36, car il en a encore bien besoin. On arrive au bout de la validation. Personne n'a trouvé le bon nombre. Mais, les démarches entreprises pour la résolution du problème sont tout aussi importantes que les résultats énoncés.

En constatant l'utilisation fréquente par les enfants du signe + sur leur feuille de représentation, je décide de sauter sur l'occasion et d'aborder demain la phase de formulation.

***Septième jour***

Je distribue les feuilles de représentation.

Je demande que chaque enfant, à tour de rôle, explique pour tout le monde ce que les signes utilisés représentent pour lui.

(Voir la figure 2.)

Lorsque chacun s'est exprimé, je fais remarquer que les signes + et = sont utilisés par tout le monde: les grands, les parents, et qu'on les trouve aussi dans les journaux, etc. Ces signes nous permettent de nous comprendre. Ces constatations n'ont pas l'air de les toucher et j'ai le sentiment d'avoir parlé dans le vide. Il me faudra donc trouver d'autres activités ou d'autres occasions pour leur permettre de saisir que les mathématiques sont une sorte de langage et que si l'on veut se comprendre, on doit utiliser un code respecté par tous.

Ils n'ont qu'une idée en tête: *«Quand on va faire beaucoup de calculs comme ça?»*

Je réponds: *«Eh bien, maintenant, je vais écrire ceci au tableau: 4 + 2 = et vous essayerez de trouver une histoire ou un dessin pour illustrer ou représenter ce calcul.»*

Julie: *«Oui, c'est 4 + 2 = 6.»*

Moi: *«Oui, est-ce qu'on pourrait trouver une histoire...?»*

Julie: *«Oui, y aurait 4 enfants qui jouent, et 2 enfants viennent encore après.»*

Moi: *«Oui, alors on pourrait dessiner ou jouer cela.»*

Julie: *«D'accord, on la joue.»*

Elle désigne les quatre enfants qui vont jouer en premier. Elle les envoie dans un coin de la classe, puis elle en envoie deux autres. On vérifie, il y en a bien six.

Terry: *«On pourrait faire 4 enfants + 4 enfants = 8.»*

Moi: *«D'accord, j'écris le calcul au tableau et tu organises la scène.»*

Il envoie quatre enfants d'un côté, puis quatre enfants de l'autre, et l'on vérifie qu'ils sont bien huit en train de jouer.

Terry: *«On pourrait faire 5 + 5 =, mais y a pas assez d'enfants, y faudrait que vous veniez aussi!»*

Moi: *«D'accord!»*

Rires, enthousiasme! On se répartit en suivant les ordres de Terry. Puis, je mets fin à l'activité.

Les enfants ne sont pas d'accord, ils veulent continuer, pour faire plus de calculs, comme dans le classeur. Ils veulent faire des fiches. Je leur promets de satisfaire leur désir, mais le lendemain, car c'est à nouveau l'heure de sortir de l'école.

### *Huitième jour*

Ils font leurs fiches «OP» avec beaucoup d'enthousiasme et de réussite.

Après cette longue description du déroulement de l'activité, je vais tenter de formuler quelques remarques.

1. Tous les objectifs de départ ont été abordés, ainsi que les trois phases de verbalisation, de représentation et de formalisation.

   Cette activité a permis à chaque enfant, selon son niveau de développement, de consolider ses acquisitions ou de progresser dans son apprentissage.

   Il ne s'agit ici malheureusement que d'impressions, de sentiments, et de présomptions, relevés à partir d'indices. Ce n'est donc pas une véritable évaluation, car mes compétences dans ce domaine ne sont pas satisfaisantes. Je me propose de combler cette lacune le plus vite possible.

2. Plusieurs facteurs ont probablement joué un rôle important pour maintenir l'intérêt tout au long de l'activité:

   - l'aspect ludique;
   - la collection personnelle d'objets;
   - l'envie de posséder ces objets qui permettent de réaliser de petites constructions;
   - la possibilité de respecter la zone proximale de chacun (sauf pour deux enfants, le 5ème jour, et pour Terry, le 6ème jour);
   - le plaisir que l'on éprouve dans la recherche et le dépassement de soi;
   - la construction du savoir et non une imitation de modèles parachutés par l'enseignante;
   - une situation réellement problématique et stimulante;
   - certainement encore d'autres points que mon manque d'expérience m'a empêchée de relever.

3. J'ai renoncé au point 2 (les boîtes sont vides, il faut reconstituer le trésor). J'ai pensé que cette activité n'apporterait pas grand chose aux enfants, qu'elle était un peu trop simple pour eux. J'ai préféré maintenir l'intérêt en répondant à leur immense envie d'augmenter le trésor.

   En revanche, le cinquième jour, j'ai ajouté un point qui m'a été suggéré en observant les représentations de certains enfants.

   Ceci prouve bien que même lors de situations construites, préparées à l'avance, il est possible et même souhaitable de modifier, de supprimer ou d'ajouter des éléments afin d'être plus proche des préoccupations, du vécu des enfants et non de celui de l'enseignante.

4. J'ai été surprise de l'intérêt et des possibilités de recherches que ce petit problème imprévu au départ a suscités. C'est surtout lors de cette phase qu'il y a eu beaucoup d'échanges, de confrontations de points de vue à propos d'une tâche à mener, de problèmes d'organisation à résoudre.

   Ceci n'est d'ailleurs pas étonnant, car jusque-là, l'activité était collective et chacun résolvait individuellement son problème. Même s'il y avait des échanges, ceux-ci n'étaient pas indispensables à la résolution du problème.

5. Il m'a paru tout à fait opportun d'aborder la phase de formulation le septième jour, puisqu'elle apparaissait dans la plupart des travaux (même dans ceux de 1ère année), alors qu'il n'en avait encore jamais été question jusqu'ici en classe.

   J'ai essayé de suivre le cheminement des élèves, et non de leur imposer arbitrairement le mien à un moment où ils n'auraient pas été prêts.

6. Le sixième jour, lors de la validation des résultats, les enfants ont eu de la peine à comprendre les propositions des camarades.

   Anouk et Julie n'ont pas reconnu la similitude de leur démarche, Kathy l'a relevé à deux reprises sans toutefois convaincre.

   Lors de ces échanges, j'ai l'impression que les autres enfants n'ont pas saisi de quoi il s'agissait. Ils ont probablement compris au moment où Julie a concrétisé sa proposition en organisant un travail.

   Il est évident qu'à cet âge, les enfants ont encore beaucoup de peine à comprendre et à profiter des remarques des autres, mais ce n'est pas une raison pour renoncer à susciter ces échanges.

   Je crois, au contraire, qu'il est important de commencer très tôt à leur offrir des situations ouvertes où ils sont amenés à communiquer, à confronter leurs points de vue, ceci dans une optique d'apprentissage au sens large: certes, maîtriser un savoir, mais aussi apprendre à s'organiser, à réfléchir, à dialoguer, à vivre ensemble, à comprendre les autres.

**Conclusion**

Compte tenu des remarques précédentes et de la grille d'observation, j'ai le sentiment que cette activité a contribué, en partie en tout cas, à concrétiser mon objectif de départ, à savoir: trouver des moyens pédagogiques favorisant un réel apprentissage, en d'autres termes, construire un savoir pour produire, mais aussi pour vivre ensemble.

# Mathématiques sans frontières: une expérience à renouveler

par Jean-Pierre Crevoiserat et Daniel Voirol, Ecole secondaire de Bassecourt

Depuis quelques années, en France voisine, s'organise une compétition intitulée «Mathématiques sans frontières» mettant aux prises des classes entières des degrés 9 et 10, à la charnière entre le secondaire inférieur et supérieur.

Chacune des classes inscrites doit résoudre de 12 à 15 problèmes, dont l'un dans une langue étrangère, sur une période de deux heures. Une épreuve d'entraînement a lieu en décembre et la compétition proprement dite en mars, à une date fixée par l'équipe organisatrice qui assure aussi la correction. La surveillance de l'épreuve est confiée à un professeur d'une autre classe participante, d'un autre établissement. En mai, la proclamation des résultats et la distribution des prix aux classes les plus méritantes font l'objet d'une fête réunissant plus de mille participants.

L'intérêt d'une telle compétition est multiple. Les problèmes sont choisis de manière à favoriser la débrouillardise, la logique, le sens pratique, l'esprit d'équipe, plutôt que les connaissances scolaires des élèves. Les participants ont toute latitude d'organiser leur travail en constituant des groupes selon les affinités ou les aptitudes de chacun. Pour chaque problème, une solution clairement rédigée doit être rendue, comprenant les schémas et plans éventuels, la démarche suivie, les conclusions et réponses demandées. Rien à voir, donc, avec le «Championnat international de France de jeux mathématiques et logiques», plus individualiste, plus élitiste et qui laisse parfois un goût amer au candidat dont la démarche n'a pas été prise en compte.

Pour la première fois cette année, six classes romandes se sont jointes à «Mathématiques sans frontières»: trois du Gymnase cantonal de Neuchâtel et trois des écoles secondaires de Bassecourt, Delémont et Porrentruy. Les élèves et les maîtres se sont dits enchantés, en particulier ceux de la 1S6 de Neuchâtel et de la 9eA de Delémont qui ont été particulièrement brillantes et se sont vu offrir un voyage à l'Ecomusée d'Ungersheim. De manière unanime, les partricipants ont trouvé l'expérience positive et à renouveler.

Dès le mois de juin 1992, l'équipe organisatrice entreprendra la préparation de l'épreuve 1993. Un groupe de maîtres va tenter de promouvoir cette compétition en Suisse romande. Toute personne intéressée par cette aventure peut prendre contact avec Jean-Pierre Crevoiserat ou Daniel Voirol (2854, Bassecourt) ou encore avec la rédaction de *Math-Ecole* (tél: 038/24 41 91) pour obtenir d'autres renseignements.

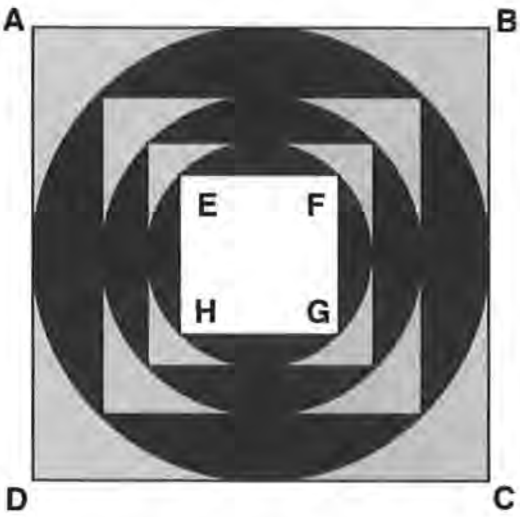
Deux cassettes vidéo d'une vingtaine de minutes montrant des classes au travail durant l'épreuve sont à disposition.

Les exemples suivants permettent de se faire une idée du type de problèmes auxquels les classes participant à «Mathématiques sans frontières» sont confrontées:

***Carré blanc***

*Reproduire la figure du haut de la page suivante, le côté du carré ABCD étant 16 cm.*

*Pour colorier la surface comprise entre les carrés ABCD et les carrés EFGH, faut-il plus de peinture grise ou plus de peinture noire? Justifier la réponse.*




### *Au petit bonheur*

*A un jeu télévisé, l'animatrice pose trois questions auxquelles il suffit de répondre par oui ou par non. Le candidat est éliminé s'il fait plus d'une erreur.*

*François, participant au jeu, mais ignorant toutes les réponses, décide de répondre au hasard à chacune des questions.*

*«J'ai deux chances sur trois d'être éliminé» se dit-il. A-t-il raison?*

*Justifiez votre réponse.*

### *Trois p'tits tours*

*Rédiger en anglais, allemand ou espagnol la solution de cet exercice.*

*Three boys started out together walking round and round a circular track 250 meters long. The first boy walked at a regular speed of 5 km/h, the second boy at 4 km/h and the third at 3 km/h.*
*How long was it before they were all in line at the starting point again.*

*Drei Buben laufen eine 250 m lange Strecke ab, immer im Kreis. Sie starten gemeinsam. Der erste legt 5 km/h zurück, der zweite 4 km/h und der dritte 3 km/h.*
*Wie lange dauert es, bis sie alle zusammen wieder am Ausgangspunkt angelangt sind?*

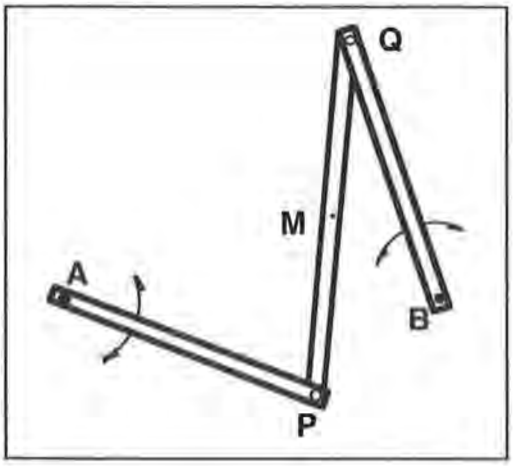
*Tres muchachos empezaron a andar juntos alrededor de una pista circular durante 250 metros.*
*El primer muchacho anduvo a una velocidad regular de 5 km/h. El segundo muchacho lo hizo a 4 km/h. Y tercero a 3 km/h.*
*¿Cuanto tiempo fue necesario hasta que los tres se encontrada de nuevo en el punto de partida?*

### *Articulons*

*La figure représente un montage de barres articulées en P et Q. Les points A et B sont fixés sur la plaque.*

*On a AB = PQ = 7 cm et AP = BQ = 5 cm.*

*Les barres AP et BQ peuvent faire un tour complet autour de A et B. On les fait tourner autour de A et B, de sorte que la barre PQ ne reste pas parallèle à AB dans le mouvement. Tracez sur la feuille réponse la courbe que décrit le point M, milieu de la barre PQ.*

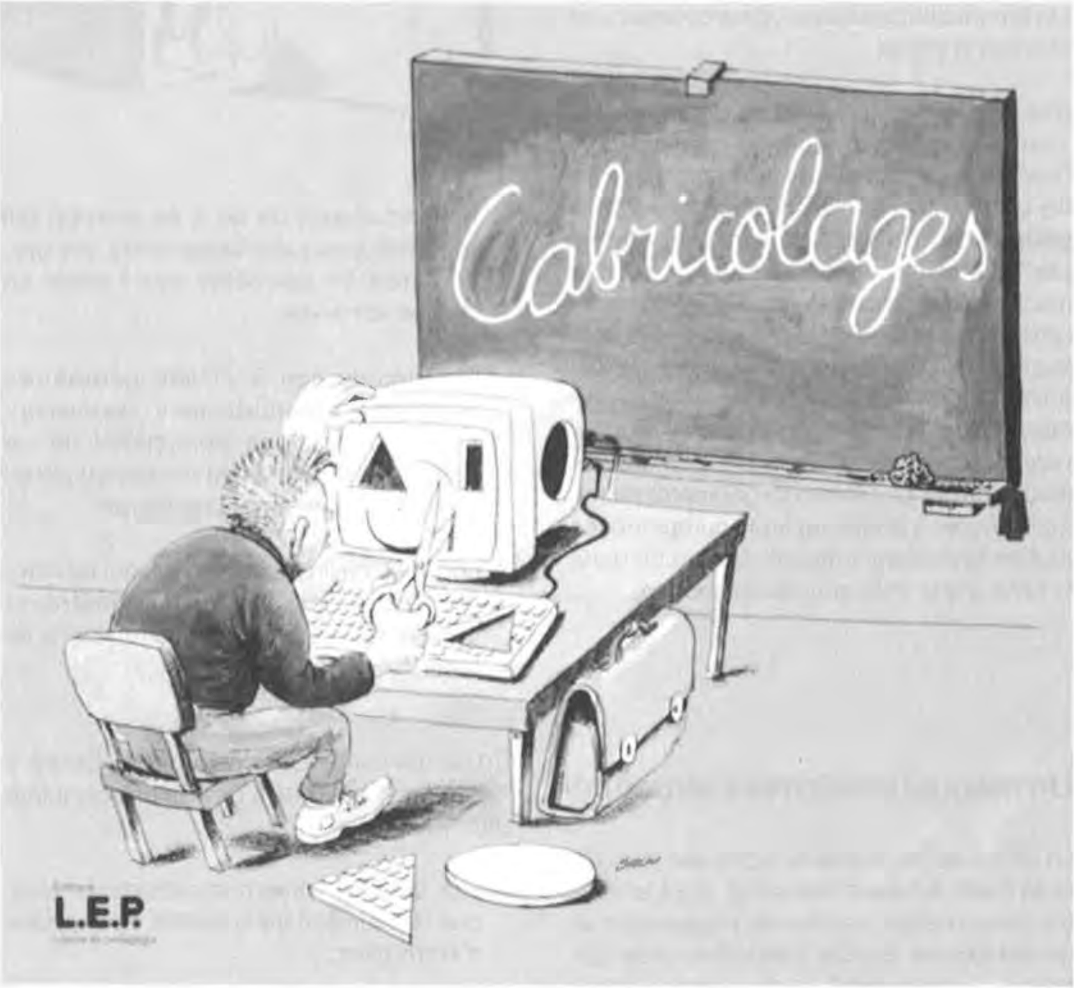


Les représentants des classes suisses gagnantes lors de la remise des prix de «Mathématiques sans frontières»

Remise des prix aux représentants des classes suisses gagnantes

# EXPLORATION DANS LE MONDE DE LA GEOMETRIE PLANE

Serge Lugon Michel Chastellain




**UN OUTIL D'ENSEIGNEMENT INTERACTIF** **Sur MAC**

Editions **L.E.P.** Loisirs et Pédagogie

## Une exploration dynamique

**Quel est l'enseignant de mathématiques qui, face à des adolescents de 13 à 17 ans, n'a jamais été confronté à la problématique de la démotivation ?**

Pour remédier à cette situation et pour éviter le découragement de chacun, il s'agit d'attiser la curiosité des élèves, de provoquer une réaction d'intérêt.

Dans l'enseignement de la géométrie, le «quelque chose d'inattendu» réside dans l'apport de l'informatique par l'intermédiaire de la dernière version du logiciel «**Cabri-géomètre**». Son aspect dynamique, créé par l'interaction qui s'établit entre l'élève et la machine, tout comme la fascination que l'ordinateur exerce de façon générale sur la jeunesse actuelle, sont à l'origine de cet ouvrage dont la finalité consiste non seulement à stimuler les élèves pour qu'ils trouvent ou retrouvent un certain plaisir dans la résolution des problèmes de géométrie plane, mais encore à améliorer leurs compétences tout en favorisant le travail de chacun dans le sens d'une plus grande autonomie.

## Un manuel solidement structuré

La structure proposée se compose d'un recueil fourni à l'élève complété, pour le maître, par un certain nombre de suggestions et de remarques d'ordre méthodologique basées sur des constatations inspirées par le travail en classe.

Dans les deux cas, cette structure se décompose en trois parties:

- un ensemble d'exercices «classiques», issus des manuels d'enseignement de mathématiques de 6e à 9e années, qui recouvre quelques fundamenta des programmes de géométrie ayant cours en Suisse romande;
- une introduction à «**Cabri-géomètre**» comportant essentiellement une description des fonctions principales de ce didacticiel et proposant un aperçu général de l'environnement de travail;
- un index, en fin de document, qui répertorie les mots-clés de «**Cabri-géomètre**» et qui renvoie à ses différentes fonctions de base.

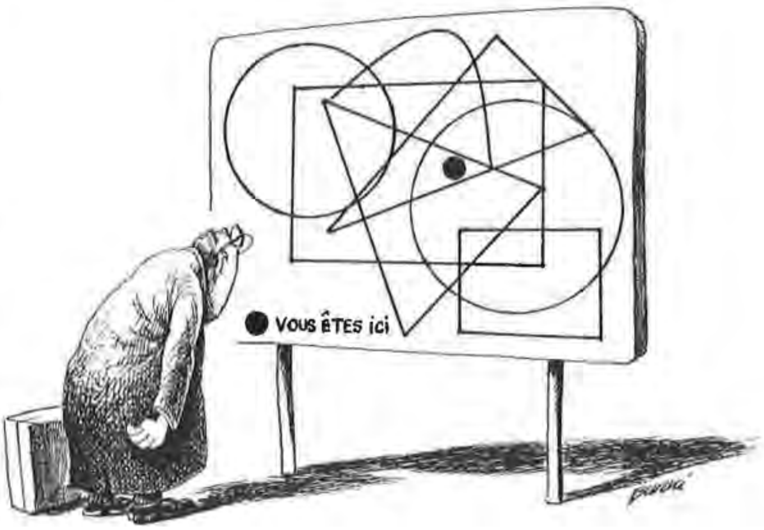
En ce qui concerne le document élaboré à l'attention du maître, il est encore complété par:

- une liste de macro-constructions ainsi que la définition de la finalité de chacune d'entre-elles;
- une disquette qui contient la solution de tous les exercices proposés ainsi que l'ensemble des macro-constructions susmentionnées. La plupart de ces éléments sont accompagnés d'un commentaire qui facilite la compréhension des constructions présentées.

## Un enseignement bien adapté

Toutes ces suggestions sont à considérer comme autant de pistes de travail que le maître pourra suivre pour faciliter une meilleure construction des connaissances géométriques de chacun. Quant aux activités présentées, elles sont regroupées en quatre catégories:

- des constructions géométriques;
- des observations de figures en vue d'une démonstration;
- des lieux géométriques;
- des problèmes divers




D'une manière générale, les exercices présentés sont des exemples «classiques» que chacun a l'occasion de rencontrer, une fois ou l'autre, dans le cadre de son enseignement de la géométrie.

Ils appartiennent à des niveaux de scolarité différents et leur degré de difficulté varie en fonction de la division (primaire - secondaire) à laquelle ils sont destinés. Cela signifie que l'ensemble n'a pas été conçu dans l'esprit d'être abordé élément après élément, mais qu'il doit être considéré comme un échantillonnage de ce qui peut être réalisé par des élèves «de tout bord». Les commentaires qui accompagnent les exercices ne sont pas des directives méthodologiques. Il s'agit plutôt d'une description des activités que les auteurs ont vécu dans leurs classes, d'un modeste reflet des nombreuses remarques d'élèves, d'un certain nombre d'apports didactiques, de propositions d'exploitations et de conseils (voire de mises en garde). Ces commentaires sont issus de l'expérience acquise au cours de ces deux dernières années.

A titre d'exemple, voici un exercice issu du manuel «Commentaires didactiques» à propos du chapitre intitulé LIEUX GEOMETRIQUES:

23. réf. 7b, Géométrie expérimentale II, Les lieux géométriques, ex. 150.

- On donne une droite **D**.
- Construis le lieu géométrique des points situés à 2 cm de **D**.

C'est ici l'occasion de mettre en garde le lecteur contre quelques difficultés liées non pas à la géométrie, mais bien à la conception de «Cabri-géomètre» lui-même. En effet, **bien que certaines figures paraissent relativement simples à réaliser, leur construction s'avère parfois délicate, par suite des contraintes que le logiciel impose à l'utilisateur**. Pour illustrer ces propos, voyons comment les élèves procèdent dans une démarche classique, calquée sur une construction à la main.

- Ils choisissent «Droite de base», puis «Point sur objet», afin de placer un point **p** sur la droite **D**.
- Ils tracent ensuite un cercle centré en **p** et de rayon quelconque [pa], en utilisant «Cercle déf. par centre et point». Ils déplacent le point a du cercle jusqu'à ce que le rayon **[pa]** mesure 2 cm.
- A l'aide de l'outil «Droite perpendiculaire», ils tracent la perpendiculaire **P** à **D** passant par **p** et définissent les intersections **i** et **i'** de la droite **P** avec le cercle.
- Finalement, ils choisissent l'outil «Lieu géométrique», ils sélectionnent les point **i** et **i'** (en pressant la touche «Majuscule», puisqu'il s'agit d'un lieu de deux points), et ils déplacent le point **p** sur la droite **D.**

Quelle n'est pas leur surprise de voir se dessiner une hyperbole, qui ne correspond pas du tout au résultat pressenti (fig. 37)!

L'explication est relativement simple: le déplacement du point **p** sur la droite **D** laisse le point **a** fixe. Cela signifie que le rayon du cercle ne demeure pas constant. Pour chaque position du point **p**, sa mesure varie.

Ce lieu peut être formulé de la manière suivante: il s'agit de l'ensemble des points **i** dont la distance à une droite fixe **D** égale la distance entre la projection de **I** sur la droite **D** et un point fixe **a** du plan.

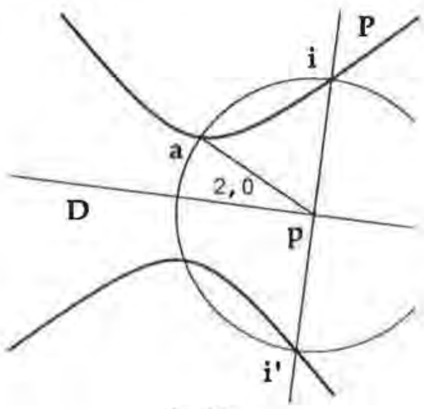


*fig. 37*

Il existe bien sûr un moyen de contourner cette difficulté en utilisant une macro-construction, élaborée par le maître, qui permet de tracer un cercle de centre et de rayon donnés. Cette macro se réalise de la même manière que celle définie à l'exercice 3 du chapitre «Constructions géométriques». Ainsi, après avoir dessiné une droite **D** et placé sur celle-ci un point **p**, l'élève trace un segment [**bc**] de longueur 2 cm. Il utilise alors la nouvelle macro à sa disposition pour construire un cercle de centre **p** et de rayon [**bc**]. Ce faisant, le rayon du cercle reste constant, à condition bien sûr de ne plus toucher aux points **b** et **c**.

La suite de la démarche est la même que précédemment, et l'on obtient la représentation de la figure 38.

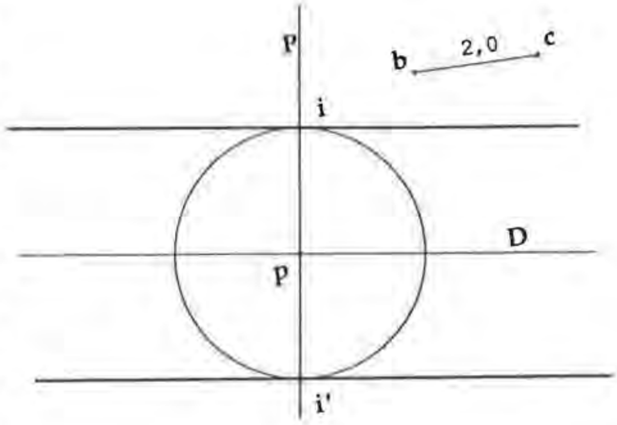
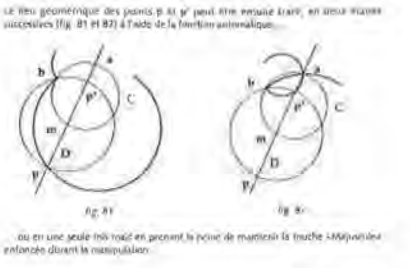
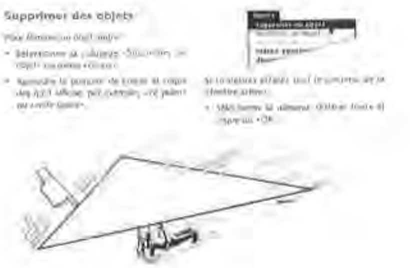


*fig. 38*






## Manuel du maître

Commentaires didactiques de chaque exercice, suggestions d'activités de prolongement, tour d'horizon des outils à disposition, liste de remarques et astuces, index alphabétique, 133 figures, 15 illustrations, 144 pages.
Disquette avec solution de chaque exercice, 69 macro-constructions.

## Manuel de l'élève

Recueil composé de 51 exercices, tour d'horizon des outils à disposition, index alphabétique, 55 figures, 14 illustrations, 68 pages.

# Championnat de jeux mathématiques et logiques

par François Jaquet

## Une première en Suisse romande: des quarts de finale coordonnés

L'organisation d'un quart de finale en mode «fermé» permet à tous les élèves d'un établissement de participer, indépendamment des quarts de finale de type «ouvert» proposés pour leurs classes par certains maîtres ou des éliminatoires individuels. Cette offre supplémentaire exige, bien entendu, un investissement important en préparation d'épreuves, corrections, animation, encadrement. Neuf écoles de Suisse romande se sont simplifié sensiblement la tâche en coordonnant leurs efforts. A Porrentruy, Delémont, Bassecourt, Les Breuleux, Bienne, Colombier, Neuchâtel, la Chaux-de-Fonds et Nyon, le mercredi 11 décembre 1991, plus de 500 élèves se retrouvaient devant les mêmes problèmes, dans les conditions des phases ultérieures du championnat : sans calculatrice, en temps limité, dans une ambiance de fête, en contact avec d'autres camarades avec lesquels les échanges ne tardent pas à s'établir dès que les réponses sont rendues.

La FFJM fournissait un choix de questions. Les organisateurs s'en sont largement inspirés, aménageant certaines d'entre elles ou en ajoutant d'autres, plus simples, pour que chaque participant arrive à en résoudre quelques-unes.

En catégorie C1 (degrés 6 et 7) les élèves avaient 7 problèmes à résoudre. En C2 (degrés 8 et 9) et LY (secondaire supérieur), on leur en proposait 8. Certains étaient communs à deux ou au trois catégories.

## Les résultats

Le championnat international de France de jeux mathématiques et logiques est un concours individuel dont le classement ne repose que sur le total des réponses correctes. On ne s'intéresse pas aux procédures de résolution ni aux erreurs des élèves. Seule compte la solution, sous la forme élémentaire d'un nombre ou d'un schéma à compléter lorsqu'il s'agit de géométrie. On est certain que, pour y arriver, le candidat a fait des mathématiques mais c'est tout de même un peu frustrant de ne pas en savoir plus. Les organisateurs de ces quarts de finale, qui disposaient des bulletins-réponses de chaque candiat ont souhaité aller un peu plus loin en conduisant une analyse par catégorie et par problème, avec relevé des erreurs les plus fréquentes.

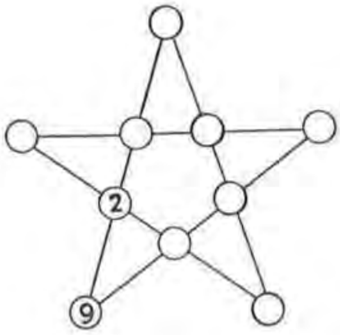
On trouvera donc, dans les pages suivantes:

- les énoncés des problèmes posés dans les trois catégories C1, C2 et LY,
- le nombre de réponses justes pour chaque catégorie et sur l'ensemble des bulletins analysés,
- le nombre de réponses fausses ou non réponses,
- les taux correspondants, **en gras** (par exemple : **. 62** signifie 62 %).

Ces données permettent d'estimer le taux de réussite de chaque problème, l'évolution - pour ceux qui ont été proposés à plusieurs catégories - de ces taux en fonction de l'âge des participants, la fréquence des erreurs les plus courantes.

### *Jamais moins de trois*

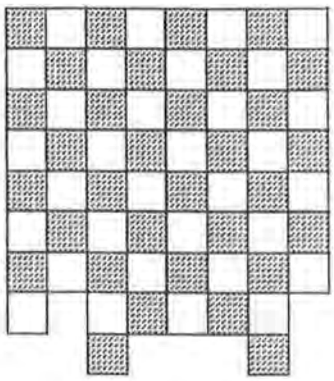
*On veut remplir les dix cercles de ce pentagramme à l'aide des dix nombres de 1 à 10 (chacun pris une seule fois), de telle sorte que la différence entre deux nombres placés dans des cercles reliés par un segment soit toujours supérieure ou égale à 3.* ***Les nombres 2 et 9 étant déjà placés, complétez le pentagramme en respectant la condition imposée.*** *(N'indiquez qu'une seule solution.)*




| **Résultats** | **C1** 189 élèves | **C2** 191 élèves | **LY** 35 élèves | **moyenne** 415 élèves |
|---|---|---|---|---|
| juste | 118 . **62** | 158 . **83** | 29 . **83** | 305 . **73** |
| faux | 54 . **29** | 29 . **15** | 4 . **11** | 87 . **21** |
| non réponse | 17 . **09** | 4 . **02** | 2 . **06** | 23 . **06** |

### *Daméchiquier*

***Comment découper ce morceau de damier en deux parties*** *de façon à pouvoir reconstituer un échiquier (de 8 cases sur 8 cases) en réassemblant convenablement ces deux parties?*



| **Résultats** | **C1** 189 élèves | **C2** 191 élèves | **LY** 35 élèves | **moyenne** 415 élèves |
|---|---|---|---|---|
| juste | 9 . **05** | 17 . **09** | 8 . **23** | 34 . **08** |
| faute, découpe symétrique | 32 . **17** | 35 . **18** | 3 . **09** | 70 . **17** |
| faute, rotation des 2 carrés | 34 . **18** | 16 . **08** | 3 . **09** | 53 . **13** |
| autre faute | 38 . **20** | 33 . **17** | - ----- | 71 . **17** |
| non réponse | 76 . **40** | 90 . **47** | 21 . **60** | 187 . **45** |

### *La mâchoire à Jean*

*Jean Sive, à qui il manque déjà un certain nombre de dents, après un diagnostic dentaire, hésite entre deux possibilités : se faire remettre trois dents, ou bien s'en faire arracher quatre. Le nombre de dents qu'il aurait après avoir adopté la première solution serait un multiple du nombre de dents qu'il lui resterait s'il adoptait la seconde.*
***Combien Jean a-t-il de dents (avant le traitement)?*** *Indiquez toutes les solutions.*

| **Résultats** | **C1** 189 élèves | **C2** 191 élèves | **moyenne** 380 élèves |
|---|---|---|---|
| juste (solutions 5 et 11) | 60 **.32** | 101 **.53** | 161 **.42** |
| solution 5 seulement | 14 **.07** | 11 **.06** | 25 **.07** |
| solution 11 seulement | 30 **.16** | 31 **.16** | 61 **.16** |
| fautes | 66 **.35** | 36 **.19** | 102 **.27** |
| non réponse | 19 **.10** | 12 **.06** | 31 **.08** |

### *La famille Dupont*

*Dominique et Claude sont deux enfants de M. Dupont. Dominique a autant de frères que de soeurs et Claude a le double de soeurs que de frères.* ***Combien d'enfants a M. Dupont?***

| **Résultats** | **C1** 189 élèves | **C2** 191 élèves | **moyenne** 380 élèves |
|---|---|---|---|
| juste | 71 **.37** | 99 **.52** | 170 **.45** |
| faux | 111 **.59** | 88 **.46** | 199 **.52** |
| non réponse | 7 **.04** | 4 **.02** | 11 **.03** |

### *Calculatrice à l'envers*


*Marie affiche un nombre de deux chiffres sur sa calculatrice. Jean, assis en face, regarde ce que Marie vient d'afficher. Le nombre qu'il lit vaut 39 de plus que celui de Marie.*
***Quel est le nombre affiché par Marie?***

| **Résultats** | **C1** 189 élèves | **C2** 191 élèves | **moyenne** 380 élèves |
|---|---|---|---|
| juste: 56 | 87 **.46** | 131 **.69** | 218 **.57** |
| faute: nombre permutable* | 51 **.27** | 36 **.19** | 87 **.23** |
| faute: nombre non-permutable | 29 **.15** | 12 **.06** | 41 **.11** |
| non réponse | 22 **.12** | 12 **.06** | 34 **.09** |

* 95 (= 56 + 39); 12 (21); 26 (92) ou quelques autres

***T'as pas cent balles?***

*Hector doit cent francs à Anatole. Il le paie avec cent pièces exactement, de 5 centimes, de 1 franc et de 5 francs.*

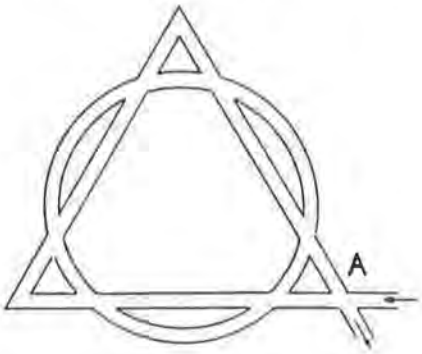
***Combien lui a-t-il donné de pièces de chacune des trois sortes?***

| **Résultats** | **C1** 189 élèves | |
|---|---|---|
| juste: 80(5cts), 1(1Fr.), 19(5Fr.) | 51 | **.27** |
| réponse: 100 x 1Fr. | 31 | **.16** |
| autre faute | 76 | **.40** |
| non réponse | 31 | **.16** |

***La fille d'Ariane***

*La fille d'Ariane se trouve en A, munie d'une bobine de fil. Elle doit parcourir le labyrinthe, puis revenir en A, et sortir, en déroulant son fil derrière elle, de telle sorte que les conditions suivantes soient respectées:*

- *chaque couloir doit être parcouru exactement une fois,*
- *la fille d'Ariane peut passer deux fois par le même carrefour, mais le fil ne doit jamais se croiser lui-même.* ***Dessinez le fil de la fille d'Ariane.***




| **Résultats** | **C1** 189 élèves | |
|---|---|---|
| juste | 144 | **.76** |
| faux | 43 | **.23** |
| non réponse | 2 | **.01** |

***Pim Pam Poum***

*Pim, Pam et Poum participent à une réunion d'athlétisme. A la fin de chaque épreuve, des points sont attribués pour les première, deuxième et troisième places (les nombres de points attribués sont les mêmes dans les différentes épreuves, et le premier obtient plus de points que le second, qui en a lui-même plus que le troisième).*

*A la fin de la compétition, Pim totalise 22 points alors que Pam et Poum sont ex-aequo avec 9 points. Personne d'autre qu'eux trois n'a pu gagner de points.*

*Pam a été le premier au lancement du javelot.* ***Mais sauriez-vous dire combien chacun des trois a obtenu de points dans l'épreuve du 100 mètres?***

| Résultats | C2<br>191 élèves | LY<br>35 élèves | moyenne<br>226 élèves |
|---|---|---|---|
| juste: 5, 1, 2 | 53 . **28** | 13 . **37** | 66 . **29** |
| faux | 84 . **44** | 14 . **40** | 98 . **43** |
| non réponse | 54 . **28** | 8 . **23** | 62 . **27** |

***Un an déjà***

*La grille de gauche est composée de 9 chiffres tous différents. Elle révèle trois nombres écrits horizontalement: 649, 530 et 812, dont la somme est égale à 1991, et trois nombres écrits verticalement (de haut en bas): 658, 431 et 902, dont la somme est égale, elle aussi à 1991. Mais un an s'est écoulé, et nous sommes dans le Championnat 1992.*
***Alors complétez la grille de droite à l'aide de neuf chiffres tous différents, de manière que les trois nombres écrits horizontalement aient pour somme 1992, de même que les trois nombres écrits verticalement (de haut en bas).***

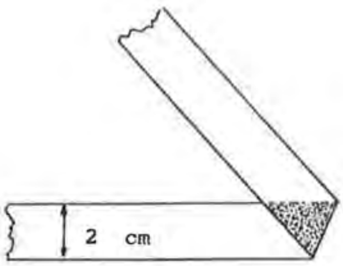
| | | |
|---|---|---|
| 6 | 4 | 9 |
| 5 | 3 | 0 |
| 8 | 1 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | 3 |
| | | |

| Résultats | C2<br>191 élèves | LY<br>35 élèves | moyenne<br>226 élèves |
|---|---|---|---|
| juste: 829, 413, 750 | 33 . **17** | 12 . **34** | 45 . **20** |
| somme 1992 horizont. seul. | 24 . **13** | 1 . **03** | 25 . **11** |
| autre solution, faute | 46 . **24** | 4 . **11** | 50 . **22** |
| non réponse | 88 . **46** | 18 . **51** | 106 . **47** |

***Prenez le bon pli***

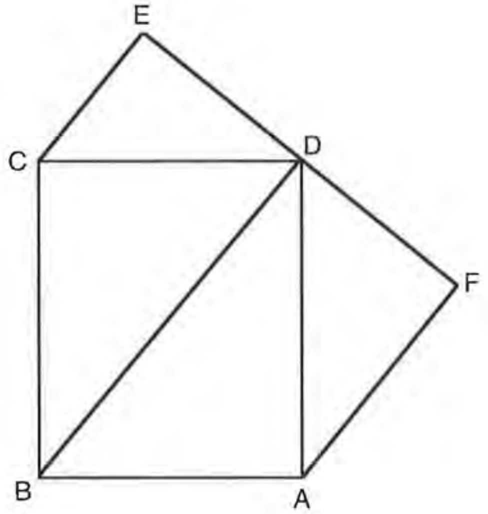
*La bande de papier représentée ci-contre, dont les bords sont parallèles, mesure deux centimètres de large. On fait un pli sur cette bande (voir dessin).*
***Quelle est l'aire minimum de la région (en grisé sur le dessin), où deux épaisseurs de papier se superposent?*** *(On donnera la réponse en centimètres carrés, arrondie au centième.)*



| Résultats | C2<br>191 élèves | | LY<br>35 élèves | | moyenne<br>226 élèves | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| juste: (2 cm²) | 93 | **.48** | 18 | **.51** | 111 | **.49** |
| faux, réponse: 4 cm² | 11 | **.06** | 1 | **.03** | 12 | **.05** |
| faux, réponse: √8 ou 2,82 | 9 | **.05** | 1 | **.03** | 10 | **.04** |
| autre faute | 59 | **.31** | 11 | **.31** | 70 | **.31** |
| non réponse | 19 | **.10** | 4 | **.11** | 23 | **.10** |

***Le pré d'Estiné***

*Célestin Estiné, propriétaire estimé, possède un pré de forme pentagonale, formé d'un rectangle ABCD flanqué de deux triangles FAD et EDC respectivement rectangles en F et E (F, D et E sont alignés). Chacun des côtés du pentagone est mesuré par un nombre entier de mètres.*
***Sachant que BD est perpendiculaire à EF, quel est le plus petit périmètre possible du pré d'Estiné ?***



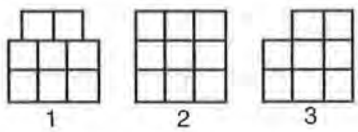

| Résultats | LY<br>35 élèves | |
|---|---|---|
| juste: 84 | 3 | **.09** |
| faux | 22 | **.63** |
| non réponse | 10 | **.28** |

***Les 8 règles***

***Quelle longueur de cordelette doit-on prévoir, au minimum, pour attacher ensemble huit règles de bois de section carrée de un centimètre de côté,*** *sachant qu'il faut au moins 5 centimètres pour faire le noeud? (On donnera le résultat en centimètres, arrondi au millimètre le plus proche.)*

*On prendra, si besoin est, 1,414 pour √2, 1,732 pour √3 et 2,235 pour √5.*

| Résultats | LY<br>35 élèves | |
|---|---|---|
| juste: 16,2 cm (1) | 3 | **.09** |
| faux, réponse: 12 ou 17 (2) | 5 | **.14** |
| faux, réponse: 11,4 ou 16,4 (3) | 8 | **.23** |
| autre faute | 13 | **.37** |
| non réponse | 6 | **.17** |



### *Les plaquettes de Josette*

*Josette a disposé neuf plaquettes numérotées de 1 à 9 dans un sac. Elle en tire trois d'un seul coup. Elle forme avec ses trois plaquettes tous les nombres à trois chiffres possibles, sauf un. La somme des cinq nombres ainsi formés est comprise entre 1982 et 1992.*
***Quel nombre Josette a-t-elle oublié?***

| **Résultats** | **LY** 35 élèves | |
|---|---|---|
| juste, réponse: 235 | 13 | **.37** |
| juste, réponse: 432 | 11 | **.31** |
| faux | 2 | **.06** |
| non réponse | 9 | **.26** |

### Analyses ultérieures

Les résultats ci-dessus ne donnent que quelques pistes d'investigation. On peut encore s'interroger sur les stratégies des élèves, sur leurs représentations, sur les connaissances mises en oeuvre, sur les obstacles rencontrés, sur l'exploitation de certaines de ces questions en rapport avec les programme, les apports de ce type d'activité, etc.

Ce sera l'objet d'une **journée d'études, le samedi 21 novembre 1992, de 9h à 17h,** organisée par le Centre de perfectionnement du corps enseignant du canton de Neuchâtel, au **Louverain, les Geneveys-sur-Coffrane.**

Les **animateurs** de cette journée seront MM.
Jean-Michel Boillat, maître secondaire, les Breuleux,
André Calame, chargé de cours à l'Université de Neuchâtel,
Jacques-André Calame, maître secondaire, Peseux,
Jean-Pierre Crevoiserat, maître secondaire, Bassecourt,
François Jaquet, collaborateur scientifique de l'IRDP,
Yvan Michlig, instituteur, Sion.

La journée veut offrir à tout enseignant (de mathématiques ou généraliste) l'occasion de vivre toutes les phases menant à la recherche mathématique, par l'examen de la portée didactique des «problèmes de championnat». Aucun prérequis n'est nécessaire pour participer à cette rencontre qui offrira de brefs exposés, des expériences vécues en classe ou en championnat, des recherches en groupes et des temps de réflexion individuelle.

Tous les maîtres primaires et secondaire de Suisse romande peuvent **s'inscrire, avant le 30 juin 1992,** auprès du:

**Centre de perfectionnement neuchâtelois**
**C.P. 45 2306 La Chaux-de-Fonds 6**
(tél: 039 / 21 79 60)

**Finale régionale du 23 mai à Yverdon-les-Bains**

Comme d'habitude, cette manifestation sympathique a été organisée à la perfection par nos collègues du CESSNOV. Ce samedi-là, près de 200 participants, de Suisse et de France voisine, rescapés des quarts et demi-finales, avaient accepté de se cacher du soleil dans les salles d'examen, sans qu'aucun d'eux n'arrive à résoudre tous ses problèmes, particulièrement ardus pour cette finale.

Une vingtaine de qualifiés défendront les couleurs suisses à la finale internationale, en septembre, à Paris. Bravo à tous, et particulièrement aux premiers de chaque catégorie:

**C1** 57 participants, 5 problèmes: Jean Monnerat, Maxime Schoeni, Olivier Rutti (CH), avec 3 points, ...

**C2** 62 participants, 7 problèmes: Lilian Janin (F, 5 pts), Nicolas Bartholdi (CH, 4 pts), ...

**LY** 43 participants, 9 problèmes: Fabien Carrier (7 pts), Armin Rigo et Philippe Altherr (CH, 6 pts), ...

**GP** 18 participants, 9 problèmes: Régis Laval (F, 8 pts), Alain Eckmann (CH, 7 pts), ...
**HC** 11 participants, 12 problèmes: Sylvie Conod (CH) et Jean-Louis Legrand (F) avec 8 pts, ...

# Musée suisse du jeu

Château de la Tour-de-Peilz

Juin: le mois d' **abalone**

Animation
&
Entraînement
Mercredi
&
Samedi
de 14 à 17 h


## TOURNOI Samedi 27 juin 92 14h00

INSCRIPTIONS AU TOURNOI JUSQU'AU 22 JUIN 92 Tél. 021/944 40 50

Nombre de places limité

# Exposition-atelier «Jeu et mathématique»[1]

par François Jaquet

L'exposition-atelier itinérante *Jeu et Mathématique* qui, depuis novembre dernier, passe dans les écoles romandes, propose quelques bons problèmes, issus des récents championnats de la FFJM. A la demande de nombreux visiteurs, nous commençons la publication des solutions dans ce numéro de *Math-Ecole* et nous la poursuivrons dans les suivants.

Pourquoi ces problèmes sont-ils qualifiés de «bons»? Pourquoi les réalisateurs de l'exposition les ont-ils choisis?

On a beaucoup écrit sur les problèmes et leur résolution. Nous nous contenterons d'en donner ici une définition très pragmatique et intuitive: il y a problème quand celui qui est confronté à une situation (élève ou adulte) ne trouve pas de solution immédiate. Le problème est intéressant, d'un point de vue didactique, quand l'apprenant peut se l'approprier, y engager ses savoirs et ses compétences, reconstruire ou approfondir certaines de ses connaissances, essayer, conjecturer, pour trouver le chemin lui permettant de relier les données de départ au but qu'il pressent et qu'il a envie d'atteindre.

On le voit, les exigences à remplir sont nombreuses pour que le problème soit reconnu d'intérêt didactique. Mais on peut aussi partir de la pratique et de l'observation: si les élèves (et les maîtres) s'accrochent, se passionnent, se défient et ont vraiment envie de trouver cette solution qui leur résiste, la probabilité est forte de trouver un bon problème derrière cette activité intense.

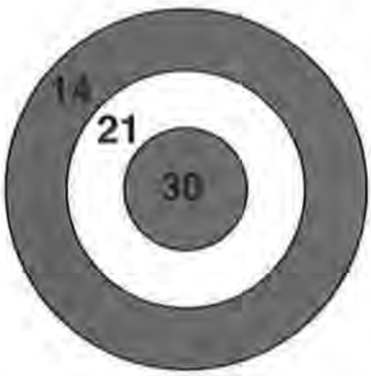
C'est, semble-t-il, le cas pour les deux exemples suivants, vu l'intérêt des élèves et le nombre de questions posées à leur propos par les visiteurs actifs de notre exposition-atelier:

### *La cible*

*Vous lancez des fléchettes sur cette cible et vous additionnez les points. Essayez! Vous ne pourrez jamais totaliser 20 points ou encore 33 points.*

*Quel est le plus grand de ces totaux impossibles à atteindre?*

*Vous disposez d'un nombre illimité de fléchettes.*




Il faut tout d'abord s'approprier la situation, comprendre qu'il s'agit d'un maximum d'un genre très particulier: de totaux *«impossibles à atteindre»*, et donc se convaincre qu'on peut obtenir tous les nombres naturels, à partir d'un certain rang, par des sommes composées de 14, 21 et 30.

Une méthode artisanale, qui s'apparente au *crible d'Eratosthène*, consiste à écrire les nombres naturels, par rangs de 7 comme la suite le montrera avec évidence, et à y entourer un par un les totaux possibles:

[1] Cet article est repris de la revue *SENS* (Société des Enseignants Neuchâtelois de Sciences) N°12, avril 92.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 15 | 22 | 29 | 36 | 43 | 50 | 57 | 64 | 71 | 78 | ... |
| 2 | 9 | 16 | 23 | 30 | 37 | 44 | 51 | 58 | 65 | 72 | 79 | ... |
| 3 | 10 | 17 | 24 | 31 | 38 | 45 | 52 | 59 | 66 | 73 | 80 | ... |
| 4 | 11 | 18 | 25 | 32 | 39 | 46 | 53 | 60 | 67 | 74 | 81 | ... |
| 5 | 12 | 19 | 26 | 33 | 40 | 47 | 54 | 61 | 68 | 75 | 82 | ... |
| 6 | 13 | 20 | 27 | 34 | 41 | 48 | 55 | 62 | 69 | 76 | 83 | ... |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | 77 | 84 | ... |

- On entoure 14, puis 21, 28=2x14, 35=14+21, et ainsi de suite. On obtient ainsi tous les multiples de 7 qui sont de la forme: $T = 7k = 14n + 21m$
  où $k = 2n + 3m \in \{2; 3; 4; 5; 6;...\}$
  si $n, m \in N$

- 30 permet de sortir de l'ensemble des multiples de 7 et d'entourer tous les nombres de la forme: $30 + 7k$ où $k \geq 2$. (La ligne entière à partir de 44.)

- Puis c'est le tour des nombres de la ligne où figure 60, dont le plus grand nombre non entouré est 67, puis des lignes de 90, 120, 150.

- La solution est immédiate, maintenant: le nombre cherché est $180 + 7 = 187$.

Mais, bien sûr, on aimerait en savoir plus et trouver une autre méthode, plus économique en calculs et en écritures: la généralisation à d'autres cibles, à d'autres valeurs des zones.

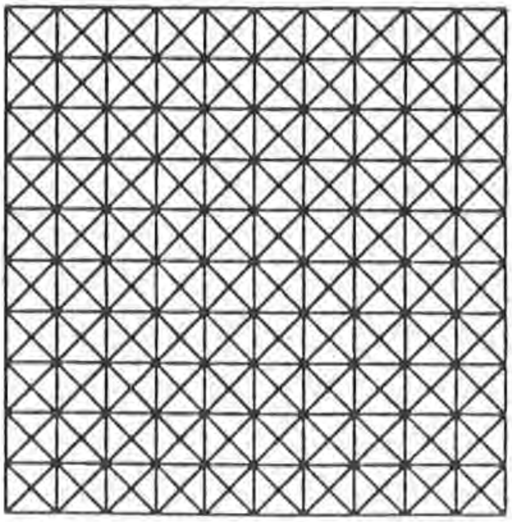
Et d'autres questions apparaissent, spontanément: sur les différentes possibilités d'obtenir des totaux supérieurs à 188, sur d'autres situations qui conduisent au même algorithme de calcul, sur les «théorèmes» classiques à mettre en oeuvre dans ce type de recherche, etc.

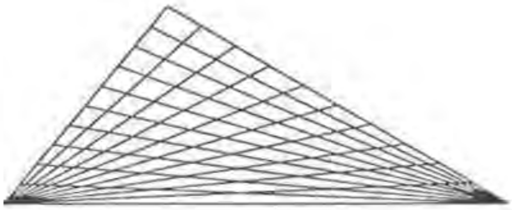
Les pistes, les compte-rendus d'exploitation de ce problème, en classe, seront les bienvenus. *La cible* a encore bien des richesse à nous révéler.

***Combien sont-ils?***

*Combien y a-t-il de carrés différents? Combien de triangles différents?*

*Ne comptez que les carrés et les triangles d'aire non nulle. Attention, il y a des figures de toutes dimensions et dans tous les sens.*





Les commentaires méthodologiques qui accompagnent l'exposition suggèrent aux animateurs de faire réfléchir les élèves sur les cas simples (2, 3, 4, ... subdivisions). C'est en effet une des stratégies les plus évidentes, celle qui doit même aller au-delà de la demande et permettre d'accéder à la généralisation du problème, pour n subdivisions.

Le dénombrement sur chacune des figures données, pour lesquelles n = 10, est aussi une stratégie intéressante:

**Pour les triangles** il est avantageux de distinguer deux catégories:

- ceux qui ont un sommet en A et en B, (ou un côté AB);

- les autres, de sommet A ou (exclusif) de sommet B.

Dans la première de ces catégories, il suffit de dénombrer les emplacements possibles du troisième sommet (C) des triangles ABC. C'est-à-dire 10 x 10 = 100.

Dans la deuxième, on ne dénombre que les triangles de sommet A, puis on doublera, pour B:

- ceux qui n'occupent qu'une des 9 subdivisions «en largeur»: 9 x 10,

- ceux qui s'étalent sur deux subdivisions: 8 x 10,

- ceux qui s'étalent sur trois subdivisions: 7 x 10,

- ...

pour aboutir finalement à:
2x10x(9+8+7+...+2+1)=2x10x(9x10)/2=900

**Au total, il y a 100 + 900 = 1000 triangles.**

Dans ce cas, le passage à la généralisation, pour n subdivisions, est immédiat:

$$n^2 + 2n(n-1)n/2 = n^2 + n^3 - n^2 = n^3$$

Mais il serait intéressant d'aller plus loin et de chercher une représentation géométrique de ce dénombrement, comme le suggère une formule aussi simple.

**Pour les carrés**, il faut aussi distinguer deux catégories:

- ceux dont les côtés sont parallèles à ceux du plus grand de ces carrés,

- les carrés «obliques».

Les premiers s'organisent en carrés de 10x10, 9x9, 8x8, etc. dont il suffit de dénombrer les centres:

1 + 4 + 9 + 16 + ... + 81 + 100 = 385

(Il existe une formule pour la somme des n premiers carrés des nombres naturels: n(n+1)(2n+1)/6.)

Pour les carrés «obliques», le dénombrement est plus délicat et nécessite une organisation rigoureuse, en carrés de 10x10, 9x9, 8x8, etc. qui aboutit au calcul suivant:
1 + 2x(1x2) + (4+9) + 2x(3x4) + (16+25) + 2x(5x6) + (36+49) + 2x(7x8) + (64+81) + 2x(9x10) = 665

**Au total, il y a 385 + 665 = 1050 carrés.**

Dans le dénombrement des carrés, si l'on suit la suggestion de partir des cas les plus simples, on découvre une relation intéressante entre le nombre (n) de subdivisions et le nombre (C) de carrés.

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | 1 | 10 | 31 | 72 | 137 | 234 | 367 | 544 | 769 | 1050 |

Au secondaire inférieur, avec un groupe d'élèves motivés, on doit pouvoir établir ce tableau et, pourquoi pas, chercher à exprimer la fonction qui se cache là-derrière!

Suite dans le prochain numéro. Les travaux d'élèves ou d'autres commentaires, de ceux qui se sont penchés sur ces problèmes, seront les bienvenus et pourront être publiés à leur tour.

# «BILGUL» ou la différenciation par le jeu

par François Jaquet

C'est notre ami Théo qui nous l'a apporté, lors d'une séance du «GERME» (Groupe pour l'étude et la recherche de moyens d'enseignement). Il n'a pas eu besoin de nous expliquer les règles de ce jeu! Car il n'y en a pas. Un simple coup d'oeil suffit: sur un support de plastique noir, il y a des billes, couplées, de couleurs attrayantes, ordonnées sur une face, en désordre sur l'autre.

Ces billes sont mobiles sur des chemins conduisant d'une colonne à l'autre. Le but s'impose de lui-même: remettre de l'ordre sur la face en désordre.

Ce n'est pas aussi difficile que le Cube de Rubik, mais ce n'est pas évident. Certains y parviennent en moins de trois minutes, paraît-il. Et, durant cette séance du GERME, il s'est toujours trouvé un de ses participants pour suivre les débats d'une oreille distraite, tout occupé à tripoter son jeu, au grand agacement des autres qui n'attendaient que le moment d'essayer à leur tour.

L'emballage annonce un «jeu» (ne convenant pas à un enfant de moins de 36 mois!). Qu'en est-il vraiment?

*Math-Ecole* a reçu trois comptes rendus sur la pratique de ce jeu en classe; de l'école enfantine à la cinquième primaire.

---

## En classe enfantine, de quatre à six ans

Ayant reçu «Bilgul» l'an dernier en promotion, à la maison, j'ai acheté ce jeu avec un peu de scepticisme ... Est-ce une copie du cube Rubik? Essayons ... nous les adultes ... jouons ... la crise, le mental fait des siennes ... calmons-nous! Oui, oui! Il doit y avoir quelque chose à trouver en plus!

Je ne suis pas convaincue, mais j'aime la nouveauté!

J'apporte le jeu à l'école - classe enfantine de quatre à six ans - et cela démarre très fort. Le jeu est utilisé par petits et grands. L'intérêt trouvé par les enfants doit être: nouveau jeu; billes fluos; manipulations; réussir - aboutir - *grandir* - en arrivant à terminer le jeu. Quel succès!

### Constatations

1. Suivant les combinaisons, mes élèves désespèrent, car ils n'arrivent

pas à finir la partie. Il faut persévérer encore et encore, et changer les boules de place. «Maîtresse, aide-moi!»

2. Stocker une bille jaune et une bille orange, jusqu'à la fin de la partie, n'est pas si évident.

3. Il faut empêcher l'enfant de forcer une pièce, car c'est ce qui arrivé dans ma classe. Un enfant a sorti une «pièce» du jeu et a continué la partie en la remettant à l'envers! J'ai passé un temps certain à compter les boules pour savoir dans quel sens remettre le O—O! Mais lequel?

4. Au vu du succès de ce jeu, j'en ai acheté un autre pour des enfants plus grands: huit à douze ans. Le succès...

   Angeline, dix ans, poète de nature, a voulu rapidement prolonger le jeu en faisant la face recto habituelle et la face verso décorative et structurée.

   Quel beau jeu!

5. Je ne crois pas à l'aspect ludique - rapidité - chronométrage - dextérité - du jeu chez les petits élèves, ou même chez les plus grands. Ce jeu demande du temps de réflexion, de création, de méditation, de manipulation sensible, et n'oblige vraiment pas à la performance sous forme de chronométrage.

Marianne Stauffer
maîtresse enfantine, Aubonne

---

**En classe enfantine, toujours, à cinq ans**

Ce jeu a plu instantanément aux enfants. Je n'ai pas eu à le présenter. Chacun l'a découvert seul, et très rapidement, les grands (cinq à cinq ans et demi) arrivent au bout du jeu sans aide.

Ils persévèrent d'eux-mêmes. Ils désirent toujours le faire plusieurs fois, car la rapidité s'installe ... autant au niveau de l'habileté à déplacer les boules (excellent exercice pour la tenue du crayon) qu'au niveau de la réflexion logique. Les enfants progressent et s'en rendent compte. Plus on joue, mieux on joue (environ cinq minutes pour les rapides!). Une fillette a découvert, seule, qu'il fallait placer la boule orange à gauche et la jaune à droite, pour terminer le jeu sans croisements difficiles!

Que faire lorsqu'on ne peut plus passer? Il faut défaire une couleur. Ceci est difficile à accepter au début. Les enfants n'ont pas envie de défaire ce qui est juste, mais c'est la seule solution (un peu de souplesse d'esprit ...).

Ce jeu les excite, malgré la difficulté. Les enfants partagent leurs trouvailles. Ils s'aident aussi, car les petits (quatre ans et demi) ne parviennent pas toujours à finir. Je n'interviens jamais. Ils savent qu'ils viennent vers moi lorsque le jeu est terminé (jeu autocorrectif par excellence!).

Pas moyen de venir montrer s'il y a une faute, cela se voit tout de suite. Donc, il y a une fin!

**Avis des enfants**

- «J'aime bien mettre le jeu dans l'ordre.»
- «J'aime bien bouger les boules.»
- «... On peut le faire au lit (donc partout!), en voyage.»
- «Il ne s'abîme pas.»
- «Quand on essaie, on n'arrive pas toujours et pas tout de suite, mais ça nous plaît quand même.»

- «Quand on a pu le faire (le finir), on peut le faire de l'autre côté.»

- «Il est aussi pour Papa et Maman et les visites.»

- «Si on a deux jeux, on peut faire la course avec un copain.» (concentration intensive)

- «On peut l'offrir ...»

Nadine Badel
maîtresse enfantine, Nyon

---

**Questions à propos de «Bilgul» - Enquête auprès d'élèves de cinquième primaire**

1. D'après toi, pour remettre les pièces en ordre, il faut:

| | pas du tout | moyennement | beaucoup |
|---|---|---|---|
| Avoir de la patience | 0 | 1 | 15 |
| Etre intelligent | 2 | 10 | 4 |
| Etre fort en math. | 12 | 4 | 0 |
| Etre habile de ses mains | 7 | 6 | 3 |
| Aimer les couleurs | 10 | 4 | 2 |

2. Qu'est-ce qui t'intéresse dans ce jeu:

| | pas du tout | moyennement | beaucoup |
|---|---|---|---|
| D'aller vite (battre ton propre record)? | 9 | 6 | 1 |
| D'aller plus vite que tes camarades? | 12 | 3 | 1 |
| De faire le moins possible de mouvements? | 5 | 6 | 5 |
| De combiner (dans ta tête) avant de déplacer les billes? | 2 | 6 | 8 |

3. Penses-tu que tu es fort, moyen, ou faible, à ce jeu?

| fort | moyen | faible |
|---|---|---|
| 8 | 4 | 4 |

4. Combien de fois as-tu déjà remis toutes les billes en ordre?

| 1 à 2 | 3 à 5 | 6 à 10 | 11 à 20 | plus de 20 |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 5 | 3 | 2 |

5. Combien de fois penses-tu encore essayer?

| 1 à 2 | 3 à 5 | 6 à 10 | 11 à 20 | plus de 20 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 7 | 3 | 4 |

***Aimes-tu ce jeu?***

***Oui:***

- «Parce qu'il faut de la patience ...» (5 x); «et moi, j'en ai beaucoup.» (1 x)
- «Parce que ce jeu est amusant!» (4 x)
- «Parce qu'il faut réfléchir.» (4 x)
- «Parce qu'il est rigolo et quand on arrive à la fin, on est fière.» (1 x)
- «Parce qu'il est beau et que ce n'est pas un jeu facile.» (1 x)
- «Parce que j'aime faire marcher ma tête.» (1 x)
- «Parce qu'en cinq minutes, on ne peut pas le faire.» (1 x)

***Non:***

- «J'aime bien les casse-tête, mais pas dans ce genre.»

Liliane Jaquet
La Chaux-de-Fonds

**Conclusion**

Les réactions et les commentaires des enfants parlent d'eux-mêmes. «Bilgul» est un vrai jeu, auquel on a envie de jouer, qui développe la motricité, la logique, l'anticipation; qui permet à tous de progresser et de réussir; qui offre à chacun - de l'adulte à l'élève du jardin d'enfants - une activité correspondant à ses intérêts et ses besoins.

C'est dans ce sens qu'on peut parler de différenciation à propos de ce jeu.

On peut se procurer «Bilgul» directement chez:

INTERLUDE
rue André Piller 33 b
1762 Givisiez (tél. 037/ 26 71 10)

ou par l'intermédiaire de *Math-Ecole*.

## Solutions des problèmes des numéros 151 et 152

**Bon anniversaire, Charles-Albert-Louis!** (*Math-Ecole* n°151)

*Quand le fils aîné des époux Andrié est né, c'était un samedi 29 février. Ses parents l'ont - évidemment - prénommé Charles-Albert-Louis.*
*Le petit garçon est devenu grand, il reçoit l'AVS depuis plusieurs années déjà mais il n'est pas encore le doyen du pays.*
*Quel âge aura donc CAL Andrié à la fin de ce mois (février 1992) ?*

En 1992, le 29 février était un samedi, et le 1er mars un dimanche. En 1993, le 1er mars sera un lundi, en 94 un mardi, en 95 un mercredi, en 96 un jeudi, et le 29 février sera ainsi un mercredi. En 2000 (bissextile «exceptionnellement» car, si les multiples de 100 ne le sont pas, les multiples de 1000 le sont), le 29 février sera un dimanche, en 2004 un jeudi, en 2008 un lundi, etc. Il faudra attendre 2020, soit 28 (= 4 x 7) ans plus tard, pour retrouver un samedi 29 février. L'âge de C.A.L.Andrié est donc un multiple de 28 compris entre 65 (AVS) et 110 (doyen du pays), c'est à dire 84 ans.

Développements possibles: le calendrier grégorien et l'explication des 24 ou 25 années bissextiles par siècle.

**T'as pas cent balles?** (*Math-Ecole* n°152)

*Hector doit cent francs à Anatole, il le paie avec cent pièces exacrtement, de 5 centimes, 1 franc et 5 francs. Est-ce possible ?*

Ce problème a été proposé lors des quarts de finale régionaux du 6e championnnat international de jeux mathématiques et logiques (voir p.35) et a obtenu 27% de réussite en catégorie C1 (6e et 7e). Il n'y a en fait que quatre propositions à examiner: celles où le nombre de pièces de 5 centimes est un multiple de 20, supérieur à 0 et inférieur à 100.
17% des candidats avaient choisi 100 pièces de 1 Fr, en prenant quelques libertés avec l'énoncé.
La réponse attendue était 80 pièces de 5 centimes (4 Fr.) 1 de 1 Fr. et 19 de 5 Fr.

**Quels sacs!** (*Math-Ecole* n°152)

*Est-il possible de répartir 39 billes dans 10 sacs : 3 rouges et 7 jaunes, de sorte que tous les sacs de même couleur contiennent le même nombre de billes?*

Il s'agit de résoudre l'équation: $39 = 3r + 7j$ ou de trouver un multiple de 3 et un multiple de 7 dont la somme est 39. Il y a une première solution: 6 rouges et 3 jaunes et, pour les esprits «tordus», une deuxième: 13 rouges et 0 jaune. En général, les élèves se contentent de la première et on ne saurait les en blâmer.

**Le grimpeur fantasque** (*Math-Ecole* n°152)

*José est un peu fantaisiste et il trouve que grimper toujours une par une les 16 marches qui conduisent à sa chambre est un peu fastidieux. Il décide donc de changer chaque jour la façon de parvenir en haut de l'escalier. Pour ce faire, il peut, à son gré, monter une, deux ou même trois marches à la fois! Combien de montées différentes peut-il ainsi réaliser?*

*(Deux montées sont différentes si, bien sûr, l'ordre dans lequel sont effectués les sauts sont différents).*

Il faut aller pas à pas, en remarquant que, à partir de la troisième, chaque nouvelle marche peut être atteinte de l'une des trois précédentes. Il y a 1 façon d'atteindre la 1e marche, 2 façons d'atteindre la 2e (1 + 1), 4 façons d'arriver sur la 3e (1 + 1 + 2), 7 façons d'atteindre la 4e (1 + 2 + 4), etc. Dans cette suite, chaque terme est la somme des trois précédents, (alors que dans celle de Fibonacci, chaque terme est la somme des deux précédents):

| numéro de la marche | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | ... | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| nb de montées diff. | 1 | 2 | 4 | 7 | 13 | 24 | 44 | 81 | ... | 10609 |

Ça fait beaucoup de façons différentes de monter cet escalier!

**Carrés et triangles** (*Math-Ecole* n°152)

*Dessinez un carré et partagez-le en neuf morceaux: 5 carrés identiques et quatre triangles identiques.*


On attendait une solution. Une classe participant au «problèmes du mois» sur le réseau Edutex (voir *Math-Ecole* n°152) en a trouvé seize, dont certaines avaient 9 morceaux de même aire! Le problème reste ouvert.

**Entre chats** (*Math-Ecole* n°152)

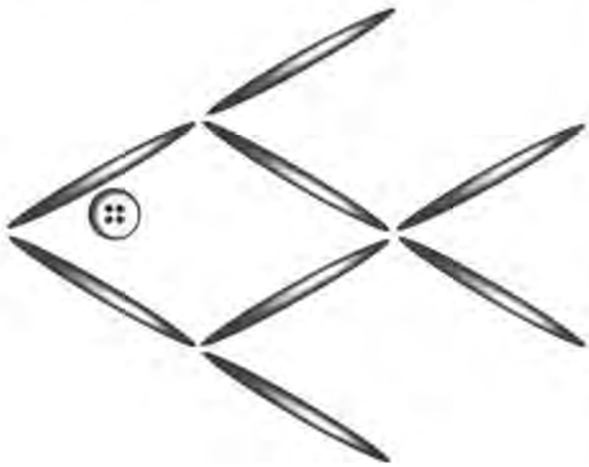
*Sept chats mangent sept souris en sept minutes.*
*Combien faut-il de chats, au minimum, pour manger cent souris en cent minutes ?*

Il en faudra toujours sept!

## PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME PROBLEME

Déplacez trois des cure-dents et le bouton pour que le poisson nage dans l'autre sens.

*Le Jeune Archimède n° 1*



# Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

---

Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

Veuillez me faire parvenir:

...... jeu(x) ***Stupide Vautour*** v. *Math-Ecole* n°152 (Fr.15.- le jeu)

...... jeu(x) ***Bilgul*** v. *Math-Ecole* n°153 (Fr. 36,50 le jeu)

......exemplaire(s) de $\pi$ (à paraître en juillet, Fr. 42.-)

les anciens numéros de *Math-Ecole* (Fr.1.- le numéro) : ____________________

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.*

☐ Veuillez abonner à *Math-Ecole* :

**1** Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

**2** Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

**3** Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ______________________________

Adresse (rue et numéro): ______________________________

Localité (avec code postal): __________ ____________________

JAB
1950 Sion 1