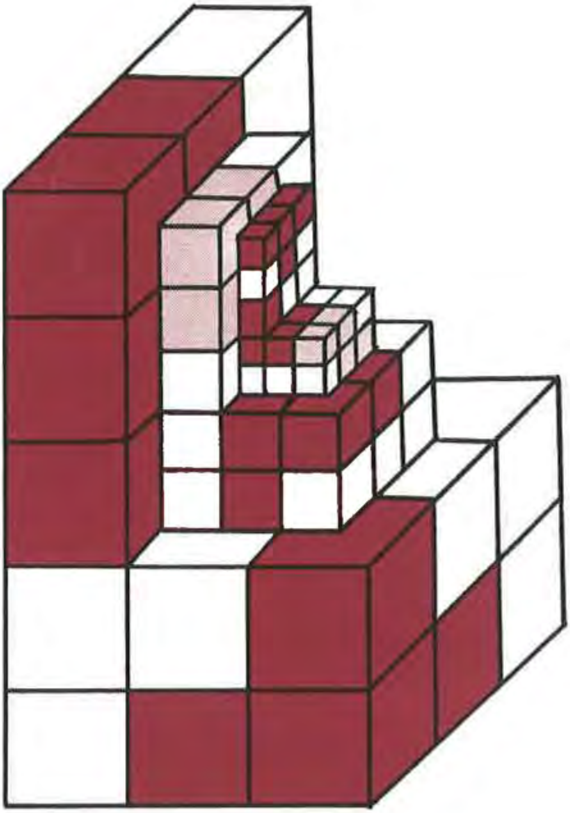
116



MATH ECOLE

JANVIER 1985
24e ANNÉE

MATH-ECOLE 116

24e ANNÉE Paraît cinq fois par an JANVIER 1985

Editorial

Evaluation

En novembre 1984, le Forum mathématique organisé sous l'égide de la CDIP (Conférence des Directeurs cantonaux de l'Instruction Publique) a réuni à Bâle une centaine de représentants de tous les cantons pour étudier le problème de l'évaluation. On y a beaucoup parlé d'évaluation alternative, formative, interactive, normative, objective, qualitative, quantitative, sélective, significative, subjective et autres qualificatifs en -ive (pourquoi pas approbative, appréciative, attractive, constructive, destructive, explicative, intempestive, limitative, prospective, etc.).

L'évaluation scolaire est un problème très important, certes, et qui ne souffre pas la raillerie, mais quand un éminent spécialiste des forêts de Berne affirme que 19 % des arbres des forêts genevoises (mais oui, elles existent) sont malades et qu'un autre éminent spécialiste des forêts déclare solennellement qu'il n'y a pas d'arbre malade dans le canton de Genève, je ne puis m'empêcher de penser que l'évaluation des élèves est aussi précise que celles de nos forêts. Et cela m'étonnerait fort que les arbres «genevois» soient malades à raison de la moyenne arithmétique des deux informations, à savoir très exactement 9,5 % (comme le disait si bien un écolier: – Quand je compte cent arbres, il y en a neuf de malades et un à moitié malade).

La difficulté, c'est que l'évaluation fait partie intégrante du processus éducatif et qu'à ce titre, pour que l'élève progresse, il doit pouvoir évaluer sa performance au fil des jours et non pas seulement de l'examen.

La difficulté, c'est aussi que l'apprentissage ne répond pas à ce modèle additif qui a fait tant de dégâts depuis que l'école existe (Dire: j'ai fini la multiplication, je peux commencer à enseigner la division, n'est pas moins absurde que la réponse de l'enfant qui écrit $2 \cdot 6 = 12$ et $2 : 6 = 12$ parce que, ayant appris pendant des mois que la multiplication est commutative, il fait une surgénéralisation sur la division).

La difficulté, c'est encore que le système scolaire, pour subsister, a besoin de l'échec qui donne bonne conscience à l'orientation et à la sélection.

L'évaluation ne pourrait-elle nous montrer que notre école, conçue pour dégager une petite élite méritocratique dans une société qui n'avait besoin que de quelques notables et autres scribes, ne répond plus guère aux aspirations de la société d'aujourd'hui et ne conviendra certainement plus du tout à la société du XXIe siècle. Qui seront alors les Pestalozzi, les Ferrière, les Claparède, de l'an 2000?

Raymond Hutin

Micro-ordinateur et activités de recherche

Cet article est le résumé d'un compte-rendu d'une expérimentation conduite par un candidat au brevet d'enseignement secondaire. L'auteur de ce compte-rendu, Monsieur J.-M. Theubet a travaillé avec les élèves d'une classe de 6e année de l'école secondaire de Bienne-Madretsch dans laquelle il était stagiaire durant l'automne 1983.

But de l'expérimentation

Etudier les attitudes et les comportements des enfants auxquels on propose des activités mathématiques (ici des recherches de stratégies dans des jeux) en utilisant des micro-ordinateurs comme moyens didactiques pour présenter les situations et comme adversaires qu'il s'agit de vaincre en observant leurs réactions.

Moyens

Quatre micro-ordinateurs SMAKY6 mis à disposition par le CIM; les programmes utilisés ont été élaborés par des élèves de l'Ecole normale de Bienne dans le cadre d'un cours facultatif de programmation en langage BASIC; il s'agissait essentiellement de jeux présentés dans les méthodologies de mathématiques de 5e et de 6e années et dans les «développements 5/6».

Déroulement de l'expérience

Avant de commencer les activités mathématiques, les élèves ont eu brièvement l'occasion de se familiariser avec l'utilisation d'un clavier d'ordinateur, ceci afin que les obstacles à surmonter pour communiquer avec l'appareil ne s'additionnent pas aux difficultés intrinsèques des situations à étudier.

Trois thèmes de recherche ont été retenus; pour les traiter, la classe a été divisée en groupes, chacun ayant une fois la possibilité de travailler avec les micro-ordinateurs alors que les autres groupes étudiaient la même situation sans le support informatique.

Sujets abordés:

- les carrés magiques d'ordre trois,
- le jeu de NIM avec des bâtonnets,
- le jeu de NIM dans un quadrillage.

Les programmes mis à disposition étaient interactifs, c'est-à-dire que l'ordinateur réagissait aux réponses des élèves comme s'il «connaissait» les stratégies à utiliser; il était évidemment possible de gagner contre la machine en utilisant les tactiques adéquates.

Carrés magiques d'ordre trois

Il ne s'agit pas véritablement d'un jeu puisqu'il n'y a pas d'adversaire à vaincre. Le programme utilisé était toutefois assez stimulant puisqu'il proposait des carrés magiques choisis au hasard en donnant dans chaque cas, trois nombres sur neuf; il offrait en outre la possibilité d'une aide sous forme de données supplémentaires fournies sur demande de l'utilisateur. Toutes les propriétés des carrés magiques d'ordre trois n'étaient pas clairement mises en évidence par le logiciel proposé, mais la plupart devaient être utilisées.

Voici les informations fournies par le programme 'CARMAGIC' (fig. 1) et la donnée d'un problème (fig. 2 et 3).

Il suffit d'indiquer le numéro d'une case (ici 1, 3, 5, 6, 8 ou 9; 2, 4 et 7 étant refusés par la machine), puis de taper le nombre que l'on désire placer dans cette case (un nombre faux est refusé et l'ordre affiche un message).

La touche «O» (S.O.S.) fut fréquemment utilisée au début mais cela semblait davantage correspondre à la nécessité de disposer d'informations supplémentaires pour mieux étayer les déductions à tirer qu'à une simple solution de facilité.

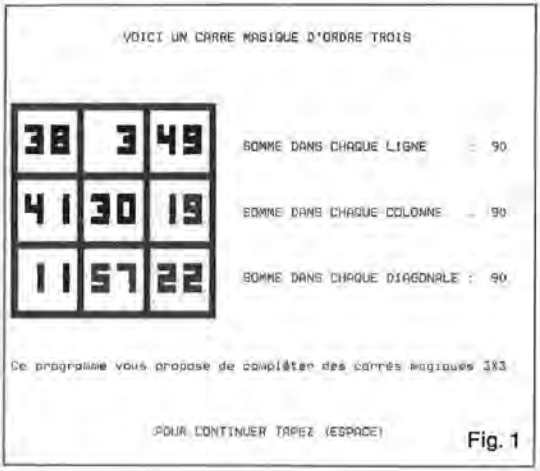


Fig. 1

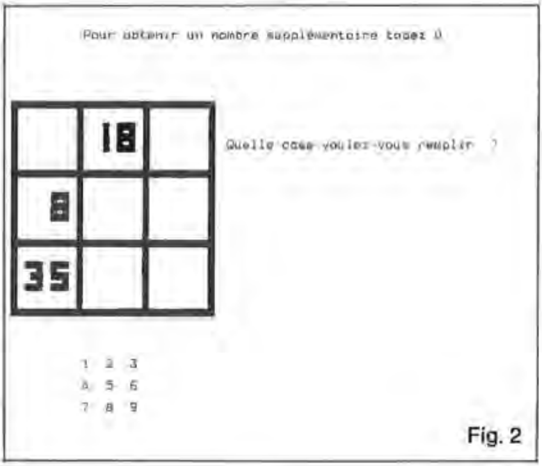


Fig. 2

Le fait de grouper deux élèves devant un même micro-ordinateur favorisa l'échange d'opinions entre les deux équipiers: l'obligation faite aux élèves de conserver une trace écrite de leurs tentatives peut paraître contraignante; elle eut toutefois l'avantage de favoriser l'observation et la réflexion sur les propriétés des carrés magiques. Les élèves qui travaillaient en classe avaient également la possibilité de faire appel à un dépanneur (le maître); ils hésitaient toutefois beaucoup plus longtemps à se servir de cette possibilité que ceux qui, devant l'ordinateur, pouvaient frapper la touche «S.O.S.».

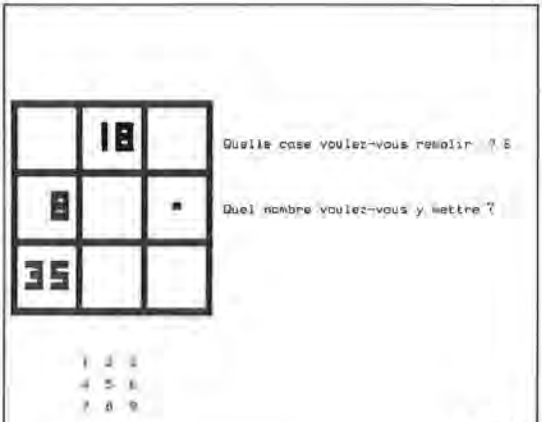


Fig. 3

Un contrôle des acquis, effectué environ une semaine plus tard, a permis de mettre en évidence des performances plus élevées chez les élèves qui avaient travaillé avec l'ordinateur; les raisons principales semblent être l'interactivité du programme qui permettait une correction immédiate et l'obligation de mener une réflexion en commun.

Jeu de NIM avec des bâtonnets

Il s'agit de la forme la plus simple du jeu de NIM; l'ordinateur affiche la règle du jeu et il offre deux choix à son adversaire:

- le nombre initial de bâtonnets,
- la possibilité de commencer.

Les élèves qui jouaient par deux sans ordinateur disposaient de feuilles polycopiées sur lesquelles chaque partenaire notait à l'aide d'un code les bâtonnets qu'il avait retirés. Cette méthode est préférable à celle qui consiste à jouer avec de vrais bâtonnets car elle permet de conserver une trace écrite de l'activité.

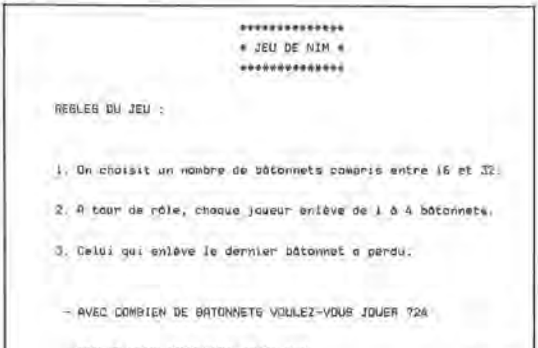


Fig. 4

Les équipes qui tentaient de vaincre l'ordinateur disposaient des même feuilles afin de leur permettre de comparer plusieurs parties et d'essayer d'en déduire la stratégie appliquée par la machine.

Exemple de partie gagnée par l'ordinateur (SMAKY):

```
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Il reste 20 bâtonnets.                    SMAKY A JOUE      4

| | | | | | | | | | | | | | | |

Il reste 16 bâtonnets.                    QUE JOUEZ-VOUS ? 3

| | | | | | | | | | | | |

Il reste 13 bâtonnets.                    SMAKY A JOUE      2

| | | | | | | | | | |

Il reste 11 bâtonnets.                    QUE JOUEZ-VOUS ? 1

| | | | | | | | | |

Il reste 10 bâtonnets.                    SMAKY A JOUE      4

| | | | | | | | | |

Il reste 10 bâtonnets.                    SMAKY A JOUE      4

| | | | | |

Il reste 6 bâtonnets.                     QUE JOUEZ-VOUS ? 2

| | | |

Il reste 4 bâtonnets.                     SMAKY A JOUE      3

|

Il reste 1 bâtonnet.                      QUE JOUEZ-VOUS ? 1

         J'AI BIEN SUR GAGNE, REVOYEZ VOTRE STRATEGIE !

         Voulez-vous faire une autre partie  (Y-N)  ?
```

Figure 5

Exemple de partie perdue par l'ordinateur:

```
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Il reste 21 bâtonnets.                      SMAKY A JOUE      1

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Il reste 20 bâtonnets.                      QUE JOUEZ-VOUS ? 4

| | | | | | | | | | | | | | | |

Il reste 16 bâtonnets.                      SMAKY A JOUE      4

| | | | | | | | | | | |

Il reste 12 bâtonnets.                      QUE JOUEZ-VOUS ? 1

| | | | | | | | | | |

Il reste 11 bâtonnets.                      SMAKY A JOUE      3

| | | | | | | |

Il reste 8 bâtonnets.                       QUE JOUEZ-VOUS ? 2

| | | | | |

Il reste 6 bâtonnets.                       SMAKY A JOUE      4

| |

Il reste 2 bâtonnets.                       QUE JOUEZ-VOUS ? 1

|

Il reste 1 bâtonnet.                        SMAKY A JOUE      1

                    VOUS AVEZ GAGNE, BRAVO !

          Voulez-vous faire une autre partie  (Y-N)  ?
```

Figure 6

Les erreurs de manipulation et les essais de tricherie sont sanctionnés par une sévère mise en garde de la part de la machine (fig. 7).

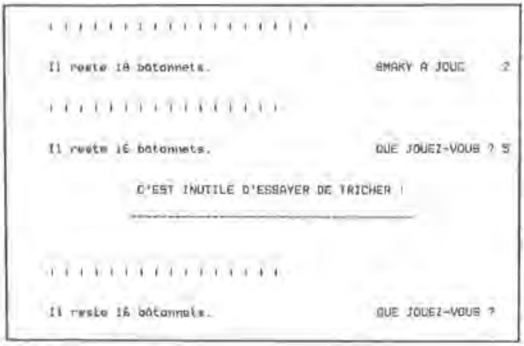


Fig. 7

Pour convaincre les élèves qu'il était possible de battre la machine, le stagiaire a dû jouer quelques parties en appliquant la stratégie adéquate. Le fait de se mesurer à un adversaire compétent mais pas invincible (l'ordinateur) s'est alors révélé extrêmement stimulant et, à l'issue des quarante minutes imparties à cette activité, tois élèves sur huit, parvenaient à battre l'ordinateur, quel que soit le nombre initial de bâtonnets; trois autres réussissaient dans certaines conditions. Les performances des élèves restés en classe ont été légèrement inférieures, mais pas de manière vraiment significative. L'usage de l'ordinateur a cependant été nettement positif sur deux points: une efficacité plus grande due à la présence d'un adversaire qualifié dans chaque groupe de deux élèves et une motivation plus forte due au fait qu'une victoire contre la machine apportait davantage de prestige que celle que l'on pouvait remporter contre un camarade, tandis qu'une défaite contre l'ordinateur apparaissait comme plus honorable que celle que l'on subissait contre un camarade.

Fig. 8

Jeu de NIM dans un quadrillage

Cette activité, tout en étant étroitement apparentée à la précédente, favorise nettement l'aspect spatial par rapport au côté numérique. Le didacticiel mis à disposition proposait quatre variantes de ce jeu, variantes dont la difficulté était croissante de A à D (fig. 8).

La consigne donnée aux élèves consistait à découvrir successivement les stratégies se rapportant aux quatre variantes. Voici la situation au début du jeu et le déroulement d'une partie dans le cas de la variante A (fig. 9 et 10).

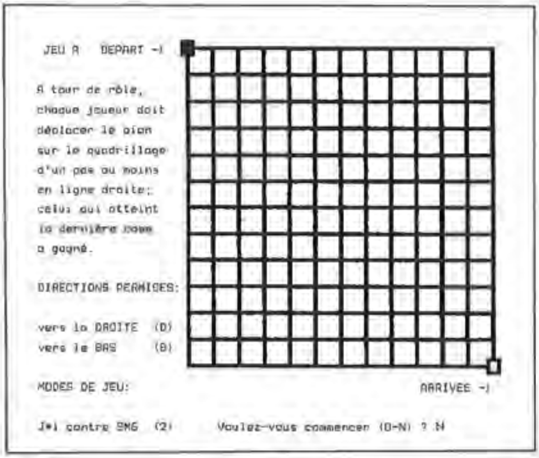


Fig. 9

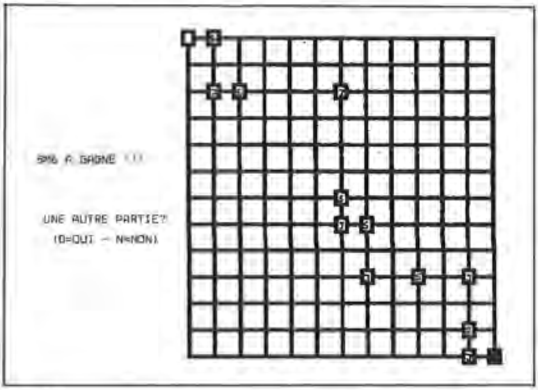


Fig. 10

Dans cette troisième situation, la comparaison entre les élèves qui ont travaillé avec l'ordinateur et ceux qui ont effectué la même recherche sans machine n'a pas été possible en raison de contingences particulières qui ont influencé l'expérience de manière assez sensible. L'observation la plus marquante du stagiaire est cependant la rapidité surprenante avec laquelle un groupe travaillant avec l'ordinateur est parvenu à maîtriser les stratégies gagnantes des trois premières variantes (A, B et C). De plus, seuls des élèves ayant travaillé avec l'ordinateur sont parvenus à découvrir le moyen de vaincre à coup sûr dans le cas C.

Remarques finales

S'il n'est pas possible de tirer des conclusions très significatives d'une expérimentation aussi limitée dans le temps et dans l'étendue, il est toutefois admissible de mettre en évidence les tendances qui sont dégagées lors de l'étude des trois situations:

- réalisation de performances légèrement supérieures chez les élèves qui ont eu l'occasion de travailler avec l'ordinateur;

- motivation et mise en valeur de certains élèves qui ne faisaient pas preuve de dispositions particulières dans des situations traditionnelles d'enseignement; intérêt pour un outil qui entre progressivement dans la vie quotidienne de chacun;
- adaptation de la cadence du travail aux possibilités des élèves et encouragement à la communication entre les élèves [1];
- modification de la relation maître-élève: l'enseignant ne détient plus à lui seul le monopole du savoir, mais il peut devenir un partenaire avec lequel l'élève confronte ses opinions au sujet d'une tactique à adopter et auquel il est ensuite très fier de pouvoir montrer ses résultats;
- suppression de la crainte d'un jugement négatif de la part du maître, tout en ayant la possibilité de faire appel à un auxiliaire constamment disponible et qui se montre rapide, compétent et efficace dans des domaines particuliers.

Il est primordial de tenter d'en savoir davantage sur les promesses à peine esquissées que semble nous offrir l'utilisation didactique du micro-ordinateur dans l'enseignement de la mathématique (ainsi que dans de nombreuses autres disciplines); pour y parvenir, il convient d'encourager les enseignants qui sont intéressés par ce problème à contribuer de manière tangible à son étude et de leur offrir des possibilités accrues de formation dans le domaine de l'informatique.

[1] Citation tirée du rapport mentionné:
«... Les élèves travaillèrent à deux sur une machine; je les laissai libres d'échanger leurs idées ou de réfléchir individuellement et de vérifier leurs découvertes à tour de rôle sur le clavier. Alors que l'on pouvait penser que l'ordinateur a un effet asocial et qu'il a tendance à isoler les gens, il s'est révélé ici comme un excellent outil de travail en groupe. Au cours de toutes les séances, aucun élève n'a choisi de travailler seul...».

> **... l'école ne saurait prétendre qu'elle n'est pour rien ou presque rien dans les inégalités et les différences qu'elle traduit, non sans un certain arbitraire, en hiérarchies explicites.** Si, à sept ans, au terme du premier degré de scolarité obligatoire, certains enfants savent lire couramment et d'autres déchiffrent à peine quelques mots, l'école y est pour quelque chose, puisqu'elle tente d'enseigner à lire à ces enfants depuis une, voire plusieurs années. L'école est impliquée très fortement dans la genèse des conduites qu'elle soumet aux normes d'excellence, car avant d'évaluer, elle enseigne.
>
> Philippe Perrenoud
> La fabrication de l'excellence scolaire

Il faut le lire...!

Philippe Perrenoud vient de publier un excellent ouvrage «La fabrication de l'excellence scolaire dans l'enseignement primaire: du curriculum aux pratiques d'évaluation» (Ed. DROZ, 11, rue Massot, Genève 1984).

La réflexion décapante d'un sociologue très averti du monde de l'école sur ce qui constitue l'un des piliers essentiels de nos systèmes scolaires ne peut être que roborative. Chaque enseignant, qui souvent pratique l'évaluation comme un rite, comme une routine, comme un mal nécessaire, comme une corvée, ou encore avec délectation ou avec un cri intérieur de souffrance à chaque mauvaise note attribuée, trouvera de l'intérêt à la lecture de ce livre. Plutôt que d'en décrire tant bien que mal le contenu et la richesse, nous préférons allécher le lecteur en lui proposant l'extrait suivant:

Les jugements des élèves sont souvent influencés par les jugements du maître, en fonction desquels ils saisissent et intériorisent les normes d'excellence. Toutefois, même si l'école ne pratiquait aucune évaluation formelle, même si le maître s'abstenait de tout jugement public, cela n'empêcherait pas les élèves de se comparer et de fabriquer entre eux des hiérarchies informelles, comme ils le font dans les domaines étrangers au curriculum. Certains maîtres s'appliquent d'ailleurs à atténuer les jugements des élèves les uns sur les autres, à rendre les hiérarchies moins visibles, par exemple en évitant d'obliger les élèves les plus faibles à faire une fois encore devant les autres la démonstration que leurs textes sont illisibles, leurs explications incompréhensibles, leurs calculs fantaisistes ou leur travail à peine ébauché quand d'autres ont déjà fini. Les maîtres soucieux de ne pas cristalliser les hiérarchies s'efforcent de mettre en valeur d'autres formes d'excellence, même si elles ne sont pas évaluées formellement et «ne comptent pas» autant que les autres. Ils se gardent aussi de donner aux élèves les plus brillants autant d'occasions qu'ils le voudraient de prouver qu'ils lisent mieux, comprennent plus vite, finissent avant les autres, ont réponse à tout, en bref qu'ils sont les meilleurs. Tous les maîtres n'agissent pas dans ce sens: certains soulignent au contraire les hiérarchies, félicitent publiquement les meilleurs, stigmatisent les plus faibles. Retenons surtout ici que même si le maître ne fait rien pour rendre visibles les hiérarchies d'excellence, certains élèves, encouragés souvent par leur entourage familial, recréent des classements informels là où l'école avait supprimé les tableaux d'honneur et les bonnets d'âne. Le maître, qu'il le veuille ou non, incarne la norme. Il ne peut guider les élèves dans leur travail et dans leurs apprentissages sans formuler, implicitement ou explicitement, des jugements d'excellence. Il est difficile d'imaginer une action pédagogique qui n'engendrerait aucune hiérarchie informelle. Seul un enseignement tout à fait individualisé pourrait l'éviter; et encore seraitce à condition d'exclure toute relation directe entre les élèves.

Le plan de la cour
par François Jaquet

Cet article est un compte-rendu d'une activité mathématique sans grandes prétentions, vécue par une classe, comme pourraient la vivre d'autres classes en tout temps et en toute occasion.

Le sujet est à la fois banal et inédit. Banal, car chaque enseignant s'est souvent vu proposer – par ses moyens d'enseignement, ses formateurs ou d'autres sources méthodologiques – d'entreprendre le plan de la cour de l'école avec ses élèves. Inédit, par la variété des expériences, découvertes et redécouvertes à faire dès que la classe s'ouvre sur l'extérieur.

Il n'y aura pas de conclusions à cet article, ni jugements de valeur. Les observations que j'ai faites au cours de cette activité m'ont paru si révélatrices et parfois si surprenantes que je souhaite les partager avec d'autres enseignants. Je les livre ici, telles que je les ai prises, sur le vif,avec les questions qu'elles me posent et les informations minimales nécessaires à leur compréhension.

Le cadre de l'activité

La classe: 21 élèves, degré 7 (12-13 ans), section scientifique de l'école secondaire neuchâteloise. Collège des Forges, La Chaux-de-Fonds.

Le moment: La classe vient d'étudier le chapitre sur l'aire du triangle et des quadrilatères élémentaires. La météo assure, pour quelques jours, un temps ensoleillé d'automne jurassien.

La tâche: «Dès demain, vous allez faire le plan de la cour (la partie asphaltée située sous les fenêtres de la classe). Vous travaillerez par groupe (de deux à quatre personnes). Chaque groupe se verra attribuer une partie de la cour et devra en dessiner le plan, le découper et l'assembler avec les autres pour reconstituer l'ensemble, sous forme d'un puzzle (fig. 1).

Il faut vous répartir en groupes et préparer le matériel nécesaire pour pouvoir entreprendre immédiatement le travail demain, lors de la prochaine heure de math.»

(La formation des groupes et la préparation du matériel sont considérés comme «devoirs» pour le lendemain. Je suggère, sur la base d'expériences antérieures, la ficelle graduée en mètres par des papiers collants, comme mesurant).

Le travail: Je répartis la cour en parcelles, par quelques marques à la craie, sur ses bords, puis les groupes s'organisent librement et règlent eux-mêmes leurs conflits internes. Au début de chaque nouvelle période, j'anime une réunion de classe pour faire le point et régler quelques problèmes communs, comme le choix de l'échelle par exemple. Je reste ensuite à disposition des groupes – et suis beaucoup sollicité dès la deuxième séance de travail – pour des questions et contrôles techniques.

La durée: 4 à 5 périodes de 45 minutes, selon les groupes, occupées par les mesurages dans la cour, la réalisation d'esquisses successives, le découpage et le contrôle du plan définitif et une courte évaluation individuelle de l'activité.

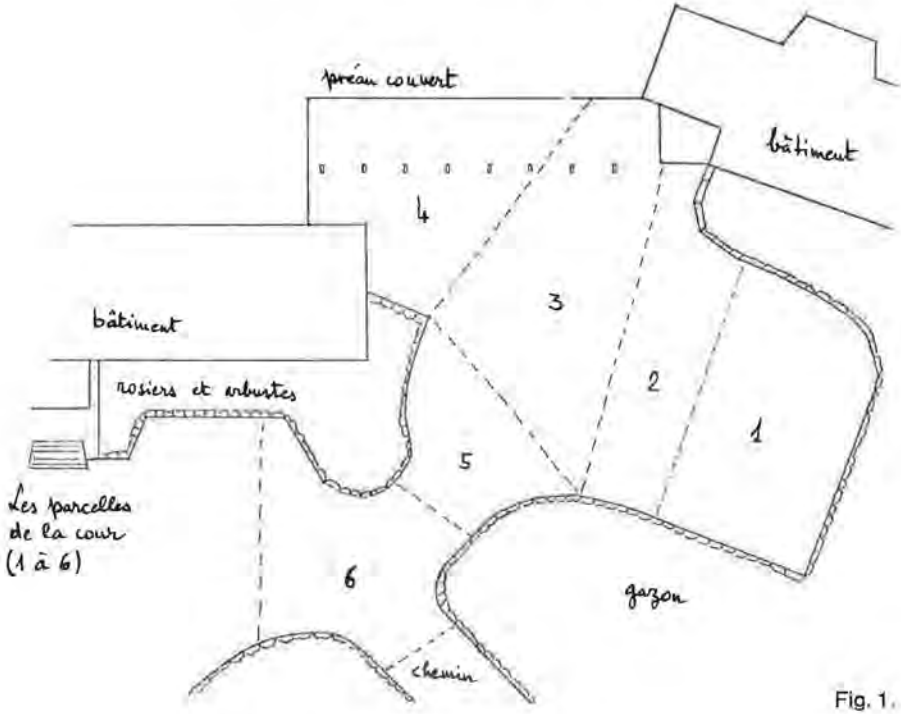


Fig. 1.

Le pourtour

Dans une première étape, cinq groupes sur six ne travaillent que sur le pourtour de leur parcelle et mesurent successivement les distances d'un «sommet» à l'autre. Les angles ne sont jamais pris en compte, ils sont en général considérés comme droits. Les côtés rectilignes sont mesurés par la ficelle tendue en ligne à peu près droite, les mesures des côtés curvilignes sont prises par application directe de la ficelle contre la bordure.

Evidemment, de retour en classe, ces mesures se révèlent insuffisantes ou inutilisables. Au sein d'un même groupe, les esquisses obtenues sont différentes.

En prévision de cette difficulté, j'avais présenté à la classe, deux leçons auparavant, un polygone d'une dizaine de côtés couvrant toute une feuille de format A4 en demandant de le reproduire à l'échelle 3/4, sans utiliser de rapporteur (fig. 2).

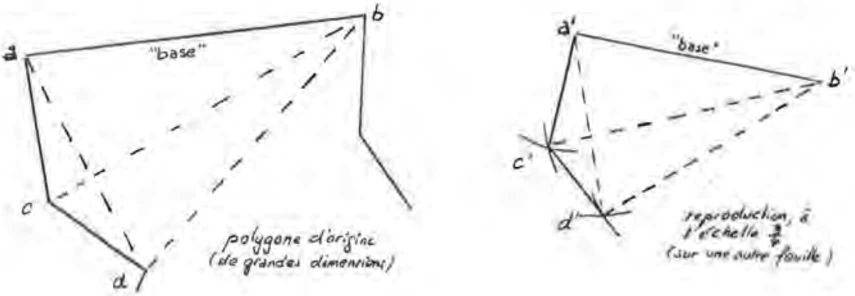


Fig. 2

Après bien des tentatives infructueuses, chaque élève avait compris qu'il devait procéder «triangle par triangle» à partir d'un premier segment considéré comme «base» puis avait parfaitement réalisé sa reproduction. Cette «préparation» n'avait-elle donc servi à rien, pour qu'aucun groupe ne pense à cette procédure par «triangulation» appliquée avec succès quelques jours auparavant? Quel est l'obstacle qui s'oppose au transfert d'une «maîtrise» sur le plan de la feuille en situation scolaire à la réussite de la même tâche dans une situation réelle?

La ligne droite

Devant sa feuille de papier, aucun élève de 13 ans ne doute que la distance de deux points se mesure le long d'un segment de droite. Pourtant cette belle certitude disparaît en terrain accidenté. Que d'essais et d'hésitations jusqu'à ce que chacun soit convaincu que la ficelle doit être tendue et ne doit pas contourner les obstacles!

A ce propos, l'épisode du «tas de feuilles mortes» est significatif:

Fig. 3.

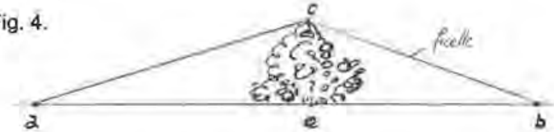
Un groupe mesure la distance entre deux points (a et b, v. fig. 3) le long d'un tronçon rectiligne. Un tas de feuilles mortes amassées contre cette bordure empêche le passage de la ficelle au ras de la surface asphaltée, mais n'empiète pas sur le gazon ni sur les pierres de la bordure. Les élèves entreprennent alors de retirer les feuilles. Je leur fais remarquer que les jardiniers n'apprécieront pas qu'on étale leur tas. «Mais M'sieur, on ne pourra pas mesurer si on ne retire pas les feuilles!» pourquoi n'ont-ils pas pensé spontanément à prendre leur mesure sur la partie supérieure de la bordure, entièrement dégagée? Ils savent pourtant que les deux longueurs d'un rectangle sont isométriques (ici, les arêtes inférieure et supérieure de la bordure)!

Un autre groupe, aux prises avec un même genre d'obstacle, s'évertue à passer péniblement sa ficelle derrière un tuyau d'écoulement d'eau pour mesurer la longueur de la façade du préau couvert. A 20 cm de cette paroi, le sol était parfaitement libre et horizontal, on aurait pu y mesurer la distance en question sans aucune difficulté.

Dans un autre groupe encore, les mesures se prennent à hauteur de la taille alors que la ficelle touche le sol dans sa partie médiane!

Plus élaborée, la procédure de trois élèves pour déterminer la distance de deux points séparés par un buisson épineux se révèle inadéquate elle aussi, comme le montre la figure 4:

Fig. 4.



La ficelle passant au dessus (c) du buisson donne une mesure supérieure à la distance cherchée, il faudra donc retrancher quelque chose...? Le pas est vite franchi et la solution (originale) apparaît:

$$\text{mes } [a\,;b] = \underbrace{\text{mes } [a\,;c] + \text{mes } [c\,;b]}_{\text{longueur de la ficelle}} - \underbrace{\text{mes } [e\,;c]}_{\text{hauteur du buisson}}$$

L'angle droit

Si j'avais demandé aux élèves d'établir une maquette de leur chambre ou de faire le plan de la classe, ils n'auraient pas rencontré de difficulté majeure. (Je propose régulièrement cette activité, à des élèves plus jeunes d'une année).

C'est évidemment l'absence d'angles droits qui rend plus difficile le plan de la cour. Mais n'y a-t-il pas d'autres obstacles encore? N'y aurait-il pas deux notions de perpendicularité: l'une aux dimensions des mains et des déplacements sur une feuille de papier, l'autre aux dimensions du corps et de ses mouvements hors d'un cadre rectangulaire?

Quelques observations à ce propos:

- La plupart des premières esquisses tracées le sont sur un schéma quasi-rectangulaire.
- De nombreux élèves me demandent du papier millimétré ou quadrillé pour leurs plans.
- Je demande à un élève: «Es-tu sûr que cet angle est droit?». il me répond: «oui, puisque j'ai changé de direction», en me la montrant du bras.
- Pour d'autres élèves, «s'éloigner» d'un mur signifie qu'on se déplace perpendiculairement à ce mur.
- Les procédures les plus précises pour déterminer une direction perpendiculaire à une autre consistent à se déplacer «bien sur la ligne et à viser juste devant soi».

L'utilisation de l'équerre a, bien sûr, été évoquée par quelques élèves, mais aussitôt rejetée ou abandonnée spontanément vu la disproportion entre l'instrument et les parcelles à mesurer.

Les lignes courbes

C'est la difficulté majeure de tous les groupes qui les rencontrent sur le pourtour de leur parcelle et qui sont chacun amenés à faire les «découvertes» suivantes:

- Les distances (curvilignes) mesurées en suivant les bordures sont inutilisables, «il faut les prendre en ligne droite!»
- Les lignes courbes ne sont pas des parties de cercles.
- Il faudra se contenter d'une succession de segments rectilignes comme approximation de la courbe.
- On peut déterminer exactement, par «triangulation» ou d'une autre façon (v. fig. 5) quelques points caractéristiques d'une portion de bordure non rectiligne.
- Il n'est pas «interdit» de «sortir» de la parcelle pour en mesurer ses parties non convexes (v. fig. 5).

Ces constatations ont le statut de véritables découvertes. Elles sont toutes exprimées oralement par les groupes, en général accompagnées d'exclamations significatives du genre: «ça y est!», «j'ai trouvé!», «haha!», «mai oui, c'est vrai!», etc.

Ces découvertes m'étonnent. Je les imaginais comme évidences banales, des connaissances assimilées, des certitudes acquises. Dans quelle mesure mon enseignement pourrait-il les influencer?

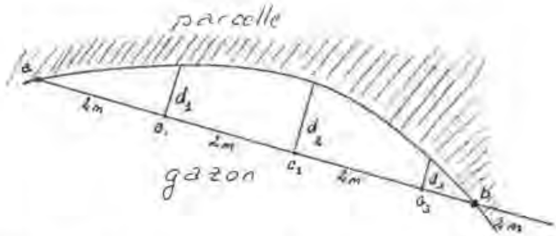


Fig. 5. Une méthode pour déterminer une portion de courbe, utilisée par un des groupes: La «droite» ab est constituée de quatre double-mètres disposés sur le gazon. Les distances d_1, d_2, d_3, sont mesurées perpendiculairement à la droite ab. La perpendicularité est vérifiée par un élève qui se place en e_1, e_2, e_3 et indique la direction «devant» lui.

L'évolution des esquisses

La figure 6 présente les cinq esquisses successives du groupe 1:

a) Premier brouillon, griffonné sur une feuille posée à même le sol.
b) Le dessin se précise, la surface et divisée en un «rectangle» inférieur et deux parties supérieures encore mal définies.
c) Le rectangle inférieur est «triangulé». Le groupe affirme que c'est un «vrai rectangle» car ses deux diagonales mesurent chacune 20,2 m (alors que «les largeurs» sont de 12,1 et 13 m). Les mesures du pourtour sont encore curvilignes dans la partie supérieure.
d) Toutes les mesures ont été reprises à partir du côté droit, triangle par triangle. 5 points sont déterminés avec précision, la courbe est esquissée, à l'œil.
e) Deux points supplémentaires sont déterminés sur la courbe qui, malgré tout, en évite encore un.

Lors de la comparaison avec le plan officiel du géomètre communal, le groupe se déclare satisfait pour l'essentiel et estime qu'il aurait pu encore améliorer sa courbe.

L'évaluation des élèves

Les dessins définitifs, reproduits et découpés sur papier calque, sont posés sur le plan de référence du géomètre communal.

Les groupes 2, 3 et 4 sont très étonnés et satisfaits; leurs pièces correspondent, au demi-millimètre près, avec celles de leurs voisins et avec le plan de référence.

Il y a quelques imprécisions dans les travaux des groupes 1 et 5, sur les bordures curvilignes. Elles n'excèdent pas 2 mm sur le plan, ce qui correspond à 40 cm sur le terrain. Les élèves concernés admettent ces différences et les

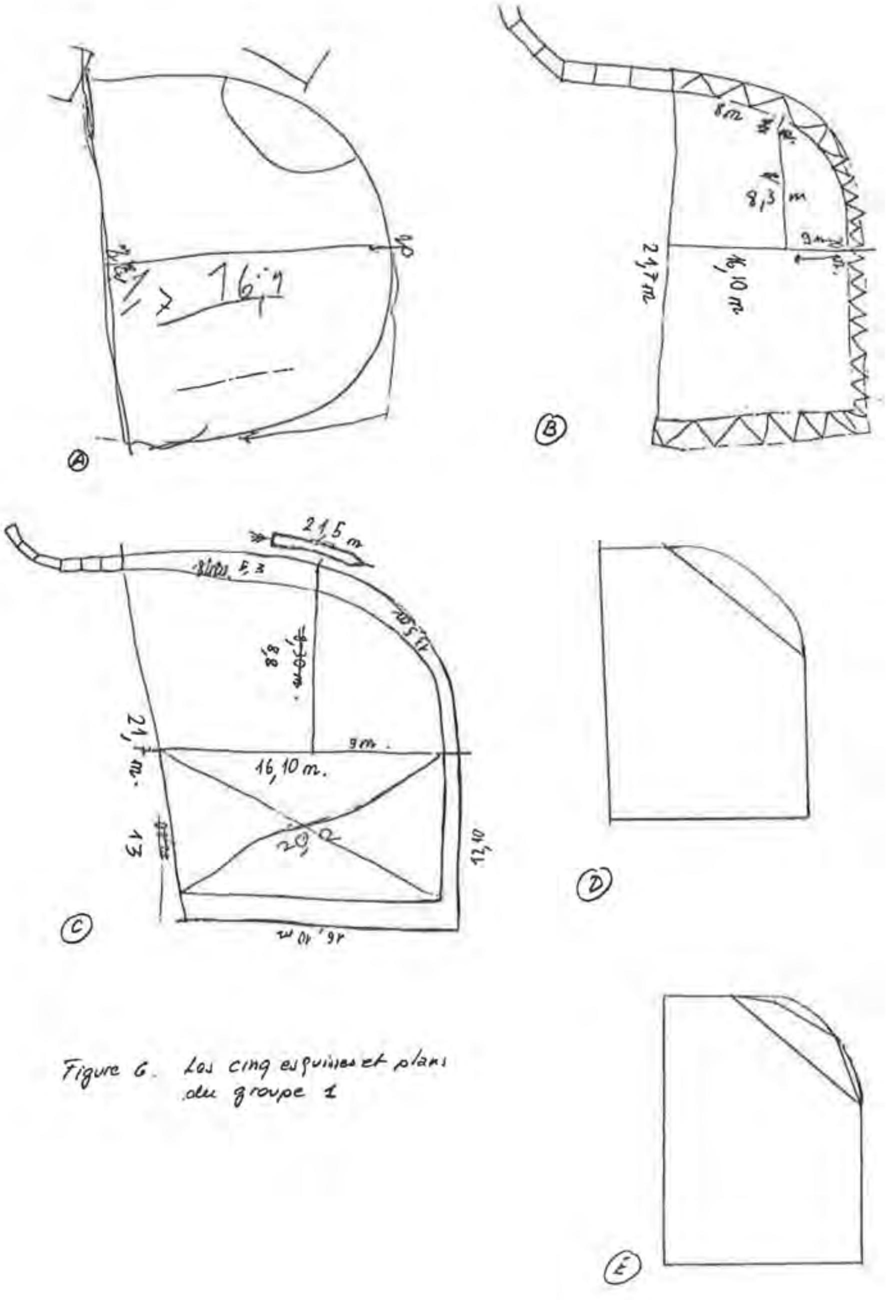


Figure 6. Les cinq esquisses et plans du groupe 1

justifient ainsi: «On aurait pu faire mieux si on avait pris beaucoup plus de points dans les parties courbes».

La pièce du groupe 6 s'adapte à celle du groupe 5 mais se distingue nettement du plan de référence. Après analyse, on découvre des erreurs dans les mesures, des reports imprécis et un problème dans la détermination de la parcelle: la pluie, non prévue par la météo, avait effacé un des points de repère entre la deuxième et la troisième période de travail et entraîné ensuite une confusion dans les repères.

Je demande ensuite à chacun de noter en quelques lignes ses remarques et commentaires sur cette activité. En voici quelques extraits:

- «C'est un travail sérieux et difficile, surtout dans la précision des dimensions de l'arrondi. Parce que pour faire un rond, il faut faire des points de repère, ce qui n'est pas facile.»
- «On s'est bien partagé le travail sauf quelquefois on était pas du tout d'accord avec une autre. Il y en avait une qui tenait au bout, deux qui mesuraient et une qui relevait les mesures sur un brouillon. Mme B. c'est pris les pieds dans la ficelle et nous a grondé. A part ce petit incident j'ai trouvé pas mal.»
- «C'était bien car on travaillait en groupe et c'était intéressant de mesurer pour une fois une assez grande surface.
  Pour moi, nous avions la surface la plus dur à calculer car nous avions des obstacles, le sapin tout près du bureau, et nous avions plusieurs contours. Mais j'ai quand même aimé.»
- «On a fait un peu les cons parce que quand on mesurait on rigolait et on faisait pas attention aux mesures et c'est sûrement pour ça que le plan ne joue pas, mais c'était quand même bien et surtout agréable de s'aérer les idées.»
- «On a mesuré d'un point à l'autre, on a fait un croquis de la surface puis on a mesuré les diagonales...»
- «C'était bien car ça nous apprenait à être précis et nous étions presque toujours dehors en train de mesurer et on voyait comment il était difficile de faire un plan d'une cour à une échelle précise.»
- «Pour mesurer les virages depuis un point à un autre on les mesurait à l'angle droit. Il y avait un sapin dans l'angle, c'était moi qui devait me mettre dessous et ça piquait.
  C'était bien parce qu'on travaillait en groupe mais fallait qu'Eddy gueule moins.»

(Le langage et l'orthographe des enfants ont été respectés...)

Quelques remarques, en guise de bilan

Je n'envisage pas d'établir un bilan définitif de cette activité car elle peut encore se poursuivre, en mathématiques par exemple par le calcul de l'aire de la cour, en collaboration avec le maître de français pour la rectification de certaines fautes d'orthographe et de syntaxe, etc. Je peux toutefois dresser un rapide inventaire de ce qui s'est passé au cours de ces quatre à cinq périodes:

En une semaine, la classe n'a pas progressé dans le programme «officiel» de son degré en abattant une tranche substantielle d'exercices. Tout-au plus a-t-on abordé des changements d'unités, des problèmes d'échelle et revu la construction de triangles qui figurent dans la liste des objectifs du plan d'étude.

En revanche, les élèves ont rencontré de multiples notions mathématiques indépendantes du programme d'une année précise ou supposées assimilées: la décomposition d'un polygone en triangles, l'inégalité triangulaire, la perpendicularité, la distance d'un point à un autre ou d'un point à une droite, les limites de précision d'une mesure, etc.

Au plan mathématique, toujours, les observations rapportées dans les pages précédentes et toutes les autres dont je n'ai pas rendu compte ne représentent qu'une infime partie de toutes les expériences vécues par les élèves en cours d'activité. Il est certain que ces mesures en situation réelle ont provoqué des conflits, déstabilisé des croyances, consolidé des connaissances chancelantes, restructuré des schémas d'organisation et touché ainsi un plus grand nombre encore de notions mathématiques que nous ne pouvons l'imaginer.

Le plan de la cour s'est révélé une tâche à la portée des élèves. Le but est atteint, chacun s'est senti concerné et a trouvé du plaisir dans cette activité. Les tentatives infructueuses des premières périodes ont rapidement cédé la place à des procédures plus systématiques, précises et efficaces. Cette évolution est le fruit d'une démarche autonome des groupes et des élèves. Mon intervention s'est limitée à quelques encouragements, à des aides ponctuelles, aux synthèses et relances nécessaires avant chaque nouvelle période.

Les évaluations individuelles l'attestent: aucune manifestation de crainte, d'ennui, d'incompréhension du problème ne subsiste en fin d'activité. Le plan de la cour n'a, semble-t-il, provoqué aucun blocage mais au contraire un élan et un renforcement de la confiance en soi chez de nombreux élèves.

Les derniers plans des parcelles me permettent d'apprécier le travail de chaque groupe et d'attribuer ainsi à chacun de ses membres la même «mention» qui sera prise en compte dans la «moyenne» du trimestre, avec celles qui sanctionnent les travaux individuels. Pour cette activité, mes appréciations vont de «passable» à «bien», selon le système de mentions de notre école.

J'ai eu l'occasion de présenter les travaux des groupes lors de la réunion annuelle des parents d'élèves de la classe. Ceux-ci se sont montrés intéressés et ont été étonnés de la qualité du travail. Le géomètre communal a mis très aimablement ses plans à disposition. Les multiples déplacements des élèves et leur relative autonomie n'ont posé aucun problème majeur de «discipline». En bref, aucun obstacle institutionnel ne s'est présenté au cours de cette activité.

Oh le bol ou le jeu du 708

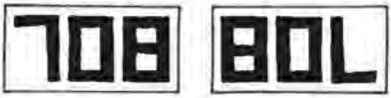
par Roger Délez, méthodologue SRP

A la page 24 du Math-Ecole nº 104, un petit article, qu'on appelle «bouchon» en langage de rédaction, a provoqué en moi une curiosité toute légitime. Je me suis donc lancé dans une recherche un peu plus fouillée. Encouragé par l'intérêt des questions posées par les élèves, je me suis laissé entraîner à travailler avec eux. Je vous livre aujourd'hui, le fruit de notre labeur en espérant que vous y trouverez autant de plaisir que nous.

En quelques pages, je vous signalerai le cadre de notre recherche, la démarche entreprise, les buts que l'on s'est fixés, les hypothèses que l'on a formulées, les essais tentés...

En seconde partie, je vous proposerai des règles de jeu permettant de faire sien ce matériel didactique dès la scolarité primaire.

Tour a débuté sur la base de ces 2 cartes:



– Que peut-on faire avec ça?
– Des nombres.
– Des mots.

– C'est effectivement ce que nous allons entreprendre, mais comment ces chiffres ou ces mots sont-sil écrits?

– Caractères spéciaux.

– Où les trouve-t-on?
– Sur les machines à calculer.

1er INVENTAIRE

Les chiffres qui donnent aussi des lettres

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	I	2	E	h	5	9	L	8	6
O	I	Z	E	h	S	9	L	B	G

Cette transcription étant faite, il fallait se fixer une nouvelle tâche et, pour éviter de trop se disperser, commencer par des mots de deux et trois lettres.

Une idée du Québec:

La calculatrice qui parle

Extrait d'un article de L. Grenier paru dans «Instantanés mathématiques», mai 1982

Savais-tu que ta calculatrice pouvait parler? Enfin presque. Fais les opérations indiquées et elle te dira ce que tu veux savoir.

1. Ce que te fera un coup de bâton sur la tête (5918 × 2 × 3).
2. Où poussent les champignons? (1277 × 2 × 2).
3. Ce qu'on fait avec des pommes pour tartiner le pain (5681 + 28 058).
4. Ce qu'il faut pour faire mûrir des tomates (142 741 × 5).

Activité A

D'après un message que vient de te donner ta calculatrice, as-tu découvert son code?
Quelles sont les neuf (9) lettres de l'alphabet qu'elle peut utiliser?
Trouve le chiffre qui correspond à chaque lettre de l'alphabet que ta calculatrice peut utiliser.

Activité B

Si tu donnes une opération qui égalera 708 à ta calculatrice, elle écrira «bol». Tu as donc plusieurs possibilités de lui faire dire «bol».
Il y a 354 × 2 ou 1000 − 292 ou encore 394 + 314.
Trouve une autre façon de lui faire dire «bol».

Quelles opérations peux-tu donner à ta calculatrice pour qu'elle écrive les mots suivants:

billes:	gelez:	Lise:	soi:
Eloi:	Gisèle:	osez:	sole:
Esso:	glissez:	selle:	solo:
gel:	illisible:	silo:	zoologie:

Activité C

Essayer de découvrir d'autres mots que ta calculatrice peut afficher. Trouve les opérations qui te permettraient d'écrire ces mots avec ta calculatrice.

2e INVENTAIRE

Voici une première liste de nombres trouvés:

71 35 37 18	53 535 537 518 105 107 705	15	50	735 370 378 371 338 350

Voilà une première liste de mots trouvés:

– Essayons de construire des opérations nous permettant de découvrir la valeur de la carte de départ soit:

708

Voilà quelques opérations trouvées...

535 + 105 + 50 + 18 = 708
518 + 105 + 50 + 35 = 708
705 + 53 - 50 = 708
705 + 35 - 50 + 18 = 708

371 - 71 + 338 +
370 + 50 - 350 = 708

37 · 35 - 705 + 18 +
107 + 371 - 378 = 708

– Peut-on placer tous ces mots/nombres en deux additions dont la différence = 708 ? Cette hypothèse a été formulée par un élève et le travail relancé. Pour trouver une solution, les enfants ont été amenés à additionner tous les nombres de la première liste (2e INVENTAIRE) ce qui nous donne un total de 5328.
– Pour obtenir une différence de 708 , quelles seront les deux sommes à obtenir?

	le plus petit	le plus grand
5328 - 708 4620	4620:2 = 2310	2310 + 708 3018

– Peut-on atteindre ces nombres? En essayant de parvenir à un de ces nombres, on obtient obligatoirement l'autre, (mais ce n'est pas évident pour les enfants) raison pour laquelle il ne faut pas introduire de stratégie mais au contraire la laisser découvrir.

Une possibilité parmi d'autres:

```
  735       71
  705       53
   50      535
   35      537
   18      370
   37      378     3018
  105      371   - 2310
  107      338   ------
+ 518      350      708
-----    +  15
 2310    -----
          3018
```

De nouveaux nombres sont découverts...

```
317   517   310
```

De nouveaux mots sont découverts...

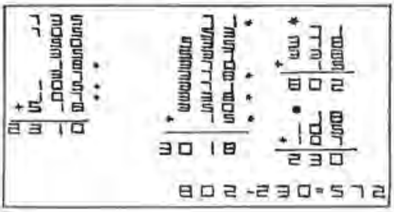
Peut-on les inclure dans les deux opérations précédentes pour remplir les mêmes conditions?

Leur total:

```
317+517+310=1144
```

Il faudrait donc pouvoir placer **572** de chaque côté.

Une méthode: j'augmente l'addition de gauche de 572 de telle sorte que les trois nouveaux nombres soient dans la colonne de droite. (Par compensation).



```
  735         53
  705        535
   50        537
   35        370
   37        371
  518        350
   71 •       18 •
  378 •      105 •
  338 •      107 •
+  15 •      317      3590
-----        517    - 2882
 2882      + 310    ------
           -----       708
            3590
```

Sur la base des deux additions précédentes, peut-on inclure ces cinq nouveaux nombres trouvés...

739	738	515	505
	571		

... ou ces cinq nouveaux mots!

Leur total est de 3068

Il faudrait ajouter de chaque côté 1534

Premier essai:

$$
\begin{array}{r}
739\\
+738\\
\hline
1477
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
515\\
505\\
+571\\
\hline
1591
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1591\\
-1477\\
\hline
114\\
\text{soit } 57
\end{array}
$$

à enlever au total le plus élevé

En détail voici le cheminement choisi:

Une solution parmi d'autres...

735	53	La différence 822 − 708 = 114 est répartie de chaque côté à raison de 57 ! +57 et −57	735	53
705	535		705	535
50	537		107	537
35	370		35	370
37	371		37	371
518	350		518	350
71	18		71	18
378	105		378	105
338	107		338	50
15	317		15	317
739	517		739	517
+ 738	310		+ 738	310
4359	515		4416	515
5181	505	5124		505
−4359	+ 571	− 4416		+ 571
822	5181	708		5124

Encore des nombres nouveaux:

314 340   34 14 40

- Il est toujours possible avec les cinq nouvelles «cartes» de composer deux additions dont la différence est 708

  La suite de la recherche nous a poussé à répondre à d'autres questions.
- Peut-on faire une addition dont le résultat est 10 000?
- Peut-on composer deux additions égales de seize addendes chacune?

Loin d'être exhaustive, cette recherche m'a prouvé que l'intérêt de la machine permettait à de nombreux enfants de se surpasser.

JEU DU 708

Description:

Ce jeu est composé de 32 cartes. + (*) * les autres que vous découvrirez!

10 cartes de deux chiffres (lettres)
22 cartes de trois chiffres (lettres) +708

Règle du jeu: (ordre croissant de difficultés)

1. LA BATAILLE: 2, 4 ou 8 joueurs (32 cartes)
3 joueurs (33 cartes)

a) Distribuer les cartes et les jouer sans les regarder, le nombre le plus élevé l'emporte.
b) Distribuer les cartes et les jouer sans les regarder, la carte ayant le meilleur placement alphabétique l'emporte.
c) Distribuer les cartes et les jouer sans les regarder, la carte dont la somme des chiffres est la plus élevée l'emporte.
d) Distribuer les cartes et les jouer sans les regarder, la carte gagnante est celle dont les 2 ou 3 lettres forment le plus grand total en additionnant les rangs de chaque lettre dans l'ordre alphabétique.

NB: On peut jouer en un tour ou jusqu'à épuisement des cartes. Le comptage peut se faire à la fin d'un tour en prenant une formule autre.

Exemple: jouer aux points et compter en lettres (rang des lettres).

Variante:

2. LA BATAILLE OUVERTE: (en regardant les cartes)

a)
b) idem
c)
d)

3. LE MEILLEUR TOTAL :

a) On distribue 2-3-4-5 ... cartes, chaque joueur en fait l'addition, celui qui a le meilleur total a gagné.
b) Idem ..., celui qui a le total le plus faible a gagné.

4. LE PLUS PRÈS POSSIBLE DE 1000

Les cartes sont distribuées 1 à 1 à la demande. Celui qui est le plus près de 1000 a gagné. (Celui qui dépasse 1000 ne marque aucun point).

5. CARTES SUR TABLE

Toutes les cartes sont visibles sur la table.

a) A l'aide d'un papier et d'un crayon essayer de faire ⊕ ⊖ ⊜
   100
   200
   300
   400 ...
b) Même consigne mais essayer d'en faire plusieurs différentes.

Additions	Soustractions	Additions et soustractions

c) A l'aide de ces cartes peut-on obtenir 10 000 ?
d) Obtenir 708
e) Ecrire deux additions dont la différence est 708
f) Peut on placer les 32 cartes en 2 additions de 16 addendes, dont la différence est 708 ? ou 0 ?

J'en ai marre du 708
J'en ai ras le BOL

g) Jeu des familles équivalentes. Ex.

$$\begin{array}{r} 571 \\ -\,371 \\ \hline 200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 517 \\ -\,317 \\ \hline 200 \end{array}$$

JEU DE 32 CARTES

1. LA BATAILLE: → points
   → ordre alphabétique (le meilleur classé)
   → nombre de points de chaque lettre

2. JEU DU 100 : cartes sur table papier crayon!
   200 opérations ⊕ ⊖ ⊜
   300 ...
3. FAMILLES OP. EQUIVALENTES Ex. voir g).

4. DISTRIBUTION DE 16 et 16 cartes → le meilleur total.

5. $\boxed{\text{Additions}}$ $\boxed{\text{Soustractions}}$ $\boxed{\text{Op. mêlées}}$ pour le même résultat.

6. Le plus près de 1000. Les cartes sont distribuées 1 à 1 à la demande.

7. Peut-on faire 10 000?

8. Différence entre 2 additions de plusieurs addendes = 708

9. Peut-on placer les cartes en 2 additions de 16 termes dont la différence est 708?

... etc...

Version simplifiée:

Bataille ouverte: + Celui qui a le plus de cartes à la fin d'une mène perd.
+ Celui qui a le plus de cartes à la fin de la mène gagne.
+ Idem avec points.
Même règles avec l'ordre alphabétique.

JEU DU 708 quelques exemples choisis.

Nb.	Additions	Soustractions	Additions et soustractions
100	15+35+50	571–371–15–35–50	350 – (107+53+40+50)
200	107+53+40	571–371	(738–338) – (107+53+40)
		517–317	
		705–505	
		735–535	
300	105+107+53+35	340–40	(738–338) – (15+35+50)
400		738–338	(705+105) – 310 – (15+35+50)
	... etc. ...		

CIEAEM Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques

XXXVII^{e} Rencontre Internationale de la CIEAEM

La C.I.E.A.E.M. a le plaisir de vous annoncer qu'elle tiendra sa prochaine rencontre internationale à:

LEIDEN (Pays-Bas) du 4 août au 10 août 1985

Thème retenu:

MATHÉMATIQUE pour TOUS ... à l'âge de l'ordinateur

Sous-thèmes proposés:

1. *Le calcul:*
   Qu'est-ce qui doit être accessible à tous?
2. *Modèles mathématiques:*
   Quelle aptitude à formuler un problème peut-on attendre de tous? Quelle connaissance et quelle pratique de la géométrie?
3. *Raisonnement mathématique:*
   A quelles formes de raisonnement tous doivent-ils accéder?
4. *Formation des maîtres:*
   A quelles exigences particulières la formation des maîtres doit-elle satisfaire si l'on veut que les maîtres soient aptes à éduquer vraiment *tous* les élèves?
5. *Mathématique et informatique:*
   Comment sont-elles impliquées l'une dans l'autre? Quels objectifs assigner à un enseignement de l'informatique *pour tous?*

Langues de travail: Français et anglais.

Organisation locale: M^{me} E.J. Hanepen et Drs. J. de Lange Jzn, Groupe de recherche de l'enseignement OW & OC, Université d'Utrecht, Pays-Bas.

Indications pratiques:

La Rencontre se déroulera dans les locaux de l'Université de Leiden, la plus ancienne université des Pays-Bas.

Le logement est prévu dans deux hôtels, l'un au centre de la ville, l'autre à l'extérieur mais aisément accessible par des autobus fréquents.

Les environs de la ville présentent de bonnes possibilités de camping.

Le coût global du séjour – logement à l'hôtel et repas compris – est évalué à environ 500 Florins.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 14.—, Etranger F 16.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Fiorina & Burgener, 1950 Sion