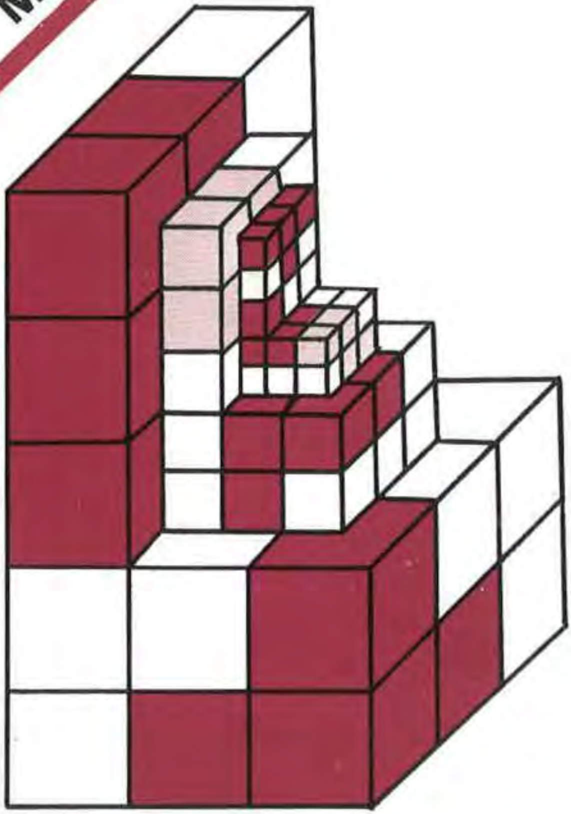
Math 6P, édition 85

118



MATH ECOLE

MAI 1985
24e ANNÉE

MATH-ECOLE 118

24e ANNÉE Paraît cinq fois par an MAI 1985

Editorial

Marco Wolf, dans «La bosse des maths est-elle une maladie mentale?» cite le théorème suivant:

Théorème des œufs durs:
1er cas: HYPOTHÈSES:

On donne un litre d'eau FROIDE, une casserole, une source de chaleur et deux œufs.

MÉTHODE:

a) Mettre l'eau froide dans la casserole.
b) Mettre la casserole sur la source de chaleur.
c) Mettre les œufs dans l'eau en ébullition.
d) Attendre dix minutes.

CONCLUSION: les œufs sont durs.

2e cas: HYPOTHÈSES:

On donne un litre d'eau CHAUDE, une casserole, une source de chaleur et deux œufs.

MÉTHODE:
Laisser refroidir l'eau pour se ramener aux hypothèses du premier cas.

Et la morale qu'en tire Marco Wolf: «Tous les livres de mathématiques, à l'instar des paquets de cigarettes, devraient porter la mention «abus dangereux».

Les enseignants romands, qui vont prochainement recevoir Math 6P, nouvelle édition, n'ont aucune raison de se sentir concernés par ce type de mise en garde. Le nouvel ouvrage de Chastellain, Jaquet et Michlig, tout comme leur précédente contribution «Mathématique Cinquième», n'a en effet rien à voir avec l'enseignement que Marco Wolf, «prof de math» d'un lycée de la région parisienne, prend pour cible et critique avec fermeté, humour et raison le plus souvent, excès et outrance parfois.

Mais je ne suis pas sûr, pour ma part, qu'avant la parution des nouvelles éditions de Math 5P et 6P, il m'eût été aussi facile d'apprécier l'humour de Wolf. Nos anciennes méthodologies – leurs auteurs, qui ont tout le mérite d'avoir été les pionniers du renouveau de notre enseignement de la mathématique, ne me contrediront pas –, en certaines activités, proposaient aussi de «laisser refroidir l'eau chaude avant de la chauffer». Je pense, par exemple, à l'introduction des entiers relatifs, à celle des codes fractionnaires. On ne peut nier non plus qu'il y ait eu abus parfois; pensons à certaines activités liées aux relations d'ordre, d'équivalence, à la notion de groupe, par exemple! Abus dangereux? Ce serait faire peu de cas de tout le reste et du rôle de l'enseignant lui-même! Inévitables péchés de jeunesse, plutôt, qu'a pu éviter la nouvelle équipe grâce au recul acquis par l'expérience d'une pratique du nouvel enseignement, grâce à une réflexion nouvelle sur ses objectifs, ses valeurs, grâce aussi, soulignons-le, à une prise en compte des résultats des travaux d'évaluation de l'IRDP.

La phrase suivante figure dans le texte de présentation de l'ouvrage de Wolf, au dos de la couverture:

«...C'est tout l'enseignement des mathématiques, tout particulièrement dans le primaire, mais aussi dans le secondaire, qui relève aujourd'hui de la maladie mentale.»

Excusez-moi, Professeur Wolf!

Comme dirait Coluche, que vous citez, «C'est exagéré!» En Romandie du moins.

F. Oberson

Evaluation et évaluations

par Jean-François Perret, IRDP Neuchâtel

«Mathématique 6e année», 2e édition, ne passera pas inaperçu. Les ouvrages qui seront à la disposition des enseignants dès cet automne confirment en tout cas ces deux choses: d'une part, la compétence des auteurs qui, dans la foulée de «Mathématique 5e», se sont attachés au remaniement des ouvrages de 6e année, d'autre part, l'apport tangible des recherches évaluatives conduites à l'IRDP dans le secteur mathématique.

Au démarrage de ces recherches il y a dix ans, on espérait que les travaux entrepris puissent apporter l'appui attendu. Parvenu au terme d'une première phase de l'opération, la réponse est certaine; la fonction régulatrice des recherches évaluatives entreprises n'est pas qu'une idée généreuse: elle se trouve une nouvelle fois confirmée, et bien confirmée dans les faits.

L'enseignement de la mathématique en 5e et 6e année a fait l'objet d'enquêtes et d'observations au cours des années 1980 à 1982.

Notre intention n'est pas ici de résumer une nouvelle fois les données recueillies [1], ni de rappeler les propositions d'adaptation formulées sur la base de ces données [2].

Nous souhaitons par contre nous arrêter un instant sur quelques réponses recueillies au détour d'un questionnaire, réponses dont nous n'avons peut-être pas encore vraiment soupesé toute la signification.

Dans le questionnaire adressé aux maîtres et maîtresses de 6e année [3], neuf questions de mathématiques, extraites des tests de connaissances IRDP (passés en début de 6e), étaient reproduites avec le pourcentage de réponses correctes données par les élèves. Les enseignants étaient invités, pour chaque question, à indiquer d'une part s'ils se seraient attendus à des résultats meilleurs, pareils, ou moins bons, et d'autre part, le degré d'importance qu'ils accordent à ce que leurs élèves maîtrisent ces questions en fin de 6e année (on trouvera en pages 5 à 8 les neuf autres questions retenues, avec l'indication du pourcentage de réussites obtenu sur le plan romand).

[1] «Recherches évaluatives sur l'enseignement de la mathématique en 5e et 6e année: synthèse des résultats» (IRDP/R 81.02).

[2] «Propositions d'adaptation des moyens d'enseignement «Mathématique 5e et 6e année» (IRDP/R 82.04).

[3] «Consultations des maîtres et maîtresses sur l'enseignement de la mathématique en 6e année (IRDP/R 82.05).

Quelles ont été les réactions des enseignants? Nous mettons ici en parallèle les jugements émis à propos des neuf questions (ou exercices) identifiées par les lettres A à I:

(Résultats exprimés en %)

«En examinant l'exercice, vous seriez-vous attendu à des résultats	A	B	C	D	E	F	G	H	I
meilleurs?	57	67	44	49	17	31	18	41	11
pareils?	41	30	51	48	64	62	65	56	59
moins bons?	3	3	5	3	18	7	17	4	30

Tableau 1: Attentes pour chaque question.

(Résultats exprimés en %)

«Quelle importance accordez-vous au fait que vos élèves réussissent un execice de ce type en fin de 6e année?		A	B	C	D	E	F	G	H	I
beaucoup d'importance	1	80	77	61	30	25	22	15	8	3
	2	16	18	29	43	43	34	43	29	7
	3	4	4	7	22	25	27	33	40	22
	4	0	1	2	4	5	13	7	15	25
très peu d'importance	5	1	1	1	2	2	4	3	8	43

Tableau 2: Importance accordée à chaque question.

Ces réactions suggèrent plusieurs remarques:

- D'une manière générale, les résultats sont jugés plutôt décevants. Sur les neuf questions retenues, il y en a six pour lesquelles un grand nombre d'enseignants s'attendaient à des résultats meilleurs (questions A à H). Pour deux questions (E et G), les attentes sont partagées. Les résultats à une seule question surprennent en bien les enseignants (question I).
- L'attente de meilleurs résultats ne paraît pas liée aux taux de réussite. Autrement dit, ce n'est pas nécessairement à propos des questions les plus mal maîtrisées que s'expriment les attentes de résultats meilleurs.

– Le degré d'importance accordé à la maîtrise de ces deux questions en fin de 6e année permet de les ordonner aisément (ce que nous avons fait ici en sériant, selon ce critère, les questions de A à I pour faciliter l'examen des résultats). Les réponses des enseignants mettent en évidence une nette valorisation des tâches numériques par rapport aux non numériques, avec un accent mis plus particulièrement sur la maîtrise des opérations.

– On peut observer une grande correspondance entre les réponses relevées dans les tableaux 1 et 2; c'est à propos des questions jugées les plus importantes que les enseignants se seraient attendus à de meilleurs résultats.

Que conclure de ces quelques données?

Elles attirent tout d'abord l'attention sur le fait qu'évaluer des résultats, c'est-à-dire confronter des observations aux attentes, est le propre de chacun. Certains constats déçoivent, d'autres réconfortent. Même si cette évaluation, ou plutôt ces évaluations personnelles, restent souvent implicites, elles n'en sont pas moins réelles. On peut penser qu'elles ne sont pas sans conséquence sur la manière dont chaque enseignant ajuste sa pratique avec les années d'expérience. Ces évaluations se réfèrent à des normes, ou tout au moins à une certaine idée de ce que les élèves devraient «honnêtement» maîtriser en 6e année.

Certes les plans d'études et les moyens d'enseignement tentent de plus en plus à expliciter et clarifier les objectifs à atteindre. Mais, comme le montre Perrenoud [4], il serait illusoire de nier la part d'interprétation personnelle que chaque enseignant est conduit à faire du curriculum «formel», défini notamment dans les plans d'études et les moyens d'enseignement. Entre le curriculum «formel» et le curriculum «réel» qui en est sa réalisation dans le travail quotidien de la classe, nous situons un curriculum «pensé» ou, autrement dit, celui que chacun a en tête. Il correspond à la perception que chaque enseignant a de ce qu'il est finalement important d'apprendre en classe.

En période dite d'«aménagement» des programmes, où l'enjeu est de discerner ce qui est jugé essentiel dans les acquisitions scolaires, ne pas négliger l'idée que chacun se fait du curriculum nous paraît indispensable.

Qu'est-ce qui est important aux yeux des enseignants, des parents, des responsables politiques, et... ne les oublions pas, des élèves? Les modestes données rappelées plus haut ne peuvent que confirmer l'intérêt à poursuivre cette étude sur les représentations sociales du curriculum scolaire.

[4] Perrenoud P. *La fabrication de l'excellence scolaire dans l'enseignement primaire: du curriculum aux pratiques d'évaluation.* Genève, Librairie Droz, 1984.

Voici les neuf questions, extraites des épreuves de l'IRDP présentées aux élèves romands en début de sixième année, sur la réussite desquelles les enseignants étaient appelés à se prononcer (v. tableaux 1 et 2, p. 3).

Les pourcentages de réponses justes sont établis, au plan romand, sur les réponses de 1400 à 1900 élèves, selon les questions.

Question A

Pourcentage de réponses justes

63 %

Effectue la multiplication:

$$\begin{array}{r} 3\,4\,7 \\ \times\ \ 2\,8\,4 \\ \hline \end{array}$$

Question B

Réponses justes

47 %

Trouve le quotient et le reste des divisions suivantes:

$$\begin{array}{r|l} 1\,7\,1\,9\,8 & 46 \\ \hline & \\ \end{array}$$

Question C

Réponses justes

61 %

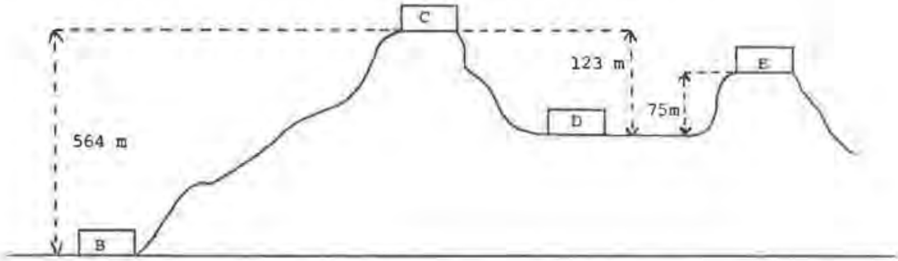
Classe les nombres suivants du plus petit au plus grand.

2,5 2,29 2,28 0,99 2,3 2 1 0,9

Réponse: .....<.....<.....<.....<.....<.....<.....<.....<

Question D

On effectue un tour cycliste de la ville B à la ville E. On a chaque fois indiqué les différences d'altitude entre les villes.



Altitude de D : 1 120 m

Quelle est l'altitude des autres villes ?

Lieux	Altitude en m	Réponses justes
B	....	34 %
C	....	55 %
D	1 120	
E	....	58 %

Question E

Réponses justes

Complète:

D'habitude, pour recouvrir le toit d'un garage, il faut 150 tuiles.

a) Si on double la longueur du toit sans changer la largeur, il faut .... tuiles. 63 %

b) Si on double la longueur et la largeur du toit, il faut .... tuiles. 39 %

c) Si on double la largeur, en diminuant de moitié la longueur il faut .... tuiles. 36 %

Question F

Réponse justes 33 %

(les écritures inventées sont justes, toutes les lignes ne sont pas nécessairement remplies).

Invente quatre manières d'effectuer ces calculs. Emploie des parenthèses s'il le faut.

Exemple : 12 · 30 = (10 · 30) + (2 · 30)

= (12 · 3) · 10

= (10 + 2) · 30

= 3 · 4 · 3 · 10

90 · 45 = ...

= ....

= ....

= ....

18 · 50 = ...

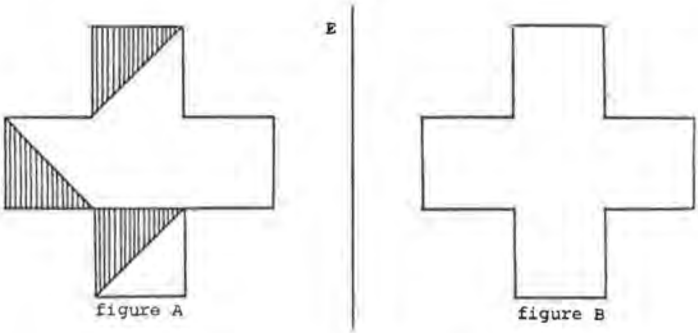
= ....

= ....

= ....

Question G

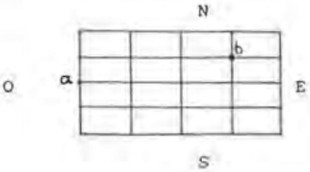
Réponses justes 57 %



Complète la figure B obtenue à partir de la figure A par une symétrie d'axe E.

Question H

Réponses justes



36 %

On veut aller de a à b par le chemin le plus court, en suivant les lignes du quadrillage.

a) Combien y a-t-il, en tout, de chemins possibles ?

Réponse: il y a .... chemins.

b) Code l'un de ces chemins.

....

Question I

Réponses justes

63 %

On prend une collection de treize objets.

Quel est son code en base quatre ?

Tiré des «ateliers» de Math 6, un calendrier à deux cubes fort intéressant à construire:

Voici un clalendrier de bureau inhabituel: le jour est indiqué par deux cubes dont chaque face porte un seul chiffre.

De quels chiffres a-t-on besoin, et comment faut-il les disposer pour qu'il soit possible d'afficher n'importe quelle date de 01, 02, 03, ... à 31?

Vérifie en réalisant ce calendrier.

Une composante du dispositif d'évaluation des programmes de mathématiques: les épreuves individuelles

par L.-O. Pochon, IRDP

Pour analyser les connaissances des élèves au terme de leur sixième année d'école, deux types de tests ont été mis au point par l'IRDP et la commission chargée de l'évaluation des nouveaux programmes de mathématiques (CEM): des tests classiques (papier-crayon) passés de façon collective et des épreuves individuelles. C'est ce deuxième instrument qui sera décrit dans cet article.

Cette interrogation individuelle des élèves a été menée par des maîtres volontaires qui ont questionné quelques élèves de leur classe selon un protocole préétabli et qui ont observé et noté les réactions que les questions provoquaient chez les enfants. Ce travail a permis d'obtenir des indications sur les procédures utilisées par les élèves, leur façon d'exploiter certains instruments enseignés à l'école, les images associées à certains concepts, etc.

L'enquête a été conduite par 232 enseignants qui ont fourni 636 protocoles d'observation dans les domaines les plus divers: les entiers relatifs, la multiplication, la division, les nombres entiers, les nombres non entiers, la mesure des surfaces, les transformations du plan, la proportionnalité, les représentations graphiques, les opérations dans les ensembles finis, la combinatoire. Les résultats font l'objet de deux rapports.[1] (Math-école nº 108 présente un travail semblable effectué en quatrième année.)

Ici, on a voulu, à travers le thème de la mesure des surfaces illustrer la démarche générale qui conduit des buts assignés au test aux conclusions qui sont tirées de l'ensemble des observations faites. On a fait une large place à la présentation des résultats bruts (dénombrement des divers types de réponses et de comportements). Cela pourra paraître extrêmement technique, certes, mais il s'agit là d'une tentative de codage des multiples informations que l'enseignant prend en compte, souvent inconsciemment, pour ajuster au mieux ses interventions aux possibilités des élèves. Vous y retrouvez-vous?

Situation d'observation sur la mesure des surfaces

But et démarche

Le but de cette situation est d'estimer le degré de compréhension que les élèves ont des principes et des propriétés de la mesure des surfaces. De façon plus précise, il s'agit d'étudier le lien fait par les enfants entre deux procédés

[1] IRDP/83.1079 pour les résultats détaillés. IRDP/83.22 pour la synthèse.

utilisés pour obtenir l'aire des surfaces: procédé calculatoire (utilisation de formules) et procédé «géométrique» (pavage, décomposition en surfaces élémentaires, etc.).

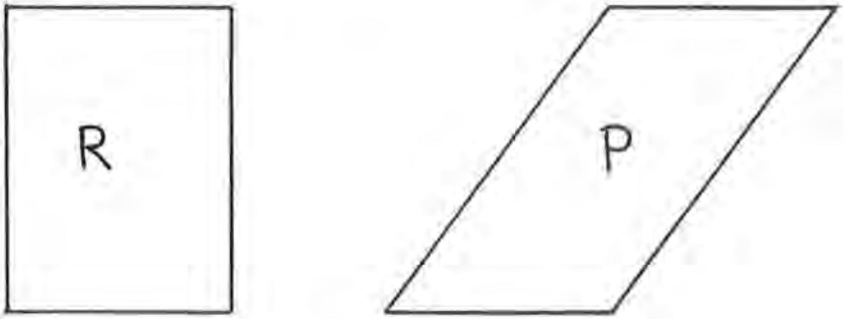
Le plan d'interrogation est le suivant:
On commence par observer le procédé spontanément adopté par l'enfant pour comparer l'aire de deux surfaces (calcul, compensation, perception directe...). Ensuite l'élève est amené à déterminer l'aire de diverses surfaces, à construire un parallélogramme et un triangle d'aires données, et à comparer (sans calcul) l'aire d'un losange avec celle d'un triangle.

Résultats

Les analyses portent sur les travaux de 58 élèves, au début de leur septième année scolaire. Les questions posées aux enfants apparaissent en italiques.

1. Un parallélogramme P et un rectangle R (de 6 cm sur 8 cm) sont présentés à l'élève qui a la possibilité de mesurer leurs dimensions.

L'aire du parallélogramme P est-elle plus petite, plus grande ou égale à celle du rectangle R. Qu'est-ce que tu crois?



Puis:

Comment ferais-tu pour justifier ta réponse?

Premières réponses:

- 26 enfants estiment que les aires des deux figures sont les mêmes: «*je crois que c'est la même chose*».
- Pour 2 autres enfants, cette égalité est approximative.
- 26 élèves estiment l'aire du rectangle (R) plus petite que celle du parallélogramme (P).
- 3 enfants proposent l'inégalité opposée.
- un autre note simplement que les aires ne sont pas les mêmes.

Justification

- 3 élèves ne savent pas comment justifier leur réponse: *«il faudrait calculer les deux aires...»*
- 10 enfants passent par le calcul des deux aires: *«je calcule l'aire pour R: L x l, pour P: B x h... ça donne le même résultat 48».*
- 18 élèves mesurent les côtés des figures:
  «P a une surface de 10 sur 6, tandis que R de 8 sur 6.»
  «P est plus long que R... on pourrait mesurer.»
  «Je relève P pour le mettre droit, ça donne (Fig. 1) *»*

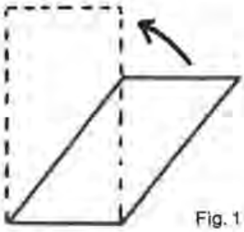


Fig. 1

- 13 enfants recherchent les hauteurs et bases:
  «La longueur des deux bases est à peu près la même, la hauteur aussi... le P c'est R un peu penché.»
  Un des élèves avait tout d'abord pris le grand côté du parallélogramme comme hauteur.
- 10 enfants transforment P en rectangle. L'explication de l'égalité est plus ou moins élaborée.

  Nathalie obtient le nouveau rectangle. Elle calcule son aire à partir de la longueur des côtés et obtient 49. Elle doute de sa première réponse (égalité!). (Fig. 2).

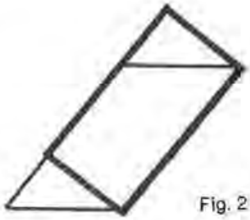


Fig. 2

  «Les hauteurs sont semblables, et, en déplaçant le triangle, les largeurs sont aussi identiques.» (Fig. 3).
  «Je coupe le parallélogramme en deux, je déplace les triangles...» (L'égalité des dimensions semble admise implicitement.)

  Parfois, l'obtention de rectangles semblables ne semble pas suffire aux élèves qui, de plus, calculent les aires.
- 4 enfants donnent des réponses diverses du genre: *«Elle est plus grande parce qu'elle est en biais.»*, etc.

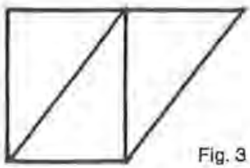


Fig. 3

Les liens entre réponses et justifications sont représentés par le tableau suivant (p. 12). On notera que la demande de justifications précises amène 19 enfants à modifier leur première réponse. En définitive, ce sont 31 enfants qui ont constaté l'égalité des aires des deux surfaces, 9 ayant modifié leur réponse dans le bon sens et 5 dans le mauvais.

justification / 1ère perception	ne sait pas	passage par formules	mesure des côtés	recherche des bases et des hauteurs	"compensation"	divers	total
aire (P)≠aire (R)	1						1
aire (P) >aire (R)	1	1 modifie sa conclusion (=)	14	7 5 élèves modifient leur réponse (=)	1 cet élève modifie sa réponse (=)	2 1 élève modifie sa réponse (<)	26
aire (P)<aire (R)	1					2 1 élève modifie sa réponse (>)	3
aire (P)=aire (R)		9	3 les 3 modifient leur réponse (>)	5	9 1 élève abandonne sa réponse suite à une imprécision de mesure		26
aire (P) ≃aire (R)			1 l'approximation semble suffire (les calculs ne sont pas faits)	1			2
total	3	10	18	13	10	4	58

2. La première question sur l'équivalence des aires du parallélogramme et du rectangle est suivie d'une deuxième question:
Que vaut l'aire du parallélogramme P?

Voici les résultats comparés de ces deux questions:

question 2 / question 1	réponse correcte (48)	autres réponses	total
parvient à l'égalité	30	1	31
n'y parvient pas	8	19	27
total	38	20	58

3. Troisième question:
Dessine un autre parallélogramme d'aire 48 cm².

Cette question a un statut différent selon que l'élève était ou non parvenu à la réponse 48 à la question précédente.

- 29 enfants produisent un nouveau parallélogramme par construction à partir de la base et de la hauteur. La base est souvent prise égale à 8 et la hauteur à 6. Dans quelques cas: même base et hauteur prise avec une oblique différente. Certains élèves notent: *«on dessine un rectangle et on décale»*.
- 6 élèves dessinent un rectangle de 12 sur 4: *«un rectangle, c'est un parallélogramme»*. Un enfant avait précédemment esquissé un cerf-volant.
- 10 élèves redessinent une des deux figures de départ. 4 d'entre eux produisent le rectangle et les 6 autres le parallélogramme.
- 12 enfants donnent des réponses qui ne correspondent pas à la question posée:
  5 élèves dessinent des parallélogrammes dont les côtés multipliés donnent 48: 4 et 12 (2 fois); 6 et 8 (3 fois). Un élève de cette dernière catégorie avait répondu correctement à la question précédente. Un autre avait hésité entre 48 et 60.

4. Quatrième question:
Dessine un triangle qui a la même aire (48 cm²)

- 27 élèves parviennent à construire un triangle d'aire égale à 48 cm². Les explications sont diverses:
  «La hauteur, c'est 12, la base, c'est 4; comme il faut doubler le triangle, ça fera 24 sur 4 et on divise par 2.»

- 5 enfants construisent leur triangle en prenant la moitié d'un rectangle de 12 sur 8: (Fig. 4)

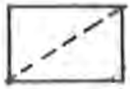


Fig. 4

- 3 autres procèdent également par de tels découpages: (Fig. 5)

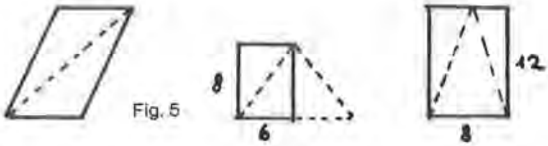


Fig. 5

Les autres triangles proposés sont isocèles. Ils sont construits soit directement: *«pourquoi 12...»*; *«à cause de la formule!»* ... soit par essai et erreur. La formule «base fois hauteur sur 2» est souvent évoquée, mais de nombreuses hésitations apparaissent à propos de la grandeur à diviser par deux. Cette opération fait plus partie d'un processus à prendre dans le bon sens que d'une réalité concrète au niveau des surfaces. Les premiers triangles construits sont souvent trop grands ou trop petits, d'un facteur 2 ou 4: *«6 et 8...»* L'élève compte les carrés: *«il faut doubler la base.»*

Quelques enfants hésitent également entre la base 12 et la hauteur 6 (moitié de la base).

- 5 élèves construisent des triangles de surface double:
«Je multiplie 48 par 2, ça fait 96... au lieu de faire 4, je mets 8, au lieu de 12, je mets 24...»
Pierre-André dessine le triangle-rectangle de 8 sur 6: *«je ne suis pas sûr... il ne fait pas la moitié... il faudrait qu'il ait 16 de haut et 12 de large.»*
«Il faut doubler la base et la hauteur puisqu'on divise par 2 dans la formule.»
Un triangle est produit et les côtés ajustés après coup. Tout d'abord, un triangle-rectangle: 5 x 10 (remarque du maître sur la petitesse); 20 sur 10 (100 cm^2), puis finalement 20 sur 9,6.

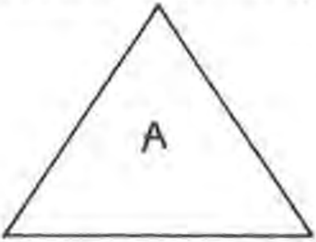
- 11 enfants construisent un triangle d'aire correspondant à la moitié de celle demandée (par exemple, base de 3 et hauteur de 16).
«Base de 4 et hauteur de 12...» Le maître: *«il y a bien 48 carrés?»* *«Ce ne sont pas les carrés qui comptent, mais les calculs...»* (base x hauteur). Ce type de réponse n'est pas rare.

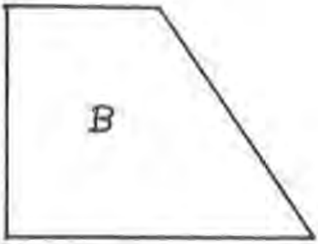
- 12 réponses sont diverses:
3 côtés de 8, puis l'enfant modifie sa réponse: base de 8 et deux côtés de 10... *«je ne comprends pas très bien...»*
Base de 12 et deux côtés de 8.
3 côtés de 16 (3 x 16 = 48). Cette réponse est donnée 4 fois. Un élève note: *«je crois que c'est trop grand».*
Dans 2 cas, des triangles d'aire 12 (par exemple, moitié d'un parallélogramme de 6 sur 8) sont produits. Un enfant hésite; cela lui paraît trop petit. Le maître demande à l'autre si le triangle obtenu peut vraiment avoir la même aire que le rectangle vu au début... *«oui, puisque le calcul est juste!»*

Un élève dessine un triangle (isocèle) au «hasard» (14 de base sur 7 de hauteur). Il compte les carrés... *«c'est dur!»* Il abandonne.

- 3 élèves ne savent pas comment faire: *«un triangle qui a la même aire qu'un parallélogramme, c'est pas possible!»*

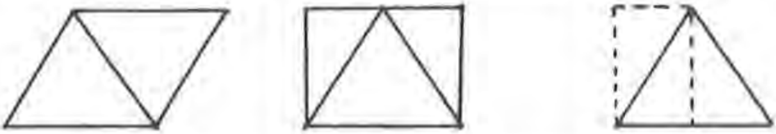
5. On présente ensuite à l'enfant un triangle isocèle (base 8, hauteur 6) et un trapèze rectangle (bases 4 et 8, hauteur 6) en lui demandant:
Calcule l'aire de ces deux figures A et B





5a. Le triangle A

- 35 élèves trouvent la réponse «correcte» (24 cm2).
  La grande majorité des enfants (31) procèdent en suivant l'algorithme classique, parfois énoncé: base fois hauteur divisé par deux. Dans un ou deux cas, le rectangle exinscrit au triangle est dessiné. Dans la moitié des cas (à peu près), la suite des calculs (*«8 x 6 = 48 : 2 = 24»* pour le triangle; *«6 x 4 = 24 + 6 x 4 : 2 = 36»* pour le trapèze) est donnée. La hauteur est souvent dessinée (à l'œil, le plus souvent) avant d'être mesurée.
- 4 enfants passent par un calcul de l'aire d'un parallélogramme donné explicitement (*«je reporte en haut une demi-base deux fois»*)



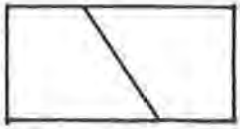
- les 23 autres réponses sont les suivantes, accompagnées très souvent de la remarque *«j'utilise la formule»*:
  10 réponses 48. Si, dans un ou deux cas, ces élèves semblent «connaître» l'algorithme classique (il s'agirait donc d'un oubli), la majorité d'entre eux n'ont pour image de l'aire (quelle que soit la figure) que cette unique formule «base fois hauteur». Cette procédure sera reprise pour le calcul de l'aire du trapèze. Un enfant présente un cas intermédiaire: *«hauteur fois demi-base. Puis, il faut multiplier par deux, puisqu'il y a deux triangles»*.
  4 utilisations de la procédure: base fois côté (résultat, par exemple: 8 x 7,3 = 58,4). Le maître: «tu es sûr?»... *«c'est logique...»*

Dans 3 cas, la procédure est intermédiaire: demi-base fois côté ou base fois côté divisé par deux.
392 (produit des trois côtés).
115,2 (= 8 x (7,2 x 2) base x double d'un autre côté).
Dans 2 cas, le périmètre est donné (un de ces enfants effectuera une décomposition correcte pour le trapèze).
2 élèves procèdent par quadrillage de la figure. L'un estime et donne comme réponse 25. L'autre ne parvient pas à gérer les fractions d'unités trouvées.

5b. Le trapèze B

- 32 élèves donnent la réponse 36. Mis à part 3 enfants, tous ces élèves avaient réussi la question précédente.
  21 élèves obtiennent leur résultat à partir d'une décomposition de B en un rectangle et un triangle: *«j'essaie de décomposer en plusieurs formes, c'est plus facile; ça fait un rectangle et un triangle...»* 4 de ces enfants ont procédé ainsi après avoir noté qu'ils ne se souvenaient plus de la formule.
  3 enfants travaillent par complémentaire: le trapèze est obtenu comme un rectangle auquel l'on enlève un coin.

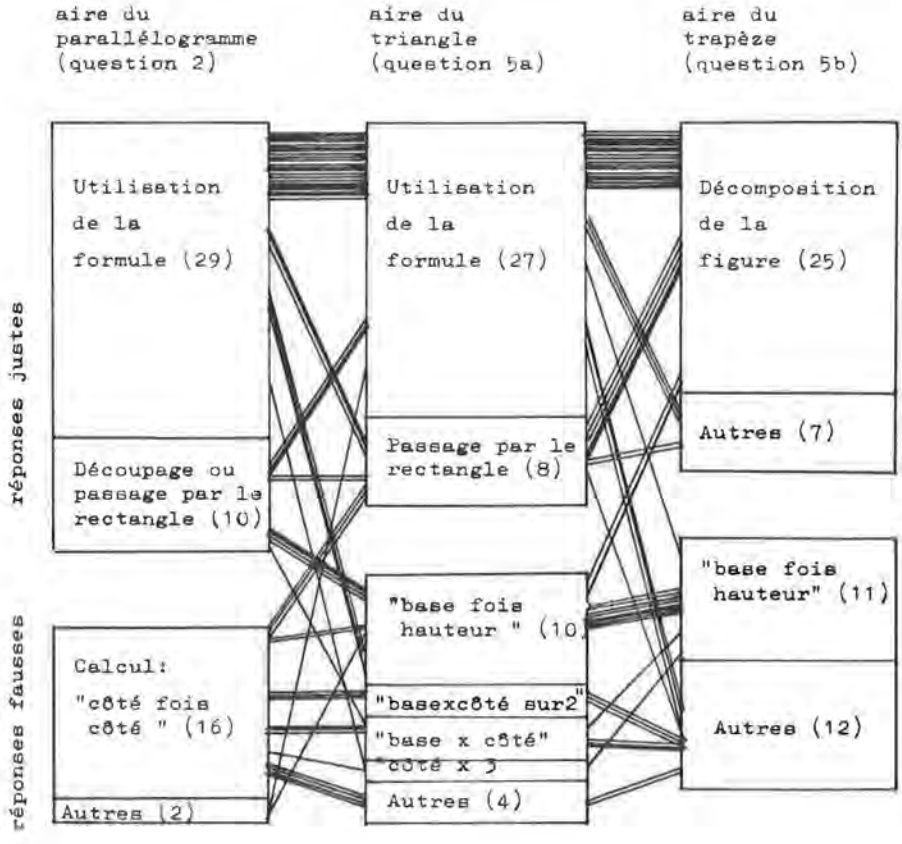
  1 élève effectue la construction suivante:



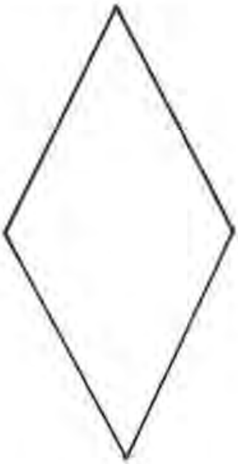
  6 enfants utilisent «la formule».
  1 élève parvient à la réponse grâce à un quadrillage.
- Les 26 autres élèves donnent des réponses qui se répartissent comme suit:
  La réponse 48 (base x hauteur) est donnée 7 fois.
  La réponse 24 (selon l'algorithme base x hauteur sur 2) est donnée 2 fois.
  Dans 3 cas, la décomposition ou le découpage est effectué. L'aire du triangle n'est pas calculée correctement (dans 2 cas). Dans l'autre cas, ce sont les périmètres du rectangle et du triangle qui sont calculés.
  2 autres enfants effectuent une décomposition. L'un ajoute l'aire du coin enlevé (12) à l'aire du rectangle exinscrit (49). L'autre superpose les deux parties. Réponse: 24.
  Dans 6 cas, des algorithmes «exotiques» sont appliqués:
  Périmètre x 4 («pourquoi?» ...*«c'est comme ça!»*
  Grande base x petite base x hauteur x côté.
  Grande base x hauteur divisé par petite base.
  Grande base + petite base x hauteur.
  Addition de côtés adjacents, et produit des deux sommes obtenues: qu'est-ce que c'est cette figure?» ...*«je ne sais plus, mais c'est comme cela que l'on calcule...»*
  Produit des deux grands côtés + petite base (7,9 x 7,1 + 4 = 60,09).
  Etc.

Les comparaisons entre les deux figures ne sont quasiment jamais faites spontanément par les enfants. Un seul élève note, en cours de travail, que B c'est une fois et demie A. Quelques maîtres essaient de poser la question. Les réponses sont toujours données en terme de calcul, un seul enfant explique ce rapport de 2/3 à l'aide de considérations au niveau des surfaces.

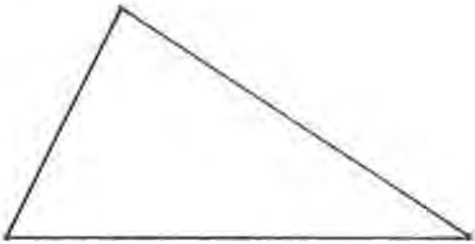
Le tableau ci-dessous compare les réussites aux trois exercices de recherche d'aires (parallélogramme, triangle, trapèze). On peut y suivre les filières des enfants pour qui l'aire est associée aux «images» «côté fois côté», ou à «base fois hauteur». Il faut constater que les résultats dus à cette représentation calculatoire de l'aire est modulée par les «découpages» effectués (côté x côté/2 donne un bon résultat pour le triangle rectangle, par exemple).



6. On présente enfin à l'élève un losange (diagonales 6 et 12) et un triangle (base 12, hauteur 6), avec la consigne suivante:



«un élève prétend que ces deux surfaces, le losange L *et le triangle* T *ont la même grandeur. Pourrais-tu dire rapidement, sans rechercher les aires, si cet élève a raison ou bien s'il se trompe?»*



Premières réactions

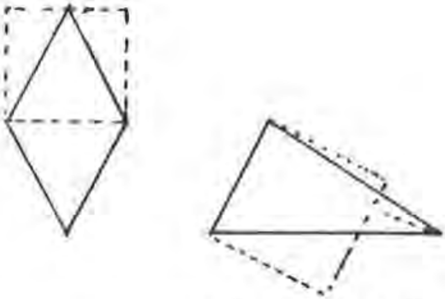
- 35 élèves pensent qu'en effet les deux surfaces ont la même grandeur.
- 13 enfants estiment que les aires diffèrent.
- 5 autres précisent que l'aire du losange est plus petite que celle du triangle.
- 5 enfants ne savent pas et procèdent à certaines mesures avant de conclure que les grandeurs ne sont pas les mêmes (pour 4 d'entre eux), et identiques (pour l'autre).

Justification

Justification de l'égalité

- 2 enfants ne peuvent pas expliquer: *«c'est trop difficile, je prendrais la moitié du losange, je la reproduirais dans T...»* (abandonne).
- 2 élèves s'en tiennent à une approximation: *«je couperais un bout, à peu près par là de T, et le remettrais là et ça ferait à peu près le losange...»*
- 15 enfants comparent hauteur et petite diagonale, base et grande diagonale. La fin de l'argumentation est souvent implicite. D'autre fois, les élèves se réfèrent aux algorithmes de calcul des surfaces *«qui donnent le même résultat»*. Un autre termine par: *«je me suis représenté les deux rectangles et j'ai comparé les surfaces vides et pleines.»*
- 3 élèves se réfèrent au rectangle exinscrit qui est le même: *«pour calculer ces figures, il faut avoir des rectangles»*.

– 1 enfant note: *«à l'œil, il a raison».* Une décomposition approximative est faite:



– 5 élèves se réfèrent indirectement au calcul des aires fait oralement, de façon quasi instinctive.
– Dans un cas, un doute subsiste: *«il a probablement raison... je devrais faire les aires...»*
– 2 enfants en restent à une impression intuitive: *«il semble bien...»; «on ne peut pas y arriver sans calculer, parce que les figures ne sont pas les mêmes.»*
– Une justification «joue» par un effet du «hasard»: la surface du losange est calculée par grande diagonale x côté (12 x 6,5), et la surface du rectangle par base x petit côté (12 x 6,5).
– Nicolas essaie de montrer l'équivalence au moyen d'un pavage.
– Une erreur est faite lors du calcul de l'aire du triangle (oubli de : 2): *«mon estimation est fausse, la preuve c'est le calcul...»*
– 2 réponses sont sans justification: *«je ne sais pas».*

A noter que la question induisait fortement les élèves à répondre par l'égalité. Un enfant note: *«j'ai tout d'abord dit cela* (il justifiera correctement par la suite) *parce qu'on m'a dit de ne rien calculer et de faire vite!»*

Justification de la différence

– 6 élèves font des considérations sur le périmètre ou les côtés. L'un d'eux ajoute: *«pour être sûr, il faudrait encore calculer l'aire».*
– Un enfant note: *«un losange, c'est deux triangles».*
– Un autre affirme: *«le côté du losange est plus grand que la hauteur du triangle».*
– 2 élèves procèdent par décomposition et recomposition: *«si je mets la moitié du losange sur le triangle, il ne reste pas assez pour la deuxième partie du losange».*
– *«il faudrait décomposer...»* Cet élève compte les carrés par transparence et aboutit à 26 pour le triangle et 34 pour le losange.
– 2 enfants mesurent diagonale, base et hauteur: *«j'avais tort, les surfaces sont les mêmes...»*
– Un autre enfant modifie également sa réponse après avoir effectué un calcul de tête.
– La réponse: *«le losange est plus grand parce qu'il a quatre côtés»* est donnée 2 fois.
– Le doute reste dans un cas: *«il faudrait calculer l'aire».*

Justification du fait que le losange est moins grand que le triangle

- *«Ça se voit à l'œil...»*
- 3 élèves comparent les périmètres ou certains côtés (avec l'aide d'un crayon ou par découpage).
- Les aires sont calculées (de tête): *«... non, T et L ont la même grandeur.*

Conclusions

Quelques remarques peuvent être faites sur le lien entre «image calculatoire» de l'aire et son «image géométrique», lien qui constituait l'objectif principal de cette série.

Lorsqu'il s'agit de comparer la grandeur du parallélogramme et du rectangle, on constate que

- 31% des élèves passent par une comparaison de côtés;
- 22% comparent base et hauteur;
- 17% passent par des décompositions diverses.

Lorsqu'il s'agit de calculer l'aire du parallélogramme (65% de réponses justes), le nombre d'élèves qui se réfèrent aux côtés diminue. Toutefois, la procédure «côté x côté» reste l'erreur la plus fréquente (22%). Cette image de l'aire, de même que celle, plus évoluée, «base x hauteur», semble extrêmement prégnante, et s'utilise également avec d'autres figures: triangle (60% de réponses justes; dans quelques cas, il y a seulement, peut-être, oubli de la division par 2), trapèze (55% de réponses justes).

De plus, quelques élèves s'en réfèrent à leur calcul (faux) pour justifier une égalité dans un cas où, visiblement, les surfaces ne sont pas de grandeur équivalente.

L'image calculatoire de l'aire se rencontre donc le plus fréquemment. Toutefois, il faut noter que cette image est modulée par une composante géométrique liée au découpage des formes. En effet, la procédure «côté x côté» peut conduire à des résultats «exacts» si les formes sont préalablement découpées et réassemblées judicieusement.

Par ailleurs, à l'autre pôle, on trouve quelques enfants pour qui la forme des surfaces est encore déterminante (un triangle et un rectangle de même aire: c'est impossible).

Certains enfants confondent encore périmètre et aire, ou, plus généralement, ont une vision linéaire de l'aire (une surface est mesurée par les segments que l'on peut y dessiner).

Finalement, il apparaît que ce domaine de la mesure des surfaces donne de bons exemples de tâches où deux types de compétence (calculatoire et géométrique) doivent interagir. Il est à veiller qu'un équilibre soit maintenu entre les deux types d'approche. Le risque semble grand que les enfants prennent comme notion d'aire le résultat de certains algorithmes, en «oubliant» sa signification géométrique réelle.

En ce qui concerne la mise en correspondance des procédures géométriques et algorithmiques, il s'agit de veiller à ce que suffisamment de situations différentes soient proposées aux enfants, afin d'offrir la possibilité de remettre en cause les lois dégagées. Une trop grande hiérarchisation des figures ne paraît pas s'imposer pour ce travail. En effet, pour certains élèves, l'aire d'un trapèze est plus facile à trouver (décomposition en rectangle et triangle rectangle) que celle d'un triangle «quelconque» où une décomposition est plus difficile à percevoir.

Il faut signaler que plusieurs enfants ont encore des difficultés à maîtriser la notion de grandeur de surface (confusion avec le périmètre ou avec la forme). Des exercices de type «qualititif» sont donc à prévoir, en 6e année encore!

Illustration tirée du livre de l'élève «Mathématique, sixième année».

De l'évaluation à l'adaptation de moyens d'enseignement

par F. Jaquet, pour les auteurs de «Mathématique, sixième année, 2e édition»

L'article précédent (de L.-O.-Pochon, sur les épreuves individuelles de l'IRDP) présente un des multiples aspects de l'évaluation, à propos de la mesure de surfaces. Ses conclusions constituent d'une part une synthèse d'observations d'élèves à l'intention de ceux qui s'intéressent à la didactique des mathématiques, d'autre part une précieuse source d'indications pour ceux qui ressentent le besoin de modifier leur pratique d'enseignement ou qui, en l'occurrence, sont chargés d'adapter les moyens d'enseignement.

Sur cet exemple précis du calcul de l'aire des polygones «élémentaires», il peut être intéressant d'examiner comment ont été interprétés les résultats de l'évaluation par les auteurs et les membres de la Commission d'examen.

Les lignes suivantes doivent permettre au lecteur – qui ne souhaite pas mener une étude comparative systématique de l'ancienne activité «GE 4» et du thème correspondant «10. Aires et volumes» de la nouvelle édition – d'apprécier les modifications apportées.

Les objectifs

Sans trop s'écarter du plan d'études officiel (Circe II) qui reste toujours en vigueur, on peut relever quelques évolutions dans les objectifs décrits à l'intention des maîtres.

Première édition:

«– ...
- utiliser des encadrements pour évaluer la longueur d'une ligne, l'aire d'une surface, ...
- poursuivre l'étude des unités usuelles de longueur et d'aire et procéder à des changements d'unités;
- découvrir les règles permettant de calculer l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle; ...
- aborder l'idée de la formule.»

Deuxième édition:

«– ...
- mesure des dimensions et calcul de l'aire d'un rectangle;
- découverte de procédures permettant de déterminer l'aire d'un parallélogramme, d'un losange ou d'un triangle.»

«– Au plan des savoir-faire attendu des élèves en fin de sixième:
- ...
- remplacer un parallélogramme, un losange ou un triangle par un rectangle équivalent ou d'aire double;
- calculer l'aire d'un rectangle à partir de ses dimensions données ou préalablement mesurées, sans comptage ni pavage, dans différentes positions.»

Les modifications ne sont certes pas fondamentales. Elles sont significatives toutefois:

- Le calcul de l'aire du rectangle, primitivement objet d'étude de cinquième année a sa place en sixième actuellement.
- On ne découvre plus que des «procédures» et non des «règles» pour le calcul de l'aire du parallélogramme et du triangle.
- L'idée de formule est reportée aux années suivantes. Toutes les écritures qui s'y rapportent ne figurent plus dans la méthodologie, ni dans les documents de l'élève.

Les propositions d'ordre méthodologique et didactique

- Les équivalences du genre 1 m^2 = 100 dm^2, 1 cm^2 = 0,01 dm^2, etc. sont abordées désormais dans le thème «Mesures» mais ne sont plus considérées comme «instrumentales» dans des situations de conversions d'unités. C'est leur seul caractère «géométrique» qui est envisagé et non plus leur caractère «calculatoire».

- La nouvelle édition met l'accent sur le calcul de l'aire du rectangle, considéré comme un rappel dans la première version:
  «L'élève de sixième a encore un important travail de généralisation à mener à propos du calcul de l'aire d'un rectangle:
  Le problème des unités n'est pas encore maîtrisé par chacun...
  La procédure de calcul de l'aire d'un carré est aussi valable lorsque celui-ci est présenté «sur un sommet»....
  Il faut s'assurer de la «réversibilité» (retrouver la mesure d'un côté à partir de celle de l'autre côté et de celle de l'aire) du calcul de l'aire d'un rectangle, pour des mesures qui ne sont pas des nombres naturels mais des nombres réels.
  Il y a encore des stades importants à franchir avant d'arriver à une expression mathématique rigoureuse de la «formule» de l'aire du rectangle...»

- A propos de l'aire du parallélogramme et du triangle, on insiste fréquemment sur la liaison entre l'objet géométrique et le calcul qui conduit à l'aire:
  «Pour déterminer l'aire de ces figures, l'élève ne dispose que d'un seul moyen: la transformation en figures équivalentes ou d'aire double. L'essentiel des activités du thème porte sur cette découverte fondamentale de rec-

tangles équivalents, par des découpages tout d'abord, des constructions effectives ensuite, des transformations mentales finalement.
Tout au long de la sixième, on ne «calcule» pas encore l'aire d'un parallélogramme, d'un losange ou d'un triangle selon le modèle abstrait d'une opération de nombres réels ou d'une formule. On transforme la figure en un rectangle équivalent dont on maîtrise le calcul de l'aire...»

Les activités proposées à l'élève

Voici quelques activités, caractéristiques de l'orientation de la nouvelle édition, à propos des calculs d'aires:

- Construction d'un mètre carré (en papier journal) utilisé pour des mesures dans la classe et à l'extérieur, découpé ensuite en dm^2, puis (partiellement) en cm^2, voire en mm^2.
  (V. thème 3. «Mesures», activités 8, 9 et 10)
- Partages successifs de rectangles en deux parties égales, pour obtenir des suites de rectangles semblables. Les constructions et calculs d'aire sont conduits parallèlement. (V. fiches 1 et 2 du thème 10. «Aires et volumes»).
- Calculs d'aires de carrés posés alternativement sur une «base» et sur la «pointe». (V. fiche 3)
- Puzzles et découpages: former un rectangle avec deux triangles isométriques découpés en triangles, rectangles, transformer un parallélogramme en un rectangle d'un seul coup de ciseaux, découper une série de parallélogrammes équivalents dans une bande de largeur fixe, etc. (V. fiches 4 à 7, exercices 4, 5 et 8 du thème 10. «Aires et volumes»)
- Quadrilatères et triangles articulés: examiner la variation de l'aire d'un parallélogramme articulé, dresser l'inventaire de tous les triangles formés à partir d'un «collier» de 24 chalumeaux isométriques, etc. (V. exercice 7, thème 10, exercice 11 du thème 9. «Surfaces et solides»)

Ces nouvelles activités, les remarques méthodologiques plus développées et l'inflexion donnée aux objectifs répondront-elles aux demandes de l'évaluation et aux besoins des maîtres et des élèves? Nul ne peut l'affirmer aujourd'hui. Les auteurs et la Commission d'examen espèrent cependant qu'elles contribueront à une sensibilisation aux problèmes didactiques de ce chapitre des mesures de surfaces.

Curiosités de la table de multiplication

par Bernard Genoud

M. Bernard Genoud, instituteur à Sierre était membre de la Commission d'examen de la deuxième édition de «Mathématique, sixième année». Il nous livre ici quelques commentaires et productions d'élèves sur l'«Atelier» No 4 qu'il a proposé, en primeur, à sa classe: «curiosités de la table de multiplication». (V. «Mathématique, 6e», livre de l'élève, p. 11 à 13.)

Partie A (première leçon)

Les élèves sont répartis par groupes de 3 ou 4. Ils ont sous les yeux une table de multiplication des douze premiers nombres naturels, on leur demande d'observer les produits pairs et les produits impairs.

Tous les groupes ont constaté le fait que les produits sont pairs, sauf lorsque les 2 facteurs sont impairs. A relever pour ce principe, la présentation sous forme d'un tableau à double entrée.

Quant aux nombres de produits pairs et impairs, le découpage de la grille par coloriage fait ressortir la proportion 3/4. L'aspect «fraction» n'est pas apparu, le chapitre des codes fractionnaires n'ayant pas encore été abordé en classe. Par contre, le groupe qui a partagé la table en 36 carrés de 4 produits a pratiquement atteint ce but, sans toutefois arriver à l'aspect formel.

Les produits pairs et impairs

On a décomposé la grille en 36 carrés de quatre produits
Dans chaque grand carré on a 1 produit impair et
et 3 produits pairs.

donc : $(36 \cdot 1) = 36$ (nombres impairs)
$(36 \cdot 3) = 108$ (nombres pairs)

total 144

David, Catherine, Christian

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72

Autres constatations extraites des travaux des élèves:

Produits pairs et impairs

a) Lorsqu'on trace un axe de symétrie passant par 1 à 144 nous trouvons les nombres suivants: 1;4;9;16;25;36;49;64;81;100;121;144.

Ces nombres sont les douze premiers nombres à la puissance 2.

b) Les deux côtés de l'axe sont symétriques, parce que la multiplication est commutative.

Sabrina, Sébastien, Zoran, Carole.

Nathalie
Michel
Deborah

Les produits

En multipliant deux nombres pairs le produit sera toujours pair. Ex: $8 \cdot 4 = 32$

En multipliant un nombre pair avec un nombre impair le produit sera toujours pair. Ex: $6 \cdot 3 = 18$

En multipliant deux nombres impairs le produit sera toujours impair. Ex : $5 \cdot 5 = 25$

<u>conclusion</u> : l'ordre n'a pas d'importance !
la multiplication étant commutative !

$\cdot$	pair	impair
pair	pair	pair
impair	pair	impair

Dans le livret du 1 on a 9 produits inférieurs à dix.

Dans le livret du 2 on a 9 produits inférieurs à vingt.

Dans le livret du 3 on a 9 produits inférieurs à trente.

etc ...

Toujours à propos de cette première grille, le groupe d'Ana, Olivier, Erica et Andrey découvre des «machines à additionner et à soustraire» en suivant des diagonales de la table: (une ouverture vers l'addition des nombres entiers relatifs!)

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

+2

+2

+2

Partie B (deuxième leçon)

La tâche proposée aux élèves est la suivante:

«Choisis un rectangle (ou un carré) de produits de la table de multiplication, puis multiplie entre eux les nombres des angles opposés.

Exemples:

66	77	88	99	110
72	84	96	108	120

6	9	12
8	12	16
10	15	20
12	18	24

35	42
40	48

56	64	72
63	72	81
70	80	90

66 · 120   6 · 24   35 · 48   56 · 90
72 · 110   12 · 12   42 · 40   72 · 70

Répète plusieurs fois l'expérience avec des rectangles (ou carrés) de dimensions différentes.

Que constates-tu? Trouves-tu une explication?»

Afin d'obliger chaque élève à pousser la recherche et étant donné que l'explication devrait être découverte par tous, la recherche a été menée individuellement. Attitude optimiste? Un peu! ... Le maître a dû intervenir pour guider les élèves vers la solution. Comment? En faisant observer que chaque case correspond à un produit de deux facteurs (x; y) se trouvant dans les en-têtes de la grille, donc chaque case peut se remplacer par le produit x · y. A ce stade, le remplacement du produit de 2 cases par le produit de 4 éléments des en-têtes a permis de déboucher rapidement sur l'explication de l'égalité des produits des cases angulaires. Les élèves ont judicieusement reconnu la commutativité de la multiplication.

30	36	42
35	42	49

$$\begin{array}{r} 42 \\ \cdot\ 35 \\ \hline 210 \\ 1260 \\ \hline 1470 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \cdot\ 30 \\ \hline 00 \\ 1470 \\ \hline 1470 \end{array}$$

42 · 35 = 1470
49 · 30 = 1470

Les produits sont les mêmes vu que la multiplication est commutative

ex. : 110 · 72 = 120 · 66

11 · 10 · 6 · 12 = 10 · 12 · 11 · 6

Nathalie

	3			6
5	15	20	25	30
	18	24	30	36
	21	28	35	42
8	24	32	40	48

$15 \cdot 48 = 720$
$24 \cdot 30 = 720$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \cdot\ 48 \\ \hline 120 \\ +600 \\ \hline 720 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ \cdot\ 30 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$15 \cdot 48 \cdot 24 \cdot 30$$
$$3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5$$

	1			4
1	1	2	3	4
	2	4	6	8
3	3	6	9	12

$1 \cdot 12 = 12$
$3 \cdot 4 = 12$

$$1 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4$$
$$1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1$$

	6			9
11	66	77	88	99
12	72	84	96	108

$66 \cdot 108 = 7128$
$72 \cdot 99 = 7128$

$$\begin{array}{r} 66 \\ \cdot\ 108 \\ \hline 528 \\ 6600 \\ \hline 7128 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 72 \\ \cdot\ 99 \\ \hline 648 \\ 6480 \\ \hline 7128 \end{array}$$

$$66 \cdot 108 \cdot 72 \cdot 99$$
$$6 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 9 \cdot 11$$

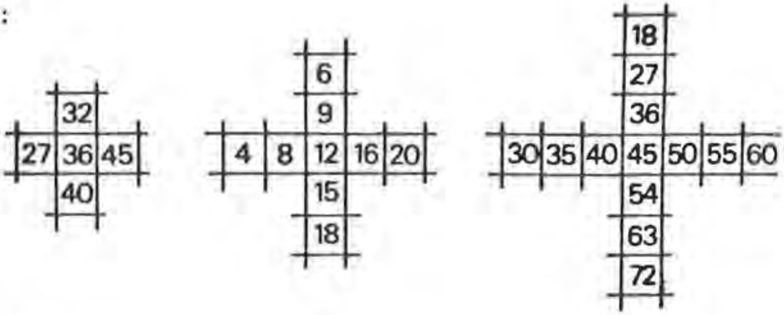
Catherine

Partie C (troisième leçon)

La troisième partie de l'atelier «Curiosités de la table de multiplication» propose cette recherche:

Choisis une «croix» de produits de la table de multiplication et calcule leur somme.

Exemples:



32 + 27 + 36 + 45 + 40

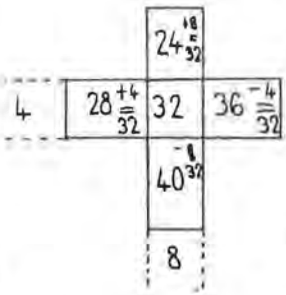
Répète plusieurs fois l'expérience avec des «croix» de dimensions différentes.

Que constates-tu en observant la somme de tous les nombres de la «croix», le nombre de la case du milieu et le nombre de cases de la «croix»? Trouves-tu une explication?

L'égalité entre la somme des nombres de la croix et le produit du nombre central par le cardinal des nombres est découverte par presque tous les élèves. Pour arriver au «pourquoi», à la compensation possible par l'écart régulier entre 2 multiples consécutifs, il a fallu l'encadrement du maître. Par quelques questions faisant observer cette propriété des «sauts réguliers», par un rappel de la fiche NN 4 – 1re édition, la classe est mise sur orbite et atteint finalement l'objectif visé.

+ 24
+ 28
+ 40
+ 36
+ 32
160

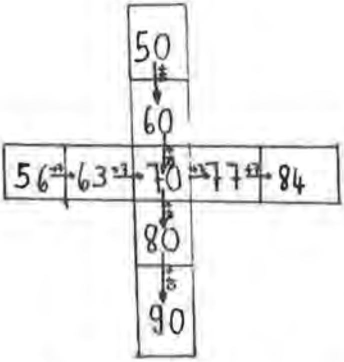
160 = 32 · 5



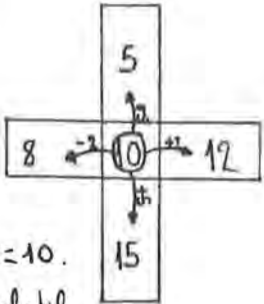
pourquoi ? La différence entre chaque multiple consécutif est toujours la même. Par conséquent, en commutant les unités, on peut obtenir les mêmes nombres, donc on peut remplacer l'addition par une multiplication du nombre central

Erica, Olivier, Audrey, Ana

Sierre le 16 février 1985



Je constate que la colonne 50-60-70-80-90, c'est plus+10 à chaque nombre
la ligne horizontale 56-63-70-77-84 c'est plus+7 chaque nombre.



Si on prend le nombre du milieu dans ce cas c'est le nombre 10; c'est 15-5 = 10 et le nombre d'en haut c'est-à-dire 5; 5 c'est 5+5 = 10. Au nombre 10 on additionne des entiers relatifs de même valeur et de signe contraire.

Angela
Michel

Après les 3 parties (A, B, C) il est apparu une certaine lassitude provenant du fait que le travail était toujours basé sur la même table et ceci durant une période relativement courte (3 jours).

Conclusions:

- Cet atelier permet de réactualiser la consolidation de la table de multiplication et d'en réactiver l'intérêt.
- La référence à de nombreux chapitres du programme devrait sécuriser les enseignants qui ont peur de perdre du temps. On fait appel aux propriétés des opérations (commutativité, associativité), aux multiples, mais on peut aussi déboucher sur les entiers relatifs, sur les classes de restes, sur les codes fractionnaires, sur la géométrie (symétrie, aire du rectangle).
- Cet atelier, dilué dans le temps, peut être un moyen efficace de révision, à condition d'exiger des protocoles qui seront autant de synthèses.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:
Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Délez, M. Ferrario, F. Jaquet, F. Oberson, D. Poncet.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 14.—, Etranger F 16.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Fiorina & Burgener, 1950 Sion