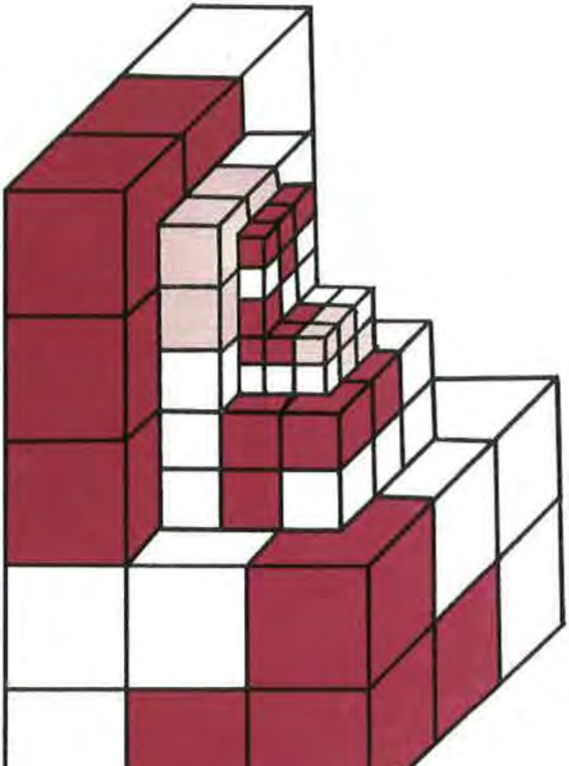
119



MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1985
24e ANNÉE

MATH-ECOLE 119

24e ANNÉE — Paraît cinq fois par an — SEPTEMBRE 1985

Editorial

Publicité...

Pour la 1re fois au monde, nous vous révélons à quoi rêve un ordinateur branché.
01 hebdo no 859 - 24 juin 1985

Un ordinateur branché, ça rêve... Ça rêve à WXYZ.
Sans cesse, WXYZ cherche, invente, perfectionne. Pour l'amélioration des transmissions de données et pour l'optimisation de votre informatique. Pour que, encore et toujours, quand un ordinateur branché rêve, il rêve à WXYZ. (Publicité parue dans *01 Informatique Hebdo*, juin 1985).

Et si l'on transposait ces arguments publicitaires sur l'enseignement, non pas l'enseignement sensationnel, non pas celui qui occupe une pleine page de publicité dans un journal spécialisé, mais l'enseignement de tous les jours, celui qui est donné dans les classes de nos villes et de nos campagnes, celui qui est le fait quotidien de maîtres inconnus et ignorés. Cela donnerait:

«Pour la première fois au monde, nous vous révélons à quoi rêve un enseignant branché. Un enseignant branché, ça rêve? Ose-t-il encore rêver? Et à quoi peut-il bien rêver?»

Quelques idées flottent dans ses pensées. Il rêve à des programmes moins chargés, à un matériel adapté, à des élèves mieux cablés, à un horaire décontracté, à un enseignement bien équilibré. Il souhaite oser perdre quelques quarts d'heure en manipulations, en discussions ouvertes avec ses élèves. Il rêve!

Il rêve à plus de créativité, mais quand, comment et quelle discipline choisir pour satisfaire ce désir? Il voudrait que l'imagination gagne ses élèves afin de vivre des leçons animées efficacement... et il voudrait aussi qu'elle le visite parfois le soir, chez lui, afin de pouvoir préparer une motivation intéressante, une démarche originale, une conclusion éclatante.

Il rêve!

Mais le rêve a mauvaise réputation. Cet enseignement n'est pas dans la norme établie; il pourrait être soupçonné d'avoir une efficacité limitée, d'être peu sérieux. Et pourtant il ose encore rêver.

«Et sans cesse, il cherche, invente, perfectionne». Pour l'amélioration des relations qui devraient s'établir entre lui et ses élèves, entre lui et les parents, entre les élèves eux-mêmes, entre lui et ses collègues. Pour l'efficacité des transmissions du savoir (car il pense naïvement qu'il peut encore transmettre quelques notions!). Pour l'optimisation de son enseignement. Pour que, encore et toujours...

Quand un enseignant branché rêve, il rêve «positif»! Rêve-t-il «naïf»?

Françoise Waridel

Jeux et problèmes liés à la coloration des cartes et au théorème des 4 couleurs

par François Sigrist, professeur à l'Université de Neuchâtel

0. Introduction

C'est en 1977 que Kenneth Appel et Wolfgang Haken ont démontré le célèbre théorème de coloration des cartes: quatre couleurs suffisent! Il n'est évidemment pas question de reproduire ici la démonstration, qui aujourd'hui encore reste un sujet controversé, à cause de l'utilisation massive de l'ordinateur.

En revanche, plusieurs aspects de cette question sont simples à décrire, et sont souvent méconnus, même chez les mathématiciens professionnels. Le but des jeux qui vont suivre est la démonstration de deux résultats dont l'importance conceptuelle est considérable:

- Le nombre de couleurs nécessaire à la coloration de toutes les cartes est fini (nous démontrons que 6 couleurs suffisent).
- Il existe un algorithme explicite de coloration à l'aide de 6 couleurs.

Il n'est pas vraiment difficile de démontrer ces deux résultats pour le cas de 5 couleurs. En outre, l'existence d'un algorithme de coloration à 4 couleurs est encore aujourd'hui une question ouverte.

Les explications et les raisonnements qui vont suivre seront la plupart du temps appliqués à la carte de la figure 1. Celle-ci a l'avantage d'être connue de tous.

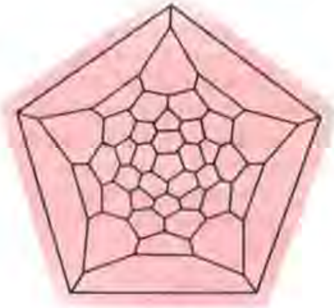


Figure 1

Figure 2

La figure 2 montre un début de coloration de cette carte. Malgré les inévitables distorsions, on reconnaît la structure des ballons de football.

1. Premier jeu: le nombre de couleurs est-il fini?

Ce jeu se joue à 2 joueurs. Chaque joueur, à son tour, colorie sur la carte un pays de son choix. Il est évidemment interdit d'attribuer la même couleur à deux pays qui ont une frontière commune. Le joueur qui doit employer une nouvelle couleur est pénalisé d'un point. Le gagnant est celui qui a le moins de points.

Variantes: on peut commencer avec un pays déjà colorié, on peut aussi attribuer des réserves de couleurs différentes aux deux joueurs.

Figure 3

La figure 3 montre la fin d'une partie. 5 couleurs ont déjà été utilisées. On s'aperçoit que le joueur qui a le tour devra encore utiliser deux couleurs supplémentaires!

Il y aura donc fallu 7 couleurs pour achever la coloration de cette carte. Or il est facile de constater que, sur cet exemple, les pays ont toujours 5 ou 6 voisins.

Cette exemple montre que la coloration obtenue par les joueurs est la plus mauvaise possible. Il est en effet évident qu'une telle carte peut toujours être coloriée à l'aide de 7 couleurs, et que l'algorithme de coloration est trivial: il suffit d'attribuer à un pays une couleur que ses voisins n'ont pas.

La limitation du nombre de couleurs nécessaires est donc, pour l'instant, donnée par:

1 + le nombre maximal de voisins que peut avoir un pays.

Si l'on cherche un théorème de finitude, il faut donc renverser le problème, et essayer de contrôler le nombre minimal de voisins. Ce sera l'objet du jeu suivant.

2. Deuxième jeu: quelle est la moyenne du nombre de voisins?

Notre carte originale contient 42 pays. 12 d'entre eux ont 5 voisins (ce sont les points noirs des ballons de football), les 30 autres ont 6 voisins. La moyenne du nombre de voisins est donc environ 5,71. Le jeu consiste à dessiner des cartes avec la meilleure moyenne possible, en limitant par exemple le nombre de pays.

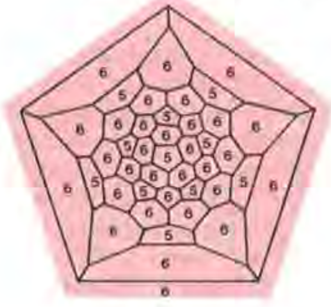


Figure 4

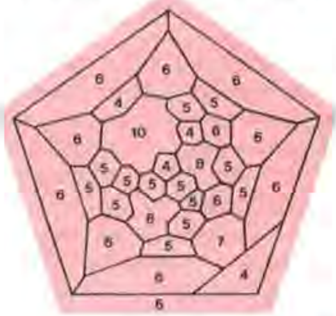


Figure 5

Dans la figure 4, on a 42 pays et une moyenne de 5,71.., dans la figure 5, 33 pays et une moyenne de 5,63..

En remplaçant, dans la figure 4, chaque point triple  par la configuration , on obtient une carte à 122 pays dont la moyenne est de 5,90.. . Mais toutes les expériences confirment le soupçon que nous allons démontrer ci-après:

Quelle que soit la carte, la moyenne est inférieure à 6.

3. La moyenne est inférieure à 6

Nous allons faire appel à un résutat mathématique du XIIIe siècle, dû au savant suisse Leonhard Euler (1707-1783) et qui s'énonce:

Si une carte comporte **s** sommets, **a** frontières et **f** pays, on a toujours
$\mathbf{s + f = a + 2}$.

Ce résultat n'est pas difficile à démontrer, et pourtant il est très important: c'est le point de départ de la topologie moderne. Au moins deux de ses démonstrations sont susceptibles d'être affichées dans un musée.

D'un sommet d'une carte partent au moins 3 frontières, on en conclut que
$\frac{s}{a} \leqslant \frac{2}{3}$.

Appelons **m** la moyenne que nous cherchons: $\frac{f}{a} = \frac{2}{m}$

Le théorème d'Euler s'écrit alors $1 + \frac{2}{a} \leqslant \frac{2}{2} + \frac{2}{m}$ et l'ont déduit immédiatement $\mathbf{m < 6}$.

Ceci confirme donc notre soupçon précédent. Il en découle une propriété qui nous sera utile pour le jeu suivant.

Sur toute carte, il existe au moins un pays ayant moins de 6 voisins.

4. Troisième jeu: colorier une carte à 6 couleurs

Il ne reste plus qu'un raisonnement très simple à effectuer pour démontrer que toute carte peut être coloriée à l'aide de 6 couleurs. En effet: Prenons une carte, et cherchons-y un pays ayant moins de 6 voisins. Détruisons l'une des frontières de ce pays, en d'autres termes annexons ce pays à l'un de ses voisins. On obtient une nouvelle carte ayant un pays de moins. Si nous savons colorier la nouvelle carte à l'aide de 6 couleurs, nous saurons aussi colorier l'ancienne! Il suffira de remettre au pays annexé une couleur que n'ont pas ses voisins! Non seulement nous avons maintenant démontré le résultat cherché (il suffit de répéter l'opération précédente jusqu'à ce qu'il ne reste que 6 pays), mais encore

Figure 6

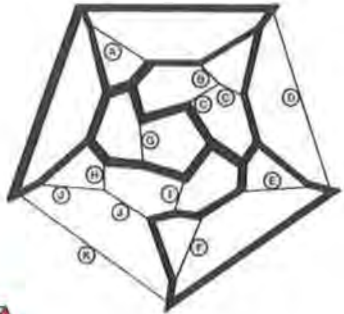


Figure 7

Figure 8

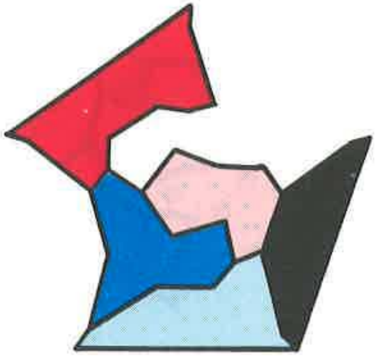
nous disposons d'un procédé explicite de coloration, ce qu'on appelle un algorithme.

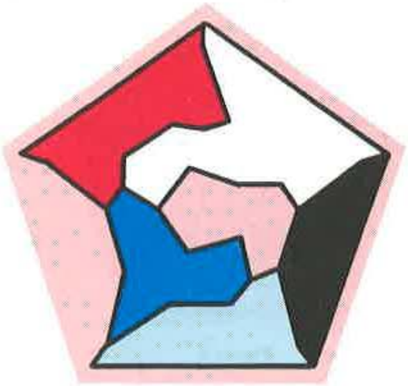
Le procédé est effectué sur la carte de la figure 6. Les frontières d'annexions successives sont marquées de A à K, et la figure 7 montre la situation où il ne reste que 6 pays. Il suffit ensuite de donner une couleur à chacun de ces 6 pays, puis de recolorier les territoires annexés dans l'ordre inverse (de K à A). Le coloriage final est donné dans la figure 8.

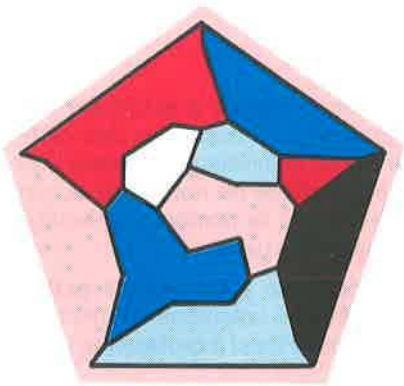
5. Remarques finales

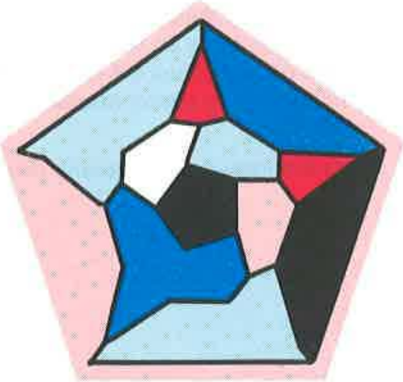
La discussion concernant les algorithmes doit être précisée à la lumière de la notion de **complexité des algorithmes.** Le problème de coloration des cartes étant fini, il est évident qu'il existe un algorithme de coloration consistant à explorer **toutes** les possibilités de coloration, admissibles ou non. Il est évident qu'un tel algorithme est à **complexité exponentielle:** le nombre d'opérations nécessaires croît exponentiellement avec le nombre de pays.

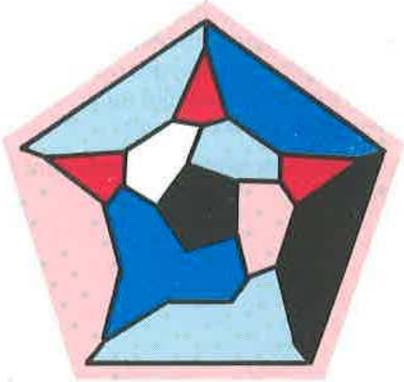
Pour les applications pratiques, seuls les algorithmes à **complexité polynomiale** sont directement utilisables. Notre algorithme de coloration à 6 couleurs, par exemple, est d'une simplicité remarquable, puisqu'il est **à croissance linéaire** (cf. les deux pages suivantes).

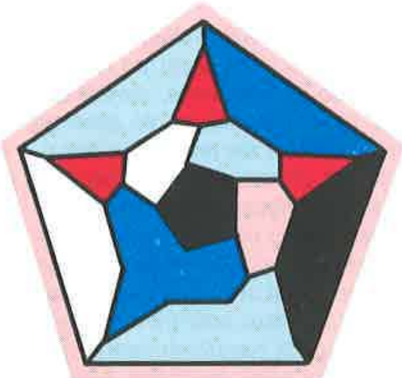


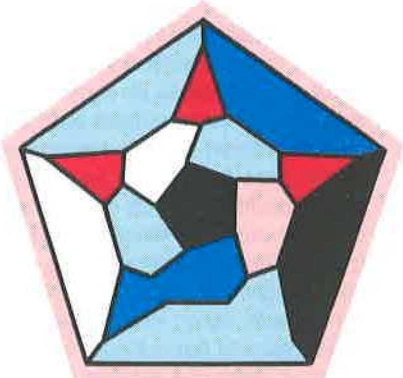


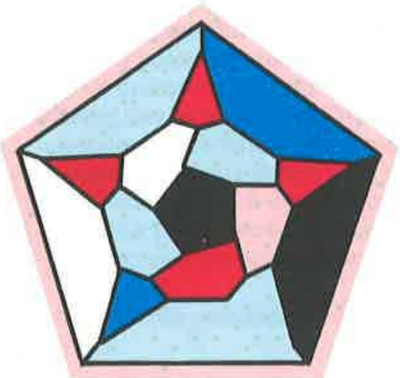


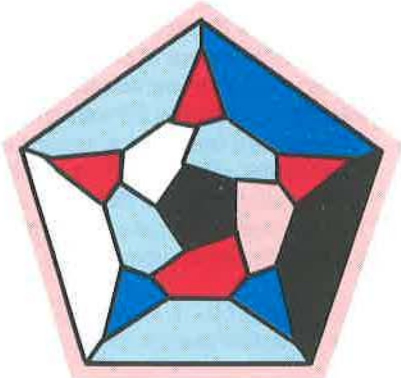












Une astucieuse utilisation du théorème d'Euler sur les polyèdres permet de donner un algorithme linéaire de coloration à 5 couleurs. Mais en revanche, on ne connaît actuellement pas d'algorithme polynomial de coloration à 4 couleurs. Il est pourtant possible qu'un tel algorithme soit implicite à la démonstration du théorème des 4 couleurs.

Les chances semblent cependant minces de le voir émerger dans un avenir proche.

Apprendre à comprendre?
Heureusement que l'école a changé!

«Un ami mathématicien m'a raconté récemment la première classe où il fut initié à la géométrie. La scène se passe à la fin des années 30, en France, dans un petit lycée de province, dans une classe de quatrième, devant des élèves dont l'âge moyen était de treize ans. Le professeur, après avoir dit que la géométrie est la science qui étudie et démontre les propriétés des figures dans l'espace, a énoncé qu'une figure est composée de «points». Et pour bien montrer «de quoi» étaient fabriquées ces figures, il a pris un morceau de craie, l'a fortement appuyée contre le tableau noir, y a fait apparaître un minuscule cercle blanc et a proclamé: «Regardez bien, voici un point! Très content de voir «un point» les enfants attendaient avec quelque intérêt, sans doute, qu'on leur en dessinât d'autres et qu'on leur apprit à construire ces fameuses figures dont on leur disait que les points constitueraient le matériau. C'était une attente raisonnable après un tel point de départ. Mais le professeur ne l'entendait pas de cette oreille. Il s'est mis à prononcer d'étranges paroles. «Maintenant, a-t-il dit, je vais vous définir ce que vous avez vu. Notez bien ce qui suit et ne l'oubliez pas: un point est ce qui ne comporte ni largeur ni longueur». Aussitôt, un nuage de surprise et de consternation flotte sur la classe. Les doigts se lèvent. «Mais, monsieur, pourquoi l'avez-vous dessiné au tableau? – Ah mais, c'est que sur le tableau il n'y a pas de vrai point!». Effarement de l'auditoire: «Qu'est-ce qu'un vrai point?» Et les questions fusent «pourquoi? pourquoi?» Ici, paraît-il, le professeur s'est fâché: «Pourquoi? – quel pourquoi?» Il n'y a pas de pourquoi. Ce que je vous ai dicté c'est la définition. Entendez-vous? La dé-fi-ni-tion. Une définition en mathématiques, cela s'apprend et cela se respecte, c'est tout! Aussitôt les têtes se courbent et les porte-plumes grattent sagement les cahiers.

DESANTI (J.T.). – L'explication en mathématique, in: *L'explication dans les sciences.* Paris, Flammarion, 1973.

Constructeurs en herbe

par Edda Gasser avec la collaboration de Liliane Glayre et Geneviève De Anna

«Le jeu est une action sur le réel et sur le temps, une initiative».
A l'Ecole du Jeu, Peirre Ferran, Bordas Pédagogie.

Prétexter les douleurs dentaires dont est affligé son ourson, pour se faire pardonner une arrivée tardive, n'est certes pas courant. C'est pourtant ce qui s'est passé, un après-midi d'octobre, dans une classe d'enfants de quatre ans sur le point de se rendre à la salle de jeu.

Ecarlate, Séverine décrit maladroitement les souffrances de l'animal en peluche, ce qui a nécessité juste avant le départ pour l'école l'application d'un volumineux pansement sur la truffe. Impossible donc de laisser Kiko seul et en larmes à la maison.

Stupéfaits, ses camarades s'empressent de lui trouver un siège.

– «Faut le coucher!» répète maintes fois Joël.

Malheureusement, tous les lits sont occupés. Ingénieux, Samuel commence à en construire un avec des plots. Le lit trône au milieu de la classe.

Lionel s'étonne:

– «Mais un lit faut le mettre dans une chambre!»
– «S'il serait construit dans le préau, le petit ours aurait bien froid» ajoute Sylvine.
– «Alors comment construire une chambre?» demande l'enseignante.
– «Avec n'importe quoi pourvu que Kiko ait bon chaud» précise Frédéric.
– «Mais une chambre ça se trouve dans un appartement ou une maison, pas à l'école» poursuit Nicolas.

Subitement une grande activité est déployée dans la classe; on en oublie la salle de jeu. Tout ce qui est susceptible de tenir debout pour une construction est réuni.

Rapidement un premier problème surgit. Faut-il commencer par la chambre de l'ours ou par les murs extérieurs d'une maison pouvant contenir plusieurs pièces.

Frédéric commence à aligner et à empiler les plots, les autres poursuivent patiemment.

Christelle change l'orientation des plots et entame ainsi le second mur extérieur, puis elle modifie à nouveau la position des cubes, mais dans le mauvais sens cette fois, et la maison a une drôle d'allure. Après plusieurs tentatives, on rectifie en variant la disposition des murs et finalement on obtient presque un rectangle.

Visiblement, nous n'aurons pas assez de plots pour terminer l'ouvrage.

Non loin de l'école se trouve un grand chantier. Les enfants ont remarqué que même si les murs n'étaient pas très hauts, les ouvriers pouvaient se tenir à l'intérieur de la construction. Ils en déduisent donc qu'il devait déjà y avoir des pièces de prévues parce que sans cela les maçons ne pourraient plus s'y retrouver. Pourquoi ne pas procéder de même avec la maison de Kiko. Un nouvel obstacle survient. Comment entrer dans cette maison et comment en sortir? On décide de l'emplacement d'une entrée en enlevant un plot et d'une sortie du côté opposé. Graziana est formelle: «On ne peut pas entrer et sortir par la même porte».

Les enfants parcourent la maison en tout sens. Maintenant, il faut décider de l'emplacement de la chambre de l'ourson.

– «Près de l'entrée, mais elle devra être grande parce qu'il a beaucoup de jouets» précise Katia.

On ne tient pas compte du mur extérieur et on en monte un second inutilement. On oublie de prévoir l'emplacement de la porte. A côté de la chambre, il semble important de placer la cuisine. Elle sera encore plus grande que la chambre de Kiko parce que dans la cuisine «il doit y avoir tellement de choses».

– «Où placer le salon?» – «Tout près de la cuisine».

L'appartement est presque terminé. On a oublié la salle de bains. Samuel propose de la placer à côté du salon. «C'est plus pratique, mais elle sera petite parce que c'est pas important».

Miklos pense que l'on pourrait se laver dans la cuisine. Par contre, les toilettes prennent beaucoup de place.

– «Faudra y mettre des livres, peut-être même une bibliothèque» suggère Igor.

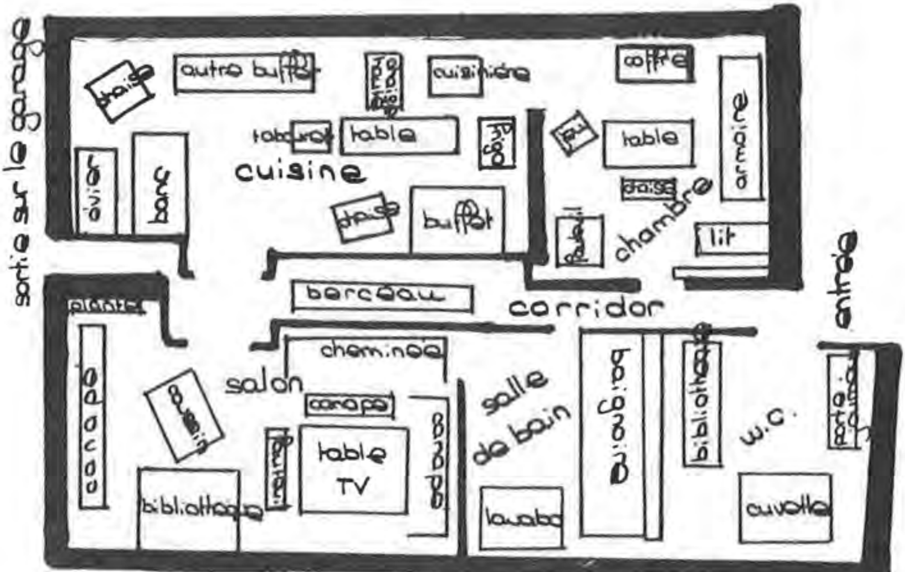
Comment circuler dans toutes ces pièces? Cette nouvelle interrogation provoque de longues discussions. Faut-il prévoir un hall ou un corridor? Samuel opte pour le corridor «comme chez mémé» plus «marrant» et plus rare que les halls des appartements modernes. Il faut modifier la grandeur des pièces pour le créer au centre de l'appartement, ce qui n'est pas simple. Puis on ouvre les portes pour circuler d'une pièce à l'autre. Cela les amuse beaucoup. Ils proposent des parcours, se donnent des ordres.

– «Va dans le salon, mais passe par la cuisine».
– «Reviens par le corridor et entre dans la chambre de Kiko».

On meuble la maison en prenant ce qui est nécessaire dans la classe et on amène de chez soi ce qui paraît indispensable.

La maison occupe beaucoup de place. Un jour, il faudra prévoir sa démolition pour permettre le nettoyage de la classe. On la bâtira alors plus petite, mais on gardera la même disposition des chambres. Faudra-t-il la construire par terre à côté de l'autre pour en faciliter la reproduction ou sur une table. La première suggestion est retenue.

Les enfants ont souvent le souci de «vérifier» si la cuisine est bien toujours la plus grande des pièces et la salle de bain la plus petite. Pour la nouvelle construction, on utilise des plots de dimension réduite. Un enfant circule dans la



La maison de Kiko avec une partie du mobilier

grande maison, une poupée, déplacée dans la petite construction, effectue le même trajet.

Puis celle-ci est elle aussi meublée.

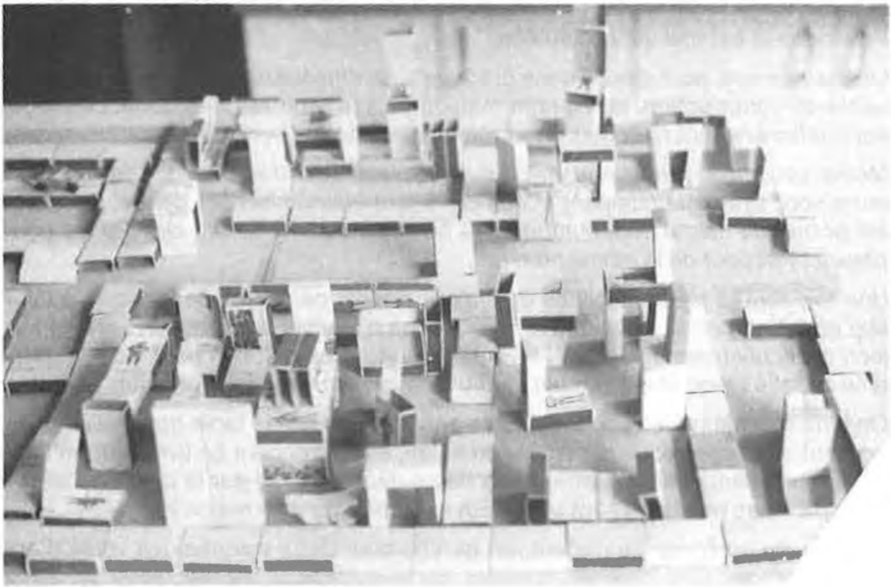
Ultérieurement, pour des raisons pratiques, on diminuera encore le format de la seconde construction, afin que la maison puisse tenir sur une table. Les plots sont définitivement abandonnés et remplacés par des boîtes d'allumettes vides.

Même souci que précédemment quant à la grandeur des pièces. Les doubles-murs sont systématiquement évités car il faut économiser les boîtes. On ouvre les portes du même côté que pour les autres maisons; on fait circuler les poupées à l'intérieur de la même manière.

Une fois toutes les possibilités de jeux épuisées, on décide de meubler la maison en fabriquant le mobilier avec des boîtes d'allumettes. Cette activité les réjouit particulièrement. On fait l'inventaire de tout ce que l'on peut trouver dans telle ou telle pièce et qui semble inutile ailleurs. La maison est encombrée.

On joue à déplacer les poupées. Elles passent derrière la table de la cuisine, elles vont se cacher sous le canapé du salon, elles prennent un livre tout en haut de la bibliothèque, elles mettent des fleurs dans un vase sur le poste de télévision. Bien des positions sont ainsi déjà exercées sous forme de jeu.

Ensuite, on aménage l'extérieur, un garage pour deux voitures, les voies d'accès, le potager.

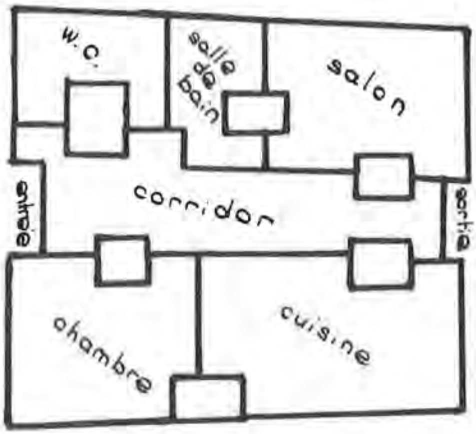


Pendant plusieurs jours les poupées sont abandonnées à l'intérieur de la maison et on circule en voiture tout autour. Il faut manœuvrer pour sortir du garage sans couper la circulation. Qu'à cela ne tienne, on va construire un petit pont pour dégager les voies d'accès et éviter des collisions.

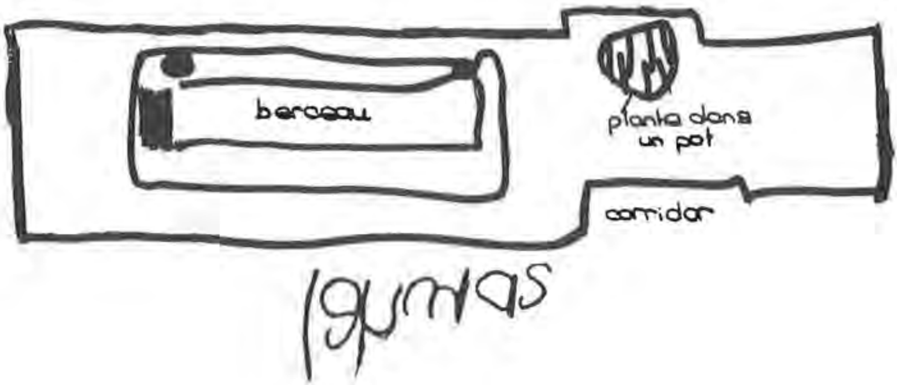
On avance, on recule pour débloquer les bouchons sur la rue principale. On discute afin de savoir quelle voiture devra être déplacée plutôt que telle autre trop mal garée.

On se pose des questions pour se souvenir du jour d'arrosage des légumes dans le potager.

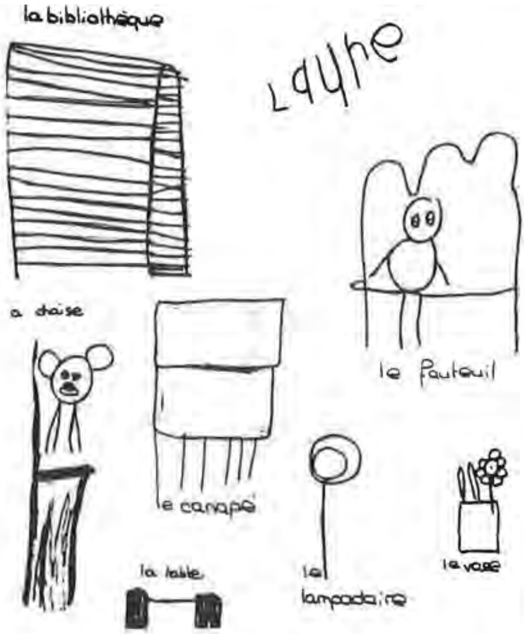
Un jour, j'amène une reproduction de la maison sous forme de puzzle. Les enfants identifient facilement les pièces et les disposent autour du corridor. On place des meubles effectués en pliage puis on entasse sur le puzzle un nombre invraisemblable d'objets en restant toutefois fidèle aux dispositions antérieures.



Samuel aménage le corridor. Il en est si fier qu'il décide de le dessiner. Cela donne des idées aux autres. Par petits groupes de quatre ou cinq enfants, ils dessinent chacun la pièce de leur choix et reproduisent sur le papier ce qui leur paraît essentiel.



On examine les productions et on s'exprime sur ce qui est identifiable, sur ce qui ne l'est pas, sur ce qui manque, sur l'emplacement de tel ou tel meuble, sur ce qu'il y a en trop.



Les vacances d'été approchent. Tous les dessins sont réunis pour ne rien oublier quand on reviendra en automne.

Cette démarche s'est déroulée par bribes tout au long de l'année, dès que les enfants manifestaient de l'intérêt à la poursuite de l'entreprise. Cependant, il a été consacré en tous cas un voire deux après-midi par mois pour les phases plus importantes de construction des différentes maisons ou confection du mobilier avec chaque fois une dizaine d'élèves. Tous participaient à leur façon, très activement pour certains, comme aides, vérificateurs de la bonne exécution des travaux, conseillers ou simples spectateurs pour quelques-uns.

En 2E, la maison construite dans une autre école prend plus d'importance; elle est plus haute parce que bâtie avec des briques de lait. Les pièces sont meublées à la force du poignet. On se donne des ordres de circulation à l'intérieur de la construction en numérotant les pièces. On l'utilise comme jeu de marelle. Plus tard, on la transformera en théâtre de marionnettes.

Le plan

Reproduction d'Annelore assise devant la maison

Dessin de Mélanie après avoir trié les photos

Puis on examinera la possibilité de lui adjoindre un toit incliné. Comment faire tenir les «tuiles», quelle pente pour le toit? Va-t-on pouvoir tenir debout à l'intérieur partout ou faudra-t-il se baisser comme dans les chambres mansardées?...

Sans doute est-il bon de rappeler pour conclure que les classes de la division élémentaire sont des lieux privilégiés où l'on joue pour apprendre et où l'on découvre en jouant.

L'enfant occupé à jouer, et chacun peut constater le sérieux de son jeu, se situe simultanément dans la fiction et dans la réalité, dans la détente et dans le travail.

En jouant, l'enfant se construit par l'exploration des choses; il s'expérimente. Cela ne signifie pas que seul le jeu permette l'exercice d'un tel pouvoir. Il faut simplement savoir que jouer comporte cette dimension.

(Voir «A l'Ecole du Jeu» Pierre Ferran, François Mariet, Louis Porcher, Bordas Pédagogie, 1978.)

Problème:

1985 est la somme de deux carrés

$$a^2 + b^2 = 1985$$

Quels sont ces carrés?
Quelle sera la prochaine année dont le millésime sera formé de deux carrés?

A propos des ateliers

par Michel Chastellain

A l'heure ou «Mathématique, cinquième année, 2e édition» souffle sa première bougie, il est prématuré de dresser un bilan du profond remaniement apporté au moyen d'enseignement romand. Par contre, il apparaît judicieux de s'arrêter un instant sur l'un des thèmes les plus controversés: les *Ateliers*.

Il faut tout d'abord relever que les directives cantonales varient passablement. Elles s'échelonnent entre une recommandation de n'aborder que quelques ateliers et un encouragement à une pratique fréquente de situations du même type. Il importe également de souligner que certaines journées cantonales de présentation ont été essentiellement basées sur une approche de l'ouvrage au travers des *Ateliers*.

Les réactions enregistrées chez les enseignants sont, bien évidemment, de natures diverses. Si l'enthousiasme de certains favorise, notamment, l'apprentissage de savoir-faire généraux, la crainte des autres n'est pas nécessairement synonyme du contraire et se justifie pleinement.

a) La présentation de l'ouvrage a été profondément remaniée et bien que le contenu soit toujours celui du programme romand, l'effort d'adaptation demandé n'est pas négligeable. Dans ces conditions, l'application d'une pédagogie de «situations-problèmes» représente encore un investissement supplémentaire.

b) L'apparition parallèle de méthodologies nouvelles, dans d'autres branches, demande au généraliste un effort diversifié, qui le conduit, par la force des choses, à «parer au plus pressé».

c) Comment gérer un atelier? où doit-on s'arrêter? Fait-on de la recherche pour la «Recherche» ou dans un but bien précis? Et quand l'a-t-on atteint? Combien de périodes faut-il consacrer à une activité sans interférer sur le «programme noyau» compte tenu du fait que l'acquis ne pourra pas être mesuré?

d) Comment réagir face à une question désarmante dont l'enseignant ne connaît, a priori, pas la réponse et qui le place dans une situation pour le moins inhabituelle?

Il y aurait encore beaucoup d'autres remarques et questions à ajouter à cette liste et chacun pourra la compléter par ses propres expériences. Le but de cet article n'est pas de répertorier ces interrogations mais bien d'apporter modestement, à ceux qui le souhaiteraient, un exemple de ce qui peut être réalisé dans le cadre des *Ateliers*.

Atelier 15: Abonnements pour skieurs

- Temps: 3 périodes de 40 minutes.
- Matériel: indicateurs CFF, cartes de géographie.
- L'addition et la soustraction dans IR ont déjà été abordées avant la mise en route de cette activité.
- Consignes: travail par groupes de deux. Que peut-on tirer d'un tel tableau? Etablir un compte rendu.

Hiver 1982/83

Arolla

Carte journalière	Fr. 20.–
Enfants	Fr. 12.–
Carte demi-journée	Fr. 14.–
Enfants	Fr. 8.–

Evolène/Les Haudères

Abonnement 1 jour	Fr. 23.–
Enfants	Fr. 12.–
Carte demi-journée	Fr. 15.–
Enfants	Fr. 8.–

La Sage/Villaz/La Forclaz

Abonnement 1 jour	Fr. 18.–
Enfants	Fr. 11.–
Abonnement demi-journée	Fr. 12.–
Enfants	Fr. 7.–

Prix des billets, aller et retour:

		Indigènes
Sion–La Sage	Fr. 17.20	Fr. 13.20
Sion–Villa	Fr. 17.60	Fr. 13.20
Sion–La Forclaz	Fr. 17.60	Fr. 13.20
Sion–Evolène	Fr. 14.80	Fr. 10.40
Sion–Les Haudères	Fr. 16.60	Fr. 12.—
Sion–Arolla	Fr. 20.—	Fr. 16.40

DÉROULEMENT DES OPÉRATIONS:

Temps	Questions	Constatations
1400	Que veut dire indigène? Que doit-on faire? Peut-on utiliser une carte? Sion-La Sage, s'agit-il de bus ou de ski?	
1410	Peut-on inventer un scénario?	Sur chaque table une carte est ouverte. Les élèves cherchent à situer les localités.
	S'agit-il du canton de Vaud?	«Relance»: comment le découvrir?
	«Villaz» est écrit une fois sans «Z». Est-ce le même? Peut-on utiliser l'indicateur des CFF?	
1415		«La ruche vrombit».

Temps	Questions	Constatations
1440	Carte journalière et abonnement d'un jour, différence?	Un groupe parle de faire un budget.
1445	Pourquoi les prix des aller-retour ne sont-ils indiqués que pour les adultes?	Premiers échanges entre tables d'où proposition de calcul du prix de la journée à skis de notre classe, pour un groupe et demande d'une étude sur la base d'un budget de Fr. 350.– pour un autre.
1500	Combien coûte une nuit à l'hôtel? Comment fait-on 21 · 13,20?	Discussion commune à ce sujet. Désaccord! Nouvelle discussion afin de trouver le résultat.
1515	Doit-on mettre un point si on compte de l'argent?	
1520		Fin des deux premières périodes.

Le lendemain, les élèves terminent la recherche et mettent au net leurs comptes rendus, dont voici quelques extraits:

L'évaluation

Dans plusieurs classes de deuxième année primaire (à l'étranger, bien sûr!), on pose le problème suivant:

«Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine?»

Sur les 97 élèves concernés, 76 ont donné l'âge du capitaine en utilisant les données numériques 26 et 10.

(Cité par Achette Basis dans: *Mathématique: les enfants prennent le pouvoir.* Nathan, 1985).

Et dans votre classe! Comment réagissent-ils?

Je m'appelle Richard j'ai 11 ans et j'habite à La Tour de Peilz
Je veux aller skiier à Arolla. Je regarde sur ma carte de Suisse
ou il se trouve. ~~Il se trouve dans le cant~~ Je ne l'ai pas trouvé car
s'est un village trop petit. Je vais ou se trouve Sion et j'y vais
en train par la ligne No 100. Je pars de Vevey à 6h44 et j'arrive
à Sion a 7h33 il y a 74 km entre Vevey et Sion donc cela me coûte
15.20 fr en 2ème classe. Depuis Sion je vais à Arolla en bus
cela me coûte 10 fr. Je m'achète une carte journalière pour
enfant qui me coûte 12 fr. Quand je commence à skiier c'est
8 h 30. Je skie jusqu'à 11h30 et je vais diner je m'achete
une limonade un steak frites et une tranche de forêt noire. Le
tout me coûte 15 fr. A 12 h 30 je repart skiier. Je vois
un ami qui me dit: "On fait un concours de sau à ski?" Je lui
réponds "Oui". Il commence et il saute de 6 mètres de longs. Je pars
et je saute de 7 mètres de long le choc de mon atterissage a fais
bouger la fixation. Sans me rendre conte de la fixation je continue
à skiier. Au premier virage que je fais mon ski s'enlève et je
me rencontre que je dois aller a un magasin de sport pour le faire réparer
je finis la piste sur un ski et je descend en bus jusqu'à Sion
A Sion je trouve un magasin de sport. J'y amène mon ski et je lui
explique ce qui s'est passé. Il dit qu'en une heure il l'aura réparer
en ce temps il est 3 h 30. Je visite Sion pendant une demi-heure et je
vais boire une limonade à 1.10 fr. Je reviens au magasin de sport à 4h30
il m'a déjà réparé les skis. Cela m'a coûté 20.-. Les teleskis ferment
à 17h00. Ce ne vaut plus la peine de reskiier. Alors je prends un
train pour rentrer sur la ligne No 100 je prends un train qui part
à 16 h 53 et arrive à Vevey à 17 h 40. Cela me coute 15.20

15,20 fr La Tour de Peilz – Sion (train)	30,40
15,20 fr Sion – La Tour de Peilz (train).	20 fr
10 fr Sion – Arolla (bus)	12 fr
12 fr carte journalière (enfant)	15 fr
15 fr (dîner)	1,10
1,10 fr (limonade)	20 fr
10 fr Arolla-Sion (bus)	97,50
20 fr réparation fixations	

1) Monsieur et Madame Dupont ont 8 enfants: Michel, Yannick, Marc-olivier, Florean, Sarah Karine, Véronique, Fabienne. Ils vont à Arolla.

Combien vont-ils dépenser en une journée ? 136

$2 \cdot 20.- = 40.-$
$+ 8 \cdot 12.- = 96.-$
$136.-$

2) Monsieur et Madame Torchon ont 8 enfants: Pierre, Jaqueline, Alexandra, Erika, Sabine, Claudine, Michèle, Annie. Ils vont a Evolène / les Haudères.
Combien vont-ils dépenser en une journée ? 142

$2 \cdot 23.- = 46.-$
$+ 8 \cdot 12 \quad 96.-$
$142.-$

Monsieur et Madame Dalors ont 8 enfants: Omer, Diament, Cambell, Agathe, Michoux, Siméon, Vanohé, Areuh. Ils vont à La Sage / Villaz / La Forclaz.

Combien vont ils dépenser en une journée ? 124
$2 \cdot 18.- = 36.-$
$+ 8 \cdot 11.- = 88$
$124.-$

(4)
1) Quelle est la famille qui à dépensé le plus ? La famille Torchon. 142.-
2) Quelle est la famille qui à dépensé le moins ? La famille Dalors 124.-
3) de Combien ? $124.- + 18.- = 142$ de 18.-
4) Pourquoi ? Il y a plus de ski-lifts, c'est plus bien, les ski-lifts sont mieux

Nous décidons de passer des vacances de ski d'une semaine dans le Valais ; nous avons trouver un hôtel à Sion. Comme nous sommes de bons skieurs (Marco et moi) nous allons chaques jours skier dans une autre station. Nous nous sommes procuré une liste des prix des stations qui nous plaisent, une carte du Valais et un indicateur CFF. Voici nos calculs :

Hiver 82/83 — Budget : 1300.– jour d'arrivée : sam. 10.2. jour dép. : dim. 18.2

Nombre de pers.	Moyens transp.	km.	prix (enfant) transport	prix nourriture et boisson	prix nuit
2	train (CFF)	68	6,80.–	100.–	50.–
2	bus, téléskis	~52	28,20.–	100.–	50.–
2	bus, téléskis	~54	28,60.–	100.–	50.–
2	bus, téléskis	~54	28,60.–	100.–	50.–
2	bus, téléskis	~46	26,80.–	100.–	50.–
2	bus, téléskis	~50	28,60.–	100.–	50.–
2	bus, téléskis	~64	32,00.–	100.–	50.–
2	train (CFF)	68	6,80.–	100.–	—
	totaux :	~453 km	182,40.–	800.–	350.–

prix total de la semaine : 1253 + quelques souvenirs

quelques explications : les 100 francs de nourriture par jour correspondent à 2·10.– le matin + 2·10.– à midi + 2·30 le soir.

Le prix des transports correspond au prix de la carte journalière de la station + le prix du bus. Les kilomètres correspondent à la distance Sion – aux stations choisies + les kilomètres de ski et de remonte pente.

Conclusion : Ces vacances nous ont beaucoup plu.

A) Un famille de 5 enfants (+ parent) vont à Evolène et achète un abonnement de 1 jours. Combien devront-il dépenser? 106.-

B) Une famille vont à Arolla pendant 1 journée. Ils dépensent 76.-. Combien ont-il d'enfant? (3 x 12) + (2 x 20) = 76.- Ils ont 3 enfant

C) 2 jeunes gens vont à Arolla achètent 2 cartes journalière A midi, ils vont au restaurant manger:

Menu du jour

2. Assiette valaisanne à 15.-
1. Bouteille de Dôle à 7.20
2. Café au lait à 1.90
2. Meringue glacée à 5.10

Ils payent avec 1 billets de 100 FR.
Combien leurs restera t-il? 8.80

D) calcul les prix:

Touriste	Arolla	Evolène	Villaz
1 touriste	**20.-**	**23.-**	**18.-**
4 touristes	80.-	92.-	72.-
9 touristes	180.-	207.-	162.-
15 touristes	300.-	345.-	270.-

(1 journée)

E) Jacque fait 12 descentes en 1 heure. Et il ski 5 heures par jour. Combien de descentes aura t-il fait en une semaine? 12 x 5 = 60
60 x 7 = <u>420</u>

F) Un touriste prend le train de Sion - Arolla, aller et retour à 20.- Puis achète une carte demi-journée à 14.-. Prend le menu du jour à 27.- et achète 7 carte postale -75. Il paye avec 100.-. Combien leurs restera t-il? 14 + 27 = 41 7 x 0,75 = 5,25 41 + 5,25 = 46,25

100,00 46,25 + 20 = 66,25
66,25
<u>33,75</u>

A) 5 x 12 = 60.- 2 x 23 = 46 60 + 46 = 106

C) 2 x 15 = 30.- 1 x 7,20 = 7,20 2 x 20 = 40 2 x 1,90 = 3,80 2 x 5,10 = 10,20
30 + 7,20 + 40 + 3,80 + 10,20 = 91,20 100 - 91,20 = 8,80.

REMARQUES:

a) Cette «situation-problème» est l'occasion de créer un lien avec différents thèmes de l'ouvrage ainsi qu'avec d'autres activités:

- Plusieurs groupes ont «évacué» le problème de la virgule en ne travaillant que sur des prix exprimés à l'aide de nombres entiers. C'est le cas notamment du deuxième texte. La confrontation entre groupes qui en découla a servi de point de départ pour la multiplication dans IR.
- Les tableaux proposés par les élèves, par exemple celui du quatrième texte, ont été utilisés, par la suite, lors de l'étude du thème 9, *Applications,* que l'on aurait pu, d'ailleurs, aborder à l'aide de cette activité.
- Un travail parallèle a été mené en ce qui concerne la carte de géographie et l'indicateur des CFF.

b) Au cours des trois périodes de recherche, les attitudes suivantes se sont notamment manifestées:

- Apprentissage du travail à deux et en groupe lors de l'organisation de l'activité, de la compréhension de la situation de départ et des différentes discussions qui ont animé la classe.
- Recherche d'informations et interprétation de données dans l'indicateur CFF, sur la carte, dans le bottin des téléphones pour situer Arolla...
- Opérations sur des codes à virgules, sous les formes écrite et orale.
- Confrontation à une situation réelle (prix des transports, coût d'un repas, d'une nuit à l'hôtel...)
- Etude parallèle sur une station plus proche, donc mieux connue, par la collecte de prospectus, abonnements...
- Communication d'un résultat par un compte rendu.

En résumé, et pour reprendre les termes de la méthodologie romande, dans cette activité «**les objectifs d'ordre notionnel cèdent la priorité aux objectifs méthodologiques**» (p. 29).

Les textes reproduits sont une fidèle image du travail récolté en classe et leur présentation s'efforce de refléter la gamme complète des rendus recueillis à propos d'autres ateliers.

> L'abstrait s'oppose au concret, c'est évident, mais l'abstrait est *tiré du concret.* Les idées abstraites ne germent pas dans la tête des humains par intervention du Saint-Esprit, elles s'élaborent en observant le monde réel, et surtout en agissant sur le monde réel.
>
> Marco Wolf: *La base des maths est-elle une maladie mentale?*
> Ed. La Découverte, 1984.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:
Suisse: F 14.—, Etranger F 16.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Fiorina & Burgener, 1950 Sion